



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y  
Tecnología Avanzada**

---

**“DISEÑO DE UNA ACTIVIDAD EDUCATIVA TIPO  
TUTORIAL PARA LA COMPRESIÓN DE  
GRÁFICAS EN CINEMÁTICA”**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL TITULO**  
**DE MAESTRA EN CIENCIAS**  
**EN FÍSICA EDUCATIVA**

**P R E S E N T A :**  
**SANTA ESMERALDA TEJEDA TORRES**

*Director: Dr. César Eduardo Mora Ley*

**México, D. F., Julio de 2009**



## ABSTRACT

This work shows the results of the application of a tutorial-type activity which is aimed towards the improvement of the understanding of graphs within college-level unidimensional kinematics in the active learning context. An evaluation tool –which explores the necessary abilities for the correct management of kinematic-related graphs – was modified. The tool has the objective of finding the conceptual status of the learners. We generated a version of the instrument which allowed us to get a taxonomy of learning-related difficulties in the students that studied the graph material in kinematics. These results were analyzed with score factor, incorrect-model visualization and item validation techniques, which have been proposed and used in the Physics Education area.

In order to determine the score factors and the incorrect-model visualization in the different abilities evaluated by the instrument, the former was applied to fifth semester Physics Engineering students. These students have already used their experience and aptitudes in advanced physics themes; hence, their scores were used to settle the threshold of the dominion that a novice student must reach.

We identified the abilities with the least dominion from the students that were instructed on one-dimensional kinematics with the aim of establishing the cognitive basis on which the tutorial-type activity was designed. These abilities were the associated with the application of the concept of area below the curve, specifically getting the position from a velocity graph and getting a velocity graph from an acceleration graph.

These students presented the modified exam before and after the educative intervention. The results showed that their score increased after solving the tutorial-type activity, therefore suggesting that the tutorial is useful for the improvement of graph understanding in kinematics. Moreover, the instrument can still be further refined to help on the improvement of more elaborated abilities.

## RESUMEN

En este trabajo se muestran los resultados de la aplicación de una actividad tipo tutorial para la mejora de la comprensión de gráficas en cinemática unidimensional a nivel universitario en el contexto del aprendizaje activo. Se modificó una herramienta de evaluación que explora las habilidades necesarias para el manejo de gráficas en cinemática con el objetivo de conocer el estado conceptual de los aprendices. Se generó una versión del instrumento que permitió generar una taxonomía de dificultades de aprendizaje de los alumnos que estudiaron el material de gráficas en cinemática. Estos resultados se analizaron con técnicas de obtención de puntaje, visualización de modelos incorrectos y validación de ítems propuestas en el área de Enseñanza de la Física.

Para determinar los indicadores de puntaje y visualización de modelos incorrectos en el dominio de las diferentes habilidades evaluadas con el instrumento, éste se aplicó a estudiantes de Ingeniería Física de quinto semestre. Estos alumnos han utilizado su experiencia y aptitudes en temáticas avanzadas de Física; con sus puntajes se estableció el umbral de dominio que debe alcanzar un estudiante novato.

Se identificaron las habilidades con menor dominio de los estudiantes que contaron con instrucción en cinemática unidimensional para establecer la base cognitiva sobre la cual se diseñó la actividad tipo tutorial, siendo éstas las asociadas a la aplicación del concepto de área bajo la curva, específicamente la obtención de la posición a partir de una gráfica de velocidad y la obtención de una gráfica de cambio de velocidad a partir de una gráfica de aceleración. Estos alumnos presentaron el examen modificado antes y después de la intervención educativa, obteniendo resultados que demuestran que después de resolver la actividad tipo tutorial su puntaje en la herramienta aumenta. Por lo tanto, la actividad tipo tutorial es útil para la mejora de la comprensión de gráficas en cinemática y puede seguirse refinando para la mejora de otras habilidades más elaboradas.

# Contenido

<b>1. Introducción.....</b>	<b>6</b>
<b>1.1 Naturaleza de la problemática.....</b>	<b>6</b>
<b>1.2 Estudios previos de la problemática de gráficas en cinemática.....</b>	<b>7</b>
<b>1.3 Necesidad de concienciación de aptitudes científicas en la instrucción.....</b>	<b>8</b>
<b>1.4 Necesidad de una herramienta de evaluación fundamentada científicamente...8</b>	
<b>1.5 Métodos de evaluación de una herramienta de opción múltiple.....</b>	<b>9</b>
<b>1.6 Herramienta de evaluación para gráficas en cinemática.....</b>	<b>11</b>
<b>1.7 Uso previo de la herramienta.....</b>	<b>11</b>
<b>1.8 Aprendizaje activo como método efectivo de enseñanza .....</b>	<b>12</b>
<b>1.9 Necesidad de una actividad educativa que permita mejorar la comprensión del concepto de área bajo la curva.....</b>	<b>15</b>
<b>1.10 Preguntas de investigación .....</b>	<b>16</b>
<b>2. Metodología.....</b>	<b>16</b>
<b>2.1 Importancia de la manipulación de herramientas gráficas en cinemática unidimensional. ....</b>	<b>16</b>
<b>2.2 Instrumento de evaluación de habilidades de manipulación de gráficas en cinemática.....</b>	<b>17</b>
<b>2.3 Métodos, fuentes de datos y resultados.....</b>	<b>18</b>
<b>2.4 Discusión y análisis de ítems individuales.....</b>	<b>19</b>
<b>2.5 Métodos de análisis de confiabilidad y validez de problemas de selección múltiple.....</b>	<b>21</b>
<b>2.6 Generación de un nuevo instrumento de diagnóstico.....</b>	<b>29</b>

2.6.1	Depuración de modelos existentes en el TUG-K Original.....	29
2.7	Diseño de una actividad tipo tutorial.....	31
2.7.1	Tutoriales en Física Introdutoria.....	31
2.7.2	Diseño de una actividad educativa tipo tutorial.....	31
3.	Estado inicial de estudiantes que llegan a la universidad.....	32
3.1.1	Diseño de instrumento.....	33
3.1.2	Dificultades encontradas en primera instancia.....	37
3.2	Aplicación de examen modificado a población de expertos.....	49
3.3	Evaluación del estado inicial de estudiantes que ingresan a Introducción a la Física.....	51
3.4	Implementación de actividad educativa.....	53
3.4.1	Análisis de resultados en el TUG-K Modificado de grupos con intervención educativa.....	53
3.5	Discusión.....	56
4.	Conclusiones.....	58
5.	Referencias bibliográficas.....	61
6.	Anexos.....	64

# 1 Introducción

## 1.1 Naturaleza de la problemática

En los últimos años se ha observado que el 20% de los estudiantes que ingresan a carreras de ingeniería aprueban el examen de ubicación en física que les permite inscribir su primer curso de Física universitaria, el otro 80% debe cursar la materia propedéutica de Introducción a la Física (Alarcón, Marín, Velarde y Zavala, 2006). Una de las competencias necesarias para desempeñarse en Física universitaria es la comprensión de gráficas (Leonard, 2000), habilidad con la que pocos alumnos cuentan al ingresar a este nivel educativo.

La dificultad en la comprensión de gráficas se ha analizado con mayor énfasis en cinemática, área de la mecánica que requiere el entendimiento de sus conceptos fundamentales y las relaciones entre éstos. La falta de aptitud interpretativa ha provocado que muchos educadores en Física investiguen y elaboren una taxonomía de concepciones erróneas en el entendimiento de gráficas en cinemática (McDermott & Rosenquist & van Zee, 1987; Beichner, 1994; Testa & Monroy & Sassi 2002).

Para que un estudiante sea capaz de utilizar gráficas en cinemática como una herramienta de aprendizaje, tanto en el laboratorio como en el aula (Testa et al. 2002) el docente debe concienciarse de las dificultades que aquel presenta al manejar información con esta presentación (Beichner 1994). Canderle (1999) considera que vale la pena invertir tiempo en la enseñanza de interpretación de gráficas en cinemática, ya que facilitará el camino para los estudiantes en cursos posteriores de ciencia e ingeniería. Hake (2007) comprobó que quienes cuentan con la pericia de manejar e interpretar representaciones cualitativas y cuantitativas de datos presentan menos inconvenientes en bosquejar una conceptualización general del tema.

Testa *et al.* (2002) realizaron un estudio donde enfrenta al estudiante con una serie de actividades a las cuales llama *documentos*, observando que para la interpretación de éstos el alumno frecuentemente es influenciado por estrategias de razonamiento previamente adquiridas y mayoritariamente incorrectas desde un punto de vista disciplinario. En su percepción, el estudiante se enfrenta al fenómeno como si contara con una lente que le diera una visión global, despreciando las características esenciales de algunas relaciones entre magnitudes.

## 1.2 Estudios previos de la problemática de gráficas en cinemática

Como una evidencia de la problemática se cuenta con un estudio exhaustivo realizado por McDermott *et al.* (1987), quienes identificaron que un gran obstáculo para el entendimiento de gráficas en cinemática era la interpretación del concepto de área bajo la curva relacionada con velocidad. Este grupo de investigación señala que las dificultades de comprensión no deben ser atribuidas únicamente a una inadecuada preparación en matemáticas, sino también a la escasa habilidad para establecer conexiones entre una representación gráfica y el concepto físico asociado. Además, para que el alumno cuente completamente con la habilidad de relacionar gráficas con una pieza de conocimiento específica de cinemática debe ser capaz de partir bidireccionalmente entre la representación y el movimiento en cuestión para generar la información requerida, recurriendo a los conceptos matemáticos necesarios para ser instruido en cinemática.

Para conocer la base cognitiva existente, Trowbridge y McDermott (1980) entrevistaron a muchos estudiantes, los cuales fueron capaces de proporcionar una definición aceptable de velocidad; encontrando los investigadores que aquellos no entienden el concepto lo suficiente como para determinar el procedimiento que podrían utilizar en una situación real. En cuanto a los procedimientos erróneos, los educadores mencionan que algunos estudiantes identifican “ir adelante” como “ir más rápido” o “ir detrás” como “ir más lento”, cuyos trabajos fueron realizados en idioma inglés. También observaron que persiste la creencia de que un criterio de posición puede ser usado para comparar velocidades relativas, aún después de la instrucción.

Mediante otras demostraciones y entrevistas, los investigadores de la Universidad de Washington (Trowbridge & McDermott 1981) identificaron que algunos estudiantes no son capaces de distinguir entre los conceptos de velocidad y cambio de velocidad y que para ellos la palabra “sobre” frecuentemente es usada para definir aceleración sin referirse a la relación entre el numerador y el denominador de la expresión  $\Delta v / \Delta t$ .

Los procedimientos encontrados por Trowbridge y McDermott (1981) como posibles generadores de dificultades conceptuales son:

- 1) Aproximación no cinemática en gráficas de pendientes.
- 2) Confusión entre posición y aceleración.

- 3) Confusión entre velocidad y aceleración.
- 4) Discriminación entre velocidad y cambio de velocidad sin considerar el correspondiente intervalo de tiempo.
- 5) Entendimiento cuantitativo de aceleración como la razón  $\Delta v/\Delta t$ .

### **1.3 Necesidad de concienciación de aptitudes científicas en la instrucción**

En muchos cursos de Física los objetivos principales de un docente son: ayudar a los estudiantes a adquirir un entendimiento cualitativo y cuantitativo de problemas de física y la habilidad de resolverlos (Etkina *et al.* 2006). Cuando los estudiantes terminan una licenciatura se enfrentan a problemas complejos, resolución de cuestiones experimentales y trabajo con otras personas. Los investigadores centran la necesidad de los educandos de aprender a: i) identificar preguntas y conceptos que guíen el proceso científico, ii) diseño y dirección de investigaciones científicas, iii) reconocimiento y análisis de explicaciones alternas y modelos y iv) comunicar y defender un argumento científico.

### **1.4 Necesidad de una herramienta de evaluación fundamentada científicamente**

Redish (2003) afirma que para poder medir los efectos de una estrategia de enseñanza es necesario contar con instrumentos que permitan conocer el nivel de dominio que los estudiantes tienen sobre cierto tema.

La manera más efectiva y reconocida en investigación en educación en Física son los sondeos o exámenes de opción múltiple, los cuales tienen una duración de 10-30 minutos y pueden calificarse con un dispositivo programado previamente.

Un ejemplo de examen de opción múltiple de gran capacidad evaluativa es el Force Concept Inventory (*FCI*, por sus siglas en inglés), diseñado por Hestenes, Wells y Swackhamer (1992). El grupo diseñó un examen que evalúa los conceptos requeridos en el entendimiento del concepto de fuerza clasificados en dimensiones.

El propósito de los investigadores al diseñar esta herramienta fue probar las concepciones previas de los estudiantes en la materia y cómo estas concepciones se comparan con muchos conceptos newtonianos, además de proporcionar al docente un

apoyo para probar y evaluar las concepciones erróneas de sus estudiantes. Es útil como herramienta de evaluación formativa.

Las dimensiones en que está organizado el test son: 0) Cinemática, i) Primera Ley de Newton, ii) Segunda Ley de Newton, iii) Tercera Ley de Newton, iv) Principio de Superposición, y v) Tipos de Fuerza. Cada dimensión es probada por más de una pregunta. Los distractores en el *FCI* son modelos comunes de pensamiento.

Para diseñar una herramienta de evaluación de este tipo hay que seguir los siguientes pasos: a) dirigir investigación cualitativa para identificar los modelos subyacentes de los estudiantes, b) desarrollar un marco de trabajo para modelar las respuestas de los estudiantes sobre un tema, c) desarrollar ítems de opción múltiple para revelar el rango de respuestas posibles esperadas, d) utilizar los resultados para generar nueva instrucción válida y confiable, así como nuevas herramientas de diagnosis y evaluación. Para poder ser útil como herramienta de evaluación de instrucción, el examen de opción múltiple debe medir lo que afirma medir y generar resultados reproducibles.

Hestenes y Halloun (1995) consideraron razonamientos incorrectos para llegar a una respuesta correcta, llamándoles “falsos negativos” a las elecciones de un pensador newtoniano que escogiera respuestas no newtonianas y un “falso positivo” a una respuesta newtoniana que fue escogida por un pensador no newtoniano que llegó a ella por un razonamiento no newtoniano.

### **1.5 Métodos de evaluación de una herramienta de opción múltiple**

Bao y Redish (2001) definieron dos parámetros que permiten conocer la distribución de respuestas erróneas al responder un examen de opción múltiple como posible herramienta para detectar modelos alternos de los estudiantes. Los investigadores definen al factor de concentración  $C$  como el parámetro que representa la función de respuesta de estudiantes y que toma un valor entre 0-1. Si  $C$  toma un valor entre 0-0.4 se dice que es baja (L), si es de 0.4-0.7 es mediana (M) y si es de 0.7-1.0 es alta (H). El parámetro *score*  $S$  (fracción de estudiantes que dan la respuesta correcta) también puede tomar valores parecidos a  $C$ . Por otra parte, también es posible cuantificar la concentración de respuestas incorrectas  $\Gamma$ , que igualmente toma valores 0-1. Los investigadores hablan de construir una gráfica  $S-\Gamma$  como posibilidad para estudiar los detalles de las respuestas incorrectas.

La utilización de gráficas que combinen los tres parámetros mencionados anteriormente permite conocer el comportamiento conceptual de un grupo de manera visual. Los estados inicial, final y los cambios entre un estado y el otro pueden ser representados con puntos y vectores en la gráfica S-C, donde cada punto de la gráfica representa el resultado promedio de una pregunta de todos los estudiantes.

El factor de concentración puede ser usado de muchas maneras en investigación y aprendizaje. En investigación puede ser utilizado para facilitar el diseño de preguntas efectivas de opción múltiple y para probar el entendimiento conceptual del estudiante.

Para evaluar el grado de efectividad de una pregunta de opción múltiple Morris *et al.* (2006) diseñaron una herramienta de evaluación llamada *IRC* (Item Response Curve, por sus siglas en inglés). Dos de los criterios de evaluación de las preguntas de un examen de acuerdo a este esquema son: a) dificultad de la pregunta y b) efectividad del distractor o modelo alternativo. En el caso de la dificultad de la pregunta se relaciona el porcentaje de estudiantes que no seleccionaron la respuesta correcta, mientras que la efectividad de un distractor se mide por el porcentaje de estudiantes que seleccionan una opción de respuesta particularmente incorrecta.

En una gráfica IR, el eje de las abscisas representa el puntaje total, mientras que el eje de las ordenadas representa el porcentaje de estudiantes que eligieron alguna opción. Cada una de las opciones se visualiza en una subgráfica, que es parte de la gráfica principal, distinguiéndose por un símbolo para cada una de las 5 opciones.

El análisis IRC permite asignar un crédito parcial a la elección de respuestas incorrectas, puede ser una buena herramienta para estudiar las respuestas a las preguntas de un examen de opción múltiple.

### **1.6 Herramienta de evaluación para gráficas en cinemática**

Beichner (1994) diseñó una herramienta para medir el entendimiento de gráficas en cinemática por parte de los estudiantes siguiendo una metodología científica y teniendo como objetivo que el alumno resuelva un problema analíticamente pero aprovechando sus bases conceptuales. Esta herramienta es conocida como Test de Entendimiento de Gráficas en Cinemática (*TUG-K*, por sus siglas en inglés). Este examen de 21 ítems está categorizando en 7 objetivos, los cuales buscan evaluar temáticamente los conceptos fundamentales de cinemática en sus representaciones gráficas, considerando como

opciones los modelos alternos más comunes detectados en los estudiantes. Los objetivos de evaluación del examen son:

1. Dada una gráfica de posición determinar velocidad
2. Dada una gráfica de velocidad determinar aceleración
3. Dada una gráfica de velocidad determinar posición
4. Dada una gráfica de aceleración determinar cambio de velocidad
5. Dada una gráfica de cinemática seleccionar una correspondiente
6. Dada una gráfica de cinemática seleccionar su descripción textual
7. Dada una descripción textual seleccionar una gráfica de cinemática correspondiente

Tras la gestión de este trabajo es posible obtener una taxonomía de dificultades en cinemática que refleja el nivel de entendimiento de los estudiantes en esta área que están reflejados en los objetivos del instrumento.

### **1.7 Uso previo de la herramienta**

El grupo de investigación conformado por Guidugli, Fernández-Gauna y Benegas (2005) diseñó un ciclo cerrado de actividades de aprendizaje activo, adaptado a los recursos locales para enfrentar la dificultad de los estudiantes en la comprensión de conceptos cinemáticos y sus representaciones.

Para evaluar el aprendizaje los investigadores diseñaron una herramienta que retomó algunas preguntas del *TUG-K*, desarrollado por Beichner (1994). Los ítems seleccionados fueron los relacionados con: i) la determinación de la habilidad de los estudiantes en encontrar la aceleración partiendo de una gráfica de velocidad, ii) elección de una gráfica de cinemática y iii) selección de una gráfica correcta dada una descripción escrita del movimiento y viceversa. Guidugli *et al.* (2005) señalan que es difícil erradicar concepciones erróneas que se presentan diariamente y que se requiere una instrucción coherente para desarrollar un marco estable de trabajo.

Sathe (2005) puntualizó que para entender gráficas en cinemática el problema no se ataca por completo entendiendo ecuaciones de cinemática y gráficas, sino que menciona la necesidad de afrontar este problema relacionando áreas bajo la curva en una gráfica de velocidad.

## **1.8 Aprendizaje activo como método efectivo de enseñanza**

Está documentado que muchos estudiantes terminan la instrucción en Física sin un cambio significativo en la comprensión de los fenómenos estudiados (Dykstra, 2008). Algunos estudiantes incluso evidencian haber recibido el conocimiento como una serie de principios a memorizar.

Dykstra considera una práctica diferente de la enseñanza de la Física basada en una explicación diferente de la naturaleza y orígenes del conocimiento y relaciones entre conocedores y conocimiento. Dykstra habla de la percepción piagetiana de un ser humano preocupado por sus predicciones al entendimiento del fenómeno. Cuando las predicciones no concuerdan con los resultados el sujeto responde con un estado desequilibrado.

Para el investigador, una manera de acercarse a la construcción de un nuevo entendimiento es comprometer a los estudiantes a revelar sus propias concepciones aplicando sus predicciones sobre alguna nueva experiencia. Dykstra describe el descubrimiento en clase como una manera de conocer las concepciones del fenómeno que tienen los estudiantes, además, señala que cuando un estudiante se libera de realizar predicciones de su propio entendimiento, se siente libre de revisar la concordancia entre ellas. Es necesario enfatizar que la propuesta de Dykstra sugiere que cada quien tiene la responsabilidad de revisar la propia construcción del conocimiento, observando que los estudiantes terminan la lección con un mayor entendimiento del fenómeno estudiado. El rol del docente aquí se visualiza como el inductor de un clima de desequilibrio conceptual.

Hake (2007) categorizó un curso de física como de compromiso interactivo (IE) y tradicionales (T). En el caso del primero se cuenta con mayor participación del estudiante en actividades con posibilidad de retroalimentación inmediata, mientras que en el segundo caso fueron operacionalmente definidos como los que siguen clases pasivas, que siguen un método algorítmico para resolver problemas de examen. El autor indica que la meta educativa de las instituciones debe evolucionar, ya que de proporcionar una liberación del aprendizaje debe pensar en el aprendizaje centrado en el estudiante.

Redish (2003) analiza modelos de pensamiento para buscar entender los principios cognitivos aplicados en Física. Para poder comprender qué sucede en el salón de clases es necesario mencionar los 5 principios de aprendizaje activo.

1. Principio del constructivismo:

“Los individuos construyen su propio conocimiento haciendo conexiones al conocimiento existente, ellos usan ese conocimiento para crear productivamente una respuesta a la información que reciben”.

2. Principio del contexto: Nos recuerda la no-unicidad de la respuesta cognitiva y coloca el escenario para la descripción de dinámicas de construcción de estructuras mentales.

“Lo que la gente construya depende del contexto (incluyendo su estado mental) “.

3. Principio del cambio: Trata con la dinámica del estado mental. Éste establece que los esquemas no son solamente la manera en que nosotros organizamos nuestras interacciones con el mundo, pero ellos también controlan cómo incorporamos nueva información y experiencias.

Principio: “Es razonablemente fácil de aprender algo que coincide o extiende un esquema existente, pero cambiar sustancialmente un esquema bien establecido es difícil.”

4. Principio de individualidad: Redish afirma que un docente puede verse tentado a indagar qué saben los estudiantes para proveerlos con un ambiente de aprendizaje (clases, demostraciones, laboratorios y problemas) que los lleve de donde se encuentran, a donde se quiere que estén. Él menciona que se sabe que algunos estudiantes logran lo anterior utilizando procedimientos actuales, así que pregunta ¿por qué no hacer que funcione para todos ? Su cuarto principio es una advertencia que sugiere que no debe buscarse una fórmula mágica.

*“Dado que cada individuo construye su propia estructura mental, diferentes estudiantes tienen diferentes respuestas mentales y diferentes acercamientos al aprendizaje. Cualquier población de estudiantes mostrará una variación significativa en un número grande de variables cognitivas.”*

## 5. Principio de aprendizaje social:

Con el quinto principio, Redish va más allá de lo individual y considera las relaciones con los demás como parte de su aprendizaje. Este principio está basado en el trabajo en grupos colaborativos que complementa las ideas de Vygotsky (1978). Estas ideas han tenido un profundo impacto en las teorías modernas de enseñanza y aprendizaje. (Vygotsky 1978) (Johnson 1993). Redish (2003) puntualiza que para muchos individuos, el aprendizaje es más efectivo cuando se realiza por medio de interacciones sociales.

Para D. W. Johnson y F. P. Johnson (2000) la implementación del trabajo colaborativo en el salón de clases necesita el conocimiento de estrategias concretas para comenzar a aplicarlo. El docente debe estar preparado para entender conceptualmente los significados de cada uno de los factores que involucra el trabajo colaborativo.

Una estrategia didáctica que ha explotado y potenciado las cualidades del aprendizaje colaborativo es la implementación de problemas ricos en contexto (PRC), propuestos por Heller y Hollabaugh (1992), quienes adoptan un esquema de trabajo colaborativo debido a que es más efectivo para solucionar problemas complejos y necesita poca atención del instructor.

Los PRC fueron diseñados para enfocar la atención del estudiante en la necesidad de utilizar el conocimiento conceptual de Física como herramienta cualitativa de análisis antes de introducir ecuaciones a un problema. La metodología del grupo de investigación de este artículo fue dar cinco problemas para resolver reuniéndolos por equipos de acuerdo a su habilidad y asignando roles para solucionar un problema mediante la estrategia PRC, estos papeles o roles fueron: a) líder, b) escéptico, c) supervisor/secretario.

El criterio para determinar la mejor solución se basa en la observación de las habilidades para resolver el problema, esto es, el parámetro fue la comparación entre lo observado por quien resuelve el problema y un experto. Los investigadores esperaban encontrar alguna de las siguientes características de un experto al resolver el problema: a) evidencia de entendimiento conceptual, b) utilidad de la descripción, c) relación de ecuaciones con descripción, d) plan razonable y e) progresión lógica. Los autores señalan que en el proceso de justificar sentencias, aclarar ideas y elaborar explicaciones,

los estudiantes profundizan su entendimiento de conceptos y principios físicos, repercutiendo en un proceso de aprendizaje significativo satisfactorio.

### **1.9 Necesidad de una actividad educativa que permita mejorar la comprensión del concepto de área bajo la curva**

Tras reflexionar sobre la idea de Sathe (2005) y comprender la intención de Guidugli *et al.* (2005), es notorio que existe la necesidad de una actividad educativa que permita desarrollar el entendimiento del significado de un área bajo la curva en una cantidad física relacionada con la cinemática que pueda ser evaluada con una herramienta desarrollada científicamente (TUG-K).

Los Tutoriales para Física Introdutoria del Grupo de Investigación de la Universidad de Washington [GIUW] (2002) constituyen una base académica para el diseño de una actividad educativa. La metodología seguida para su diseño permite abordar las concepciones alternas más arraigadas en el estudiante enfrentándolo con sus propias predicciones y generando una solución más razonada a un problema físico. La estructura de presentación y confrontación del estudiante ante el fenómeno hacen que éste utilice su propio razonamiento como estrategia, pasando a segundo plano procesos mecánicos adquiridos previamente. En un tutorial se consideran los siguientes aspectos: procesos cognitivos necesarios para responder la actividad, herramientas matemáticas dominadas y meta educativa a obtener.

El aprendizaje activo de la Física contenido en los tutoriales también comprende un ciclo de aprendizaje conocido como PODS (Sokoloff, 2006), donde se echa mano de pequeños grupos de discusión, observaciones y comparación de resultados con predicciones. Así los estudiantes confrontan sus preconcepciones con la Física del mundo real.

### **1.10 Preguntas de investigación**

1. ¿Puede un test medir efectivamente las habilidades y conocimientos para el manejo de gráficas en cinemática unidimensional?
2. ¿Cuál es el estado conceptual de los estudiantes en gráficas de cinemática antes de cursar Física universitaria?

3. ¿Es factible reconocer las mayores dificultades de aprendizaje de gráficas en cinemática con un instrumento de evaluación?
4. ¿Cuáles son los modelos alternativos que presentan los alumnos al enfrentarse con preguntas que evalúan su dominio de gráficas en cinemática?
5. ¿Cuál es el dominio al que pueden aspirar los estudiantes de Introducción a la Física?
6. ¿Es posible mejorar el estado conceptual inicial de los estudiantes en manejo de gráficas de cinemática con una actividad tipo tutorial?

### **3 Metodología**

#### **2.1 Importancia de la manipulación de herramientas gráficas en cinemática unidimensional.**

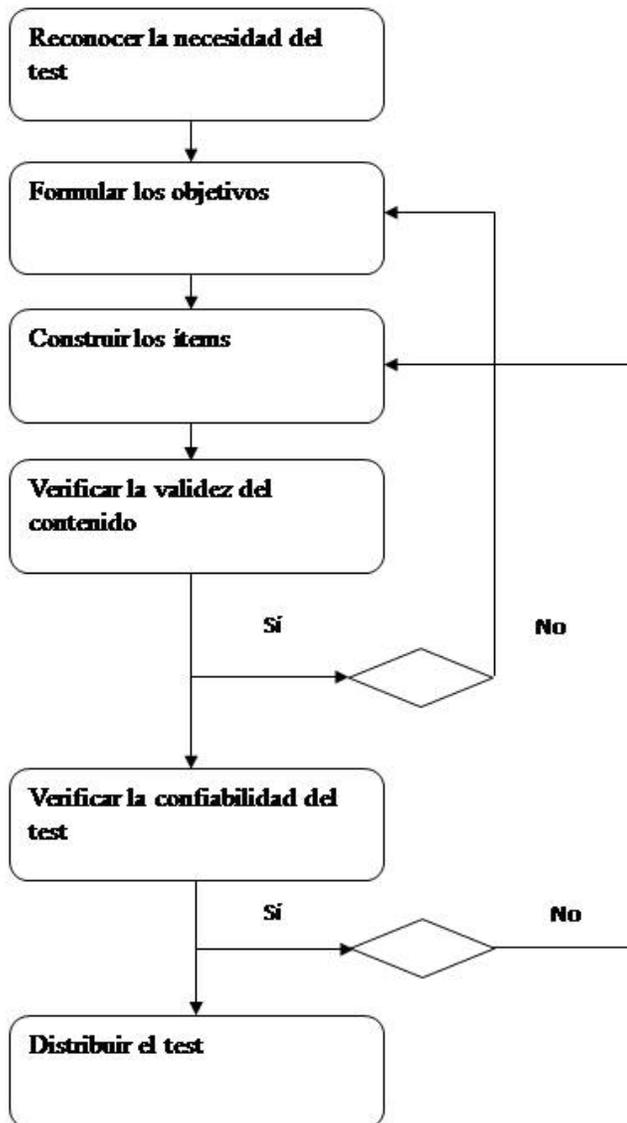
La habilidad para utilizar y entender una gráfica puede ser un factor clave en la obtención del dominio de ciertos contenidos conceptuales científicos. Una de las primeras ocasiones donde el estudiante se enfrenta con gráficas en física es en el tema de cinemática, por ejemplo, cuando el profesor las utiliza para explicar el comportamiento de una partícula en movimiento sobre una línea recta. Sin embargo, el docente puede no tomar en cuenta la carencia del lenguaje matemático que conlleva el entendimiento de las gráficas.

#### **3.2 Instrumento de evaluación de habilidades de manipulación de gráficas en cinemática**

Beichner (1994) diseñó un instrumento que permite obtener un panorama del nivel de dominio con el que cuenta un estudiante, o un grupo de estudiantes, que por primera vez se enfrenta a gráficas en Física, en el contexto de la cinemática unidimensional. Beichner replicó el modelo de evaluación utilizado en otros tests como el FCI (Hestenes, Wells y Swackhamer 1992) y el Mechanics Baseline Test (Hestenes & Wells 1992) en la construcción de este instrumento.

La fase inicial fue la revisión de trabajos previos, donde Beichner observó que las principales dificultades de un estudiante son: i) pensar que una gráfica corresponde a una fotografía de la situación física descrita, y ii) confundir el significado de la pendiente en un punto de gráfica con el de la altura a la que está ubicado el punto de la gráfica. El alumno sabe construir una gráfica de cinemática, más carece de la habilidad analítica para establecer relaciones entre las variables físicas representadas.

La metodología seguida por Beichner para el desarrollo del test fue la siguiente (véase Figura 1):



*Figura 1. Metodología de Beichner.*

### 2.3 Métodos, fuentes de datos y resultados

Se establecieron 7 objetivos de evaluación que permiten conocer el estado del estudiante con relación al manejo de gráficas en cinemática.

Se escribieron 3 preguntas para evaluar cada objetivo, generando un test de 21 ítems. Los objetivos de evaluación se enlistan a continuación:

1. Dada una gráfica de posición-tiempo el estudiante debe determinar la velocidad.
2. Dada una gráfica de velocidad-tiempo el estudiante debe determinar la aceleración.

3. Dada una gráfica de velocidad-tiempo el estudiante debe determinar el desplazamiento.
4. Dada una gráfica de aceleración-tiempo el estudiante debe determinar cambio en la velocidad.
5. Dada una gráfica de cinemática el estudiante debe seleccionar una gráfica equivalente.
6. Dada una gráfica de cinemática el estudiante debe seleccionar una descripción verbal.
7. Dada una descripción de movimiento en forma verbal el estudiante debe seleccionar una gráfica correspondiente a tal movimiento.

Beichner cuidó que el contenido de cada pregunta no fuese demasiado rico en contexto para no distraer al estudiante hacia otros fenómenos físicos que no eran evaluados en el examen y que sus distractores funcionaran como había sucedido con estudiantes en otras pruebas realizadas previamente.

Para validar el contenido -ó responder la pregunta- ¿Puede un test medir efectivamente las habilidades y conocimientos para el manejo de gráficas en cinemática unidimensional? la primera versión del TUG-K se aplicó a estudiantes que ya habían cursado la materia. Estos resultados fueron aprovechados para modificar algunas de las preguntas. Luego se entregaron copias del test a profesores de nivel medio superior y superior para obtener retroalimentación de la propiedad de su contenido, ítems y relación entre ítems y objetivos.

Una versión final del test de Beichner fue escrita con los ítems que mejor discriminaban a los estudiantes de preparatoria, esto es, con las preguntas que revelaron resultados esperados para las poblaciones sujetas a estudio. Si una pregunta era bien respondida por estudiantes expertos y mal respondida por novatos entonces cumplía con el criterio para saber si era un buen ítem.

#### **2.4 Discusión y análisis de ítems individuales**

La calificación promedio de los estudiantes que tomaron por primera vez el TUG-K fue 40%, sin olvidar que el test fue aplicado al final de un curso que cubría los temas

evaluados por el diagnóstico. Esta información demostró que los estudiantes necesitan desarrollar habilidades de comprensión de gráficas en cinemática.

De acuerdo a Beichner, un ítem apropiado es aquel que es respondido correctamente por un alumno de buen desempeño y de manera incorrecta por uno de bajo desempeño. El buen desempeño se establece con la calificación global del test, es decir, las 21 preguntas.

A continuación se presentan algunos hallazgos encontrados por Beichner y que conviene tener presentes para el desarrollo de este trabajo:

1) Para el 25% de los estudiantes que tomaron el test era suficiente cambiar la variable que se encuentra en el eje de las ordenadas para obtener la gráfica derivada de una magnitud dada. Así, este porcentaje de estudiantes encontró poca diferencia entre una gráfica de posición, velocidad y aceleración.

2) Otro error crítico observado fue entender la gráfica como una fotografía del movimiento. Por ejemplo en una gráfica que presenta una línea recta con pendiente positiva los estudiantes la relacionaron a un objeto subiendo una rampa. Con esto se observó falta de deducción de los estudiantes ante la situación física que creía no había sufrido ningún cambio.

3) La dificultad para calcular pendientes se reveló cuando la gráfica no iniciaba en el origen. El estudiante utilizaba correctamente una pendiente cuando el movimiento iniciaba en el origen, pero cuando su posición inicial cambiaba no consideraba el cambio de ordenada.

4) La confusión entre pendiente y área fue otro de los errores observados. El alumno no tiene clara la diferencia entre una operación matemática que permite encontrar el valor de la pendiente (o derivada) y otra que permite encontrar el valor del área bajo la curva (o integral); simplemente utiliza la más conocida, en este caso la derivada, para resolver cualquier problema que involucre una operación matemática a partir de una gráfica.

5) Uso indiscriminado de la relación  $v = d/t$  para cualquier situación. El alumno no es capaz de identificar cuándo es necesario recurrir a esta ecuación y cuándo al cálculo con pendientes y áreas bajo la curva.

Beichner (1994) sugiere utilizar una instrucción donde el alumno pueda predecir formas de gráficas, discriminar información observada en éstas y comparar su propia predicción con los resultados. De esta forma es más factible la autogeneración de un cambio conceptual.

Cuando un estudiante entiende el proceso de construcción de una gráfica de posición vs. tiempo, velocidad vs. tiempo y de aceleración vs. tiempo demuestra que comprende cuantitativamente estos conceptos de cinemática; si además domina las relaciones gráficas y descriptivas entre éstos manifiesta que cuenta con la habilidad analítica que requiere el aprendizaje de la Física Universitaria.

La manipulación de conceptos matemáticos como pendiente y área bajo la curva auxilia en la comprensión del concepto físico en cuestión. La identificación de una gráfica de velocidad vs. tiempo a partir de una de posición vs. tiempo correspondiente implica la utilización del concepto de pendiente, de la misma forma que la identificación de una gráfica de aceleración vs. tiempo a partir de una gráfica de velocidad vs. tiempo. El concepto de área bajo la curva permite identificar una gráfica de posición vs. tiempo a partir de una gráfica de velocidad vs. tiempo y de la misma forma señalar una gráfica de velocidad vs. tiempo a partir de una gráfica de aceleración vs. tiempo. Muchos estudiantes llegan a la universidad con mayor dominio de la pendiente que del área bajo la curva, lo cual les dificulta distinguir cuándo deben aplicar cada operación.

La habilidad de relacionar una descripción verbal con una gráfica cinemática también permite conocer el nivel de comprensión que un estudiante tiene, así como la inversión de la prueba: relacionar una gráfica con una descripción verbal.

## **2.6 Métodos de análisis de confiabilidad y validez de problemas de selección múltiple**

La metodología del análisis de concentración requiere la obtención de los parámetros S (fracción de aciertos) y  $\Gamma$  (concentración de respuestas incorrectas). La gráfica S- $\Gamma$

permite tener una idea de la cantidad de modelos alternativos o incorrectos que manifiesta el grupo antes y/o después de la instrucción.

El parámetro  $S$  se obtiene calculando la fracción de estudiantes que respondieron correctamente cada pregunta, mientras que para el cálculo del parámetro  $\Gamma$  se sigue la ecuación:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{m}-1}{\sqrt{m-1}-1} \times \left( \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m n_i^2 - S^2}}{N-S} - \frac{1}{\sqrt{m-1}} \right) \quad (1)$$

Donde:

$m$ : diferentes opciones del test

$n_i$ : número total de estudiantes que seleccionaron la opción  $i$ .

$N$ : número de estudiantes

$S$ : fracción de estudiantes que respondieron correctamente cada pregunta

Los parámetros Score o puntaje y  $\Gamma$  pueden representarse en gráficas  $S-\Gamma$  como la que se presenta en la Figura 2:

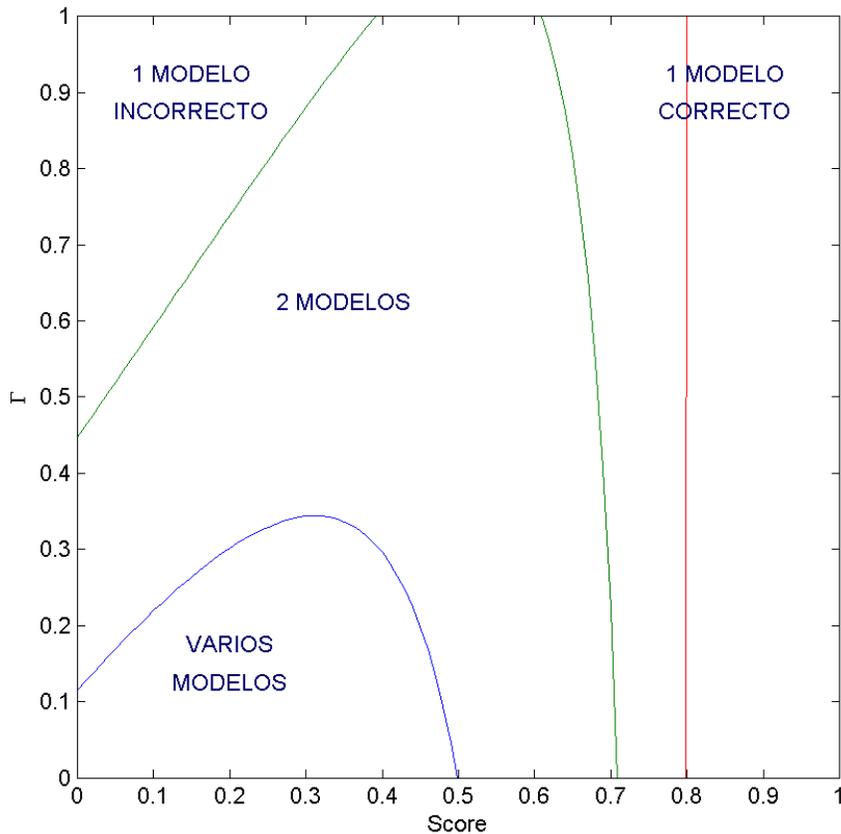


Figura 2. Ejemplo de gráfica S-  $\Gamma$

En la figura 2 pueden distinguirse 4 etiquetas que señalan la cantidad y el tipo de modelos que pueden detectarse a partir de las opciones seleccionadas por los estudiantes –por ítem u objetivo-, éstas son: a) 1 modelo incorrecto, fuera de la región marcada por la línea verde; b) 2 modelos –incorrectos- dentro de la región delimitada por la línea verde; c) varios modelos –incorrectos-, dentro de la zona delimitada por la línea azul y d) 1 modelo correcto o respuesta correcta, dentro de la zona delimitada por la línea roja. La figura 2 puede seccionarse en 4 zonas (véase figura 3), donde un par coordinado con la información ( S,  $\Gamma$  ) se dibuja con un punto. En la zona I un punto puede hallarse en la región de 1 modelo incorrecto o en la región de 2 modelos incorrectos, en la zona II un punto puede hallarse en la región de 2 modelos incorrectos o en la de 1 modelo correcto, en la zona III un punto puede hallarse en la región de 2 modelos incorrectos o en la región de varios modelos y en la zona IV un punto puede hallarse en la región de 2 modelos incorrectos o en la región de 1 modelo correcto. La meta educativa de cualquier instrucción es mover un punto que se localice en las regiones de 1 modelo incorrecto, 2 modelos incorrectos o varios modelos incorrectos a la región de 1 modelo

correcto y que además cuente con un valor de  $\Gamma$  muy pequeño, de esa manera se garantizaría que los alumnos tienen un modelo correcto con muy baja concentración de respuestas incorrectas.

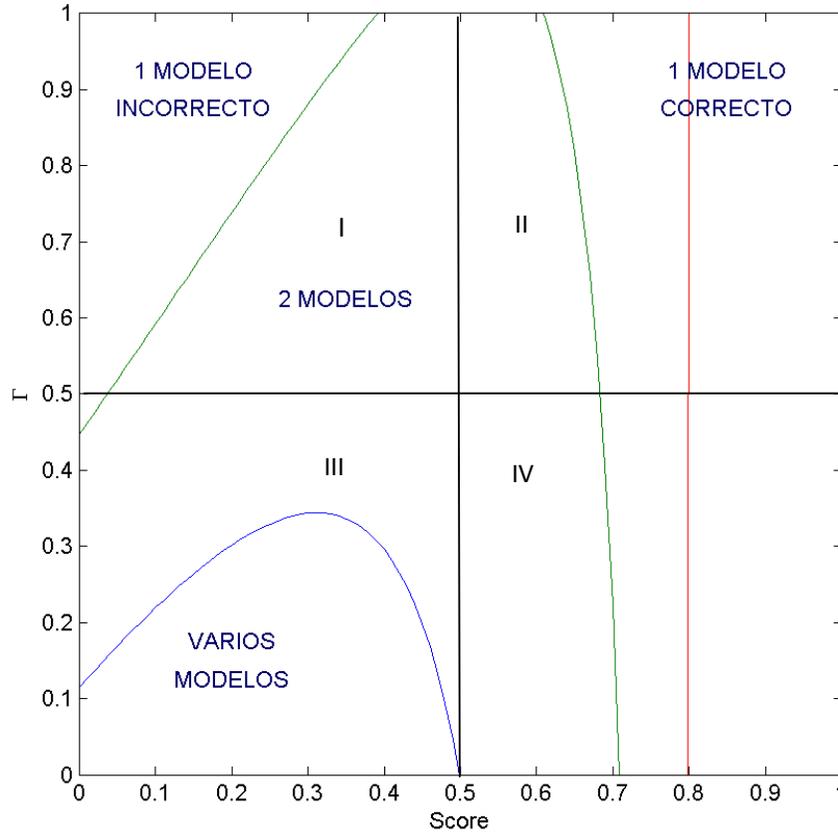


Figura 3. Gráfica S-  $\Gamma$  dividida en zonas

En la figura 4 se grafican los objetivos 1-7, observándose que todos se encuentran en la región de varios modelos incorrectos. En este caso lo deseable es mover los puntos –u objetivos- a la región de 2 modelos incorrectos o de 1 modelo correcto.

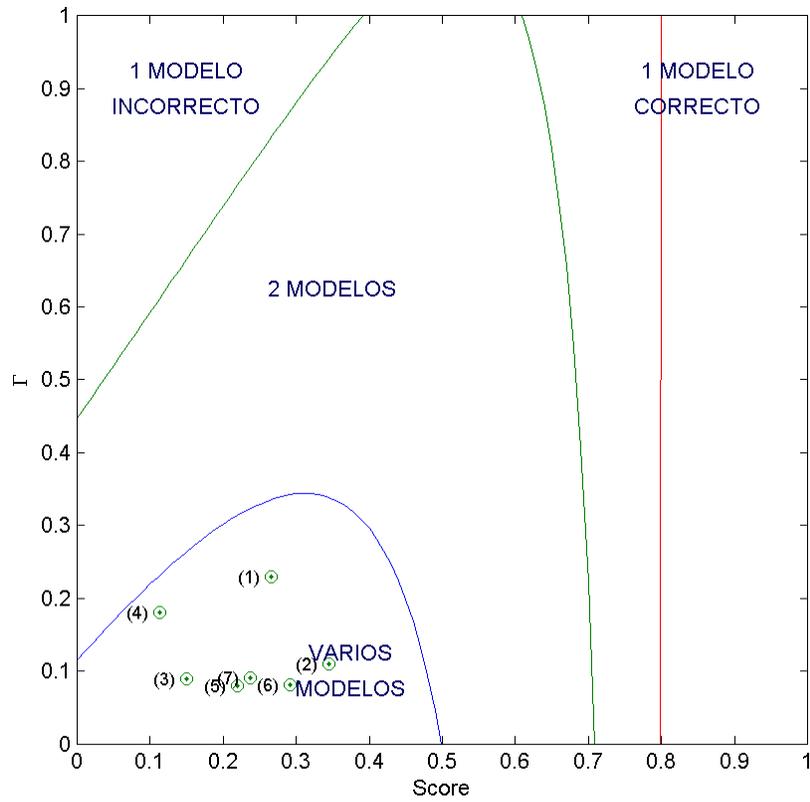


Figura 4. Gráfica S-  $\Gamma$  con distribución no deseada de objetivos

En la Figura 5 se observa una distribución de objetivos entre 2 regiones: 2 modelos y varios modelos incorrectos, localizándose los objetivos 1,2 y 6 en la primera región.

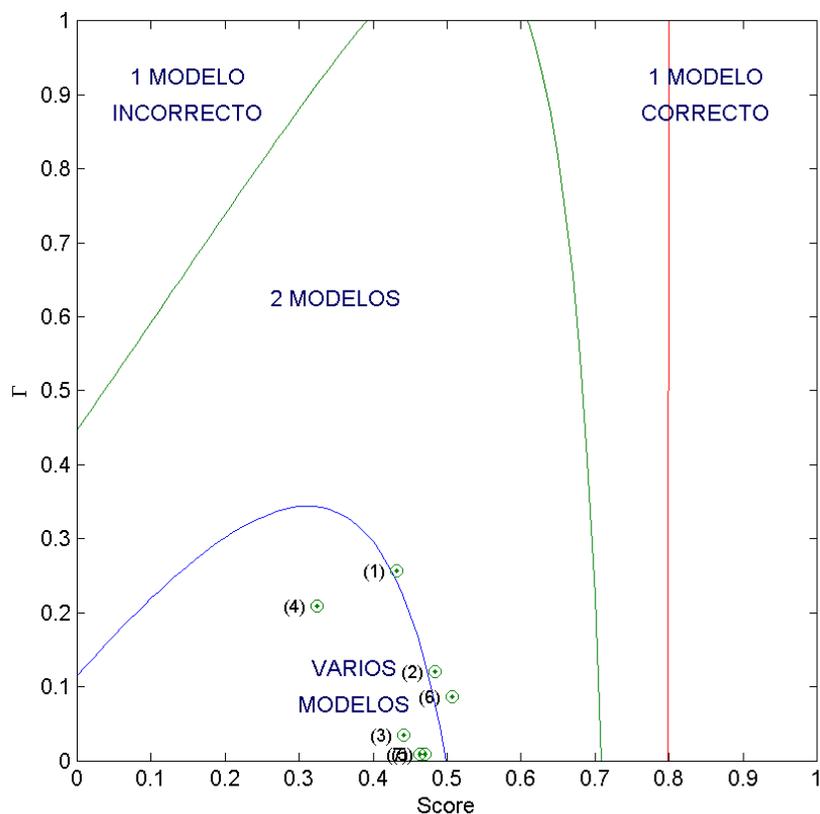


Figura 5. Gráfica S-  $\Gamma$  con distribución deseable de objetivos

Otra técnica de análisis fue empleada con el uso de Item Response Curve (IRC, Curvas de Respuesta al Ítem por sus siglas en inglés). Este método fue utilizado por Morris et al. (2006) para conocer el grado de efectividad de una pregunta. Los parámetros necesarios para generarla son el rango de puntajes posibles de todo el examen (puntaje del examen), conocidos como bins, y el porcentaje de estudiantes que estuvieron en cada rango y en cada opción. Con estas gráficas es posible conocer el comportamiento de todas las opciones de un ítem de opción múltiple, lo que permite adquirir una visión predictiva sobre ítems relacionados. El uso de las IRC puede indicar en algunos casos, que la pregunta debe ser revisada o eliminada. Existen tres tipos de comportamientos en una pregunta que se deben destacar: a) efectiva, b) moderadamente efectiva e c) inefectiva. Estos nombres se toman de la capacidad discriminativa de cada pregunta y se entenderá mejor al revisar algunos casos en la sección de resultados.

La forma de la curva para la primera muestra que la elección de respuesta discrimina fuertemente entre estudiantes de alta y baja habilidad. Un conjunto de opciones con pendientes claramente definidas es una característica de una pregunta eficiente. En

cambio, para una pregunta moderadamente eficiente se observan pocas opciones con pendientes distinguibles. Por último, para identificar una pregunta ineficiente se observan opciones de respuesta con pendientes casi nulas.

Por ejemplo, en la gráfica siguiente puede observarse la representación de una pregunta efectiva.

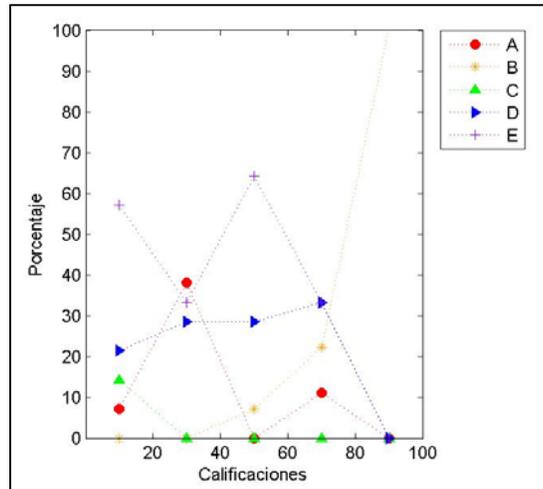


Figura 6. Ejemplo de ítem efectivo de acuerdo a la técnica de IRC

En esta pregunta la opción correcta es la B, que fue seleccionada por cierto porcentaje de cada bin, destacada la preferencia de ella en los bins de mayor calificación. Los modelos alternos tienen pendientes definidas para cada bin, excepto para las poblaciones que eligieron la respuesta correcta.

La figura 7 muestra la distribución de una pregunta moderadamente efectiva, donde se observa una pendiente definida para la opción correcta B, más no para el resto de las opciones, destacando el caso del distractor D.

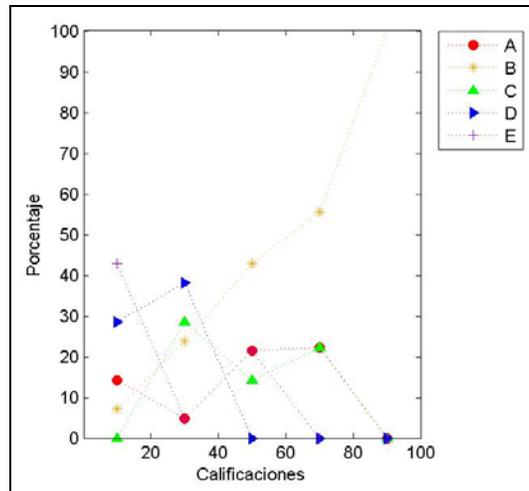


Figura 7. Ejemplo de ítem moderadamente efectivo de acuerdo a la técnica de IRC

En la figura 8 se observa que la opción correcta A tiene una pendiente definida conforme es elegida por los bins altos, mientras que el resto de las opciones tienden a pendientes de valores próximos a cero.

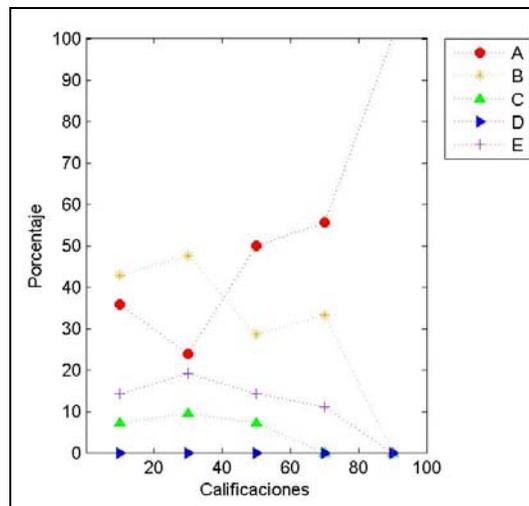


Figura 8. Ejemplo de ítem inefectivo de acuerdo a la técnica de IRC

Se decidió incluir una gráfica de pastel por pregunta para conocer poblacionalmente la popularidad de cada modelo alternativo y de la respuesta correcta, emulando la manera de presentar esa información por el autor original del instrumento TUG-K. Esta representación visual es utilizada de manera simple en cálculos estadísticos, facilitando en muchas ocasiones la toma de decisiones.

## 2.6 Generación de un nuevo instrumento de diagnóstico

### 2.6.1 Depuración de modelos existentes en el TUG-K Original

La intención de analizar el TUG-K persiguió un interés por generar una herramienta de evaluación útil para estudiantes mexicanos de nivel medio superior. El aspecto analizado del TUG-K fue su congruencia entre objetivos similares y entre preguntas que pertenecieran a un mismo objetivo. Desde el principio pudo observarse que existían ítems que no correspondían necesariamente al objetivo en el que se encontraban catalogadas. Con este nuevo estudio y modificación del instrumento de evaluación fue posible elaborar una nueva versión de 26 ítems.

El primer objetivo, *dada una gráfica de posición encontrar una de velocidad*, implica el cálculo de una pendiente para su resolución. Las preguntas pertenecientes a este objetivo en el test original son: 5, 13 y 17. En la pregunta 5 se decidió hacerla similar a la pregunta 6 -del objetivo 2: *dada una gráfica de velocidad encontrar una de aceleración-* e incluir un modelo alternativo de pensamiento del tipo  $x / t$ . En la pregunta 13 se decidió hacerla similar a la pregunta 2 del mismo objetivo.

En el segundo objetivo, *dada una gráfica de velocidad encontrar una gráfica de aceleración*, implica la utilización del concepto de área bajo la curva para su resolución. Las preguntas pertenecientes a este objetivo son: 2, 6 y 7. Las primeras dos se dejaron iguales, mientras que la pregunta 7 fue modificada para hacerla similar a la 17, pero cuidando la inclusión del modelo alternativo con *pendiente negativa* y del modelo  $v/t$ . Estos modelos se incluyeron debido a que para responder la pregunta 17 se necesita dominar la misma operación matemática –cálculo de pendiente- que para la pregunta 7. De esta forma se cumple el objetivo de analizar de manera paralela objetivos similares.

El tercer objetivo, *dada una gráfica de velocidad vs. tiempo encontrar una gráfica de desplazamiento vs. tiempo*, implica la habilidad en la utilización del concepto de área bajo la curva. Las preguntas pertenecientes a este objetivo son: 4, 18 y 20. En el caso de los ítems 4 y 18 se decidió mantenerlos igual, mientras que se eliminó y reemplazó la pregunta 20 por una similar a la 1 -del objetivo 4, *dada una gráfica de aceleración encontrar una de cambio de velocidad-*, donde ahora se incluyó el modelo alternativo que relaciona  $v$  vs.  $t$ . Estos modelos se incluyeron debido a que se necesita comprender el mismo concepto –área bajo la curva- tanto para la pregunta añadida como para la

pregunta 1. De esta forma se cumple el objetivo de analizar de manera paralela objetivos similares.

En el cuarto objetivo, *dada una gráfica de aceleración vs. tiempo determinar el cambio de velocidad*, nuevamente se ve implicada la habilidad de utilizar el concepto de área bajo la curva. Las preguntas pertenecientes a este objetivo son: 1, 10 y 16. La primera pregunta se mantuvo igual, mientras que la 10 se modificó para hacerla similar a la 18 - del objetivo 6, *dada una gráfica de cinemática seleccionar una descripción verbal*-. En el ítem 16 fue necesario incluir el modelo alterno  $a = v/t$  para que la pregunta fuera comparable a la 4 del objetivo 3 -*dada una gráfica de velocidad encontrar una de desplazamiento*- que reemplazó al modelo de aceleración gravitacional. (véase apéndice para consultar la versión original del test).

En el quinto objetivo, *dada una gráfica de cinemática seleccionar una gráfica correspondiente*, se evalúa la capacidad de reconocer una descripción a partir de su gráfica. Las preguntas concernientes a este objetivo son: 11,14 y 15. Las preguntas 11 y 15 se mantuvieron igual, mientras que la 14 fue modificada. En la pregunta 14 se modificaron las pendientes de la gráfica para hacerlas más llamativas y se añadió un modelo alternativo contrario a la respuesta correcta. Se construyó una pregunta nueva - 21 en la versión modificada- para evaluar la relación entre velocidad y desplazamiento con los modelos alternativos de pendientes iguales, y pendientes negativa y positiva. De esta forma se complementaron los modelos del objetivo con la finalidad de hacerlo más acorde con los objetivos anteriores.

En el sexto objetivo, *dada una gráfica de cinemática seleccionar una descripción verbal*, se evalúa la capacidad de relacionar habilidades cuantitativas con cualitativas. Las preguntas de este objetivo son: 3,18 y 20. En la pregunta 3 se cambió la etiqueta del eje de las ordenadas, ya que la palabra *posición* reemplazó a *distancia*. La pregunta 8 se mantuvo igual. En la pregunta 20 se modificó el modelo alternativo *el objeto se mueve con una velocidad que se incrementa uniformemente por el objeto se mueve con una posición que disminuye uniformemente*. Estos cambios fueron necesarios para evaluar el dominio descriptivo de los conceptos de posición, velocidad y aceleración a partir de una gráfica de manera homogénea para las 3 variables.

En el séptimo objetivo, *dada una descripción verbal de movimiento seleccionar una gráfica de movimiento* se evalúa la capacidad de relacionar habilidades cualitativas con

cuantitativas. Las preguntas relacionadas son: 9, 12 y 19. Las primeras dos permanecieron igual, mientras que la 19 fue renombrada como 20 por cuestiones de orden. Las preguntas 22 y 26 fueron incluidas para completar el objetivo, ya que faltaban gráficas con velocidad y aceleración constantes.

## **2.7 Diseño de una actividad tipo tutorial**

### **2.7.1 Tutoriales en Física Introductoria**

Los Tutoriales para Física Introductoria del Grupo de Investigación de la Universidad de Washington [GIUW] (2002) constituyen una base académica para el diseño de una actividad educativa. Cada uno de los tutoriales es resultado de años de investigación de dificultades de aprendizaje en la temática que abordan, con lo cual se ha generado una colección de ellos que permiten aprender Física siguiendo una metodología de aprendizaje activo. La estructura de presentación y confrontación del estudiante ante el fenómeno en cuestión hacen que éste utilice su propio razonamiento como estrategia, pasando a segundo plano procesos mecánicos adquiridos previamente.

### **2.7.2 Diseño de una actividad educativa tipo tutorial**

El primer paso fue fijar un objetivo educativo a cubrir tras haber obtenido resultados de la gestión de este examen -TUG-K modificado-. Con los puntajes obtenidos de la población de expertos se establecieron prioridades en la elaboración del tutorial, el cual permitiría a los alumnos alcanzar un mayor puntaje en la herramienta de evaluación modificada, resultando seleccionados los objetivos 3 y 4 *-dada una gráfica de velocidad determinar posición y dada una gráfica de aceleración determinar velocidad-*.

El segundo paso fue implementar la actividad tipo tutorial generada en algunos grupos aleatoriamente y una actividad educativa relacionada pero que no necesariamente cubría esos objetivos en grupos de control. Se propuso calcular de dos maneras el área bajo la curva de una gráfica cinemática, incluyéndose 4 casos: a) área bajo la curva de una gráfica de velocidad constante, b) área bajo la curva de una gráfica de velocidad variable, c) área bajo la curva de una gráfica de aceleración constante y d) área bajo la curva de una gráfica de aceleración variable. Se tomó como ciclo de aprendizaje la secuencia PODS (Sokoloff, 2006) que induce al estudiante a predecir, observar, describir y sintetizar el problema físico que se le presenta. Las características incluidas de la metodología de un tutorial fueron: 1) la discusión grupal y socrática que debe

confrontar el estudiante y 2) la investigación que soporta el cúmulo de preconcepciones erróneas que aborda el tutorial.

Al estudiante se le presenta un problema de área bajo la curva en una gráfica de velocidad sin expresar abiertamente el concepto asociado a su cálculo. Se le pide que identifique la dimensión del término que aparece en el eje de las ordenadas y que calcule de manera geométrica y cinemática el área bajo la curva, luego se le pide comparar los resultados de ambos métodos y se le pregunta de algún otro concepto de cinemática útil para obtener la velocidad. Este proceso se realizó tanto para velocidad constante como variable con la intención de mostrar ambos casos al estudiante y que desmitifique la idea de una velocidad constante no creciente, además de permitirle generalizar el concepto para cualquiera de los casos. La misma situación se abordó para la aceleración, atacando de manera directa la dificultad que el estudiante tiene de reconocer al cambio de velocidad como la cantidad física asociada al área bajo la curva en una gráfica de aceleración, tanto constante como variable (véase el apéndice III donde se encuentra la actividad tipo tutorial).

### 3. Estado inicial de estudiantes que llegan a la universidad

#### 3.1.1 Diseño de instrumento

Con la revisión hecha al TUG-K (Beichner, 1994) se analizó la existencia de modelos alternos relevantes e irrelevantes en cada conjunto de preguntas asociadas a un objetivo de evaluación.

En el objetivo 1 se cuenta con los modelos alternos:

a)  $v = t / d$

b) Aleatorio

c)  $v = x / t$

d) Lectura directa del valor en el eje de las ordenadas

e)  $v = \Delta x / \Delta t$

y se observó que faltaba probar la preferencia del modelo alterno  $v = \Delta x / \Delta t +$  cuadrícula inicial. Por lo cual se decidió eliminar la opción aleatoria, que poco se relacionaba con el ítem al cual pertenecía respecto al modelo ahora incluido.

En el objetivo 2 se cuenta con los modelos alternos:

- a)  $a = v/t$
- b)  $a = \Delta v/\Delta t$
- c)  $a = \Delta v/\Delta t +$  cuadrícula de velocidad inicial
- d) aceleración = aceleración gravitacional
- e) aceleración = lectura directa de velocidad

y se observó que faltaba probar la preferencia de los modelos alternos:

- i)  $a =$  pendiente negativa de la velocidad
- ii)  $a = v/t$

por lo cual se decidió eliminar el modelo alterno aceleración gravitacional, que poco se relacionaban con el ítem al cual pertenecían respecto al modelo ahora incluido.

En el objetivo 3 se cuenta con los modelos alternos:

- a) desplazamiento =  $t/d$
- b) desplazamiento = lectura directa de velocidad
- c) desplazamiento =  $t * d$
- d) desplazamiento = pendiente de una gráfica de velocidad
- e) desplazamiento = pendiente de información aleatoria

y se observó que faltaba probar la preferencia de los modelos alternos presentados en un conjunto de gráficas con diferentes tipos de velocidad para encontrar desplazamiento. Se decidió eliminar el ítem donde se pedía encontrar el desplazamiento como área bajo la curva para una gráfica de velocidad debido a que probaba modelos alternos muy simples.

En el objetivo 4 se cuenta con los modelos alternos:

- a) Identificación de cambio de velocidad en una gráfica de aceleración creciente.
- b) Identificación de cambio de velocidad en una gráfica de aceleración constante.
- c) Identificación de cambio de velocidad en una gráfica de aceleración decreciente.
- d) Identificación de cambio de velocidad en una gráfica de aceleración creciente no lineal.
- e) Identificación de cambio de velocidad en una gráfica de aceleración decreciente no lineal.
- f) Identificación de mínimo cambio de velocidad en una gráfica con los mismos modelos probados en los incisos a)-e).

Y se observó que faltaba probar la preferencia del modelo alterno  $a = v/t$ , por lo cual se decidió eliminar los modelos alternos:

- Aceleración = aceleración gravitacional.
- Identificación de mínimo cambio de velocidad en una gráfica con los mismos modelos probados en los incisos a)-e), que poco se relacionaban con el ítem al cual pertenecían.

En el objetivo 5 se cuenta con los modelos alternos:

- a) Gráfica de velocidad idéntica a una gráfica de posición vs. tiempo.
- b) Gráfica de velocidad modificada respecto a la respuesta correcta de una gráfica de posición vs. tiempo.
- c) Gráfica de velocidad modificada (constante) respecto a la respuesta correcta de una gráfica de posición vs. tiempo.
- d) Gráfica de velocidad modificada (contraria) respecto a la respuesta correcta de una gráfica de posición vs. tiempo.

Y se observó que faltaba probar la preferencia de los modelos alternos:

i) A partir de una gráfica de velocidad vs. tiempo pedir la correspondiente gráfica de posición vs. tiempo, incluyendo pendientes iguales y contrarias en la de velocidad.

Por lo cual se decidió eliminar los modelos alternos de área bajo la curva no lineal a partir de una gráfica lineal, que poco se relacionaban con el objetivo al cual pertenecían respecto a los modelos ahora incluidos.

En el objetivo 6 se cuenta con los modelos alternos:

a) Identificación de la descripción de velocidad constante como correspondiente a una gráfica de posición creciente.

b) Identificación de la descripción de velocidad cero como correspondiente a una gráfica de posición creciente.

c) Identificación de la descripción de velocidad creciente uniforme como correspondiente a una gráfica de posición creciente.

d) Identificación de la descripción de aceleración creciente como correspondiente a una gráfica de posición creciente.

Dado que faltaba el modelo *el objeto se mueve con una posición que decrece uniformemente* fue incluido en una pregunta del objetivo.

En el objetivo 7 se cuenta con los modelos alternos:

a) Identificar una gráfica de posición vs. tiempo creciente semilineal a partir de una descripción de aceleración constante.

b) Identificar una gráfica de posición vs. tiempo creciente lineal a partir de una descripción de aceleración constante.

c) Identificar una gráfica de posición vs. tiempo creciente no lineal a partir de una descripción de aceleración constante.

d) Identificar una gráfica de posición vs. tiempo creciente no lineal a partir de una descripción de aceleración constante.

e) Modelo aleatorio

- f) Relacionar una gráfica de posición vs. tiempo creciente con una descripción de velocidad constante.
- g) Relacionar una gráfica de velocidad vs. tiempo creciente con una descripción de velocidad constante.
- h) Relacionar una gráfica de velocidad vs. tiempo constante con una descripción de velocidad constante.
- i) Relacionar una gráfica de aceleración vs. tiempo creciente con una descripción de velocidad constante.
- j) Relacionar una gráfica de aceleración vs. tiempo constante con una descripción de velocidad constante.
- k) Relacionar una gráfica de posición vs. tiempo creciente con una descripción de aceleración.
- l) Relacionar una gráfica de velocidad vs. tiempo creciente con una descripción de aceleración.
- m) Relacionar una gráfica de velocidad constante con una descripción de aceleración.
- n) Relacionar una gráfica de aceleración vs. tiempo creciente con una descripción de aceleración.
- o) Relacionar una gráfica de aceleración vs. tiempo constante con una descripción de aceleración.

Y se observó que faltaba probar los modelos alternos (relacionar con los incisos de arriba):

- i) Relacionar una gráfica de posición vs. tiempo constante con una descripción de velocidad uniformemente creciente.
- ii) Relacionar una gráfica de posición vs. tiempo creciente con una descripción de velocidad uniformemente creciente.
- iii) Relacionar una gráfica de velocidad vs. tiempo creciente con una descripción de velocidad uniformemente creciente

- iv) Relacionar una gráfica de aceleración vs. tiempo creciente con una descripción de velocidad uniformemente creciente.
- v) Relacionar una gráfica de aceleración constante con una descripción de velocidad uniformemente creciente.

Estos modelos se relacionan con los modelos alternos descritos como parte de la estructura de este objetivo, correspondiendo la inclusión de los modelos faltantes propuestos a los modelos f), d), g), i) y j) respectivamente.

Por lo cual fueron diseñados un par de ítems que incluyen estos modelos faltantes. Se eligió una población de 96 estudiantes que cursaron previamente Introducción a la Física para observar sus dificultades en gráficas de cinemática después de la instrucción y obtener una taxonomía inicial de éstas.

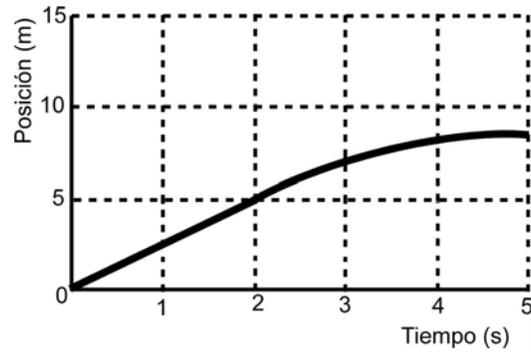
### **3.1.2 Dificultades encontradas en primera instancia**

Después de haber gestionado la herramienta de evaluación a alumnos de Introducción a la Física que estudiaron estos temas de gráficas en cinemática se realizó un análisis con curvas IR y gráficas de pastel. En las últimas se señala la respuesta correcta como el segmento de pastel separado del círculo principal. Los resultados se señalan a continuación:

Una de las preguntas analizadas fue la 5 de la dimensión 1 del test original (Beichner, 1994) que puede observarse en la Figura 1.

**5.-** La velocidad en el instante  $t = 2$  s es:

- (A) 0.4 m/s.
- (B) 2.0 m/s.
- (C) 2.5 m/s.
- (D) 5.0 m/s.
- (E) 10.0 m/s.



*Figura 1.* Ítem 5 del TUG-K

Cuyos modelos son:

- a)  $\Delta t/\Delta x$
- b)  $t$
- c)  $\Delta x/\Delta t$  &  $x/t$
- d)  $x/t$
- e) Valor en gráfica

Los resultados se representan en la Figura 2.

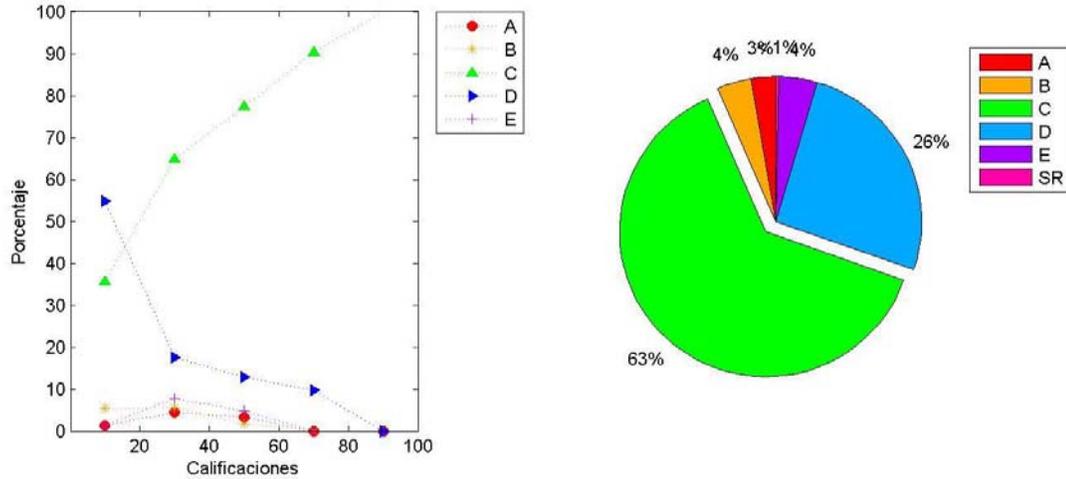


Figura 2. Gráfica IR y de pastel del ítem 5 del TUG-K

donde los modelos alternos a probar se incluyen en los incisos A y B, que están relacionados con los modelos de despeje incorrecto y lectura directa en el eje de las abcisas. Estos modelos no aparecen representados en las respuestas de los estudiantes, donde la opción C es mayoritariamente elegida (63%), al igual que el modelo alternativo representado por la opción D (26%). Así se observa solamente un modelo alternativo en el grupo de estudiantes que se evaluó. La opción C, sin embargo, se puede responder con el modelo incorrecto de  $v = x/t$ .

A continuación se muestra la nueva pregunta 5 que corrige algunas imperfecciones de la original.

5.- La velocidad en el instante  $t = 2$  s es:

- (A) 0.5 m/s
- (B) 8.5 m/s
- (C) 2.5 m/s
- (D) 5.0 m/s
- (E) 10.0 m/s

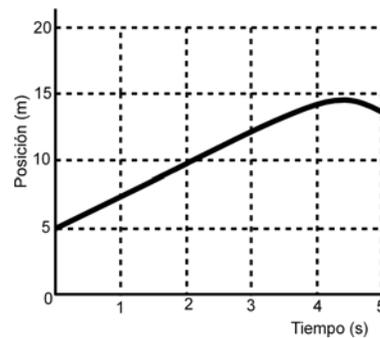


Figura 3. Ítem 5 del TUG-K Modificado

Cuyos modelos existentes se presentan a continuación:

- a) Cuadrícula v/h
- b) Aleatorio
- c)  $\Delta x / \Delta t$
- d)  $x/t$
- e) Valor en gráfica

Cuyos resultados se presentan en la Figura 4.

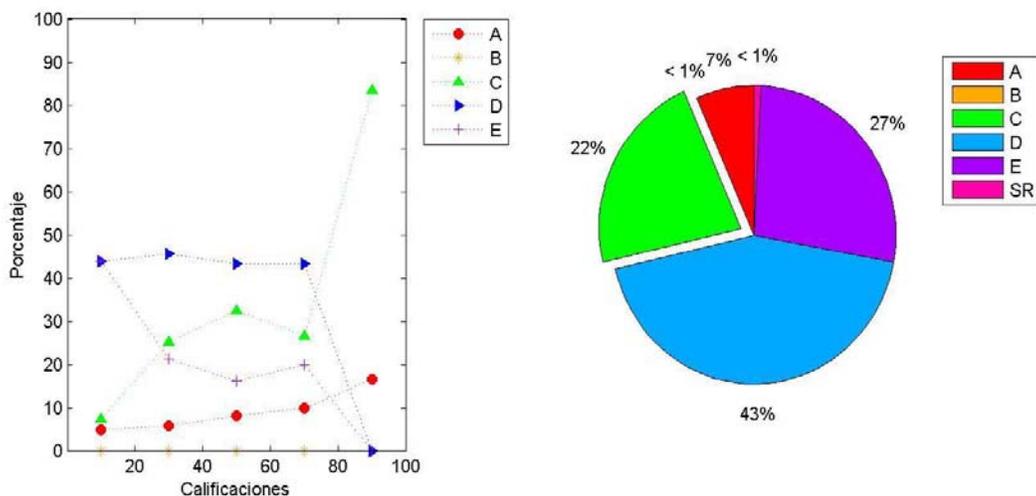


Figura 4. Gráfica IR y de pastel del ítem 5 del TUG-K Modificado

Al analizar los resultados de esta nueva pregunta se observa que ahora se tienen dos modelos alternativos presentes. Por lo que la nueva pregunta permite refinar el diagnóstico identificando de mejor manera las preferencias de los estudiantes, determinando quienes realmente distinguen entre velocidad media y una división directa entre posición y tiempo.

Otra pregunta cuyos modelos alternos fueron modificados es la 7 del objetivo o dimensión 2.

7.- La gráfica adjunta muestra el movimiento de un objeto que se mueve en línea recta. En el instante  $t = 65$  s, la aceleración instantánea del objeto tiene un valor aproximado de:

- (A)  $1.0 \text{ m/s}^2$ .
- (B)  $2.0 \text{ m/s}^2$ .
- (C)  $9.8 \text{ m/s}^2$ .
- (D)  $30 \text{ m/s}^2$ .
- (E)  $34 \text{ m/s}^2$ .

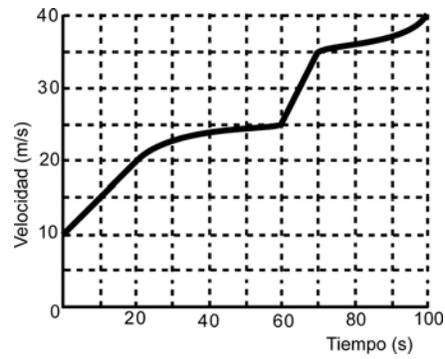


Figura 5. Ítem 7 del TUG-K

Cuyos modelos detectados son:

- a)  $\Delta v/\Delta t$
- b)  $\Delta v/\Delta t$  (cuadros)
- c) Aceleración gravitacional
- d) Valor en gráfica
- e) Modelo aleatorio

Y que en el TUG-K Modificado cuenta con los mismos modelos a excepción del C), que fue reemplazado por  $v/t$ .

Las curvas IR y gráfica de pastel del ítem 7 del TUG-K Original se presentan en la Figura 6, mientras que las del TUG-K Modificado en la Figura 7.

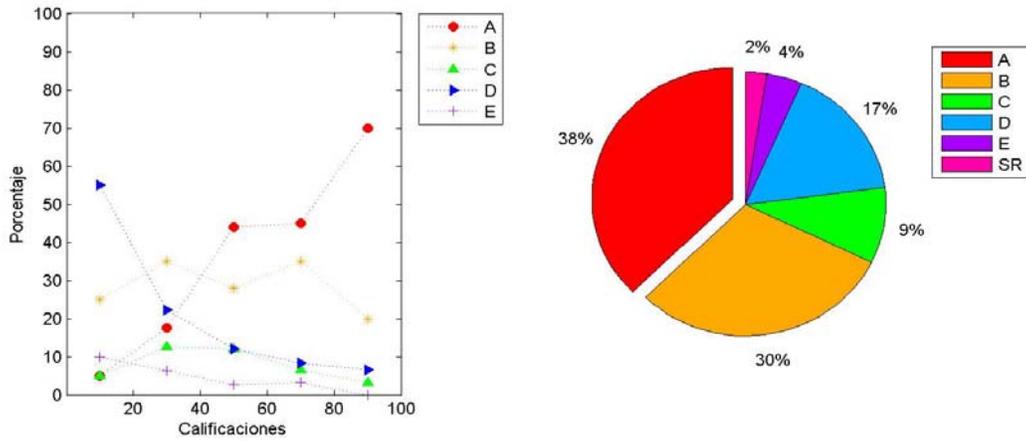


Figura 6. Gráfica IR y de pastel del ítem 7 del TUG-K

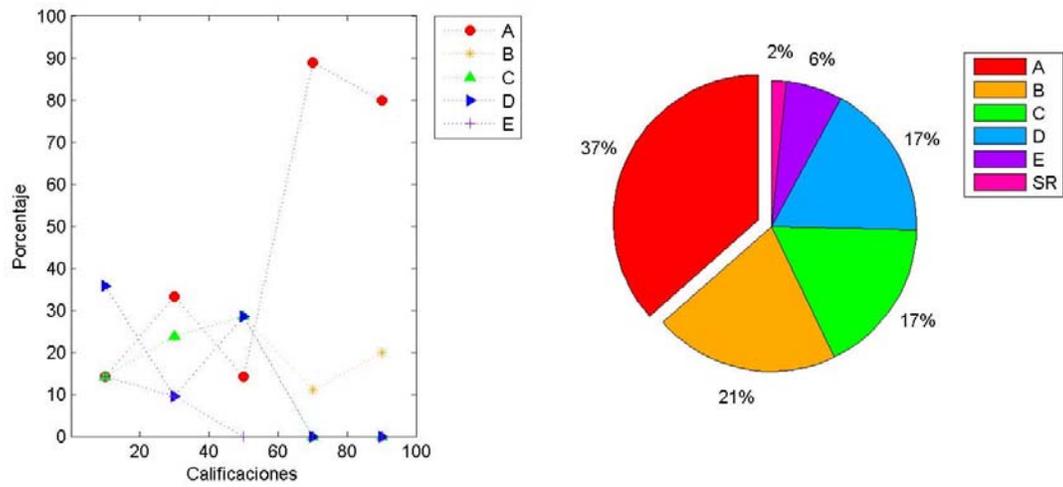


Figura 7. Gráfica IR y de pastel del ítem 7 del TUG-K Modificado

donde el modelo alternativo a probar se incluye en el inciso C, que está relacionado con el cálculo directo de aceleración sin considerar deltas. Estos modelos no aparecen representados en las respuestas de los estudiantes, donde la opción A es mayoritariamente elegida (38%), al igual que el modelo alternativo representado por la opción B (30%). Así se observa solamente un modelo alternativo en el grupo de estudiantes que se evaluó. La opción C anterior fue reemplazada por una más relacionada con las directrices del test.

En la figura 7 se distingue que el modelo C –añadido- funcionó como ítem atrayendo alumnos, ganando un 8% de diferencia de captación.

El paralelismo entre objetivos fue probado con ítems como las preguntas 2 y 13 de los objetivos 2 y 1 respectivamente.

2.- ¿Cuándo es más negativa la aceleración?

- (A) Desde R hasta T.
- (B) Desde T hasta V.
- (C) En V.
- (D) En X.
- (E) Desde X hasta Z.

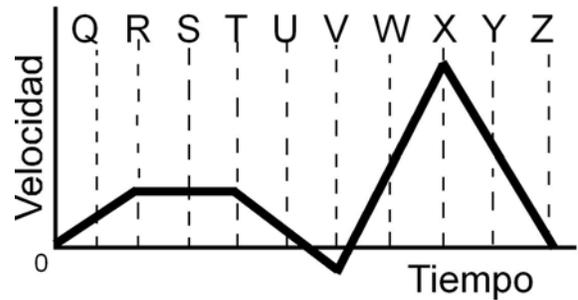


Figura 8. Ítem 2 del TUG-K.

Cuyos modelos son:

- a) Pendiente constante
- b) Pendiente negativa
- c) Valor más negativo
- d) Valor más positivo
- e) Pendiente más negativa.

13.- La gráfica presenta el movimiento de un objeto en línea recta ¿Cuándo es más negativa su velocidad?

- A) De P a Q
- B) En I
- C) De M a P
- D) De G a I
- E) En P

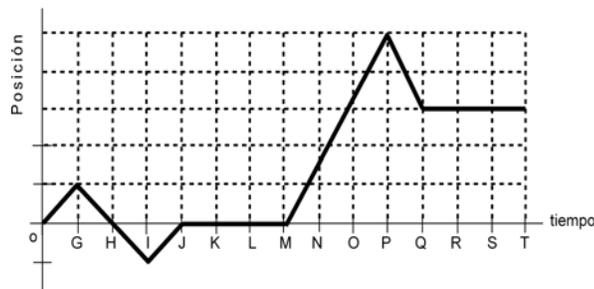


Figura9. Ítem 13 del TUG-K Modificado

Cuyos modelos son:

- a) Pendiente más negativa
- b) Valor más negativo
- c) Pendiente positiva
- d) Pendiente negativa
- e) Valor más positivo

Las curvas IR y gráficas de pastel se presentan en la Figura 10:

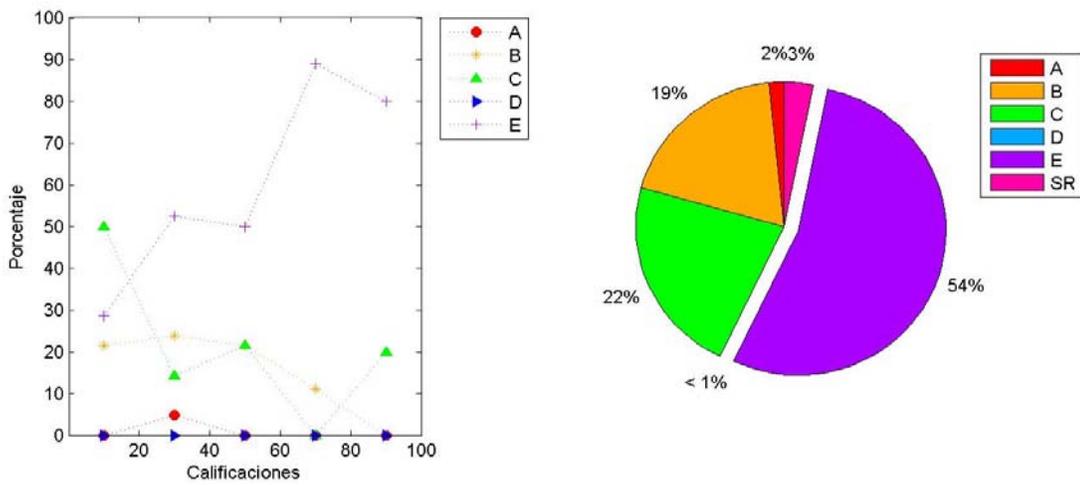


Figura 10. Gráfica IR y de pastel del ítem 2 del TUG-K

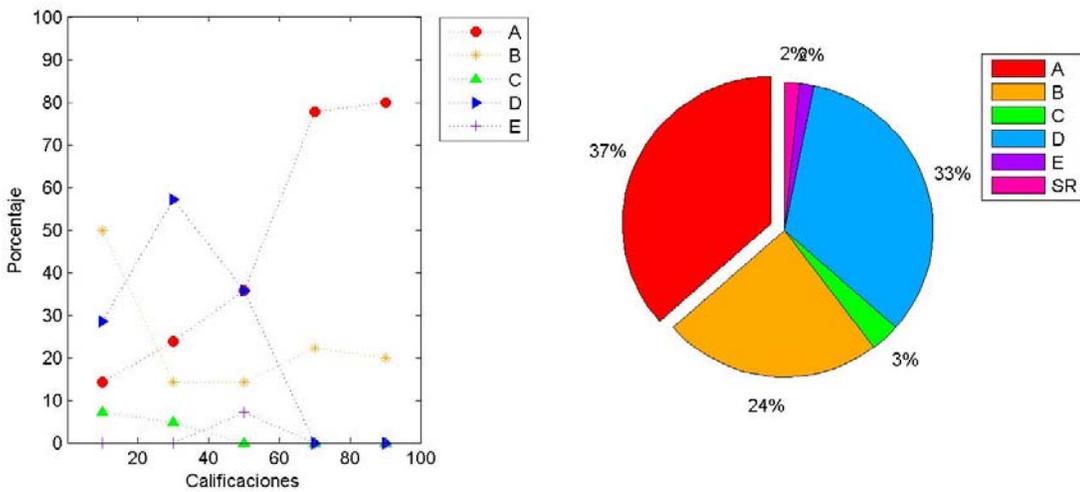


Figura 11. Gráfica IR y de pastel del ítem 13 del TUG-K Modificado

Se modificaron por paralelismo preguntas de los objetivos 1 y 2, relacionadas con el concepto de pendiente negativa y determinación de velocidad y aceleración respectivamente. Observamos que la pregunta 2 del objetivo 1 no era discriminante de acuerdo a la curva IR de la Figura 10, así que incluimos una pregunta similar a la pregunta 13 del objetivo 2 para que nos permitiera determinar con mayor precisión los modelos incorrectos más comunes. Los modelos C y D de las preguntas 2 y 13 respectivamente muestran una preferencia por el modelo *pendiente negativa sin atender la magnitud de ésta*. En la pregunta 2 el modelo C presenta un 22% de aceptación, mientras que el modelo D de la pregunta 13 un 33% de captación de estudiantes.

La pregunta 18, del objetivo 3, se cambió para que tuviera los mismos modelos que la 4 del mismo objetivo. Por ello se comparan sus resultados en las figuras 8 y 9, observando una mayor funcionalidad en el modelo B -velocidad como área bajo la curva-. En el TUG-K Modificado el ítem 18 ahora es el 19.

**18.-** Para calcular la distancia recorrida durante el intervalo de tiempo comprendido entre  $t = 0$  s y  $t = 2$  s haciendo uso de la gráfica siguiente, debemos:

- (A) Leer 5 directamente del valor de la ordenada en el eje vertical.
- (B) Hallar el área encerrada bajo la curva mediante la expresión  $(5 \times 2)/2$ .
- (C) Hallar la pendiente de dicha curva dividiendo 5 entre 2.
- (D) Hallar la pendiente de dicha curva dividiendo 15 entre 5.
- (E) No se da suficiente información para poder responder.

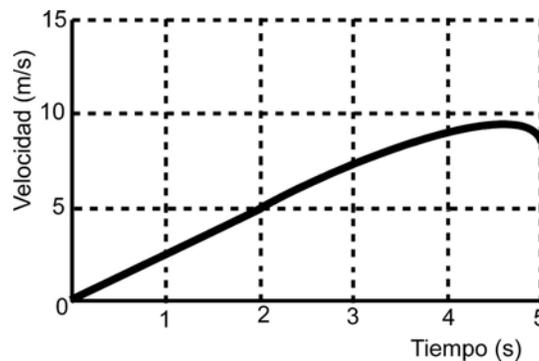


Figura.12. Ítem 18 del TUG-K

Las curvas IR y gráficas de pastel se presentan en la Figura 13.

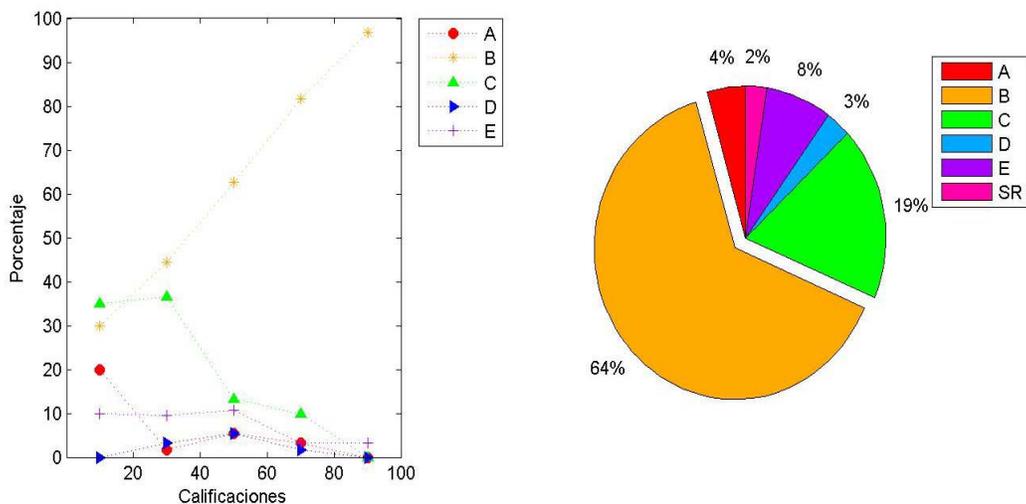


Figura 13. Gráfica IR y de pastel del ítem 18 del TUG-K.

Las curvas IR y gráficas de pastel se presentan en la Figura 14.

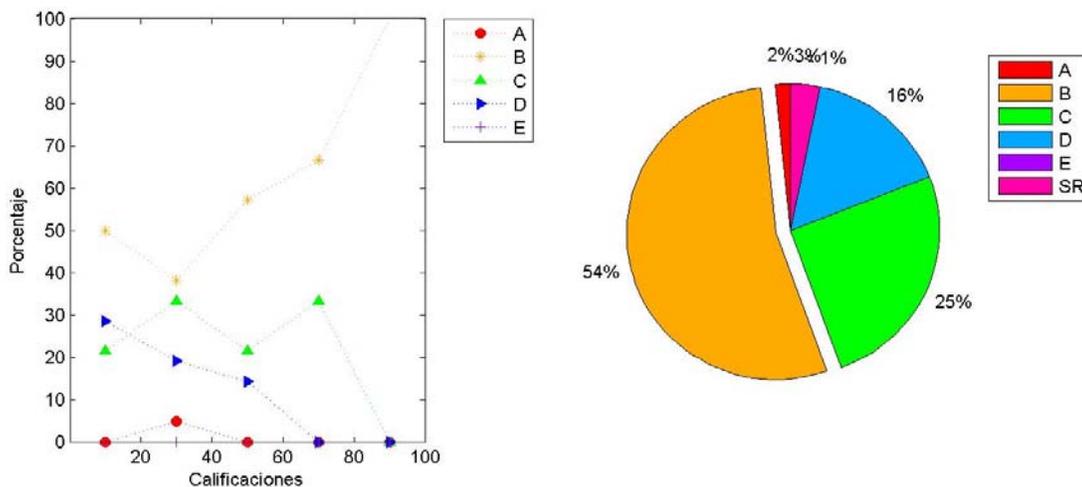


Figura 14. Gráfica IR y de pastel del ítem 19 del TUG-K Modificado.

Puede observarse que la respuesta correcta acapara la mayoría de las preferencias en ambos casos, esto es un 64% y un 54% respectivamente, sin embargo, el modelo *pendiente* ocupa un segundo lugar en preferencias cuando el concepto necesario es *área bajo la curva*. En la pregunta 18 del TUG-K (Beichner, 1994) este modelo tiene un 19%

de aceptación, mientras que en el TUG-K Modificado el ítem 19 tiene un 25% de predilección.

Una pregunta que nos permite probar la claridad en la aplicación de operaciones es la pregunta 10 de la dimensión 4.

10.- Si quisieras conocer el cambio en velocidad durante el intervalo de  $t = 0$  a  $t = 3$  s en la gráfica siguiente deberías:

- (A) Encontrar el área que abarca el segmento de línea y el eje del tiempo calculando  $(10 \times 3)/2$ .
- (B) Encontrar la pendiente del segmento de recta dividiendo 10 entre 3.
- (C) Leer 10 directamente del eje vertical.
- (D) Hallar el valor dividiendo 3 entre 10.
- (E) Encontrar el valor multiplicando 10 por 3.

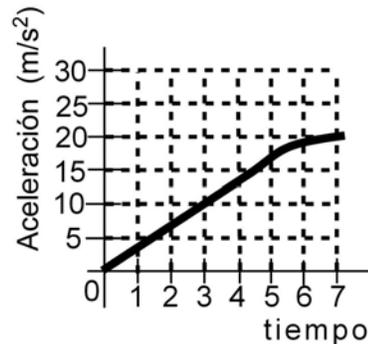


Figura 15. Ítem 10 del TUG-K

La curva IR y gráfica de pastel se presentan en la Figura 16:

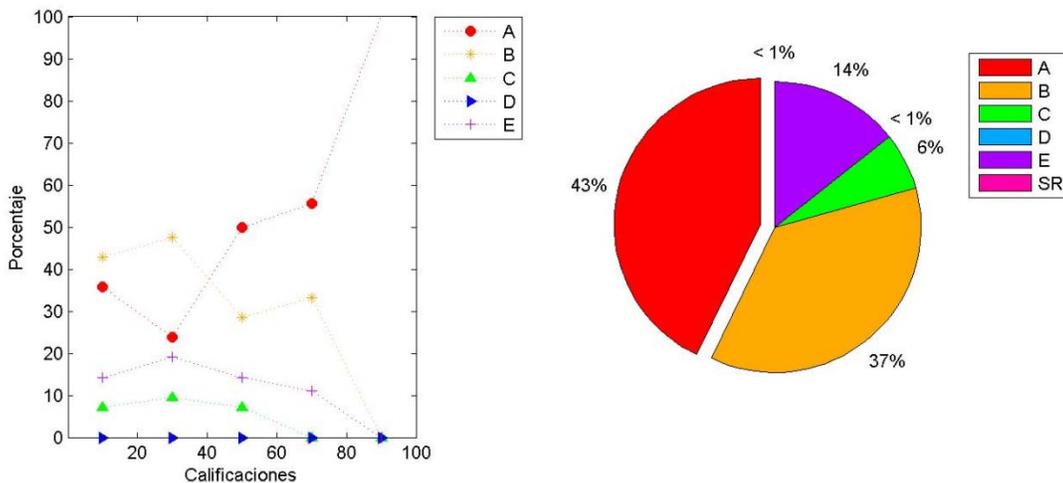


Figura 16. Gráfica IR y de pastel del ítem 10 del TUG-K

La respuesta correcta capta al 43% de los estudiantes, mientras que el modelo alterno de pendiente atrae al 37% de los estudiantes. Con este tipo de ítems comprobamos que el

alumno puede elegir la opción de área bajo la curva cuando es necesario utilizar el concepto de pendiente.

Las principales dificultades que presentaron los alumnos después de la primera aplicación del examen modificado fueron:

- 1) Despeje de ecuaciones: El alumno no despeja correctamente a partir de la ecuación de velocidad  $v = d/t$ . Si se le pide una distancia únicamente intercambia variables, entendiendo la ecuación resultante como  $d = v/t$ .
- 2) Lectura directa del eje de ordenadas. Si se le pide una gráfica de velocidad a partir de una gráfica de posición, por ejemplo, el alumno supone que son iguales, por lo cual elige una gráfica de la misma apariencia donde sólo cambia la variable.
- 3) Lectura de movimiento de un objeto pensando que la gráfica es una fotografía del movimiento. Esto es, si el alumno ve la gráfica de una pendiente cree que el objeto rodará o está rodando por una pendiente.
- 4) Falta de comprensión del término “cambio de velocidad”. El alumno no distingue que se trata de la diferencia de velocidades y no de una velocidad determinada.
- 5) Falta de identificación de la ecuación  $a = \Delta v / t$ , el alumno la interpreta como  $a = v / t$ .
- 6) Tendencia a elegir opciones donde utilicen más relaciones en términos de cálculo diferencial que integral.
- 7) Indistinción entre el uso de pendiente negativa o positiva como una razón de cambio. El alumno prefiere utilizar la positiva aún cuando no sea la más indicada para el fenómeno.

### **3.3 Aplicación de examen modificado a población de expertos.**

Con la finalidad de determinar indicadores para el dominio de las diferentes habilidades evaluadas por el TUG-K modificado, se aplicó el instrumento a 63 estudiantes de Ingeniería Física de quinto semestre. Para los fines de este trabajo, estos alumnos son definidos como expertos dado que tienen y han utilizado durante dos años su

experiencia y aptitudes en temáticas avanzadas de Física; con sus puntajes se estableció el umbral de dominio que debería alcanzar un estudiante de Introducción a la Física o estudiante novato.

Los estudiantes expertos o de Ingeniería Física dominan las ideas de representaciones gráficas y las utilizan habitualmente en sus estudios, mientras que los estudiantes de Introducción a la Física carecen de habilidades para manipular representaciones gráficas, tienen un primer acercamiento formal con ellas en el curso. Además los estudiantes que cursan Introducción a la Física son de carreras de otras ingenierías que no llevarán materias avanzadas de física en su carrera.

En la Tabla 1 se pueden leer los puntajes obtenidos por estudiantes expertos en el TUG-K Modificado.

Tabla 1

*Puntaje de la población de expertos por dimensión*

Dimensión	Puntaje de expertos
1	0,76
2	0,81
3	0,68
4	0,65
5	0,77
6	0,79
7	0,75

Se considerarán los puntajes de expertos como los umbrales o metas a lograr con estudiantes que cursan la materia de Introducción a la Física. De tal forma que se considerará una instrucción lograda cuando los estudiantes tengan un puntaje igual o superior al de expertos.

La distribución de cantidades de modelos incorrectos predominantes en la población de expertos se muestra en la Figura 17.

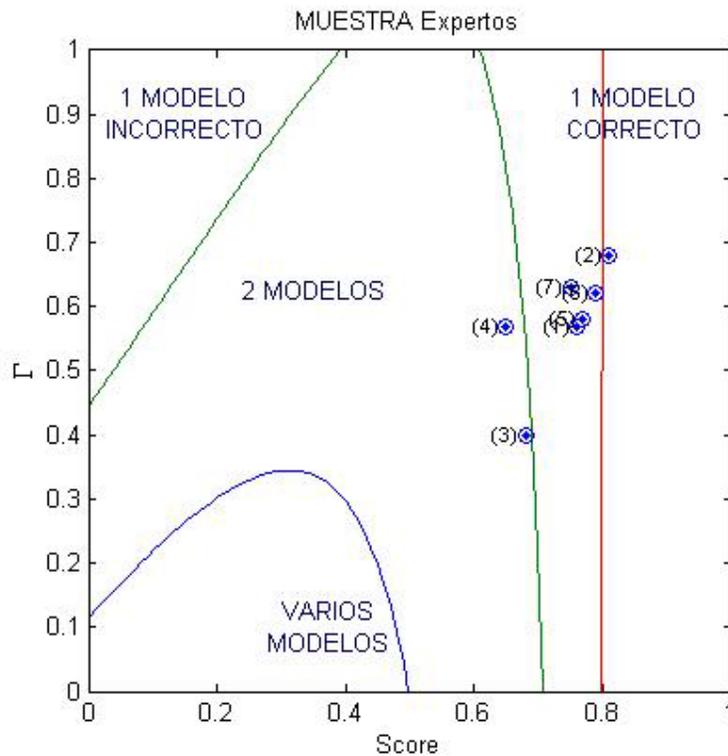


Figura 17. Gráfica S- $\Gamma$  de la muestra de expertos

Esta población cuenta con altos puntajes para cada uno de los ítems. Estos puntajes se concentran en la zona media de la gráfica, donde se observa una vecindad cerca del modelo correcto para cada ítem. Sólo 2 dimensiones, la 3 y 4, se presentan en la frontera de la región de 2 modelos incorrectos y 1 correcto, por lo que estos puntajes son útiles para delimitar la meta educativa a obtener. Además, estas dimensiones tienen valores de  $\Gamma$  más bajos que las demás dimensiones, lo cual implica una menor concentración de respuestas incorrectas para los mismos objetivos.

### 3.4 Evaluación del estado inicial de estudiantes que ingresan a Introducción a la Física

Se evaluó el conocimiento previo de 196 alumnos novatos inscritos en la materia de Introducción a la Física para sentar información de base antes de la intervención educativa. Estos resultados se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2

*Puntaje de la población de novatos antes de la instrucción*

Dimensión	Puntaje PRE
1	0,29
2	0,26
3	0,26
4	0,23
5	0,23
6	0,34
7	0,27

Las dimensiones más bajas en puntaje fueron la 3,4 y 5, registrando un puntaje de 0,26, 0,23 y 0,23 respectivamente. Las dimensiones elegidas como objetivo para la generación de la actividad tipo tutorial fueron la 3 y 4, dado que requieren el dominio de la misma habilidad matemática *Obtención y aplicación del concepto de área bajo la curva*. La dimensión 5 corresponde a la aplicación general de todos los conceptos físicos involucrados en el test, por lo que mejor se decidió empezar a atacar dificultades fundamentales. El fenómeno distinguido aquí fue detectado previamente, estos resultados corresponden a los alumnos del periodo en que se decidió intervenir educativamente con la gestión de la actividad tipo tutorial.

La asociación de los parámetros Score o puntaje y  $\Gamma$  permite relacionar la fracción de estudiantes que dan la respuesta correcta con la concentración de respuestas incorrectas.

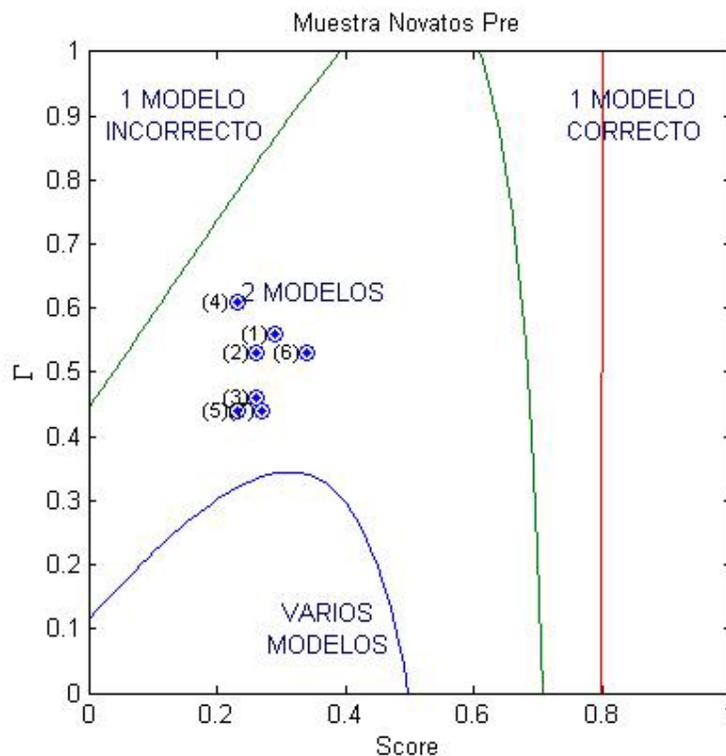


Figura 18. Gráfica S- $\Gamma$  de la muestra de novatos

Esta población tiene valores de puntajes bajos para cada dimensión, situándose en la región de 2 modelos y localizándose cerca de la región de varios modelos o zona de aleatoriedad. Las dimensiones con mejor puntaje son: 6, 1 y 7. Las dimensiones de menor puntaje son 5, 4 y 3. Los valores de  $\Gamma$  para las 7 dimensiones van del rango de 0,44 a 0,61, siendo las dimensiones más bajas en este rubro la 5 y 7.

### 1.11 Implementación de actividad educativa

Se intervino en la instrucción de 197 alumnos. Se incluye en el apéndice C la actividad tipo tutorial que resolvieron los estudiantes de Introducción a la Física. Esta actividad educativa fue diseñada para sesiones de clase con duración de 50 minutos.

#### 3.4.1 Análisis de resultados en el TUG-K Modificado de grupos con intervención educativa.

La instrucción de los estudiantes novatos fue intervenida con la implementación de la actividad tipo tutorial, observándose un aumento en los puntajes de las preguntas de las dimensiones 3 y 4.

Los valores se muestran en la Tabla 3:

Tabla 3

*Puntajes obtenidos por las poblaciones de expertos y novatos en las preguntas directrices de la actividad tipo tutorial*

ELEMENTOS ASOCIADOS A LA ACTIVIDAD

<u>Población</u>	<u>Estudiantes de Introducción a la Física</u>		<u>Expertos</u>
N			
Pregunta	Pre	Post	Puntaje
4	0,14	0,42	0,71
19	0,16	0,68	0,78
23	0,15	0,37	0,54
1	0,05	0,15	0,49
10	0,22	0,58	0,79
16	0,13	0,36	0,67

La columna *Pre* muestra el puntaje obtenido por los estudiantes novatos antes de la instrucción, mientras que la columna *Post* el puntaje alcanzado después de la instrucción. Las preguntas 4,19 y 23 evalúan el contenido del objetivo 3, mientras que las preguntas 1,10 y 16 el contenido del objetivo 4. La primera pregunta de la tercera dimensión es el ítem 4, donde se observa una diferencia considerable entre la población de expertos y novatos. Los expertos tienen un puntaje de 0,71, mientras que los novatos tienen un puntaje de 0,14. Después de la instrucción se avanza en la cobertura de esta diferencia, ya que los novatos alcanzan un puntaje de 0,42. Éste fue el ítem con la

segunda mejor diferencia de puntaje antes y después de la instrucción, el valor de esta diferencia es de 0,28.

La segunda pregunta de la tercera dimensión es el ítem 19. Los expertos alcanzan un puntaje de 0,78, los novatos tienen un puntaje de entrada de 0,16. Después de la instrucción la situación cambia, ya que los novatos obtienen un puntaje de 0,68. Este ítem obtuvo la mejor diferencia de puntaje antes y después de la instrucción, con un valor de 0,52.

La última pregunta de la tercera dimensión indica un puntaje de 0,54 para los expertos, mientras que para los novatos 0,15 antes de la instrucción. Después de la instrucción los novatos alcanzaron un puntaje de 0,37.

Las preguntas de la cuarta dimensión son: 1, 10 y 16. En la pregunta 1 los expertos obtuvieron un puntaje de 0,49, mientras que los novatos obtuvieron un puntaje Pre de 0,05. Después de la instrucción los novatos obtuvieron un puntaje de 0,15.

En el ítem 10 los expertos tuvieron un puntaje de 0,79, en contraste con los novatos con un puntaje Pre de 0,22. En el puntaje Post los novatos consiguieron un puntaje de 0,58. Este ítem obtuvo la segunda mejor diferencia de puntaje antes y después de la instrucción, con un valor de 0,36.

La pregunta 16, última de la cuarta dimensión, tuvo un puntaje de 0,67 para los expertos y de 0,13 para alumnos novatos. Los resultados Post mostraron mejora en puntajes, obteniendo éstos 0,36.

El objetivo general de esta actividad educativa es disminuir la distancia entre las dimensiones de los expertos y los novatos, lo cual nos aproximaría a llevar a los estudiantes con dificultades en el aprendizaje de gráficas en cinemática a un entendimiento de éstas. Las dimensiones 3 y 4 tienen diferencias de puntaje entre expertos y novatos de 0,46 y 0,42. Es obligatorio empezar a trabajar desde ahí para el diseño de la actividad tipo tutorial ya que se observó que los estudiantes novatos tienen mayor dominio del concepto de pendiente que del de área bajo la curva, que son las competencias de las dimensiones antes mencionadas.

### 3.5 Discusión

Antes de la implementación de la actividad tipo tutorial se reconoció con una prueba diagnóstica el estado conceptual de los alumnos, para ello se utilizó la herramienta de evaluación TUG-K Modificado (veáse Figura 17).

La zona idónea es la parte baja de la gráfica, lo más cerca posible de la región *1 modelo correcto*. Mover el conjunto de puntos a esta zona sin pasar por la región de *varios modelos* es un reto educativo interesante. Es preferible que el alumno tenga 2 modelos alternos identificables a que cuente con varios modelos alternos posiblemente no identificables.

Después que los estudiantes resolvieron la actividad tipo tutorial respondieron nuevamente el TUG-K Modificado, alcanzando nuevos puntajes reportados en la Figura 18:

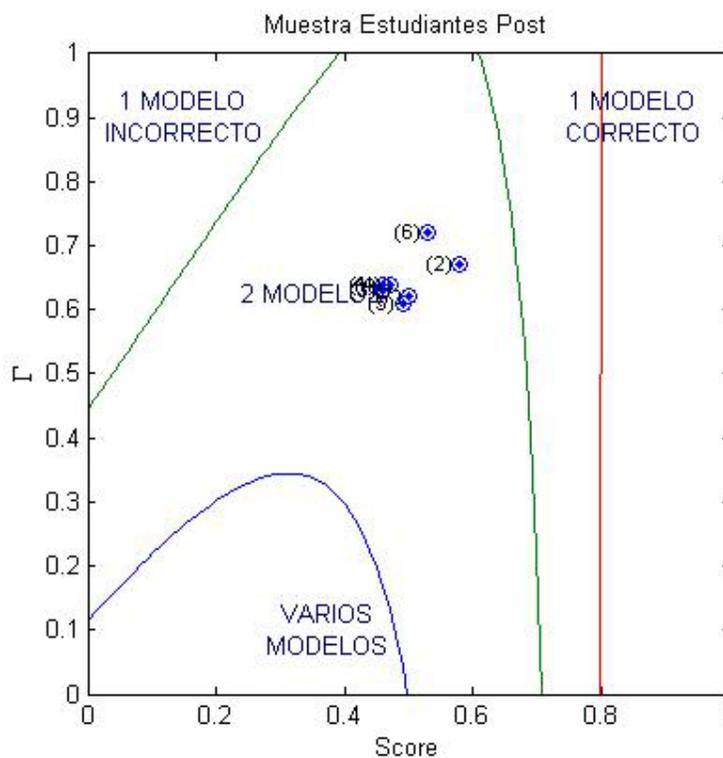


Figura 18. Gráfica S-T de la muestra de estudiantes de Introducción a la Física

Se distingue un mayor puntaje después de la instrucción que antes de la instrucción. Entre más cerca se ubiquen los puntos de la línea de 1 modelo correcto más efectiva

será la actividad tipo tutorial. El corrimiento horizontal implica un mejor resultado en la herramienta de evaluación utilizada. En la Tabla 4 se presenta un resumen de los valores de puntajes y concentración de respuestas incorrectas obtenidas a lo largo de este trabajo.

Tabla 4

*Puntajes y valores  $\Gamma$  de las poblaciones de expertos y estudiantes de Introducción a la Física por dimensión*

Dimensión	Novatos		Estudiantes de Introducción a la Física		Expertos	
	S	$\Gamma$	S	$\Gamma$	S	$\Gamma$
1	0,29	0,56	0,46	0,64	0,76	0,57
2	0,26	0,53	0,58	0,67	0,81	0,68
3	0,26	0,46	0,46	0,63	0,68	0,40
4	0,23	0,61	0,47	0,64	0,65	0,57
5	0,23	0,44	0,49	0,61	0,77	0,58
6	0,34	0,53	0,53	0,72	0,79	0,62
7	0,27	0,44	0,50	0,62	0,75	0,63

*Nota.* En este trabajo los alumnos de nuevo ingreso en universidad se categorizan como *novatos* antes de la instrucción y como *Estudiantes de Introducción a la Física* después de la instrucción.

La actividad tipo tutorial cumplió en buena medida el objetivo de mejorar la comprensión de gráficas en cinemática para los estudiantes de Introducción a la Física, sin embargo la distancia entre expertos y éstos todavía existe. La búsqueda de la disminución del factor  $\Gamma$  también puede ayudar al aumento del puntaje en el examen, de convertirse en un objetivo de investigación permitiría abordar la concentración de respuestas incorrectas que subyacen en la elección de un ítem. En la Tabla 4 se tienen valores del factor  $\Gamma$  más pequeños para los expertos que para los novatos o estudiantes de Introducción a la Física. Entre más pequeño sea este valor menor posibilidad tiene de

representarse gráficamente en la zona de aleatoriedad, lo cual aumenta la capacidad de distinción de modelos alternos con la curva IR o la gráfica de pastel.

## **4 Conclusiones**

En este trabajo se muestran los resultados de la aplicación de una actividad tipo tutorial para la mejora de la comprensión de gráficas en cinemática unidimensional a nivel universitario en el contexto del aprendizaje activo.

Para ello se organizó una estructura de investigación que involucró: a) Modificación de un instrumento de evaluación de dominio de gráficas en cinemática, b) Obtención de información básica para la elaboración de una taxonomía de dificultades, c) Obtención del dominio de la temática por parte de estudiantes expertos para delimitación de umbral, d) Diseño de una actividad educativa que permitiera atacar dificultades de aprendizaje, e) Implementación de la actividad educativa y f) Evaluación antes y después de la instrucción de los estudiantes que resolvieron la actividad.

Se modificó una herramienta de evaluación (Beichner,1994) que explora las habilidades necesarias para el manejo de gráficas en cinemática con el objetivo de conocer el estado conceptual de los aprendices. Se generó una versión del instrumento que permitió generar una taxonomía de dificultades de aprendizaje de los alumnos que estudiaron el material de gráficas en cinemática. Estos resultados se analizaron con técnicas de obtención de puntaje, visualización de modelos incorrectos y validación de ítems propuestas en el área de Enseñanza de la Física. De tal forma que los modelos identificados se especifican en el capítulo 3.

Para determinar los indicadores de puntaje y visualización de modelos incorrectos en el dominio de las diferentes habilidades evaluadas con el instrumento, éste se aplicó a estudiantes de Ingeniería Física de quinto semestre. Estos alumnos han utilizado su experiencia y aptitudes en temáticas avanzadas de Física; con sus puntajes se estableció el umbral de dominio que debe alcanzar un estudiante novato. Las habilidades de estos aprendices se analizaron para conocer el dominio al que debe aspirar un estudiante universitario al cursar Física.

Se identificaron las habilidades con menor dominio de los estudiantes que contaron con instrucción en cinemática unidimensional para establecer la base cognitiva sobre la cual se diseñó la actividad tipo tutorial, siendo éstas las asociadas a la aplicación del concepto de área bajo la curva, específicamente la obtención de la posición a partir de una gráfica de velocidad y la obtención de una gráfica de cambio de velocidad a partir de una gráfica de aceleración. Estos alumnos presentaron el examen modificado antes y después de la intervención educativa, obteniendo resultados que demuestran que después de resolver la actividad tipo tutorial su puntaje en la herramienta aumenta. Por lo tanto, la actividad tipo tutorial es útil para la mejora de la comprensión de gráficas en cinemática y puede seguirse refinando para la mejora de otras habilidades más elaboradas.

Tabla 5

*Puntajes, valores  $\Gamma$  y diferencias de las poblaciones de estudiantes de Introducción a la Física y expertos*

Población	Novatos		Estudiantes de Introducción a la Física		Delta de IF	Expertos		Delta Post	Expertos-IF
	S	$\Gamma$	S	$\Gamma$		S	$\Gamma$		
1	0,29	0,56	0,46	0,64	0,17	0,76	0,57	0,3	
2	0,26	0,53	0,58	0,67	0,32	0,81	0,68	0,23	
3	0,26	0,46	0,46	0,63	0,2	0,68	0,4	0,22	
4	0,23	0,61	0,47	0,64	0,24	0,65	0,57	0,18	
5	0,23	0,44	0,49	0,61	0,26	0,77	0,58	0,28	
6	0,34	0,53	0,53	0,72	0,19	0,79	0,62	0,26	
7	0,27	0,44	0,5	0,62	0,23	0,75	0,63	0,25	

Aún falta cubrir la distancia total que separa a los estudiantes expertos de un estudiante de Introducción a la Física, sin embargo, se observó que la actividad tipo tutorial permite disminuir en buena parte esta distancia o diferencia de puntaje.

Para futuras investigaciones puede complementarse esta metodología con la implementación de otra técnica de aprendizaje activo para disminuir la diferencia entre puntajes de expertos y novatos. De esta forma podrá generarse una actividad tutorial que

coloque a los novatos en el nivel de expertos. Cuando se haya logrado este objetivo educativo en las dimensiones 3 y 4 se habrá alcanzado el dominio de solamente 2 de las 7 habilidades necesarias establecidas por Beichner (1994) para la comprensión de gráficas en cinemática.

Anteriormente se mencionó que el alumno domina aceptablemente el concepto de pendiente, que se ve cubierto por 2 habilidades del TUG-K Modificado. Si se logra que el alumno domine el concepto de área bajo la curva se contará con 2 habilidades más, obteniéndose así la manipulación de 4 de 7 objetivos. A largo plazo puede explorarse el dominio de las dimensiones 5,6 y 7, relacionadas con la identificación y verbalización de gráficas entre sí. Estas dimensiones evalúan la comprensión de los conceptos de pendiente y área bajo la curva en conjunto, por lo que se recomendaría realizar investigación en ellas.

## 5 Referencias bibliográficas

- Alarcón, H., Marín, T., Velarde, J. J. & Zavala, G. (Octubre, 2006). Análisis de *dificultades y errores conceptuales en el manejo de gráficas en cinemática unidimensional de estudiantes que egresan de preparatoria*. Sesión de cartel presentada en el Congreso Nacional de Física, San Luis Potosí, S.L.P., México.
- American Psychological Association (2005), *Publication Manual of the American Psychological Association*. American Psychological Association.
- Araujo, I. S., Veit, E. A. & Moreira, M. A. (2008). Physics students' performance using computational modeling activities to improve kinematics graphs interpretation. *Computers and Education*, 50. 1128-1140.
- Bao, L. & Redish, E. (2001). Concentration Analysis: A quantitative assessment of student states. *Physics Education Research American Journal of Physics Supplement*, 69. S45-S53.
- Beichner, R. J. (1994). Testing student interpretation of kinematics graphs. *American Journal of Physics*, 62 (8). 750-762.
- Beichner, R. J. (1996). The impact of video motion analysis on kinematics graph interpretation skills. *American Journal of Physics*, 64. 1272-1277.
- Canderle, L. H. (1999). Extending the analysis of one dimensional motion. *The Physics teacher*, 37. 486-489

- Coletta, V.P. & Phillips, J.A. (2005). Interpreting FCI scores: Normalized gain, preinstruction scores and scientific reasoning ability. *American Journal of Physics*, 73. 1172-1182.
- Ding, L., Reay, N. W., Lee, A. & Bao, L. (2008). Effects of testing conditions on conceptual survey results. *Physical Review Special Topics on Physics Education Research*, 4. 1-6.
- Dykstra, D. I. Jr. (2008). Physics Classroom Engagement: Constructing understanding in real time. *Latin American Journal of Physics Education*, 2. 1-5.
- Etkina, E., Van Heuvelen, A., White-Brahmia S., Brookes, D. T., Gentile, M., Murthy, S., Rosengrant, D. & Warren, A. (2006). Scientific abilities and their assessment. *Physical Review Special Topics on Physics Education Research*, 2. 1-15.
- Finkelstein, N. D. & Pollock, S.D. (2005). Replicating and understanding successful innovations: Implementing tutorials in introductory physics. *Physical Review Special Topics on Physics Education Research*, 1. 1-13.
- Guidugli S., Fernández-Gauna C. y Benegas J. (2005). Graphical Representations of Kinematical Concepts: A Comparison of Teaching Strategies. *The Physics Teacher*, 43. 334-337.
- Hake R.R. (1998). Interactive-engagement versus tradicional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics*, 66 (1). 64-74.
- Hake, R. (2007). Six lessons from the Physics Education Reform Effort. *Latin American Journal of Physics Educ.*, 1. 24-31.
- Halloun, L.A. & Hestenes, D. (1985). Common sense concepts about motion. *American Journal of Physics*, 53(11). 1056-1064.
- Heller, P. & Huffman, D. (1995) . Interpreting the Force Concept Inventory: A Reply to Hestenes and Halloun. *The Physics Teacher*, 33. 503, 507-511.
- Heller, P., Keith, R., & Anderson, S. (1992). Teaching problem solving through cooperative grouping. 1. Group vs individual problem solving. *American Journal of Physics*, 60. 627-636.
- Heller, P. & Hollabaugh, M. (1992). Teaching problem solving through cooperative grouping. 2. Designing problems and structuring groups, *American Journal of Physics*, 60. 637-644.
- Hestenes, D., Well M. and Swackhamer, G. (1992). Force Concept Inventory. *The Physics Teacher*, 30, 141-158.
- Hestenes, D. and Halloun, I. (1995). Interpreting the Force Concept Inventory: A Response to March 1995 Critique by Huffman and Heller. *The Physics Teacher*, 33. 502, 504-506.
- Huffman, D. and Heller, P. (1995). What Does the Force Concept Inventory Actually Measure? *The Physics Teacher*, 33. 138-143.
- Johnson, D. W. & Johnson, F. P. (2000). Joining together, group theory and group skills. Allyn and Bacon.

- Leonard, B. (2000, febrero). The difficulty of interpreting simple motion graphs [Carta al editor]. *The Physics Teacher*, 38. 68-71.
- McDermott, L. C., Rosenquist, M. L. & van Zee, E. H. (1987). Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. *American Journal of Physics*, 55 (6). 503-513.
- McDermott, L.C. & Redish, E.F. (1999). RL-PER1: Resource letter on Physics Education Research. *American Journal of Physics*, 67(9). 753-842.
- McDermott, L. C. & Schaffer, P. S. (2002). Prentice Hall. Tutorials in Introductory Physics. USA.
- Morris, G. A., Branum-Martin, L., Harshman, N., Baker, S. D., Mazur E., Dutta S., Mzoughi, T., McCauley, V. (2006). Testing the test: Item response curves and test quality. *American Journal of Physics*, 74 (5).
- Pollock, S. J. & Finkelstein, N. D. (2008). Sustaining educational reforms in introductory physics. *Physical Review Special Topics on Physics Education Research*, 4. 1-8.
- Redish, E. F. (2003). Evaluating our Instruction: Surveys. Teaching Physics with the Physics Suite.
- Redish, E. F. (2003). Cognitive Principles and Guidelines for Instruction. Teaching Physics with the Physics Suite.
- Sathe, V. (2005, diciembre). Kinematics and Graphs. [Carta al editor]. *The Physics Teacher*, 43. 566-567.
- Sokoloff, D et al. Active Learning in Optics and Photonics. 1th edition, UNESCO, Paris, 2006
- Trowbridge, D.E., McDermott, L.C. (1980). Investigation of student understanding of the concept of velocity in one dimension. *American Journal of Physics*, 48 (12).
- Trowbridge, D.E., McDermott, L.C. (1981). Investigation of student understanding of the concept of acceleration in one dimension. *American Journal of Physics*, 49 (3).
- Testa, I., Monroy, G. & Sassi, E. (2002). Students' reading images in kinematics: the case of real-time graphs. *International Journal of Science Education*, 24. 235-256.

## **6. ANEXOS**

### **6.1 TUG-K ORIGINAL**

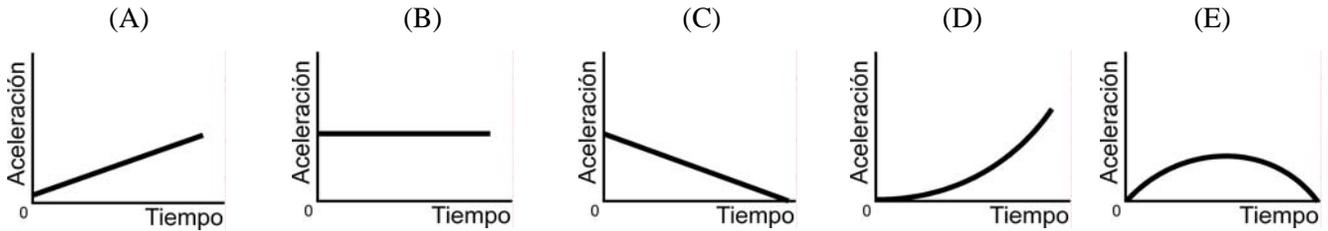
### **6.2 TUG-K MODIFICADO**

### **6.3 ACTIVIDAD EDUCATIVA TIPO TUTORIAL**

# EXAMEN DE DIAGNÓSTICO

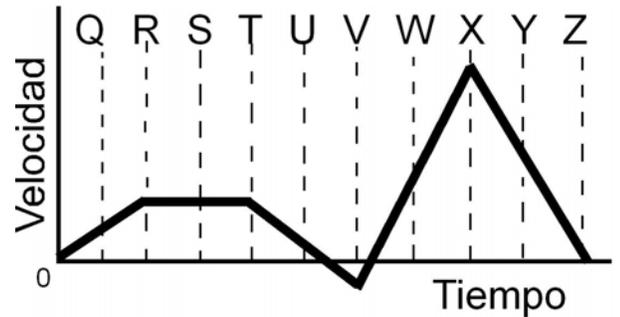
A

1.- Las figuras adjuntas muestran las gráficas de aceleración en función del tiempo para cinco objetos. Todos los ejes tienen la misma escala. ¿Cuál de los objetos ha experimentado un mayor cambio de velocidad durante el intervalo de tiempo considerado?



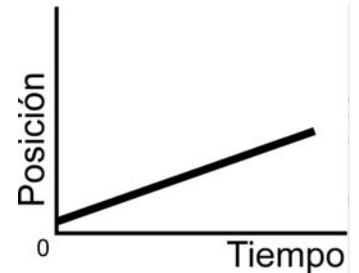
2.- ¿Cuándo es más negativa la aceleración?

- (A) Desde R hasta T.
- (B) Desde T hasta V.
- (C) En V.
- (D) En X.
- (E) Desde X hasta Z.



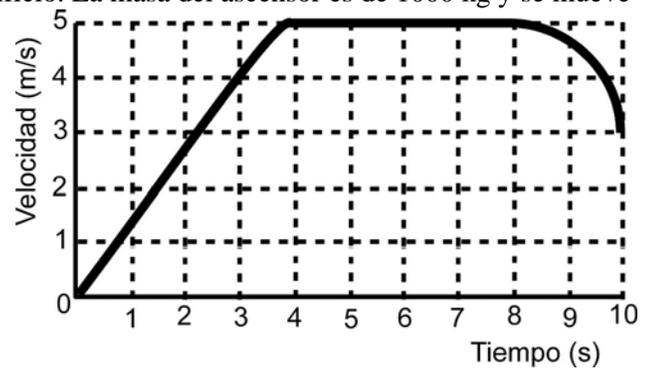
3.- La figura adjunta muestra la gráfica de movimiento de un objeto. ¿Cuál de las siguientes es la mejor interpretación?

- (A) El objeto se mueve con una aceleración constante y distinta de cero.
- (B) El objeto no se mueve.
- (C) El objeto se mueve con una velocidad que aumenta uniformemente.
- (D) El objeto se mueve a velocidad constante.
- (E) El objeto se mueve con una aceleración que aumenta uniformemente.



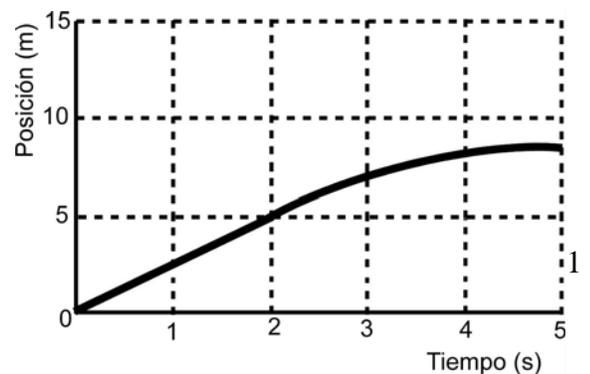
4.- Un ascensor se mueve desde el sótano hasta el décimo piso de un edificio. La masa del ascensor es de 1000 kg y se mueve tal como se muestra en la gráfica de velocidad-tiempo adjunta. ¿Qué distancia recorre durante los primeros tres segundos de movimiento?

- (A) 0.75 m
- (B) 1.33 m
- (C) 4.0 m
- (D) 6.0 m
- (E) 12.0 m

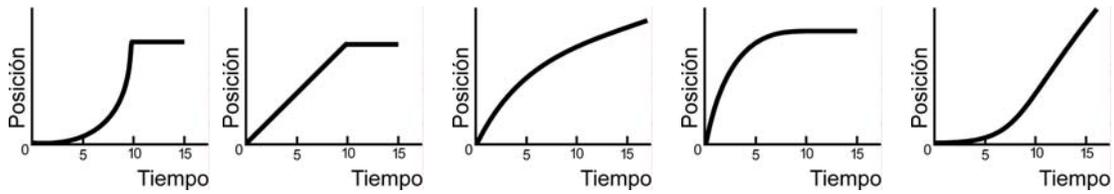


5.- La velocidad en el instante  $t = 2$  s es:

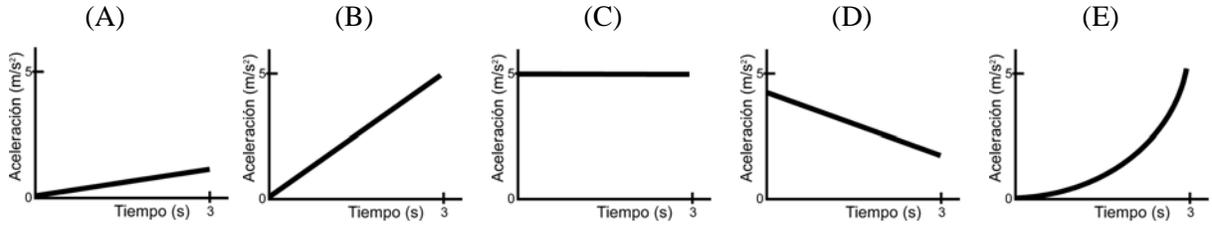
- (A) 0.4 m/s.
- (B) 2.0 m/s.
- (C) 2.5 m/s.





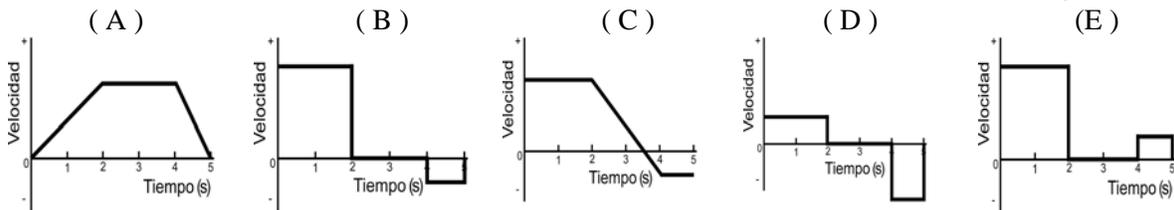
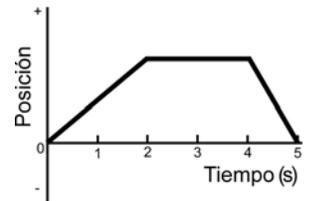


10.- Cinco objetos se mueven de acuerdo con las siguientes gráficas de aceleración con respecto al tiempo. ¿Cuál de los objetos ha experimentado un menor cambio de velocidad durante el intervalo de tiempo considerado?

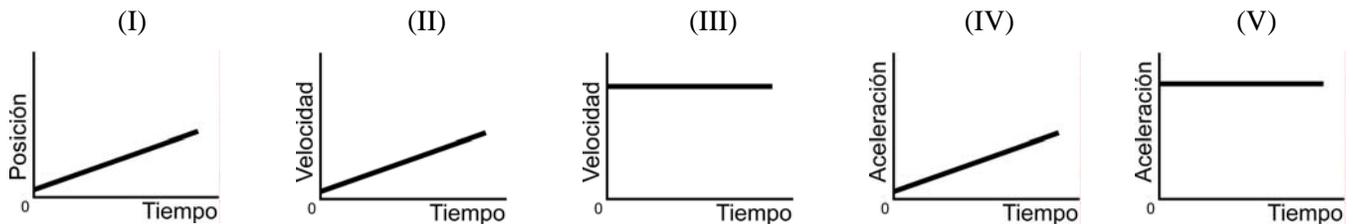


11.- La gráfica adjunta muestra el desplazamiento de un objeto con respecto al tiempo durante un intervalo de 5 s.

¿Cuál de las siguientes gráficas de velocidad en función del tiempo representaría mejor el movimiento del objeto durante dicho intervalo de tiempo?



12.- Considere las siguientes gráficas, observando los diferentes ejes:



¿Cuáles de ellas representan un movimiento a velocidad constante?

(A) I, II y IV.

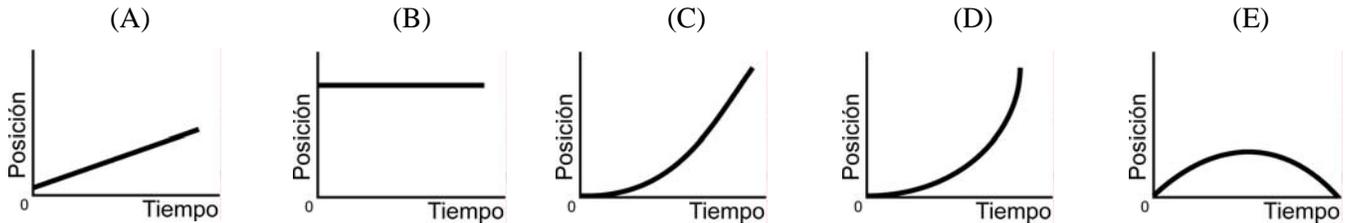
(B) I y III.

(C) II y V.

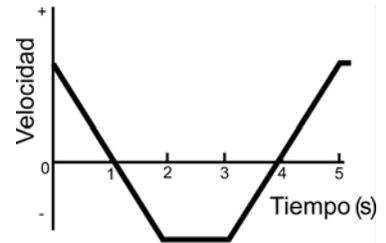
(D) Sólo la IV.

(E) Sólo la V.

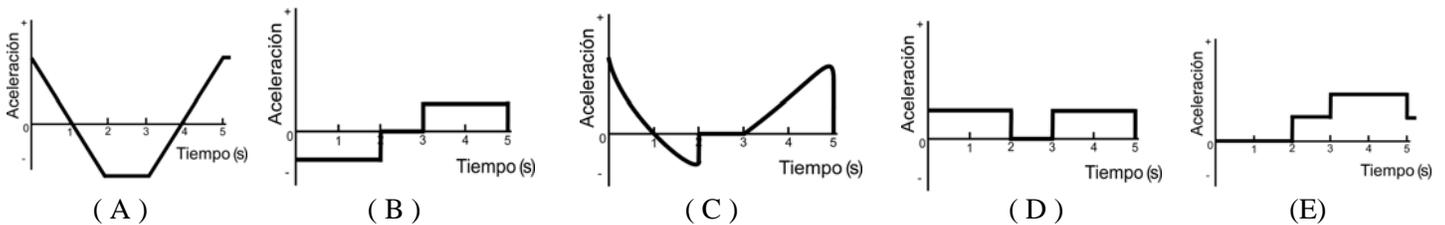
13.- Las gráficas siguientes muestran la variación de la posición con respecto al tiempo para cinco objetos. Todos los ejes tienen la misma escala. ¿Qué objeto alcanzó la mayor velocidad instantánea durante el intervalo de tiempo considerado?



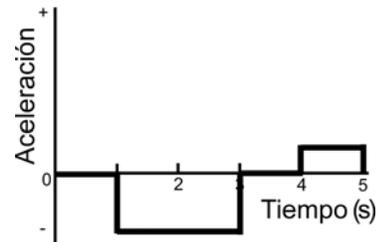
14.- La siguiente gráfica muestra la velocidad en función del tiempo para un objeto durante un intervalo de 5 s.



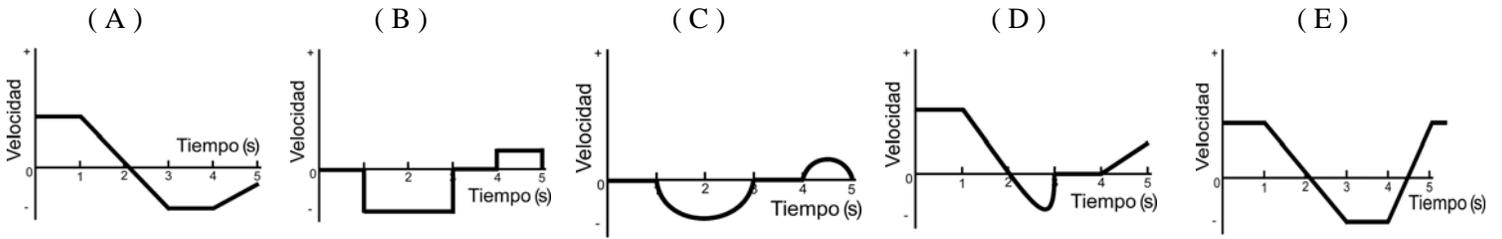
¿Cuál de las siguientes gráficas de aceleración con respecto al tiempo representaría mejor el movimiento del objeto durante dicho intervalo de tiempo?



15.- La gráfica adjunta representa la aceleración de un objeto durante el intervalo de tiempo de 5 s.

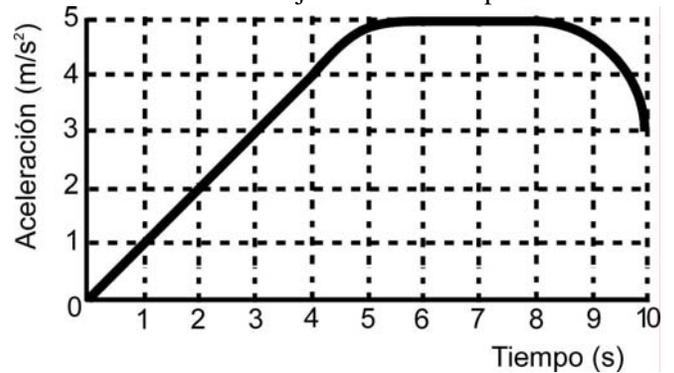


¿Cuál de las siguientes gráficas de velocidad con respecto al tiempo representaría mejor el movimiento del objeto durante dicho intervalo de tiempo?



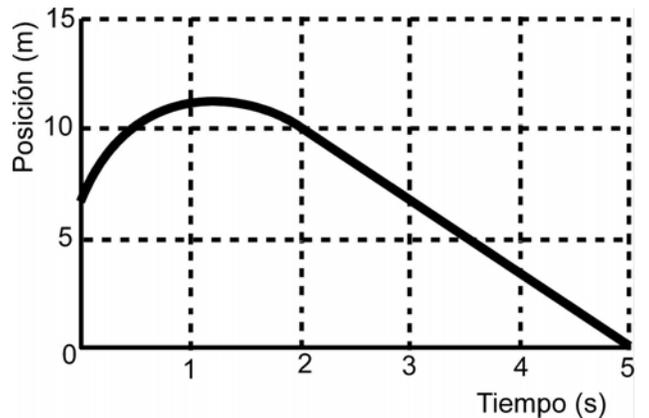
16.- Un objeto se mueve de acuerdo a la siguiente gráfica. La variación de la velocidad del objeto durante los primeros tres segundos de movimiento fue:

- (A) 0.66 m/s.
- (B) 1.0 m/s.
- (C) 3.0 m/s.
- (D) 4.5 m/s.
- (E) 9.8 m/s.



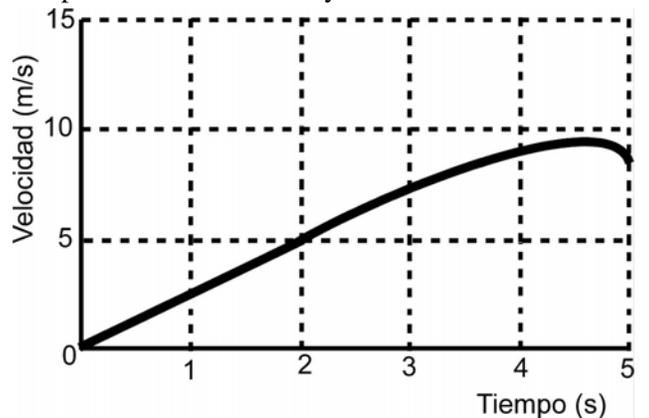
17.- La velocidad en el instante  $t = 3$  vale aproximadamente:

- (A) -3.3 m/s.
- (B) -2.0 m/s.
- (C) -0.67 m/s.
- (D) 5.0 m/s.
- (E) 7.0 m/s.

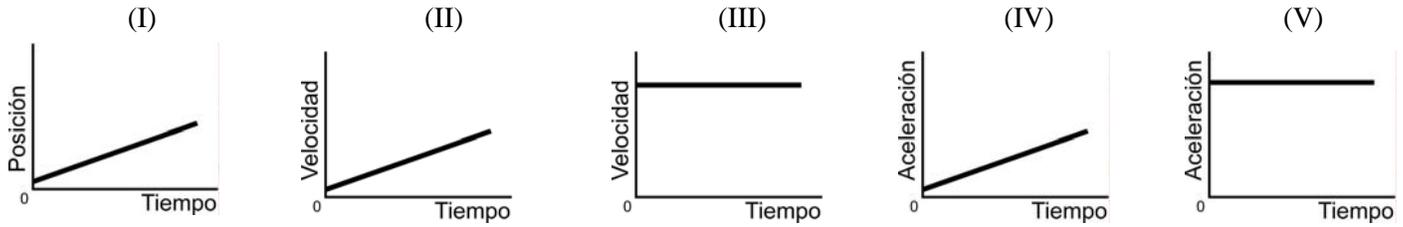


18.- Para calcular la distancia recorrida durante el intervalo de tiempo comprendido entre  $t = 0$  s y  $t = 2$  s haciendo uso de la gráfica siguiente, debemos:

- (A) Leer 5 directamente del valor de la ordenada en el eje vertical.
- (B) Hallar el área encerrada bajo la curva mediante la expresión  $(5 \times 2)/2$ .
- (C) Hallar la pendiente de dicha curva dividiendo 5 entre 2.
- (D) Hallar la pendiente de dicha curva dividiendo 15 entre 5.
- (E) No se da suficiente información para poder responder.



19.- Considérense las siguientes gráficas, observando los diferentes ejes:



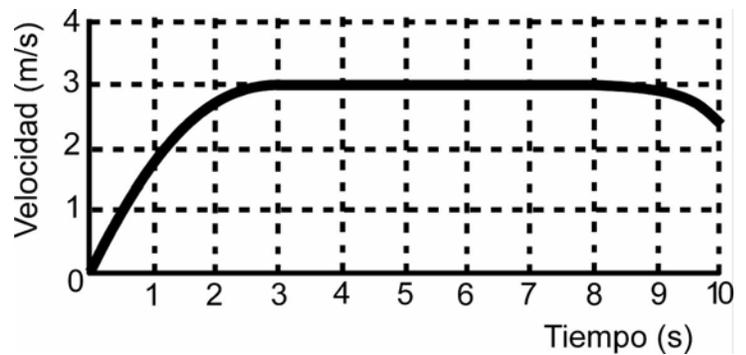
¿Cuál(es) de ellas representa(n) un movimiento con aceleración constante distinta de cero?

- (A) I, II y IV.
- (B) I y III.
- (C) II y V.
- (D) solo la IV.
- (E) Sólo la V.

20.- Un objeto se mueve de acuerdo con la siguiente gráfica:

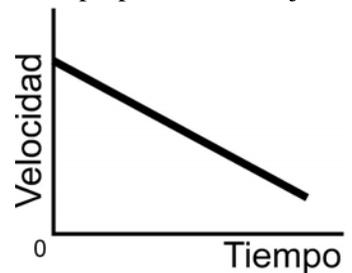
¿Qué distancia recorre durante el intervalo de tiempo comprendido entre  $t = 4$  s y  $t = 8$  s?

- (A) 0.75 m
- (B) 3.0 m
- (C) 4.0 m
- (D) 8.0 m
- (E) 12.0 m



21.- La gráfica adjunta representa el movimiento de un objeto. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones proporciona la mejor interpretación?

- (A) El objeto se mueve con una aceleración constante.
- (B) El objeto se mueve con una aceleración que disminuye uniformemente.
- (C) El objeto se mueve con una velocidad que aumenta uniformemente.
- (D) El objeto se mueve a una velocidad constante.
- (E) El objeto no se mueve.



EXAMEN DIAGNÓSTICO

B

1.- Las figuras adjuntas muestran las gráficas de aceleración en función del tiempo para cinco objetos. Todos los ejes tienen la misma escala. ¿Cuál de los objetos ha experimentado un mayor cambio de velocidad durante el intervalo de tiempo considerado?

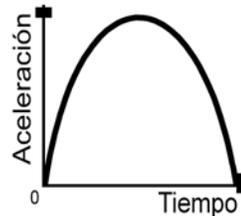
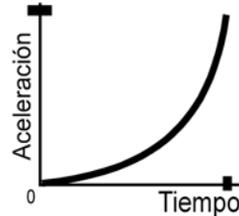
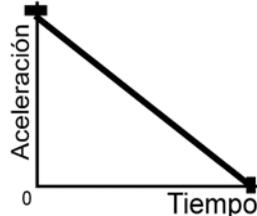
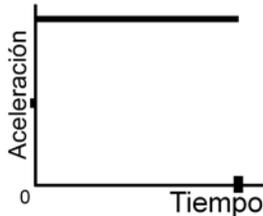
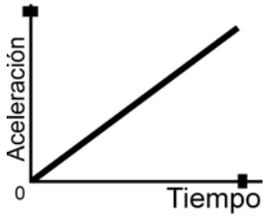
(A)

(B)

(C)

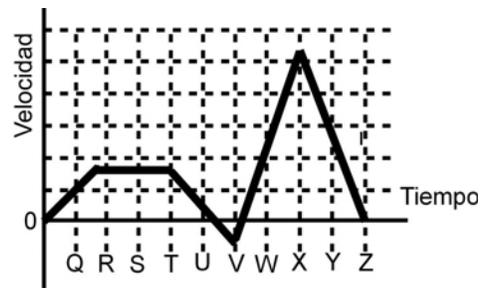
(D)

(E)



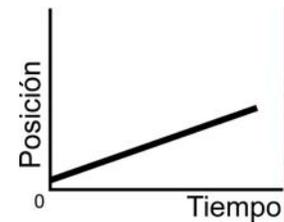
2.- ¿Cuándo es más negativa la aceleración?

- (A) Desde V hasta X.
- (B) Desde T hasta V.
- (C) En V.
- (D) En X.
- (E) Desde X hasta Z.



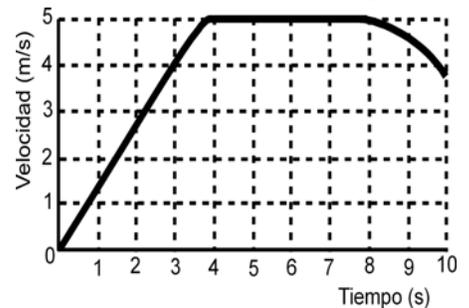
3.- La figura adjunta muestra la gráfica de movimiento de un objeto. ¿Cuál de las siguientes es la mejor interpretación?

- (A) El objeto se mueve con una aceleración constante y distinta de cero.
- (B) El objeto no se mueve.
- (C) El objeto se mueve con una velocidad que aumenta uniformemente.
- (D) El objeto se mueve a velocidad constante.
- (E) El objeto se mueve con una aceleración que aumenta uniformemente.



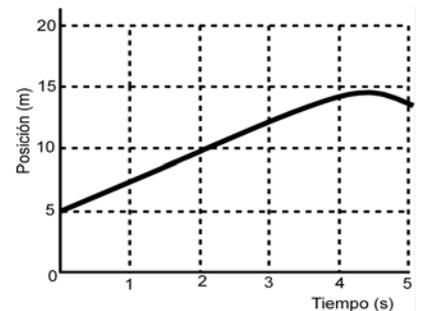
4.- Un ascensor se mueve desde el sótano hasta el décimo piso de un edificio. La masa del ascensor es de 1000 kg y se mueve tal como se muestra en la gráfica de velocidad-tiempo adjunta. ¿Qué distancia recorre durante los primeros tres segundos de movimiento?

- (A) 0.75 m
- (B) 1.33 m
- (C) 4.0 m
- (D) 6.0 m
- (E) 12.0 m



5.- La velocidad en el instante  $t = 2$  s es:

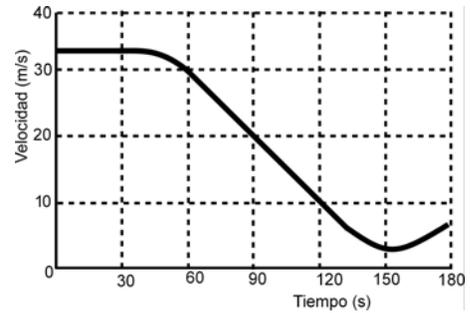
- (A) 0.5 m/s



- (B) 8.5 m/s
- (C) 2.5 m/s
- (D) 5.0 m/s
- (E) 10.0 m/s

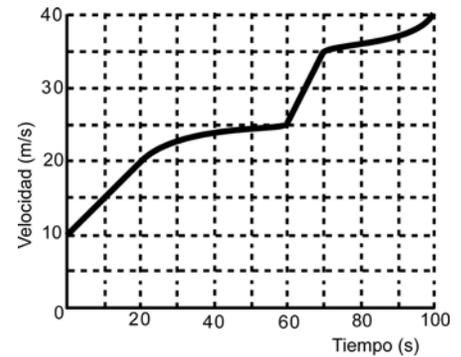
6.- La gráfica adjunta muestra la velocidad en función del tiempo para un automóvil de masa  $1.5 \times 10^3$  kg. ¿Cuál era su aceleración a los 90 s?

- (A)  $-0.22 \text{ m/s}^2$
- (B)  $-0.33 \text{ m/s}^2$
- (C)  $-1.0 \text{ m/s}^2$
- (D)  $-2.0 \text{ m/s}^2$
- (E)  $20 \text{ m/s}^2$



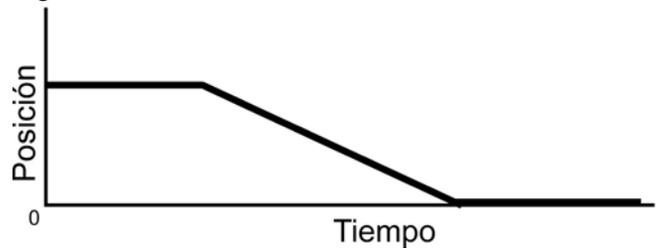
7. La gráfica adjunta muestra el movimiento de un objeto que se mueve en línea recta. En el instante  $t = 65$  s, la aceleración instantánea del objeto tiene un valor aproximado de:

- (A)  $1.0 \text{ m/s}^2$
- (B)  $2.0 \text{ m/s}^2$
- (C)  $0.46 \text{ m/s}^2$
- (D)  $30 \text{ m/s}^2$
- (E)  $34 \text{ m/s}^2$



8.- La gráfica adjunta muestra el movimiento de un objeto. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es la correcta?

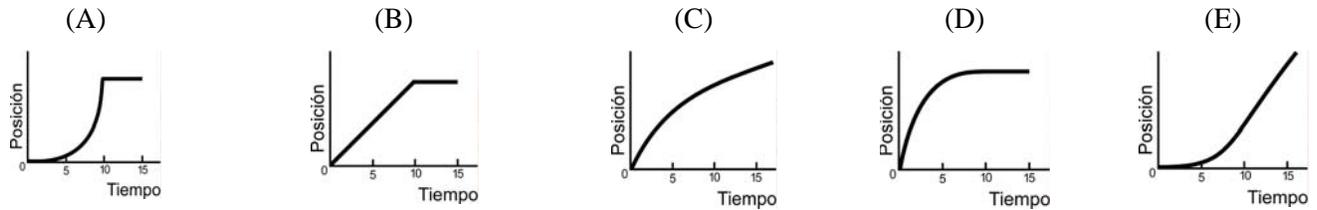
- (A) El objeto rueda sobre una superficie horizontal, después cae rodando por una pendiente y finalmente se para.
- (B) El objeto no se mueve al principio, después cae rodando por una pendiente y finalmente se para.
- (C) El objeto se mueve a velocidad constante, después frena hasta que se para.
- (D) El objeto no se mueve al principio, después se mueve hacia atrás y finalmente se para.
- (E) El objeto se mueve sobre una superficie horizontal, luego se mueve hacia atrás por una pendiente y después sigue moviéndose.



9.- Un objeto que estaba en reposo comienza a moverse con una aceleración positiva y constante durante 10 segundos. Después continúa con velocidad constante. ¿Cuál de las gráficas siguientes describe correctamente dicha situación?

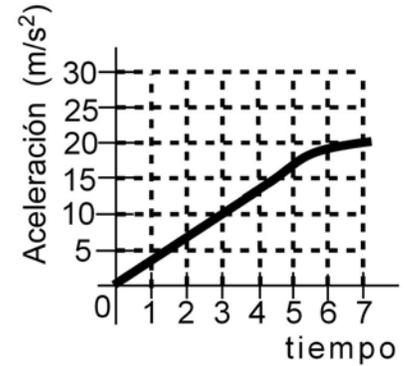
EXAMEN DIAGNÓSTICO

B



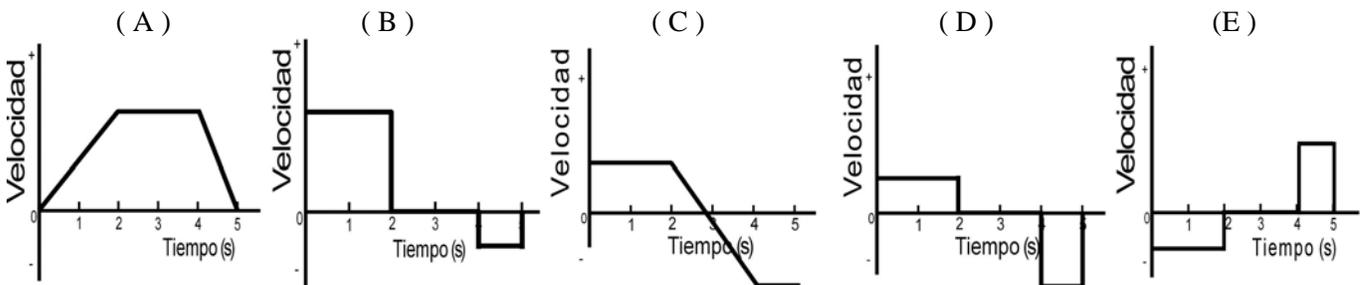
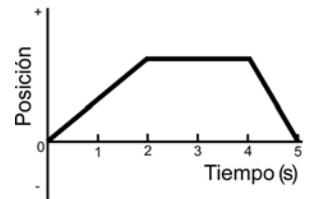
10.- Si quisieras conocer el cambio en velocidad durante el intervalo de  $t = 0$  a  $t = 3$  s en la gráfica siguiente deberías:

- (A) Encontrar el área que abarca el segmento de línea y el eje del tiempo calculando  $(10 \times 3)/2$ .
- (B) Encontrar la pendiente del segmento de recta dividiendo 10 entre 3.
- (C) Leer 10 directamente del eje vertical.
- (D) Hallar el valor dividiendo 3 entre 10.
- (E) Encontrar el valor multiplicando 10 por 3.

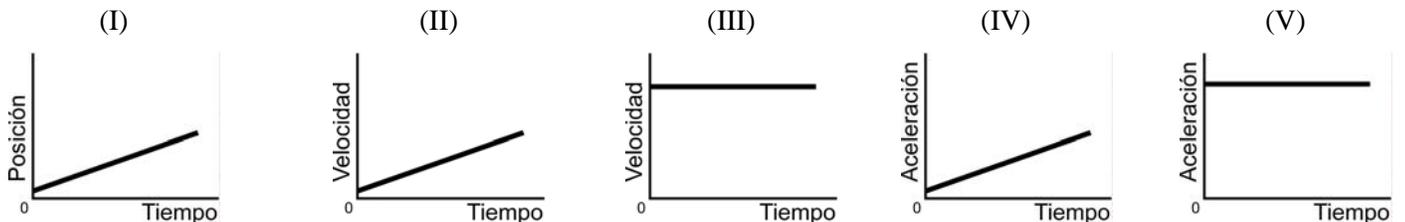


11.- La gráfica adjunta muestra el desplazamiento de un objeto con respecto al tiempo durante un intervalo de 5 s.

¿Cuál de las siguientes gráficas de velocidad en función del tiempo representaría mejor el movimiento del objeto durante dicho intervalo ?



12.- Considera las siguientes gráficas, observando los diferentes ejes:



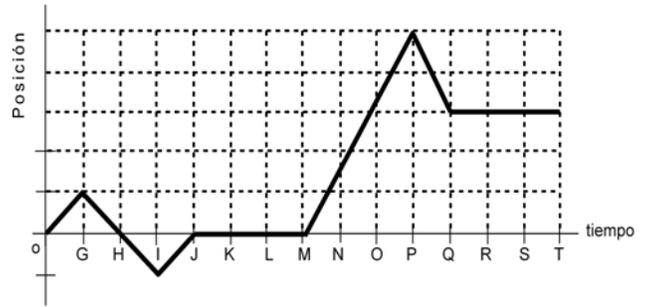
¿Cuáles de ellas representan un movimiento a velocidad constante?

- (A) I, II y IV.
- (B) I y III.

- (C) II y V.
- (D) Sólo IV.
- (E) Sólo V.

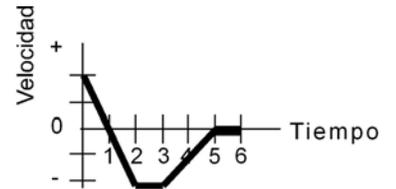
13.- La gráfica presenta el movimiento de un objeto en línea recta ¿Cuándo es más negativa su velocidad?

- A) De P a Q
- B) En I
- C) De M a P
- D) De G a I
- E) En P



14.- La gráfica de la derecha muestra la velocidad en función del tiempo para un objeto durante un intervalo de 6 s.

¿Cuál de las siguientes gráficas de aceleración con respecto al tiempo representaría mejor el movimiento del objeto durante dicho intervalo de tiempo?



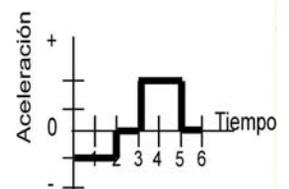
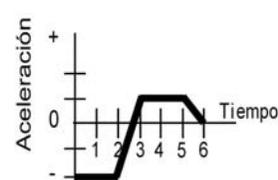
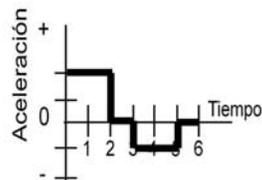
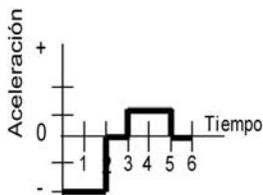
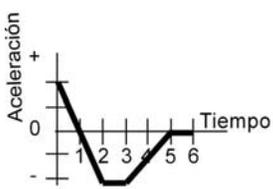
(A)

(B)

(C)

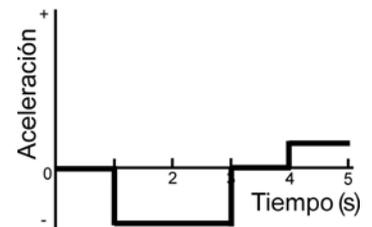
(D)

(E)



15.- La gráfica adjunta representa la aceleración de un objeto en un intervalo de 5 s.

¿Cuál de las siguientes gráficas de velocidad con respecto al tiempo representaría mejor el movimiento del objeto durante dicho intervalo?



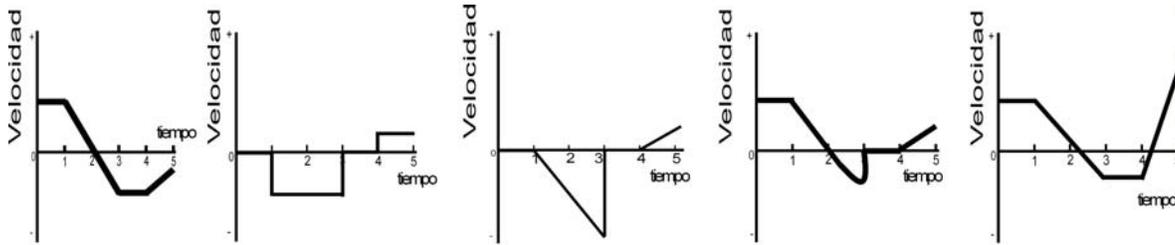
(A)

(B)

(C)

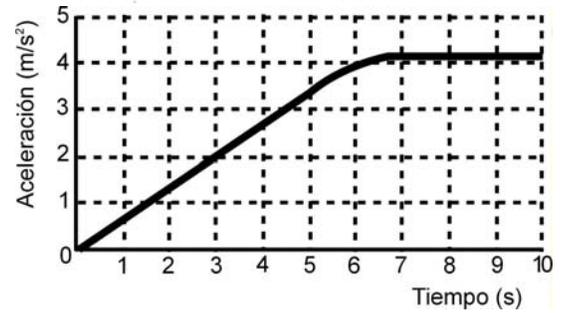
(D)

(E)



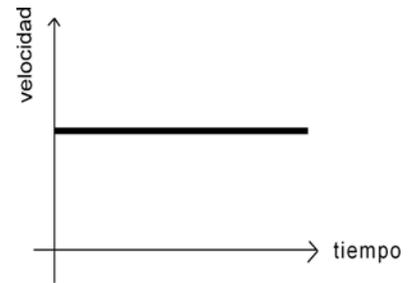
16.- Un objeto se mueve de acuerdo a la siguiente gráfica:  
La variación de la velocidad del objeto durante los primeros tres segundos de movimiento fue:

- (A) 1.5 m/s.
- (B) 0.67 m/s.
- (C) 2.0 m/s.
- (D) 3.0 m/s.
- (E) 6.0 m/s.



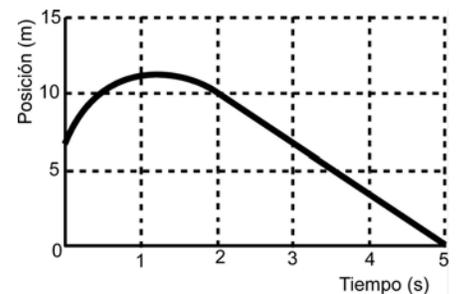
17. En la gráfica se muestra la velocidad de un objeto que se mueve en una línea recta.  
Escoge la afirmación que represente al movimiento del objeto.

- (A) El objeto se mueve incrementando su posición uniformemente.
- (B) El objeto no se mueve.
- (C) El objeto se mueve con aceleración constante diferente de cero.
- (D) El objeto se mueve incrementando su aceleración uniformemente.
- (E) El objeto se mueve con una velocidad que aumenta uniformemente.



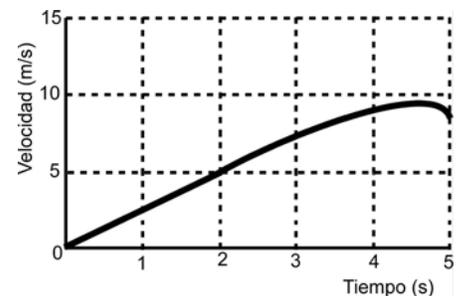
18. La velocidad en el instante  $t = 3$  s vale aproximadamente:

- (A) -3.3 m/s.
- (B) -2.0 m/s.
- (C) -0.67 m/s.
- (D) -2.3 m/s.
- (E) 7.0 m/s.



19. Para calcular la distancia recorrida durante el intervalo de tiempo comprendido entre  $t = 0$  s y  $t = 2$  s haciendo uso de la gráfica siguiente, debemos:

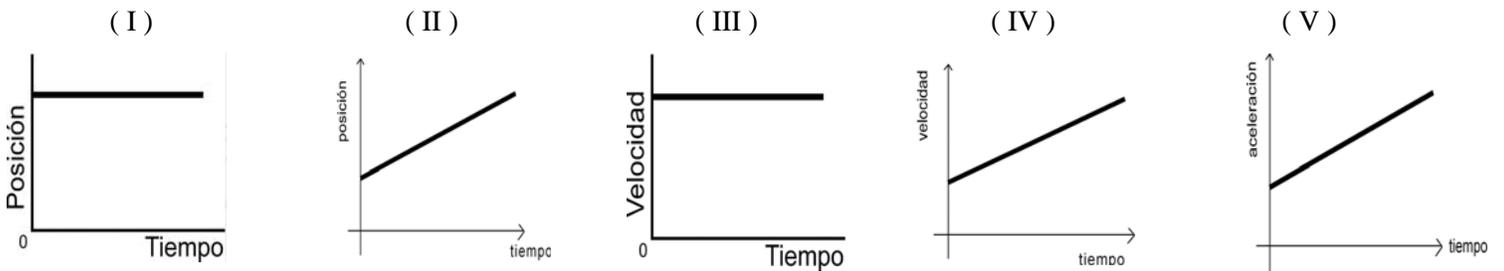
- (A) Leer directamente 5 del valor de la ordenada en el eje vertical.
- (B) Hallar el área encerrada bajo el segmento de línea mediante la expresión  $(5 \times 2)/2$ .
- (C) Hallar la pendiente del segmento de línea dividiendo 5 entre 2.



(D) Encontrar el valor de la distancia multiplicando 5 por 2.

(E) Hallar el valor dividiendo 2 entre 5.

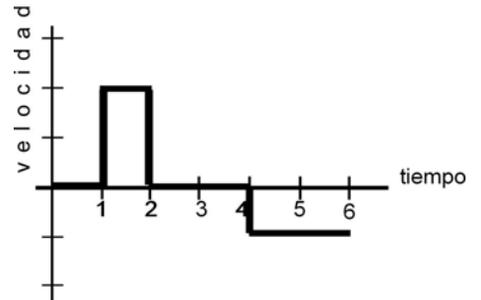
20. Considera las siguientes gráficas, observando los diferentes ejes:



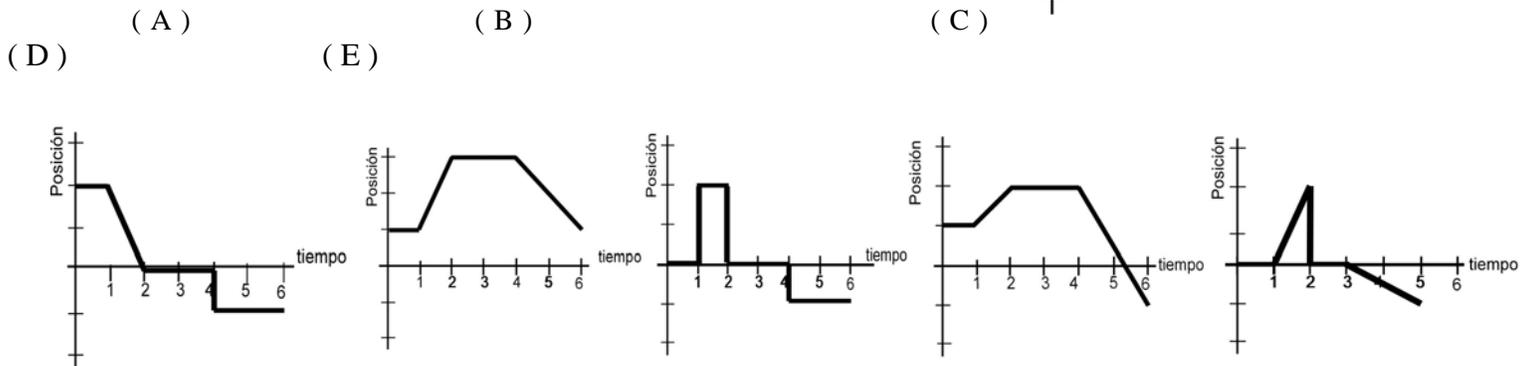
¿Cuáles de ellas representan un movimiento de un objeto en que su aceleración se incrementa uniformemente?

- (A) II y III
- (B) Sólo II
- (C) Sólo V
- (D) II, IV y V
- (E) Sólo IV

21. La siguiente gráfica de velocidad representa el movimiento de un objeto durante cierto intervalo.



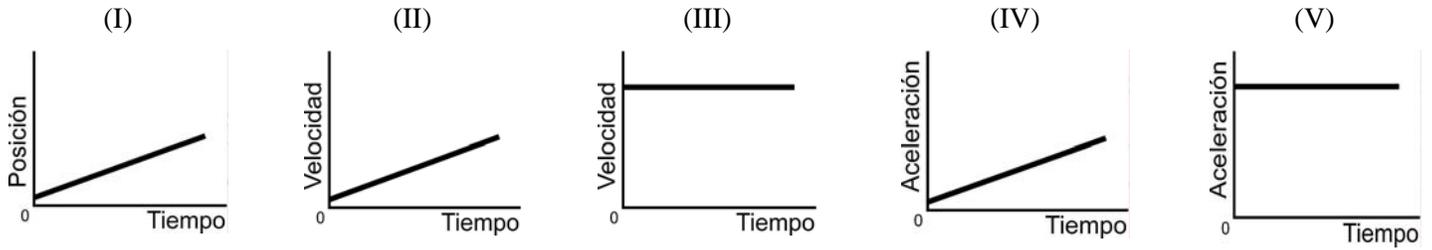
¿Cuál de las siguientes gráficas de posición versus tiempo representaría mejor el movimiento del objeto durante el mismo intervalo?



EXAMEN DIAGNÓSTICO

B

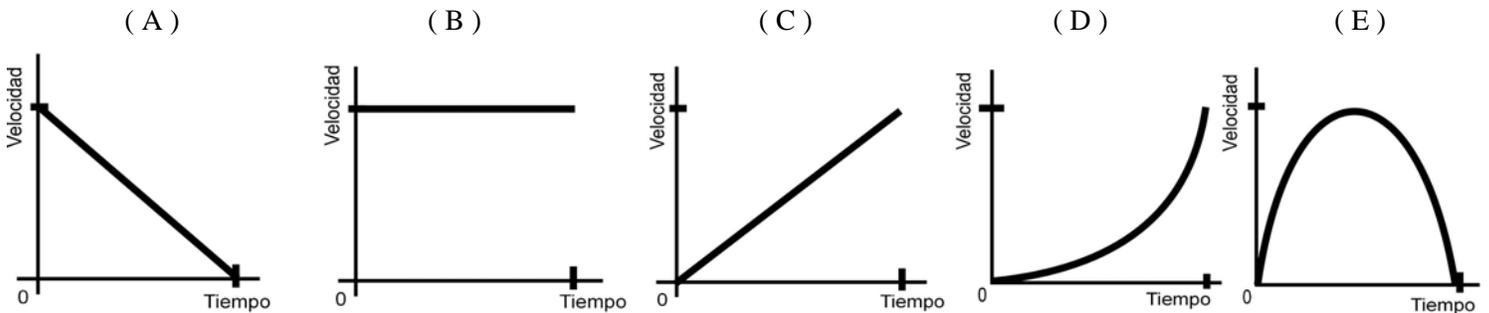
22. Considera las siguientes gráficas, notando los diferentes ejes:



¿Cuáles de las anteriores gráficas representan un movimiento con aceleración constante diferente de cero?

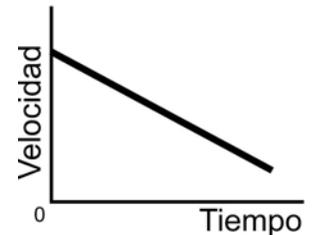
- (A) I, II y IV.
- (B) I y III.
- (C) II y V.
- (D) Sólo la IV.
- (E) Sólo la V.

23.- Se muestran gráficas de velocidad versus tiempo para 5 objetos en las gráficas siguientes. Todos los ejes tienen la misma escala. ¿Cuál objeto tiene el mayor desplazamiento en el intervalo?



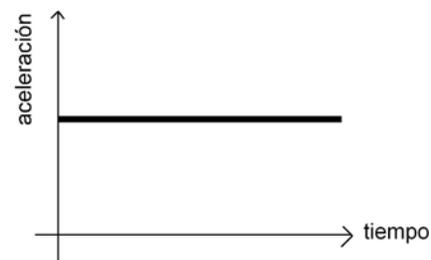
24.- La gráfica adjunta representa el movimiento de un objeto. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones proporciona la mejor interpretación?

- (A) El objeto se mueve con una aceleración constante.
- (B) El objeto se mueve con una aceleración que disminuye uniformemente.
- (C) El objeto se mueve con una velocidad que aumenta uniformemente.
- (D) El objeto se mueve a una velocidad constante.
- (E) El objeto no se mueve.



25. La gráfica representa un movimiento de un objeto en línea recta. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones proporciona la mejor interpretación?

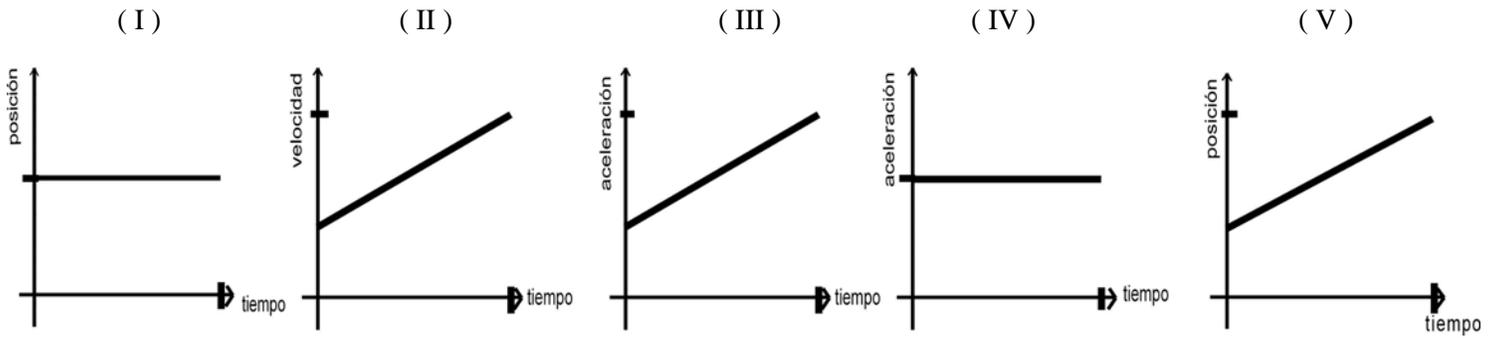
- (A) El objeto se mueve a velocidad constante.
- (B) El objeto no se mueve.
- (C) El objeto se mueve incrementando su velocidad uniformemente.



(D) El objeto se mueve incrementando su aceleración uniformemente.

(E) La posición del objeto se incrementa uniformemente.

26. Considera las siguientes gráficas, observando los diferentes ejes:



¿Cuáles de las anteriores gráficas representan un movimiento de un objeto con una velocidad que se incrementa uniformemente?

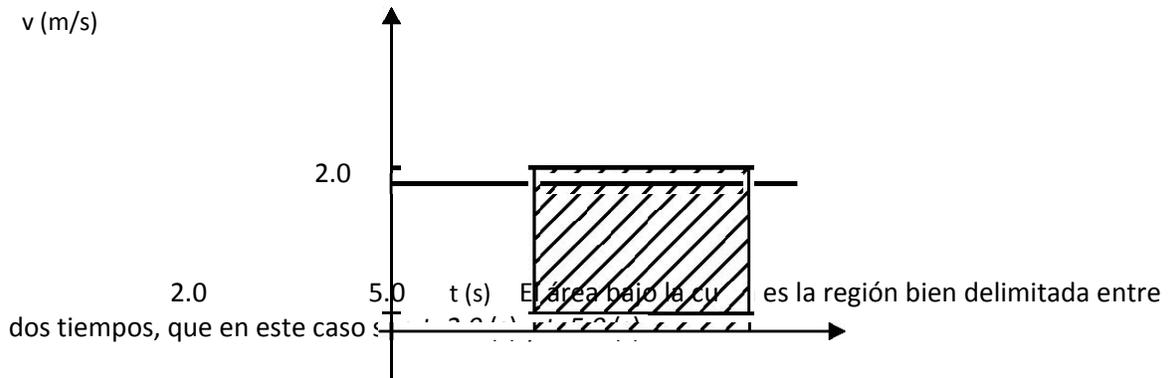
- (A) Sólo V
- (B) II y IV
- (C) Sólo III
- (D) II, III y V
- (E) I y IV

## ANEXO 6.2

### I. ANÁLISIS DE UNA GRÁFICA VELOCIDAD VS TIEMPO

El área bajo la curva en una gráfica puede representar una cantidad física, dependiendo de la magnitud a interpretar.

1. Observa la siguiente gráfica:



a) ¿Cuál es la dimensión de la cantidad física observada en el eje de las ordenadas (eje vertical)?

b) ¿Qué dimensión tiene el área bajo la curva mostrada en la figura de arriba?

c) ¿Qué cantidad física podría representar el área bajo la curva?

d) Usando tus conocimientos de cinemática, calcula el desplazamiento desarrollado por un vehículo descrito por la gráfica mostrada entre  $t=2.0$  (s) y  $t=5.0$  (s).

e) Ahora utilizando solamente geometría, calcula el área bajo la curva mostrada en la gráfica de arriba. No olvides las unidades.

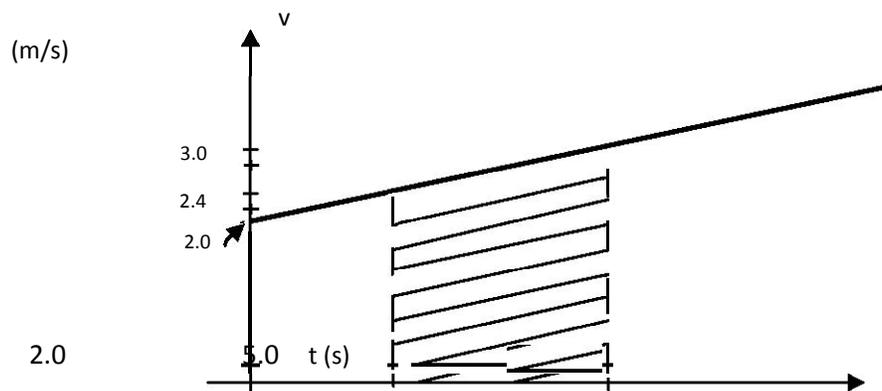
f) Compara los resultados del cálculo cinemático con el cálculo geométrico. Si no son iguales, explica por qué.

g) ¿Qué cantidad física representaría el área bajo la curva en la gráfica mostrada entre los tiempos  $0.0 < t < 2.0$ ?

h) ¿Cómo obtendrías el desplazamiento en un lapso arbitrario? Explica tu razonamiento.

i) ¿Podrías obtener el desplazamiento a partir de otra cantidad física? Mencionala y especifica en qué situación.

2. Observa la siguiente gráfica:



a) Sin hacer cálculos, ¿en cuál de los intervalos ( $0 < t < 2.0$  y  $2.0 < t < 5.0$ ) supones hay mayor desplazamiento? Explica tu razonamiento.

b) Calcula el área bajo la curva en la gráfica mostrada para los intervalos  $0 < t < 2.0$  y  $2.0 < t < 5.0$

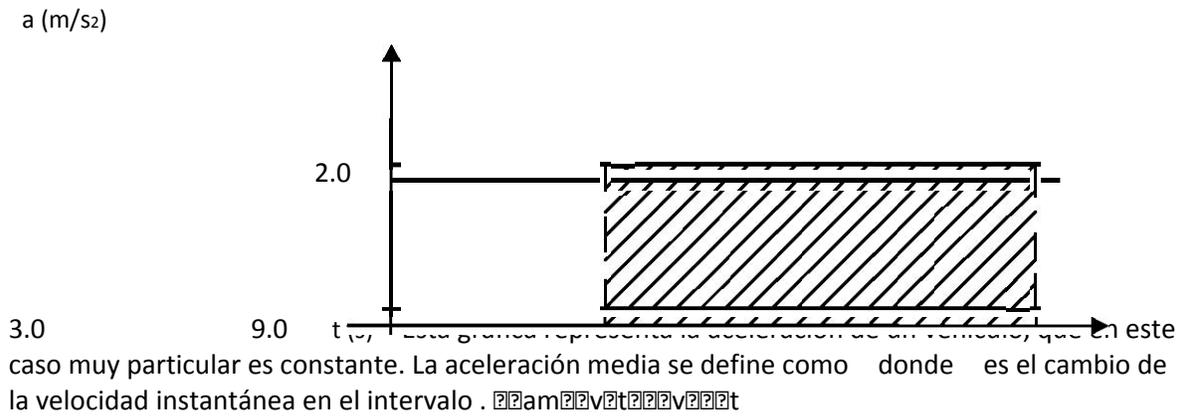
c) Compara los incisos a) y b). ¿Qué cantidad física representa el resultado de tus cálculos en b)?

d) ¿Qué diferencia encuentras entre el área bajo la curva calculada en la gráfica de la parte 1 y en la gráfica de la parte 2 para  $2.0 < t < 5.0$ ? Explica tu razonamiento.

e) Solamente utilizando argumentos de cinemática (no geométricos), calcula el desplazamiento del vehículo en el intervalo  $2.0 < t < 5.0$  (s)

## II. ANÁLISIS DE UNA GRÁFICA ACELERACIÓN VS TIEMPO

3. Observa la siguiente gráfica:



a) Escribe la dimensión de la cantidad física observada en el eje de las ordenadas (eje vertical).

b) ¿Qué cantidad física representa el área bajo la curva de esta gráfica y cuál es su dimensión?

c) Sin hacer cálculos, ¿en cuál de los intervalos ( $0 < t < 3.0$  y  $3.0 < t < 9.0$ ) supones hay mayor cambio en la velocidad  $\Delta v$ ? Explica tu razonamiento.

d) Calcula el área bajo la curva para  $0 < t < 3.0$  y  $3.0 < t < 9.0$ , no olvides las unidades.

e) Compara los incisos c) y d). ¿Qué cantidad física representa el resultado de tus cálculos en d)?

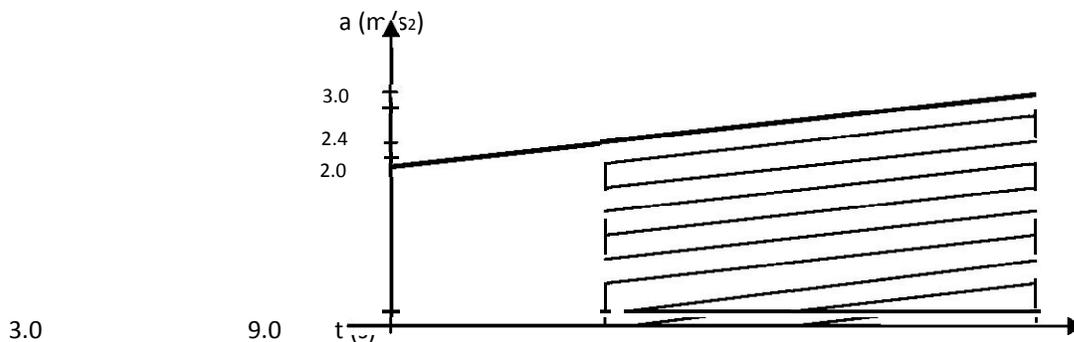
f) ¿Cómo obtendrías el cambio en la velocidad en un lapso arbitrario partiendo de una gráfica como la anterior? Explica tu razonamiento.

g) ¿Se podría obtener la velocidad instantánea a partir de una gráfica de aceleración? Explica.

h) ¿Qué diferencia hay entre la velocidad instantánea en un tiempo dado y el cambio en la velocidad en un intervalo de tiempo? Después de esta discusión revisa el inciso anterior.

i) ¿Podrías obtener el cambio en velocidad a partir de otra cantidad física (que no sea la aceleración)? Mencionala y especifica en qué situación.

4. Observa la siguiente gráfica:



a) Sin hacer cálculos, ¿en cuál de los intervalos ( $0 < t < 3.0$  y  $3.0 < t < 9.0$ ) supones hay mayor cambio en velocidad? Explica tu razonamiento.

b) Calcula el área bajo la curva para  $0 < t < 3.0$  y  $3.0 < t < 9.0$ .

c) Compara los incisos a) y b). ¿Qué cantidad física representa el resultado de tus cálculos en b)?

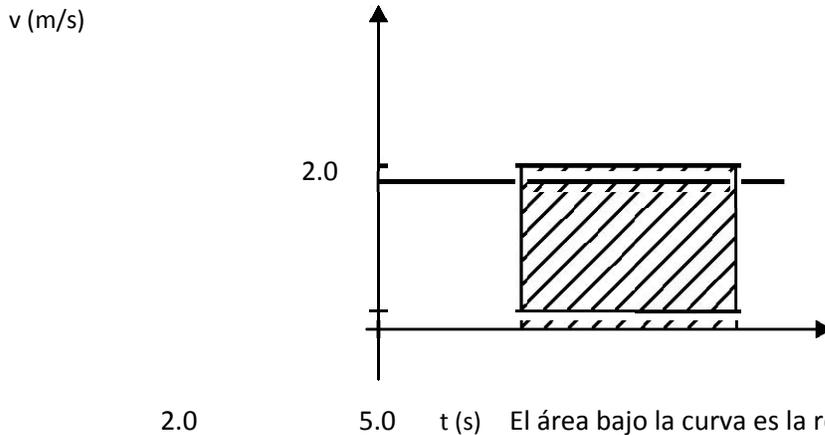
d) ¿Qué diferencia encuentras entre el área bajo la curva calculada en la gráfica de **3** y en la actual para  $3.0 < t < 9.0$ ? Explica tu razonamiento.

Subraya la frase que complete correctamente el enunciado siguiente: “ *(El desplazamiento / El cambio en la velocidad) de una partícula puede encontrarse calculando el área bajo la curva de una gráfica de aceleración vs tiempo.*”

## I. ANÁLISIS DE UNA GRÁFICA VELOCIDAD VS TIEMPO

El área bajo la curva en una gráfica puede representar una cantidad física, dependiendo de la magnitud a interpretar.

1. Observa la siguiente gráfica:



El área bajo la curva es la región bien delimitada entre dos tiempos, que en este caso son  $t=2.0$  (s) y  $t=5.0$  (s).

a) ¿Cuál es la dimensión de la cantidad física observada en el eje de las ordenadas (eje vertical)?

b) ¿Qué dimensión tiene el área bajo la curva mostrada en la figura de arriba?

c) ¿Qué cantidad física podría representar el área bajo la curva?

d) Usando tus conocimientos de cinemática, calcula el desplazamiento desarrollado por un vehículo descrito por la gráfica mostrada entre  $t=2.0$  (s) y  $t=5.0$  (s).

e) Ahora utilizando solamente geometría, calcula el área bajo la curva mostrada en la gráfica de arriba. No olvides las unidades.

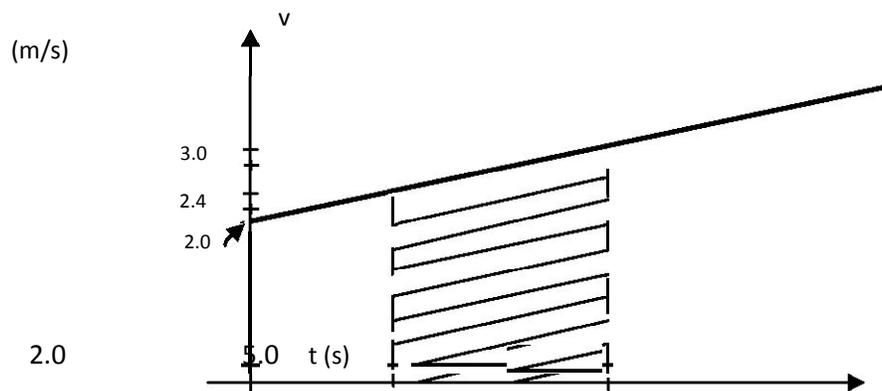
f) Compara los resultados del cálculo cinemático con el cálculo geométrico. Si no son iguales, explica por qué.

g) ¿Qué cantidad física representaría el área bajo la curva en la gráfica mostrada entre los tiempos  $0.0 < t < 2.0$ ?

h) ¿Cómo obtendrías el desplazamiento en un lapso arbitrario? Explica tu razonamiento.

i) ¿Podrías obtener el desplazamiento a partir de otra cantidad física? Mencionala y especifica en qué situación.

2. Observa la siguiente gráfica:



a) Sin hacer cálculos, ¿en cuál de los intervalos ( $0 < t < 2.0$  y  $2.0 < t < 5.0$ ) supones hay mayor desplazamiento? Explica tu razonamiento.

b) Calcula el área bajo la curva en la gráfica mostrada para los intervalos  $0 < t < 2.0$  y  $2.0 < t < 5.0$

c) Compara los incisos a) y b). ¿Qué cantidad física representa el resultado de tus cálculos en b)?

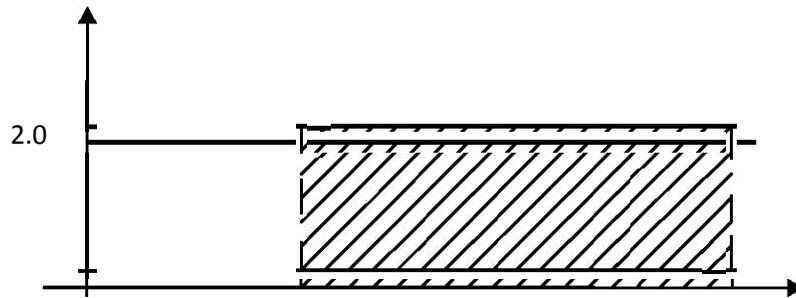
d) ¿Qué diferencia encuentras entre el área bajo la curva calculada en la gráfica de la parte 1 y en la gráfica de la parte 2 para  $2.0 < t < 5.0$ ? Explica tu razonamiento.

e) Solamente utilizando argumentos de cinemática (no geométricos), calcula el desplazamiento del vehículo en el intervalo  $2.0 < t < 5.0$  (s)

## II. ANÁLISIS DE UNA GRÁFICA ACELERACIÓN VS TIEMPO

3. Observa la siguiente gráfica:

a (m/s<sup>2</sup>)



3.0                      9.0      t (s) Esta gráfica representa la aceleración de un vehículo, que en este caso muy particular es constante. La aceleración media se define como  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  donde  $\Delta v$  es el cambio de la velocidad instantánea en el intervalo  $\Delta t$ .

a) Escribe la dimensión de la cantidad física observada en el eje de las ordenadas (eje vertical).

b) ¿Qué cantidad física representa el área bajo la curva de esta gráfica y cuál es su dimensión?

c) Sin hacer cálculos, ¿en cuál de los intervalos ( $0 < t < 3.0$  y  $3.0 < t < 9.0$ ) supones hay mayor cambio en la velocidad  $\Delta v$ ? Explica tu razonamiento.

d) Calcula el área bajo la curva para  $0 < t < 3.0$  y  $3.0 < t < 9.0$ , no olvides las unidades.

e) Compara los incisos c) y d). ¿Qué cantidad física representa el resultado de tus cálculos en d)?

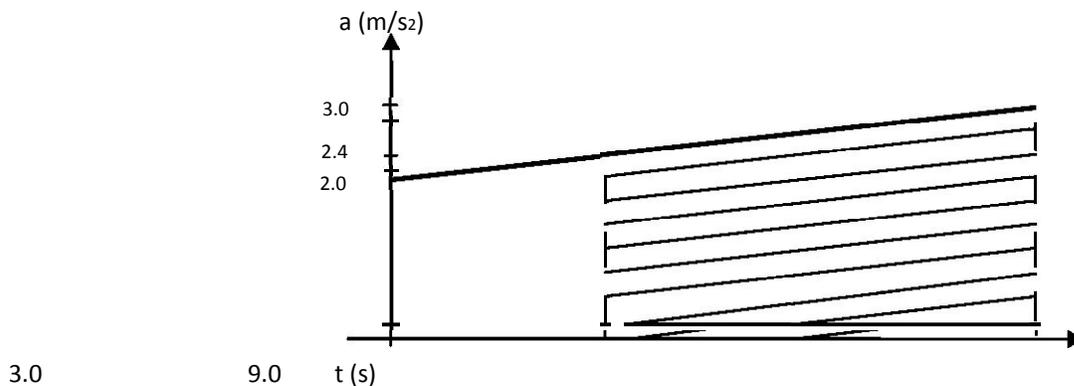
f) ¿Cómo obtendrías el cambio en la velocidad en un lapso arbitrario partiendo de una gráfica como la anterior? Explica tu razonamiento.

g) ¿Se podría obtener la velocidad instantánea a partir de una gráfica de aceleración? Explica.

h) ¿Qué diferencia hay entre la velocidad instantánea en un tiempo dado y el cambio en la velocidad en un intervalo de tiempo? Después de esta discusión revisa el inciso anterior.

i) ¿Podrías obtener el cambio en velocidad a partir de otra cantidad física (que no sea la aceleración)? Mencionala y especifica en qué situación.

4. Observa la siguiente gráfica:



a) Sin hacer cálculos, ¿en cuál de los intervalos ( $0 < t < 3.0$  y  $3.0 < t < 9.0$ ) supones hay mayor cambio en velocidad? Explica tu razonamiento.

b) Calcula el área bajo la curva para  $0 < t < 3.0$  y  $3.0 < t < 9.0$ .

c) Compara los incisos a) y b). ¿Qué cantidad física representa el resultado de tus cálculos en b)?

d) ¿Qué diferencia encuentras entre el área bajo la curva calculada en la gráfica de **3** y en la actual para  $3.0 < t < 9.0$ ? Explica tu razonamiento.

Subraya la frase que complete correctamente el enunciado siguiente: “*(El desplazamiento / El cambio en la velocidad) de una partícula puede encontrarse calculando el área bajo la curva de una gráfica de aceleración vs tiempo.*”