

InterARQ

Arquitectura basada en conoides

Alejandro Martínez Márquez*

La arquitectura basada en estructuras laminares (cascarones) y otras formas espaciales, es un arte en el que además de la estética interviene la geometría y un elevado sentido —o intuición— acerca de la manera en que las cargas externas se transmiten a la cimentación por el camino de la forma estructural, usualmente una superficie. La riqueza de las formas que proporciona la naturaleza se aprecia tanto en las diminutas conchas de caracol como en otras especies acuáticas; formas todas ellas que el constructor de nuestro tiempo y del pasado mediato ha intentado imitar.

En virtud de los recientes avances tecnológicos, el arte de hacer arquitectura se ha convertido en un proceso intrincado en cuanto a lograr la integración entre la imaginación creativa, la forma pura de la estructura y la condicionante restricción económica; tal es el reto cuando se trata del empleo de cascarones en algún proyecto.

La arquitectura mundial es rica en ejemplos de estructuras logradas con base en la combinación de superficies de diferente tipo y forma. Por su pequeño espesor, comparado con otras dimensiones de la misma estructura, se les conoce como cascarones o, más formalmente, como estructuras laminares. Son ejemplos los cascarones de forma esférica, cilíndrica y los paraboloides hiperbólicos ampliamente explorados en las estructuras de Felix Candela (ver: Faber Colin. *Las estructuras de Felix Candela*, CECSA, México, 1981, 255 p).

Existen algunas formas de cascarón cuya bondad, en términos de capacidad de resistencia y posibilidad de ser empleadas para configurar estructuras con alto sentido estético, han sido poco exploradas en nuestro ambiente. Una de ellas es

el conoide, cuya facilidad constructiva la hace especialmente interesante, tanto, que fuera de nuestro país se ha aprovechado extensamente. Ello es particularmente cierto en las estructuras presforzadas y prefabricadas.

Forma básica y variantes del conoide

La figura 1 es útil para entender la idea del conoide y su geometría, en cuanto a su superficie media. Si consideramos un plano horizontal como base, de manera que sobre un plano vertical paralelo al eje X , y cuando $Y=0$, se traza un arco de altura H , el conoide es la superficie que resulta de trazar una línea recta paralelamente al eje Y . Esta línea recta se apoya sobre el arco en un extremo y sobre una recta horizontal en el extremo opuesto, es decir, cuando $Y=L$. A la longitud de la cuerda del arco se le designa como $2a$, mientras el largo de la base rectangular se designa como L .

La forma curva del arco que sirve de directriz puede ser circular, parabólica o elíptica. De esto resultan tres tipos de conoide con un adjetivo co-

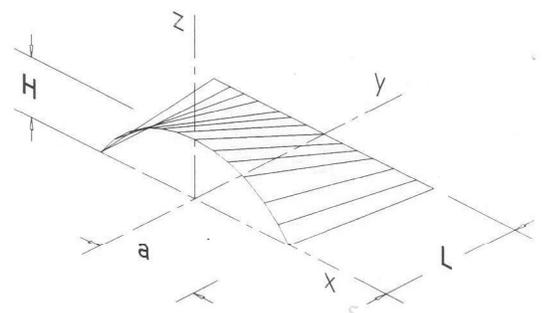


Figura 1. Geometría del conoide.

respondiente al nombre de la curva. La generatriz es siempre una línea recta. En este artículo interesa únicamente el conoide parabólico cuyo análisis es algo más fácil que el de los otros tipos. Sin embargo, en sentido constructivo puede resultar más fácil de realizar el conoide circular.

Considerando el eje Z, perpendicular al plano horizontal X-Y, la forma de la superficie media del conoide puede expresarse como sigue:

$$z = c\alpha^2 L (1 - \alpha^2) (1 - \beta) \quad (1)$$

En donde α y β son coordenadas paramétricas definidas como:

$$\alpha = x/a$$

$$\beta = y/L$$

Entonces α varía entre -1.0 y +1.0, en tanto β lo hace entre 0.0 y 1.0, c es una constante que puede deducirse cuando $\alpha=0$ y $\beta=0$, pues en tal punto $z = H$. Consecuentemente:

$$c = H / (a^2 L) \quad (1)$$

De modo que la ecuación 1 puede simplificarse para quedar en la forma siguiente:

$$z = H(1 - \alpha^2) (1 - \beta) \quad (2)$$

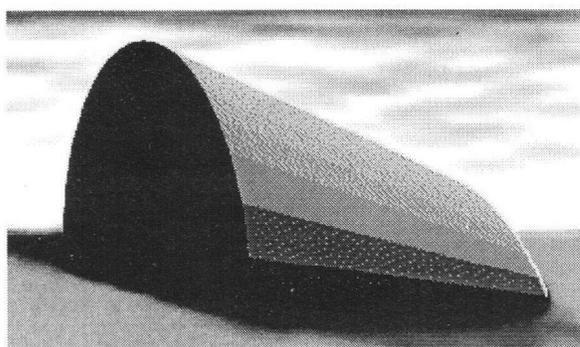
La figura 2 sugiere algunas variantes para aprovechar el conoide. La parte (a) es un caso frecuente en tanto que la parte (b) es un caso pocas veces visto, a pesar de su apreciable facilidad constructiva, pues sólo requiere un arco que puede ser base para el cimbrado. Sin embargo, existen otros procedimientos constructivos con los que puede eliminarse la cimbra y generar la superficie con las varillas que luego serán parte del refuerzo para el cascarón.

En la fotografía digital, las figuras 3 y 4 reproducen maquetas elaboradas por estudiantes de octavo semestre en la ESIA Tecamachalco. De manera simplificada se presenta el análisis de un conoide en la estructura que se muestra en isométrico en la figura 5 y que resulta de un pequeño cambio al diseño de la maqueta de la figura 3.

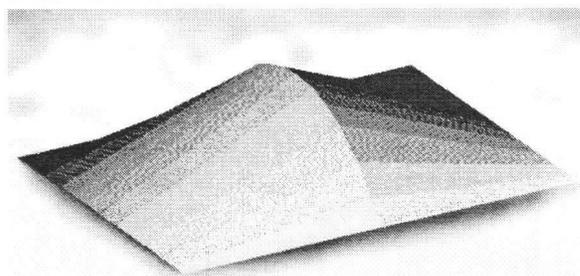
Análisis del conoide y ayudas de cálculo

El método a emplear se basa en introducir una función de fuerzas (F), propuesta realizada por A. Pucher (ver: Martínez Márquez, A., *Apuntes de Estructuras VIII*, ESIA, Tecamachalco, 1996) de donde resulta la siguiente ecuación diferencial parcial.

$$\frac{\delta^2 F}{\delta \alpha^2} \frac{\delta^2 z}{\delta \beta^2} - 2 \frac{\delta^2 F}{\delta \alpha \delta \beta} \frac{\delta^2 z}{\delta \alpha \delta \beta} + \frac{\delta^2 F}{\beta^2} \frac{\delta^2 z}{\delta \alpha^2} = q \quad (3)$$



a) Conoide corto.



b) Conoide compuesto por cuatro bordes rectos.
Fig. 2. Ejemplos de un conoide.

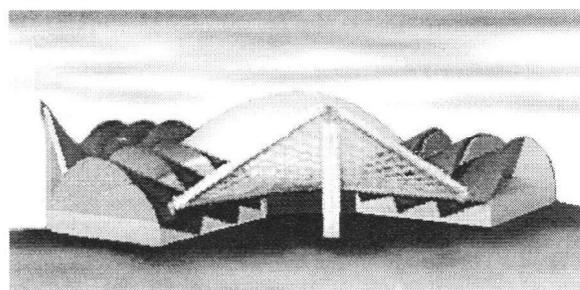


Fig. 3. Maqueta de proyecto para centro de convenciones.

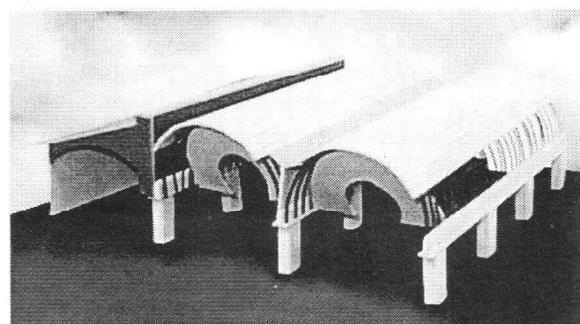


Fig. 4. Maqueta del proyecto de una estación ferroviaria, en España.

En donde:

$$\left(\frac{1}{a^2}\right) \frac{\delta^2 F}{\delta \alpha^2} = N_y = \text{Fuerza de membrana en la dirección } \beta$$

$$\left(\frac{1}{L^2}\right) \frac{\delta^2 F}{\delta \beta^2} = N_x = \text{Fuerza de la membrana en la dirección } \alpha$$

$$\left(\frac{1}{aL}\right) \frac{\delta^2 F}{\delta \alpha \delta \beta} = N_{xy} = \text{Fuerza rasante en la superficie}$$

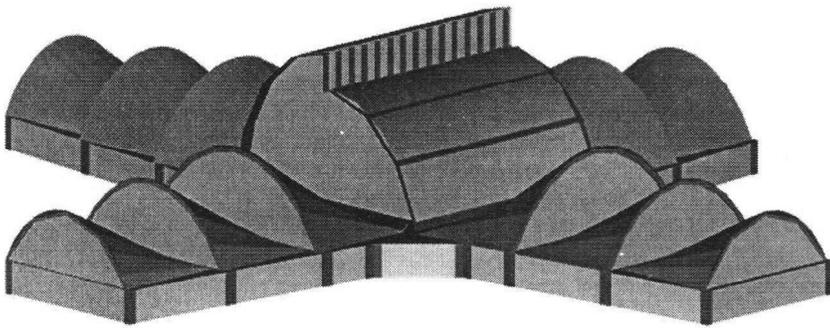


Fig.5. Perspectiva del proyecto de un aeropuerto diseñado con base en cascarones conoides por alumnos de octavo semestre de la ESIA Tecamachalco.

En virtud de la Ec. 2:
 $\delta^2 z / \delta \alpha^2 = -2H(1-\beta) a^2$
 $\delta^2 z / \delta \beta^2 = 0$
 $\delta^2 z / \delta \alpha \delta \beta = 2H a$

Y
 $q = -Pz L^2 a^2$
 $Pz =$ Componente vertical de la carga actuante

Consecuentemente, la ecuación diferencial parcial a resolver (Ec. 3) resulta ser como sigue:

$$2\alpha \frac{\delta^2 F}{\delta \alpha \delta \beta} + (1-\beta)a^2 \frac{\delta^2 F}{\delta \beta^2} = q / (2H) \quad (4)$$

Diferentes procedimientos existen para obtener la función $F(\alpha, \beta)$ con que se resuelve la Ec. 4 (ver: Martínez Márquez, A., *Análisis de un tipo de cascarón de doble curvatura*, Revista IMCYC, 1964). Lamentablemente escapa al propósito del presente artículo reproducir los resultados publicados por el primer autor (ver: Martínez Márquez, A., *op. cit.* 1996).

Con el propósito de ofrecer al lector ayuda en el cálculo de una estructura de cascarón en forma de conoide, las gráficas en las figuras 6 y 7 muestran las funciones $F1, F2, F3, F4, F5$ y $F6$, que permiten calcular las fuerzas internas en el estado de membrana como sigue:

$$N_x = -wH \{ [(a/H)^2 / 2 + (a/L)^2 / 4] F1 - F2 \} \quad (5)$$

$$N_y = -wH \{ F3 + (L/a)^2 F \} \quad (6)$$

$$N_{xy} = wH \{ (a/H) F5 + (L/a) F6 \} \quad (7)$$

Con diferente tipo de línea y para ver los valores en escala separada, la figura 6 muestra las funciones $F2, F3$ y $F5$, en términos de α y valores selectos para β , que intervienen en el cálculo de las fuerzas unitarias, según las Ecs. 5, 6 y 7. De manera análoga, la figura 7 muestra las funciones $F1, F4$ y $F6$ con referencia a la variable paramétrica β , y varias curvas que corresponden al valor selecto para α . En ambas figuras, cuando lo requiere el cálculo, es posible interpolar gráficamente.

te. Valga señalar en especial el caso de $F1$, cuya gráfica se representa hasta el valor $\beta = 0.95$, pues crece rápidamente conforme β tiende a 1.0 hasta llegar –teóricamente– a infinito.

El significado estructural de esta última característica es que la fuerza unitaria N_x no es suficiente para resistir la carga externa únicamente en el estado de membrana y se manifiesta un estado de flexión que se localiza en la proximidad del borde recto.

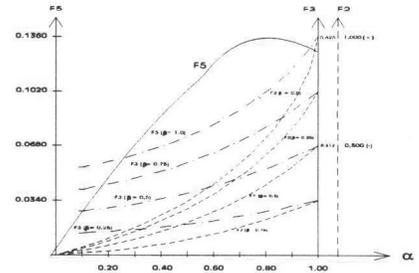


Fig. 6. Gráfica para obtener las funciones $F2, F3$ y $F5$.

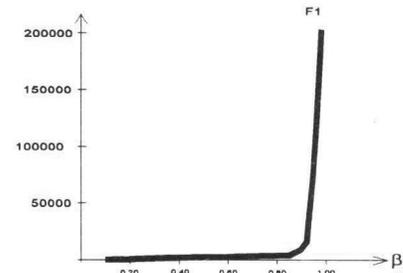


Fig. 7a. Gráfica para obtener la función $F1$, en función de β .

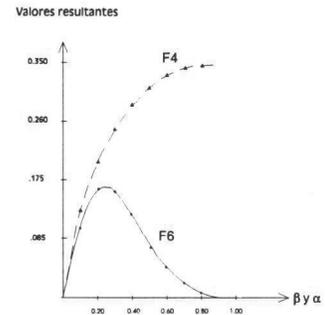


Fig. 7b. Gráfica para obtener las funciones $F4$ y $F6$, en función de α y β .

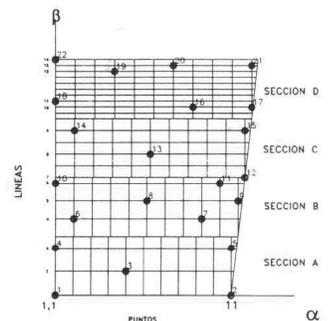


Fig. 8. Superposición de secciones amalladas, "cascarón tipo A" (mitad empleada para el cálculo).

DATOS	CASCARON TIPO 1				CASCARON TIPO 2				CASCARON TIPO 2			
	SECC.	SECC.	SECC.	SECC.	SECC.	SECC.	SECC.	SECC.	SECC.	SECC.	SECC.	SECC.
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
a(mts)	7.50	7.79	8.08	8.37	8.67	8.96	9.25	9.54	9.83	10.12	10.42	10.71
H (mts)	3.75	2.81	1.88	0.94	4.30	3.44	2.58	1.72	5.00	4.17	3.33	2.50
L(mts)	10.00	7.50	5.00	2.50	12.50	10.00	7.50	5.00	15.00	12.50	10.00	7.50
W(kg/m2)	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300

Tabla 1. Tipos de conoide empleados en el proyecto de la fig. 5 (ver figura 1).

Ejemplo numérico

Para el caso del proyecto en la figura 5, se describen los resultados considerando en una tabla los datos empleados y las diferentes etapas del procedimiento numérico; de esa manera se resume el cálculo que se requiere para cada uno de los tres conoides con dimensiones geométricas distintas. El conoide analizado es del tipo que se muestra en la figura 2 (b), y para efectos de cálculo se ha trazado una malla de puntos sobre la superficie, que en la tabla son utilizados como líneas (en la dirección de β) y sobre cada línea se eligieron cinco puntos de modo tal que las fuerzas N_x , N_y , N_{xy} se calcularon para un total de 30 puntos. La figura 8 muestra la malla para una mitad del conoide analizado, señalando la denominación de las líneas y los puntos. Además, la tabla consigna el valor de las fuerzas principales y el ángulo en

que se ubican, usando el signo (-) para compresión y (+) para tensión.

El programa empleado se encuentra disponible para el lector interesado, en la Unidad de Informática de la ESIA, Unidad Profesional de Arquitectura Tecamachalco (UPAT). Éste es un trabajo conjunto de Ricardo J. Juárez Miranda, Guillermo J. Nieves Reyes, Nancy Pérez García y Javier Ramírez Alegría, alumnos de 9o. semestre de la ESIA Tecamachalco ©

*Doctor en Ingeniería y profesor de la ESIA Tecamachalco

a=	L=	H=	W=	LINEA	PUNTO	α	β	F1	F2	F3	F4	F5	F6	Nx	Ny	Nxy	N1	N2	0
(mts)	(mts)	(mts)	(kg/m2)																
7.50	10.00	3.75	300.00	1	1	0.00	0.00	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00	-2408.20	0.00	0.00	-2408.20	0.00	0.00
7.50	10.00	3.75	300.00		2	1.00	0.00	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000	-0.1250	1.00	-3533.20	0.00	1394.53	-4017.29	484.09	19.14
7.50	10.00	3.75	300.00	2	3	0.40	0.10	1.1111	-0.1440	0.0310	0.0903	-0.0920	0.32	-2837.78	-215.54	408.38	-2899.91	-153.42	8.65
7.50	10.00	3.75	300.00	3	4	0.00	0.20	1.2500	0.0000	0.0500	0.1627	0.0000	0.00	-3010.25	-381.58	0.00	-3010.25	-381.58	0.00
7.50	10.00	3.75	300.00		5	1.00	0.20	1.2500	-0.8000	0.1250	0.1627	-0.1250	0.64	-3910.25	-465.96	854.53	-4110.61	-265.60	13.20
7.79	7.50	2.81	300.00	4	6	0.10	0.10	1.1111	-0.0090	0.0254	0.0903	-0.0249	0.08	-3859.51	-91.98	43.96	-3860.02	-91.47	0.67
7.79	7.50	2.81	300.00		7	0.80	0.10	1.1111	-0.5760	0.0490	0.0903	-0.1360	0.65	-4337.49	-111.89	406.85	-4376.30	-73.08	5.45
7.79	7.50	2.81	300.00	5	8	0.50	0.20	1.2500	-0.2000	0.0688	0.1627	-0.1094	0.32	-4502.01	-185.06	163.95	-4508.23	-178.85	2.17
7.79	7.50	2.81	300.00		9	1.00	0.20	1.2500	-0.8000	0.1250	0.1627	-0.1250	0.64	-5007.81	-232.48	409.99	-5042.75	-197.54	4.87
7.50	10.00	3.75	300.00	6	10	0.00	0.30	1.4286	0.0000	0.0750	0.2190	0.0000	0.00	-3440.29	-522.38	0.00	-3440.29	-522.38	0.00
7.50	10.00	3.75	300.00		11	0.90	0.30	1.4286	-0.5670	0.1661	0.2190	-0.1339	0.44	-4078.17	-624.89	548.54	-4163.21	-539.85	8.81
7.50	10.00	3.75	300.00	7	12	1.00	0.00	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000	-0.1250	1.00	-3533.20	0.00	1394.53	-4017.29	484.09	19.14
8.08	5.00	1.88	300.00	8	13	0.50	0.20	1.2500	-0.2000	0.0688	0.1627	-0.1094	0.32	-7084.35	-73.91	12.00	-7084.37	-73.89	0.10
8.08	5.00	1.88	300.00		14	0.10	0.40	1.6667	-0.0060	0.1015	0.2613	-0.0249	0.04	-9298.78	-113.69	10.11	-9298.79	-113.68	0.06
8.08	5.00	1.88	300.00		15	1.00	0.40	1.6667	-0.6000	0.2500	0.2613	-0.1250	0.36	-9633.79	-197.44	11.72	-9633.81	-197.43	0.07
8.37	2.50	0.94	300.00	10	16	0.70	0.20	1.2500	-0.3920	0.0868	0.1627	-0.1321	0.45	-15072.46	-28.56	87.01	-15072.97	-28.05	0.33
8.37	2.50	0.94	300.00		17	1.00	0.20	1.2500	-0.8000	0.1250	0.1627	-0.1250	0.64	-15187.52	-39.34	64.11	-15187.79	-39.07	0.24
8.37	2.50	0.94	300.00	11	18	0.00	0.30	1.4286	0.0000	0.0750	0.2190	0.0000	0.00	-17099.33	-26.66	0.00	-17099.33	-26.66	0.00
8.37	2.50	0.94	300.00		12	0.30	0.80	5.0000	-0.0180	0.2270	0.3307	-0.0716	0.01	-59852.75	-72.33	66.61	-59852.82	-72.26	0.06
8.37	2.50	0.94	300.00	12	19	0.60	0.90	10.0000	-0.0360	0.3465	0.3330	-0.1230	0.01	-119705.50	-106.09	115.62	-119705.61	-105.98	0.06
8.37	2.50	0.94	300.00		13	1.00	0.90	10.0000	-0.1000	0.5625	0.3330	-0.1250	0.01	-119723.54	-167.00	117.17	-119723.66	-166.89	0.06
8.37	2.50	0.94	300.00	14	22	0.00	1.00	#DIV/0!	0.0000	0.2500	0.3333	0.0000	0.00	#DIV/0!	-78.89	0.00	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!

Tabla 2. Formas para el cálculo de un conoide: resumen de valores obtenidos del análisis del conoide denominado "Cascarón tipo 1", en la tabla 1.