



Instituto Politécnico Nacional

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada

CICATA
Unidad Legaría

**FILTRADO ADAPTATIVO EN TIEMPO REAL
MPNPVARIABLE**

TESIS

**Que para obtener el título de:
Maestro en Ciencias en Tecnología Avanzada**

**Presenta:
Ing. Mario Morales Castillo**

Director
Dr. Pedro Guevara López
Director
Dr. José de Jesús Medel Juárez

México Distrito Federal, Noviembre de 2006

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de México el día 21 del mes Noviembre del año 2006, el (la) que suscribe Ing. Mario Morales Castillo alumno del Programa de Posgrado en Tecnología Avanzada con número de registro A050805, adscrito a CICATA-LEGARIA, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. José de Jesús Medel Juárez y cede los derechos del trabajo intitulado FILTRADO DIGITAL ADAPTIVO EN TIEMPO REAL PARA SISTEMA ARMA MONOVARIABLE al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección mar_cas77@yahoo.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Mario Morales Castillo', is written over a horizontal line.

Mario Morales Castillo.



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 11:00 horas del día 21 del mes de noviembre del 2006 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICATA - IPN para examinar la tesis de grado titulada:
FILTRADO DIGITAL ADAPTIVO EN TIEMPO REAL PARA SISTEMA ARMA MONOVARIABLE

Presentada por el alumno:

Morales
Apellido paterno

Castillo
materno

Mario
nombre(s)

Con registro:

A	0	5	0	8	0	5
---	---	---	---	---	---	---

aspirante al grado de:

Maestría en Tecnología Avanzada

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Director de tesis

Dr. José de Jesús Medel Juárez

Coodirector de Tesis

M en C. Juan Carlos Herrera Lozada

Dr. José Luis Fernández Muñoz

Dr. José Antonio Calderón Arenas

Dr. Ernesto Marín Moares

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

Dr. José Antonio Díaz Góngora



CENTRO DE INVESTIGACION
EN CIENCIA APLICADA Y
TECNOLOGIA AVANZADA

Glosario

Condición local. Característica temporal o de respuesta que el FDATR (o FDMTR) debe cumplir dentro del intervalo definido por los plazos mínimo y máximo relativos.

Condición global. Característica temporal o de respuesta que el FDATR (o FDMTR) debe cumplir dentro del intervalo definido por los plazos mínimo y máximo absolutos.

Diferencias finitas. Aproximación de la derivada. Tangente a una curva, aproximada mediante valores de x muy pequeños donde la diferencia entre x_0 y x_1 (incremento Δx) no tiende a cero, sino a un valor significativo [Oga80], **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

Estimación. Es el área que se encarga de describir la dinámica de los parámetros del sistema a través de sus señales observables [Kai80], [Med02].

FDATR. Filtro Digital Adaptivo en Tiempo Real.

Filtrado. Es la operación de extracción de información de interés del sistema en el intervalo k , a través de los datos adquiridos en el intervalo k por parte del receptor [Hay91].

Filtro. El término filtro se usa para describir un dispositivo que en forma de hardware o software se aplica para: a) Eliminar el ruido de los datos de un sistema, b) Extraer información de acuerdo a alguna característica del sistema, c) Predecir el comportamiento del sistema a analizar y d) Reconstruir el comportamiento del sistema a analizar [Hay91].

Firm. Se refiere al Sistema de Tiempo Real en el que los procesos no satisfacen sus restricciones de tiempo, y ya no importa que el proceso se ejecute después; y aún es aceptable [But97].

Hard. Se refiere al sistema de Tiempo Real en el que sus procesos deben satisfacer sus requerimientos de tiempo siempre [But97].

Identificación. Es el área que se encarga de describir la dinámica de los estados del sistema a través de sus señales observables [Kai80], [Med02], [Cai86].

Instancia. Es una unidad de trabajo $j(k)$ de una tarea J_i , que queda definida con $j(k)=f(l(k),c(k),d(k))$ para $i, k \in \mathbf{Z}^+$ donde $l(k)$ es el tiempo de arribo de cada instancia,

$c(k)$ es el tiempo de ejecución de cada instancia y $d(k)$ es el plazo de cada instancia; todo eso dentro de un intervalo de evolución con índice k .

Kernel. Es el núcleo del sistema operativo y es un programa que siempre está residente en memoria. Brinda recursos como: control de recursos del hardware, control de los periféricos, control de usuarios y manejo del sistema de archivos [Liu00].

Medida. Se llama *medida* a una función μ , definida en una σ -álgebra \mathfrak{S} con valores reales en $[0, \infty]$ y que es *numerablemente aditiva* [Rud88].

Perturbación: Es una señal que entra y afecta al sistema de manera negativa alterando la señal de salida o respuesta del sistema adversamente **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

Planificador. Es un criterio predefinido que asigna procesos a los recursos en forma ordenada, tal que cada tarea es ejecutada hasta completarse. Un planificador puede hacer que un proceso pase del estado listo al estado ejecutándose y viceversa, dándole un lugar específico dentro de la cola de listos [But97], [BW97].

Plazo de convergencia. Se define como el tiempo máximo en que el FDATR debe converger a un $\Delta > 0$. Está determinado por la dinámica del mundo real.

Plazo relativo mínimo. Es el tiempo mínimo en el que se puede obtener una respuesta local por parte del FDATR, sin alterar negativamente la dinámica o comportamiento del sistema físico.

Plazo relativo máximo. Es el tiempo máximo en el que se puede obtener una respuesta local por parte del FDATR, sin alterar negativamente la dinámica del proceso.

Predicción. Es la operación de descripción del comportamiento del sistema en un intervalo $(k+n)$, para todo $n \in \mathbb{R}^+$; considerando la información recibida hasta el intervalo k .

Prioridad. La prioridad es el nivel de preferencia de ejecución que tiene una tarea en un STR [BW97].

Proceso estocástico. El proceso estocástico X se define como una colección de variables aleatorias $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ que obedecen a una ley de distribución $F(X)$, tal que $\{x_n: n \in \mathbb{N}\}$ ordenados por un conjunto de parámetros n [Med98].

Reconstrucción. Es la operación de extracción de información de interés del sistema en un intervalo $(k-n)$ para todo $n \in \mathbf{R}^+$; considerando la información recibida hasta el intervalo k .

Restricción de precedencia. Es la relación de orden que guardan un conjunto de tareas concurrentes para su ejecución, puede implantarse por el uso de prioridades o mensajes con espera de respuesta, [GM03], [But97].

Sincronía. Coordinación de varias causas en el mismo intervalo temporal **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

Sistema en Línea. Es aquel sistema que siempre debe estar encendido, disponible y generalmente conectado a una red de computadoras y depende de la capacidad del hardware para atender peticiones de servicio [MGB02].

Sistema en Tiempo Real (STR). Es aquel sistema digital que obedece tres condiciones: a) Interacción con el mundo físico, b) Emisión de una respuesta correcta de acuerdo a algún criterio preestablecido, c) Cumplimiento de las restricciones de tiempo del proceso físico con que interactúa.

Sistema Lineal (SL). Es aquel sistema que tiene una relación de entrada/salida y cumple las condiciones de causalidad y homogeneidad [Oga80], [Cai86].

Soft. Se refiere al sistema de Tiempo Real en el que sus procesos pueden satisfacer sus restricciones de tiempo sólo en un cierto porcentaje de veces [But97]

Tarea en Tiempo Real (TTR). Es una entidad ejecutable de trabajo J_i que al menos es caracterizada por un tiempo de arribo y una restricción temporal. Está formada por un conjunto de instancias $j(k)$, tal que $J_i = \{j(k)\}$ con $i, k \in \mathbf{Z}^+$.

Tarea en Tiempo Real Periódica (TTRP). Es aquella tarea donde todas sus instancias tienen tiempos de arribo relativo próximos a un período T y los tiempos de arribo absolutos crecen en forma monótonica respecto a la aparición de las instancias.

Tareas Concurrentes (TC). Son un conjunto de tareas que se ejecutan en un plazo máximo y en forma no secuencial en una computadora tomando recursos en instantes diferentes. No pueden existir tareas concurrentes sin un planificador predefinido. **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, [Liu00].

Tiempo de arribo o llegada. También llamado tiempo de arribo absoluto, es el tiempo con respecto al inicio del proceso en que la instancia de una tarea pasa a formar parte de la cola de listos. Es decir, es un tiempo absoluto en que la instancia queda formada hasta ser atendida

Tiempo de ejecución. Es el tiempo que el procesador se encarga de ejecutar una instancia de una tarea (o conjunto de instancias sin interrupción) [Liu00]

Tiempo de inicio o tiempo de liberación. Es el tiempo en que la instancia de una tarea inicia su ejecución [Liu00].

Tiempo de arribo relativo de una TTR. El tiempo de arribo relativo o tiempo de arribo relativo de una instancia k está definido como el tiempo en que la instancia pide atención al procesador en relación al arribo absoluto de la instancia $k-1$.

Tiempo de finalizado. Es el tiempo en que la instancia de una tarea termina su ejecución dentro del intervalo k .

Tiempo prematuro. Es el tiempo que ocurre cuando la instancia de una tarea finaliza antes de su plazo mínimo.

Tiempo de retardo. Es el tiempo en que la instancia de una tarea fue terminada dentro de su plazo absoluto máximo, en caso contrario, la tarea terminó después del intervalo k , y cuenta con un retardo.

Variable aleatoria. Se llama variable aleatoria a toda variable que, como resultado de un experimento, no toma más que un valor cualquiera, y como resultado de varios experimentos, puede tomar valores diferentes [Pug73].

Resumen

La aplicación de los Filtros Digitales Adaptivos en procesos físicos requiere cumplir con una serie de restricciones de las cuales su calidad de respuesta y sus restricciones temporales son sus principales propiedades a cubrir; nace así la necesidad de desarrollar los conceptos de Filtrado Digital Adaptivo en Tiempo Real para estimación de parámetros conforme a su funcional de error. Estos conceptos expresan que la clase de Filtros Digitales que interactúa con procesos dinámicos físicos, y que emite respuestas de alta calidad, con restricciones de tiempo y de sincronía en forma crítica, se le conoce como FDATR (Filtros Digitales Adaptivos en Tiempo Real).

Los FDATR tienen como característica común: a) *extracción y emisión de información sincronizada con el tiempo de evolución del proceso considerando los criterios de [Kot33], [Nyq28], [Whi15], [Sha48]*, b) *emisión de respuestas correctas* (por ejemplo, los criterios usados en [Hay91] entre otros), c) *respuestas acotadas en tiempo a través de intervalos semi-abiertos en forma local y global de acuerdo a las restricciones temporales del proceso dinámico y a algún criterio de convergencia y d) capacidad de expresarse en forma recursiva y en diferencias finitas de acuerdo a los artículos de [MG03] y [MGF03]*.

En este trabajo se describe el Filtrado Digital Adaptivo en Tiempo Real particularmente para la estimación de parámetros en sistemas estocásticos de primer orden del tipo estacionario; se exponen sus características temporales y de respuesta en forma local y global. Finalmente se presenta un ejemplo de simulación usando al método de mínimos cuadrados con realimentación para formar el filtro adaptivo con observando sus funcional de error y sus gráficas que dan como resultado que a la vista resulta ser eficiente, pero que en la ilustración tiene un error considerablemente pequeño.

Los aportes principales de esta tesis son:

- Formalización de los conceptos de Filtrado Digital Adaptivo en Tiempo Real para estimación de parámetros en sistemas estocásticos de primer orden estacionarios a través de los conceptos de FDATR,
- Definición de las características locales y globales en calidad de respuesta y tiempo de los FDATR:
 - o Características de las tareas,
 - o Sincronía,
 - o Periodo de muestreo,
 - o Tiempo de convergencia,
- Desarrollo del filtro adaptivo de manera recursiva.

Palabras clave: *Filtro Digital Adaptivo, estimación, convergencia, restricción, Tiempo Real.*

Abstract

La aplicación de los Filtros Digitales Adaptivos en procesos físicos requiere cumplir con una serie de restricciones de las cuales su calidad de respuesta y sus restricciones temporales son sus principales propiedades a cubrir; nace así la necesidad de desarrollar los conceptos de Filtrado Digital Adaptivo en Tiempo Real para estimación de parámetros conforme a su funcional de error. Estos conceptos expresan que la clase de Filtros Digitales que interactúa con procesos dinámicos físicos, y que emite respuestas de alta calidad, con restricciones de tiempo y de sincronía en forma crítica, se le conoce como FDATR (Filtros Digitales Adaptivos en Tiempo Real).

Los FDATR tienen como característica común: a) *extracción y emisión de información sincronizada con el tiempo de evolución del proceso considerando los criterios de [Kot33], [Nyq28], [Whi15], [Sha48]*, b) *emisión de respuestas correctas* (por ejemplo, los criterios usados en [Hay91] entre otros), c) *respuestas acotadas en tiempo a través de intervalos semi-abiertos en forma local y global de acuerdo a las restricciones temporales del proceso dinámico y a algún criterio de convergencia y d) capacidad de expresarse en forma recursiva y en diferencias finitas de acuerdo a los artículos de [MG03] y [MGF03]*.

En este trabajo se describe el Filtrado Digital Adaptivo en Tiempo Real particularmente para la estimación de parámetros en sistemas estocásticos de primer orden del tipo estacionario; se exponen sus características temporales y de respuesta en forma local y global. Finalmente se presenta un ejemplo de simulación usando al método de mínimos cuadrados con realimentación para formar el filtro adaptivo con observando sus funcional de error y sus gráficas que dan como resultado que a la vista resulta ser eficiente, pero que en la ilustración tiene un error considerablemente pequeño.

Los aportes principales de esta tesis son:

- Formalización de los conceptos de Filtrado Digital Adaptivo en Tiempo Real para estimación de parámetros en sistemas estocásticos de primer orden estacionarios a través de los conceptos de FDATR,
- Definición de las características locales y globales en calidad de respuesta y tiempo de los FDATR:
 - o Características de las tareas,
 - o Sincronía,
 - o Periodo de muestreo,
 - o Tiempo de convergencia,
- Desarrollo del filtro adaptivo de manera recursiva.

Palabras clave: *Filtro Digital Adaptivo, estimación, convergencia, restricción, Tiempo Real.*

Introducción

A través de su historia el hombre ha tratado de describir de manera precisa la mayor cantidad de características intrínsecas de los sistemas, con el objetivo de predecir, regular y, controlar su comportamiento bajo diferentes condiciones de funcionamiento. Con el propósito de establecer un criterio bien fundamentado para extraer o dicho de otro modo discriminar algunas de las características de un sistema en cuestión se le conoce como *filtrado* (ver diccionario Larousse y Haykin 91).

Haykin (1991), comenta: “El termino *filtro* es a menudo usado para describir alguna característica intrínseca de un sistema a través de la información emitida por su estado o estados observables”.

Todo sistema emite una señal como respuesta, que en otras palabras quiere decir que el estado del sistema interactúa con un todo un conjunto de perturbaciones que provienen del entorno e incluso del mismo sistema que alteran por completo el funcionamiento que es esperado. Estas características y comportamientos de un sistema dado condujo a elaborar toda una teoría del filtrado, y para realizar un estudio mas sistematizado y clasificado de los filtros se dividieron en dos áreas básicas (según, Haykin en 1991), que siempre y cuando el sistema a analizar pudiera ser descrito en un lenguaje matemático por ecuaciones diferenciales o en diferencias (ambas formadas por parámetros o estados); y de acuerdo a su naturaleza, estas áreas son:

Estimación: dentro de la teoría del filtrado se dice que es la parte que se encarga de analizar y describir el *comportamiento de los parámetros* del sistema.

Identificación: dentro de la teoría de filtrado se dice que es la parte que se encarga de analizar y describir el *comportamiento de los estados* del sistema.

El filtrado, aplicado en diferentes áreas de la ingeniería (todas las ingenierías) por algunos investigadores (Amstrm y Witenmark, 1990_a, Sodestrom y Estoica, 1998_a, Ljung, 1987, Ljung y Sodestrom, 1983), al usar algunas técnicas matemáticas para la estimación de los sistemas, coinciden en sus respectivos libros y artículos en comentar:” La técnica de estimación es una aproximación experimental de los parámetros del modelo a los parámetros del sistema”. Los investigadores recomiendan para realizar el filtrado los siguientes pasos:

El proceso de filtrado como se ha visto, no solo tiene aplicaciones en la ingeniería electrónica y computacional sus alcances han invadido otras áreas como las ciencias sociales, económicas y administrativas como lo han estudiado algunos investigadores

(Amstrom y Witenmark, 1990_a, Sodestrom y Estoica, 1998_a, Ljung, 1987, Ljung y Sodestrom, 1983). Esto lo lograron gracias a que pudieron aplicar las herramientas matemáticas adecuadas para estimar un sistema, y en sus trabajos finales llegan concluir ideas semejantes sobre lo que es la técnica de estimación como: una aproximación experimental de los parámetros del modelo a los parámetros del sistema; también recomendando una serie de pasos para realizar el proceso del filtrado que se enuncian a continuación:

- a) Plantación experimental
- b) Selección de la estructura del modelo
- c) Estimación
- d) Identificación
- e) Validación del modelo

La estimación dentro del proceso de filtrado tiene una gran importancia pues de ello depende mucho la respuesta que tenga nuestro sistema, claro que también debido a otros factores que son importantes. Esta estimación consiste en establecer ciertas condiciones de inicio para nuestro modelo que influirán en su comportamiento de salida que a su vez ira retroalimentando a nuestro sistema para modificar de nuevo el estado de salida, en un proceso continuo donde habrá una depuración de la señal de salida, es decir se ha discriminado la señal para tomar solo lo que nos es de interés. Por otro lado los estados del sistema contienen perturbaciones que pueden ser originadas por factores externos e internos: desde errores propiciados por el emisor (el sistema), hasta errores de lectura provocados por el receptor (tarjetas de adquisición de datos, convertidores AD y DA entre otros); otra causa de perturbación puede deberse al mismo sistema como por ejemplo el ruido que genera el mismo circuito y que entra al sistema.

Un filtro puede quedar definido por la tarea final que desempeña y que por lo general también se define por la operación que realiza y la estimación de ciertos parámetros como son: ε y δ .

- I. **Filtrado.** Es la operación de extracción de información y descripción del sistema (emisor) durante el intervalo $[t, t+\varepsilon]$, a través de la información adquirida por parte del receptor, en el intervalo $[t, t+\delta]$. Con $\delta \ll \varepsilon$ y $\varepsilon, \delta \in \mathbf{R}^+$. Una vez que el receptor ha adquirido información del emisor en el intervalo $[t, t+\delta]$, el tiempo restante dentro del intervalo $[t, t+\varepsilon]$ (descrito por la diferencia ε y δ) lo dedica el receptor al análisis de la información y la emisión de resultados que describen el comportamiento interno y/o externo del sistema analizado.
- II. **Reconstrucción.** Es la operación de extracción de información de interés del sistema en el intervalo $[t, t+\varepsilon]$, cumpliendo las condiciones de la

operación del filtrado, pero ahora se describirá el comportamiento del sistema en un intervalo de tiempo anterior $[t - \varepsilon, t]$, con $\varepsilon \in \mathbf{R}^+$.

- III. **Predicción.** Es la operación de descripción del comportamiento para un intervalo posterior $(t + \varepsilon, t + 2\varepsilon)$ al intervalo en que recibe, analiza la información y predice el comportamiento futuro del mismo en el intervalo $[t, t + \varepsilon]$.

Con el propósito de comprobar el funcionamiento del modelo y la aplicación del estimador se desarrolla un estimador de *grado y orden uno*, respecto a la variable a observar (ver por ejemplo Chen, 1997), al considerar que un sistema real da una respuesta casual (ver por ejemplo Kailath, 1980; Chen 1997, etc.). También estocásticos, al considerar que la señal observable contiene un conjunto de perturbaciones del tipo aditivo, de las cuales podemos conocer sus primeros momentos de probabilidad. En base a los que se construye un estimador estocástico, lineal, minimizando los efectos del ruido a su salida de acuerdo a algún criterio.

Para cualificar la eficiencia de un estimador se propone utilizar un funcional (conocido como funcional del error), Este criterio para el caso presente queda descrito por el segundo momento de probabilidad a través de la diferencia entre la señal estimada y la señal original.

Alguna propiedades que tiene el sistema es su estacionariedad: Propiedad que tienen los sistemas de naturaleza estocástica (ver, Cramer y Leadbetter, 1968).

Una señal es de naturales estacionaria si sus momentos de probabilidad son finitos y en espacio específico, y en específico si sus dos primeros momentos están acotados para cualquier intervalo de tiempo $[t, t + \varepsilon]$.

La teoría de procesos estocásticos ha sido utilizada por diversos investigadores (ver: Lewis, 1986; Kalman, 1960; Haikyn, 1991 y las referencias contenidas en su libro; Posnyak y Medel, 1999_a y 1999_b).

Otras de las propiedades probabilísticas de esta clase de sistemas esta definida por su varianza (ver: Cramer y Leadbetter, 1968_b), por ejemplo que el parámetro del sistema permanezca constante en el tiempo en probabilidad uno.

Es así como Henuis (1993) utilizo la *teoría de probabilidad invariante*, y comenta que la suma del funcionamiento de una secuencia idénticamente distribuida con media cero y variables aleatorias acotadas en su segundo momento (σ^2), es aproximadamente en casi todos los puntos (c. t. p) a una muestra generada utilizando la teoría del Movimiento Browniano, permitiéndole obtener con mucho detalle las características del comportamiento asintótico de la suma de las variables aleatorias. Motivado por el principio de invarianza, su objetivo fue obtener una aproximación de

estos procesos continuos a través de procesos en diferencias por algunos procesos estándares cuyas propiedades de muestreo son expuestas por Isermann (1989). Finalizo Henius con un trabajo ilustrativo, y comenta: Se observa la aplicabilidad de estos resultados, ya que con un algoritmo iterativo y utilizando el Teorema del Limite Central, se obtiene un funcional donde la convergencia del proceso en donde la convergencia del proceso es muy buena, en el sentido antes mencionado.

Sodestrom y Estoica (1998_a) presentan tres métodos para realizar la estimación:

- a) Método de Steiglitz – McBride (MSM) conocido como método de cuadrados recursivo.
- b) Método del gradiente recursivo.
- c) Método de variable instrumental (MVI).

Estos métodos son comparados en la convergencia local y global, concluyendo en su trabajo de 1988_b: la mejor alternativa para a estimación de parámetros en los sistemas estocásticos con perturbaciones correlacionadas, es usar el método de mínimos cuadrados (MC).

Fan y Nayeri (1989), aplicaron los algoritmos utilizados por Sodestorm y Estoica en (1988_b) a un filtro en forma recursiva y de orden reducido; y llegaron a la conclusión de que cada método tiene algunas ventajas con respecto a los otros dos.

Retomando sus resultados obtenidos en 1989, Fan y Nayeri (1990) utilizaron un filtro de orden reducido y concluyeron que los métodos MSM y MGR dan una buena convergencia local y global; pero para filtros de orden pleno, la mejor solución es el uso de del MVI, aunque este es una variación del método de mínimos cuadrados.

Wie y Kumar (1994) utilizaron las técnicas de los esquemas del método Indirecto y desacoplado en conjunto con los métodos de los mínimos cuadrados y gradiente expuesto por Sodestorm, y Estoica (1988_b) para estimar a los parámetros de un sistema, concluyendo que con ambas técnicas se puede obtener una buena convergencia paramétrica.

Pozniak y Medel (1999_a -1999_b) utilizaron la variable instrumental y el factor de olvido para la estimación de parámetros variantes en el tiempo. Sus resultados fueron novedosos, ya que los compararon con respecto a los modos deslizantes, y el gradiente estocástico, en sistemas MIMO (Multi Input - Mult Output), con una convergencia a los parámetros reales de un 99.99%.

Ogata (1990), recomienda que al medir y estimar continuamente las características dinámicas de un sistema, no se debe afectar el funcionamiento normal del mismo, ya que se alterarían muchas de sus características.

Podemos observar que existen muchos estudios sobre la estimación de parámetros. Pero no se precisa en forma clara cual es el método a utilizar de acuerdo a la información que recibe el filtro estimador. Por tal motivo se sugiere realizar un análisis teórico comparativo entre dos métodos de estimación.

En la siguiente sección se presenta un análisis comparativo entre dos métodos de estimación para sistemas lineales con las siguientes características: Discretos con perturbaciones internas y externas correlacionadas con la señal observable, del tipo estacionario e invariante en el tiempo: Mínimos Cuadrados (MC) y el de Variable Instrumental.

Por otra parte la clase de Filtros Digitales que interactúa con procesos dinámicos físicos, y que emite respuestas de alta calidad, con restricciones de tiempo y de sincronía en forma crítica se le conocerá como FDATR (Filtros Digitales en Tiempo Real). Los FDATR tienen como características comunes: a) extracción y emisión de información sincronizada con el tiempo de evolución del proceso considerando los criterios de [Kot33], [Nyq28], [Whi15], [Sha48]), b) emisión de respuestas correctas (por ejemplo, los criterios usados por [Hay91] entre otros), c) respuestas acotadas en tiempo a través de intervalos semi-abiertos en forma local y global de acuerdo a las restricciones temporales del proceso dinámico y a algún criterio de convergencia y d) capacidad de expresarse en forma recursiva y en diferencias finitas de acuerdo a los artículos de Medel y Guevara en 2003 (ver: [MG03], [MGF03]).

La presente tesis está estructurada en cuatro capítulos. En el primer capítulo “Filtrado Digital y Sistemas en Tiempo Real” se expone en forma básica el panorama que antecede a ambas teorías y sirve de base para acotar el área donde se va a trabajar. En el segundo capítulo “El Problema del Filtrado Digital en Tiempo Real” se hace un análisis de los FDATR desde el punto de vista de varios autores, que tienen en común la confusión de que un FDATR es un filtro en un poderoso DSP y con respuestas muy rápidas o instantáneas; además en este capítulo se expone el problema, los objetivos, alcances y justificación de la tesis. En el capítulo 3 se presentan las bases de este trabajo, se dan los conceptos formales de FDATR, FDMTR y se plantean todas sus características de calidad de respuesta y tiempo. En el capítulo 4 se demuestra que la caracterización de FDATR y su variante FDMTR tienen una aplicación directa y pueden implantarse en dispositivos DSP o computadoras digitales con plataformas de SOTR como QNX en cualquiera de sus tipos. Finalmente, se dan las conclusiones de este trabajo y se proponen metas próximas.

La teoría presentada en esta tesis es general y aplicable a todos los filtros digitales lineales que interactúen con procesos físicos reales, que impongan restricciones

temporales y requieran ser reconstruidos a través de los procedimientos de estimación o identificación en Tiempo Real.

CAPÍTULO 1 Filtrado Digital y Sistemas en Tiempo Real

1.1 Introducción

Los Filtros Digitales en general tienen aplicaciones en los procesos industriales, en sistemas de control y de monitoreo de acuerdo a [But97] y [CC99]; por ejemplo, se encuentran en: Plantas químicas y nucleares, procesos de producción, bolsas de aire de seguridad para automóviles, sistemas de inyección de combustible, análisis de voz, sistemas de control de vuelo, adquisición de datos, aplicaciones médicas, sistemas de telecomunicación, análisis de trayectorias de misiles y cohetes espaciales, entre otras muchas aplicaciones. La relación de los filtros con los STR (Sistemas en Tiempo Real) es grande, ya que estos últimos son sistemas digitales que interactúan con el mundo real y cumplen restricciones temporales en aplicaciones muy cercanas con los filtros digitales.

1.2 Filtros Digitales (FD)

El término filtro se usa de acuerdo a [Hay91] y [GA93] para describir un dispositivo que en forma de hardware o software se aplica para:

- a. Eliminar el ruido de los datos de un sistema,
- b. Extraer información de acuerdo a alguna característica del sistema,
- c. Predecir el comportamiento del sistema a analizar,
- d. Reconstruir el comportamiento del sistema a analizar.

El proceso de filtrado se basa en:

- a. Monitorear los estados que emite el sistema a analizar: $\{y(k)_i\}$, $k, i \in \mathbf{Z}^+$,
- b. Predecir o identificar los ruidos que pueden ser originados por causas como:
 - b.1. Errores propiciados por el emisor (el sistema),
 - b.2. Errores de lectura provocados en el receptor,
 - b.3. Influencia del medio ambiente que rodea tanto al emisor como al receptor.

parámetros.

De acuerdo a su entrada y su construcción, los FD pueden clasificarse de la siguiente manera ([Med99], [PM96]):

- a. Un *FD es lineal* si éste utiliza una señal lineal a su entrada. Es decir, debe cumplir con las siguientes condiciones:

$$F(u + w) = F(u) + F(w), \quad F(ku) = kF(u), \quad 1.1$$

$$F(c_1u + c_2w) = c_1F(u) + c_2F(w). \quad 1.2$$

- b. Un *FD es estacionario* si la señal que recibe es estacionaria, es decir, si ésta obedece a una función de distribución, en la cual su primer momento de probabilidad es igual en cualquier intervalo τ .

- c. Un *FD es invariante en el tiempo* si las características de su señal de entrada y de salida no cambian con el tiempo. Si se tiene un sistema F y una señal $x(n)$ se tiene lo siguiente [PM96]:

$$x(n) \xrightarrow{F} y(n), x(n - k) \xrightarrow{F} y(n - k). \quad 1.3$$

Básicamente los FD se dividen en dos clases. Ambos tipos de FD en forma pueden ser representados por secuencias de respuesta al impulso $h(k)$, $k \in \mathbf{Z}^+$:

- a. *Respuesta de Impulso Finito (RIF):*

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n - k). \quad 1.4$$

- b. *Respuesta de Impulso Infinito (RII):*

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n - k) = \sum_{k=0}^N a_k x(n - k) - \sum_{k=1}^M b_k y(n - k). \quad 1.5$$

En la práctica no es realizable calcular las salidas del filtro RII porque la respuesta al impulso será en el infinito, por lo tanto debe ser expresado en forma recursiva, donde a_k y b_k son los coeficientes del FD.

Los FD juegan un papel importante dentro del Procesamiento Digital de Señales (PDS), tienen muchas ventajas respecto a los FA (Filtros Analógicos) por ejemplo en compresión de datos, procesamiento de señales biomédicas, procesamiento de voz, procesamiento de imágenes, transmisión de datos, audio digital, cancelación de eco telefónico, etc. Algunas de las características más importantes de los FD respecto a **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** son:

- a. FD no experimentan cambios con las variaciones del ambiente, como por ejemplo variaciones térmicas. Esto elimina la necesidad de calibrarlos periódicamente.

- b. La respuesta de un FD puede ser ajustada automáticamente si se implementa en un procesador programable o en una computadora.
- c. Un FD puede tratar muchas señales o canales sin necesidad de duplicar el hardware.
- d. Los datos filtrados y los no filtrados pueden guardarse para su posterior utilización.
- e. Gracias a la tecnología de la electrónica es posible tener FD en hardware muy pequeño, poderoso y a bajo costo.
- f. La implantación en Tiempo Real depende en gran parte de la construcción del FD y el hardware.
- g. Su precisión depende del número de bits que maneje el hardware y software.

1.3 Sistemas en Tiempo Real (STR)

Diversos autores ([Mar80], [But97], [BW97], **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, [Gar99], [Sta92], **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** entre otros), que utilizan a los sistemas digitales y en específico a los sistemas computacionales como una subclase de estos últimos, para observar y/o controlar a un proceso dinámico definen a un STR, de la siguiente manera:

Un STR es aquel sistema digital que obedece tres condiciones: a) Interacción con el mundo físico, b) Emisión de una respuesta correcta de acuerdo a algún criterio preestablecido (por ejemplo [Hay91] entre otros), c) Cumplimiento de las restricciones de tiempo del proceso dinámico, conforme a los criterios de [Kot33], [Nyq28], [Whi15], [Sha48].

A pesar de estas características, se tiende a confundir muy a menudo a los sistemas rápidos con los STR o a los lentos como sistemas excluidos de esta clasificación. Pero un STR, es aquel sistema digital que se ajusta a las restricciones de tiempo impuestas por el sistema o proceso dinámico, de acuerdo a los criterios de [Kot33], [Nyq28], [Whi15], [Sha48] y [But97], y que se sincroniza con las dinámicas del sistema o proceso dinámico.

A menudo tiende a confundirse el concepto de STR con Sistema en Línea. De acuerdo a [MGB02] se expone que un “Sistema en Línea es aquel sistema que siempre debe estar encendido, disponible y generalmente conectados a una red de computadoras y depende de la capacidad del hardware para atender peticiones de servicio” y en ningún momento está en sincronía con el mundo real ni tiene restricciones temporales. En adición a esto, un Sistema Fuera de Línea es aquel que no siempre está disponible para recibir y enviar información y que depende de una base de datos previamente establecida para ejecutar su cometido. Como ejemplos de sistema en línea se tienen las aplicaciones de Internet como los navegadores de

páginas Web o la adquisición de datos a través de una tarjeta especializada en un ambiente de tiempo compartido como Windows.

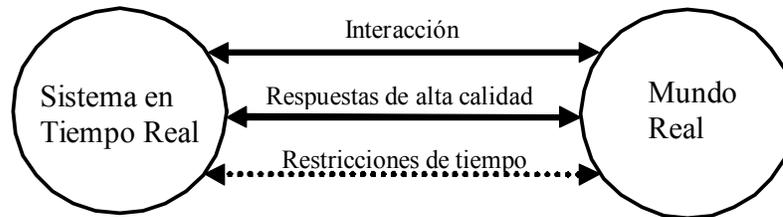


Figura 1.3 Características de un Sistema en Tiempo Real.

Una computadora digital con soporte para Tiempo Real interactúa con el mundo físico a través de acondicionamientos (sensores, actuadores convertidores Analógico/Digital (A/D) y Digital/Analógico (D/A), [Vic01], [MGV02], [LMGF02], [Sta92].) y procesa sus peticiones mediante tareas, en este caso tareas de Tiempo Real según [Liu00], [BW97], [SSRB98]. En general cada una de las variables del proceso dinámico (entradas, salidas y estados) es relacionada con una tarea específica. Si se trata de un sistema multivariable, entonces se tendrá un conjunto de tareas por cada arreglo de variables y tendrán que dar respuesta con restricciones de tiempo. Los STR son sistemas compactos con recursos mínimos de hardware (por ejemplo: un solo procesador), y sus tareas se realizan en forma concurrente [BW97].

Un STR de acuerdo a [GM03] se puede clasificar conforme al cumplimiento de las restricciones de tiempo generadas por el proceso dinámico, en:

- a. *Críticos o Hard*. En estos, es absolutamente imperativo que las respuestas ocurran estrictamente dentro de los períodos de tiempo especificados, a riesgo de causar un desastre [But97], [LL73]. Como ejemplo se tienen los sistemas de control de vuelo donde se requiere mucha precisión en el manejo de las diferentes superficies de control de vuelo en la aeronave; donde el mínimo retardo en el tiempo de entrega de la información por los sistemas de control a las superficies de control es causa de accidentes e incluso la pérdida de vidas.
- b. *Sistemas no críticos o Soft*. Sus requerimientos temporales son importantes, pero funcionan correctamente si ocasionalmente alguna restricción se pierde: el desempeño es degradado pero no se destruye el sistema por el hecho de fracasar en el tiempo de entrega de la información [BW97], [LL73]. Como ejemplo está el control en tiempo real sobre un motor eléctrico del tipo derivado, en donde el algoritmo de control implantado para regular su velocidad de arranque tiene pequeños retardos de tiempo respecto a la velocidad nominal de su flecha; y se ha observado que estas variaciones en tiempo de la entrega de la información no afectan el funcionamiento del motor en su desempeño global [Lop00], **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, [Ric02].

- c. *Sistemas inflexibles o Firm.* Son sistemas no críticos, pero su diferencia consiste que en caso de no respetar las restricciones de tiempo no sirve de nada el servicio que prestan. Como ejemplo se tiene un sistema de adquisición de datos que esté tomando lecturas de sonido con cierto tiempo de muestreo; si algunas lecturas importantes no son obtenidas, el sistema sigue funcionando, no se corre ningún riesgo pero el sistema prácticamente no sirve debido a que se perdió información [BW97], **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

Los STR deben tener ciertas cualidades por encima de otro tipo de sistemas; a continuación se resumen éstas [But97], [BW97]:

- a. *Puntualidad.* Deben acatarse las restricciones de tiempo que dicta el mundo físico, de no ser así, pueden presentarse alteraciones no deseables.
- b. *Soporte para carga pico.* No deben colapsarse bajo condiciones de carga pico. De otra manera, sería peligroso (¡en un avión por ejemplo!).
- c. *Predecibilidad.* El sistema debe ser predecible a consecuencias ante cualquier contingencia del mundo físico.
- d. *Tolerancia a fallos.* Las fallas en el software o hardware no deben ocasionar una caída del sistema, pérdida de su relación con el mundo físico así como pérdida de los procesos de monitoreo y control implantados en el sistema.
- e. *Accesibles para mantenimiento.* La arquitectura de un STR debe tener una estructura modular para posibles modificaciones.
- f. *Mapeo de números reales a enteros y viceversa.* Los procesos reales utilizan señales de entrada y salida continuas y los STR manejan información en tiempo discreto, a la entrada y salida del STR se requiere un mapeo de los reales a los enteros y de los enteros a los reales [BW97], [Lop00].
- g. *Soporte de concurrencia.* El sistema físico puede ser generador de múltiples entradas de información (MI- Multi Inputs) para el STR con un solo sistema de monitoreo y / o control, por lo cual el STR debe atender en forma concurrente (multitarea) a ellas. Para obtener ésta característica, muchas veces se hace uso de computadoras [BW97].
- h. *Manejo de prioridades.* No todas las actividades que atiende un STR tienen la misma importancia para el mundo real, algunas tienen mayor prioridad para ser atendidas (por que son críticas) mientras que otras pueden esperar hasta que los recursos estén libres. Debido a esto, los STR deben ser capaces de discriminar la importancia de las actividades a través del uso de prioridades.
- i. *Interacción con interfaces de hardware.* La naturaleza de los STR requiere que haya interacción con el ambiente. Por ello son necesarios dispositivos (sensores y actuadores) para tal fin, algunas veces es necesario construir los manejadores o administradores de dispositivos para este fin, [Vic01].

1.3.1 STR en Sistemas de Cómputo

Un STR puede integrarse por una computadora personal (PC) y un Sistema Operativo de Tiempo Real (SOTR) que cumpla con las restricciones que imponga el proceso dinámico. Para éste fin pueden emplearse sistemas operativos como QNX[®], Lynx[®], RT-Linux[®], etc. (ver [QNX03], [QNX97]), capaces de dar el soporte adecuado debido a su capacidad de multitareas, sincronización, paso de mensajes entre otras características de los Sistemas de Tiempo Real **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..**

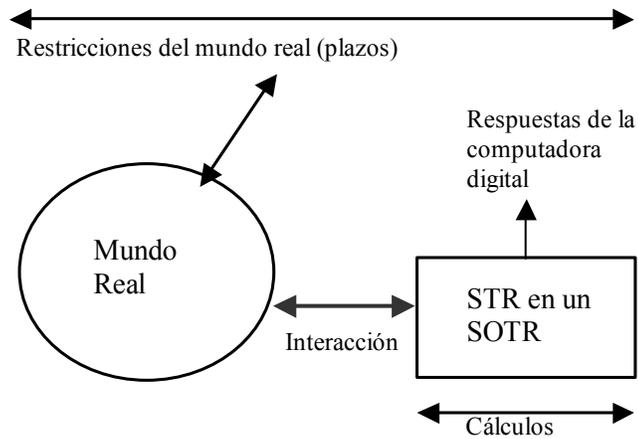


Figura 1.4 Un STR en una computadora Digital.

Las principales características de los STR utilizadas en este trabajo son:

- Tarea en Tiempo Real (TTR)*. Una tarea en Tiempo Real es una entidad ejecutable de trabajo J_i que al menos es caracterizada por un tiempo de arribo y una restricción temporal. Está formada por un conjunto de instancias $j_{k,i}$, tal que $J_i = \{j(k)_i\}$, $i, k \in \mathbf{Z}^+$. Una instancia $j(k)_i$ es una unidad de trabajo de una tarea J_i , queda definida con $j(k)_i = f(l(k)_i, c(k)_i, d(k)_i)$, $i, k \in \mathbf{Z}^+$ donde $l(k)_i$ es el tiempo de arribo de cada instancia, $c(k)_i$ es el tiempo de ejecución de cada instancia y $d(k)_i$ es el plazo de cada instancia.
- Tareas concurrentes*. Las tareas concurrentes ($\{J_i\}, i \in \mathbf{Z}^+$) son un conjunto de tareas que se ejecutan en un plazo máximo y en forma no secuencial tomando recursos en instantes diferentes. No pueden existir tareas concurrentes sin un planificador predefinido, [GM03], [Liu00], [Mar93].
- Restricción de precedencia*. En ciertas aplicaciones, las actividades computacionales no pueden ser ejecutadas en un orden arbitrario y tiene que respetar ciertas relaciones de precedencia de acuerdo al marco de diseño, es decir, deben tener un orden de ejecución. Estas relaciones de precedencia se

describen usualmente por grafos dirigidos (G) donde las tareas son representadas por nodos y las relaciones de precedencia por flechas tal que:

- a. La notación $J_a \prec J_b$ especifica que la tarea J_a es predecesora de la tarea J_b , por lo tanto, el grafo G tiene una trayectoria de los nodos J_a a J_b .
- b. La notación $J_a \rightarrow J_b$ especifica que la tarea J_a es predecesora inmediata de J_b , entonces existe una arista dirigida en G tal que va de J_a a J_b .

El manejo de las restricciones de precedencia puede darse por mensajes, señales, tuberías o prioridades en un SOTR del tipo POSIX, **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

- d. *Plazos.* Los plazos ($d(k)$) de las instancias de las tareas son las restricciones temporales que dicta el proceso con que se interactúa, deben ser cumplidos por la computadora y en función de esto se califica la calidad del STR.

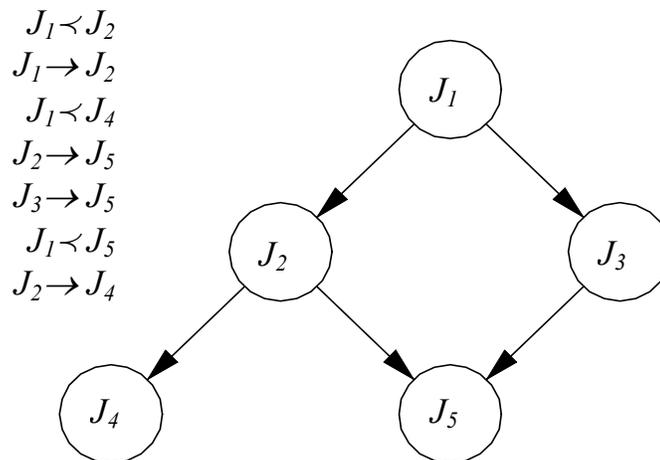


Figura 1.5 Ejemplo de restricciones de precedencia en tareas concurrentes.

1.3.2 Implantación de un STR

La implantación de un Sistema en Tiempo Real depende principalmente del tipo de aplicación a desarrollar. En [Eck00] se proponen algunos casos de estudio donde, en forma general, el proceso de implantación es el siguiente:

- a. Descomposición del sistema en varios procedimientos o tareas. Aquí se dividen los controladores, actuadores, convertidores y se decide si el sistema será lineal, concurrente o paralelo,

- b. Identificación de fases. Una fase representa el comportamiento de un proceso en un intervalo de tiempo,
- c. Formulación de los requerimientos de interacción. Aquí se describe la comunicación entre tareas y su esquema de interacción,
- d. Especificación de la funcionalidad del proceso. En este punto se sincronizan las fases y se empieza a probar el proceso,
- e. Implementación en forma iterativa. Los algoritmos de los procedimientos deben implantarse en forma iterativa para hacer el proceso eficiente.

1.4 Conclusiones

Los *Filtros Digitales Adaptivos* en tiempo real (FDATR) tienen un gran campo de aplicación ya que las funciones que puede cumplir son muy variadas, de acuerdo al algoritmo que se le implante a dicho filtro pues este tiene que representar de la manera más cercana al mundo real a través de un modelo. La importancia de los FDATR consiste en su capacidad para eliminar ruidos, predecir, reconstruir y seguir el comportamiento de sistemas reales a través de sus modalidades como estimador de parámetros y/o identificador de estados.

Un *Sistema en Tiempo Real* de modo general es un sistema que obedece tres condiciones fundamentales: a) Interacción con el mundo real, b) Respuesta del sistema de acuerdo con los factores internos y externos que son los que afectan su salida, c) Cumplimiento de las restricciones de tiempo del proceso dinámico. Un *Sistema en Línea* es aquel sistema que siempre debe estar encendido, disponible y generalmente conectados a una red de computadoras y depende de la capacidad del hardware para atender peticiones de servicio” y en ningún momento está en sincronía con el mundo real ni tiene restricciones temporales. La definición de los sistemas en tiempo real es muy importante por que da pauta a que se estudie más cautelosamente como se implementan los filtros y de ese modo dar un panorama general del potencial que puede tener un FDATR.

CAPÍTULO 2 El Problema del Filtrado Digital en Tiempo Real

2.1 Introducción

Existe una clase de filtros que interactúan con el mundo físico y no deben fallar ni en calidad de respuesta ni en tiempo de respuesta, ya que de otra manera, podrían ocasionar graves daños al proceso con que interactúan. Por este motivo a esta clase de filtros se les denominará como Filtros Digitales en Tiempo Real (FDATR). Los Filtros Digitales en Tiempo Real pueden implementarse como sistemas dedicados (sistemas empotrados) de acuerdo a lo escrito por [BW97] a través de microcontroladores, DSP's, etc.; o en computadoras con Sistemas Operativos de Tiempo Real (SOTR) siempre respetando un conjunto de lineamientos teóricos.

2.2 Estado del Arte del Filtrado Digital en Tiempo Real

En esta sección se expone el punto de vista de diferentes autores sobre el Filtrado Digital en Tiempo Real. Estas ideas sirvieron de punto de partida para el desarrollo de los conceptos de FDATR y FDMTR expuestas en los capítulos 3 y 4.

En [Bar99] se realiza un estudio sobre procesamiento de señales en Tiempo Real, expone algunas técnicas de filtrado (incluso usando redes neuronales) y justifica que éstas son en Tiempo Real solo si son capaces de expresarse en ecuaciones recursivas de acuerdo a [CC99].

En [CC99] se dice los filtros digitales como el de Kalman se implementan en aplicaciones de Tiempo Real gracias al reciente desarrollo de computadoras de alta velocidad: Expresan al Tiempo Real como sinónimo de rápido sin hacer un estudio completo del STR en el que se encuentra el filtro. Plantean problemas de seguimiento de trayectorias en 2D para aeronaves a través de radares, y las únicas consideraciones que toman son la velocidad del sistema de cómputo y la capacidad del filtro para expresarse en forma recursiva.

En **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se describe a los filtros digitales RIF como “aplicaciones para procesamiento de señales estándares en Tiempo Real”, sin dar ningún argumento que valide sus afirmaciones.

Capítulo 2. El Problema del Filtrado Digital en Tiempo Real

En **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se dan algunos ejemplos sencillos de sistemas (aplicables a filtrado) con restricciones de tiempo impuestas por el mundo físico y coincide con lo que se comenta en [But97].

En **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se hace una revisión del procesamiento de señales en Tiempo Real; se explica que el Filtrado Digital en Tiempo Real se logra a través de un DSP como el Motorola MC68000 o el Texas Instruments TMS320C25. Además se describe al procesamiento digital en Tiempo Real como una secuencia: filtro de entrada, convertidor AD con retenedor, procesamiento digital, convertidor DA y filtro de salida. En ningún momento se hace el análisis temporal y se explica que todo depende de la potencia del hardware.

En [Liu00] se trata de establecer un lazo entre la teoría de filtrado y la de los STR, pero solo menciona al Filtro de Kalman dentro de su introducción sin explicar si lo implementó o no y cuál fue el proceso de implementación.

En [PB89] se hace una cuantificación de los tiempos de ejecución de cada etapa en el procedimiento de filtrado digital para el manejo de señales desde un punto de vista práctico, donde consideran: tiempos de ejecución del algoritmo de filtrado, el procesador, tiempos de conversión A/D y D/A, diagramas de tiempos y restricciones de precedencia.

En [SP04] se presenta la estimación de parámetros por el método de modos deslizantes, para las formas canónicas. Los resultados son novedosos, pero por su propia naturaleza este tipo de estimador es desarrollado para dinámicas no lineales. [SB94] se presenta la estimación de parámetros “en tiempo real” y flujos de un motor de inducción por el método Mínimos Cuadrados Recursivo. La justificación de la estimación en tiempo real viene de la implantación del algoritmo en un DSP Motorola 56001, un convertidor A/D y una computadora compatible con IBM. No se realiza un estudio temporal de los tiempos de ejecución ni de sus plazos, Tiempo Real es considerado sinónimo de En Línea.

En [TSO99] se presenta un artículo acerca de la estimación en Tiempo Real de posturas de cuerpo humano usando el filtro de Kalman. Estos investigadores toman fotografías de posturas del cuerpo humano con una cámara CCD y analizan las siluetas reconstruyéndolas con un modelo autoregresivo AR donde estiman sus parámetros con el filtro de Kalman. Su implantación fue en una PC con Windows NT y en C++; se trata de un filtro en línea sobre una plataforma de ambiente compartido (Windows) y no de Tiempo Real como QNX o RT-Linux.

De igual manera, se manejan cursos de Procesamiento Digital de Señales con módulos de Filtrado Digital en Tiempo Real; por ejemplo el Departamento de Ingeniería Electrónica del Kings's College London (ver: **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) donde existe un módulo llamado “Real-time DSP” que explica la Teoría de Procesamiento Digital de Señales en Tiempo Real que incluye el

manejo de DSP's de Texas Instruments e incluye un software de desarrollo llamado Real-Time DSP lab. Sin embargo estos cursos son prácticos y no tienen una formalización seria los FDATR.

2.3 Descripción del problema

En forma generalizada existe un abuso del concepto Filtro Digital Adaptivo en Tiempo Real, la confusión principal consiste en afirmar que un FDA es de Tiempo Real si éste está implantado en un dispositivo electrónico como un DSP o su respuesta es “instantánea” considerando en ello a la realimentación del propio filtro. Por otra parte las simulaciones de FDA en sistemas operativos como Microsoft Windows y simuladores como AVR Studio de Atmel [Lop00] y paquetes como LabView (exceptuando RT-LABView) [Ric02] son en línea pero no en Tiempo Real. De acuerdo a esto se aprecia que no existe una verdadera formalidad del Filtrado Adaptivo en Tiempo Real donde se establezcan las definiciones básicas de ésta y todas las características de un verdadero FDATR y sus condiciones de implementación en una computadora digital.

2.4 Objetivos

En base al planteamiento del problema se proponen los siguientes objetivos:

2.4.1 Objetivo principal

Desarrollar los conceptos básicos para la caracterización del Filtrado Digital Adaptivo en Tiempo Real (FDATR) monovariante utilizado como estimador de parámetros para sistemas estocásticos de primer orden estacionarios.

2.4.2 Objetivos específicos

- a. Desarrollar los conceptos de Filtro Digital Adaptivo en Tiempo Real (FDATR).
- b. Establecer las condiciones locales y globales de calidad de respuesta y tiempo para el FDATR.
- c. Definir el procedimiento de implantación del FDATR en una computadora digital.
- d. Implementar un ejemplo de FDATR en un Simulador para observar su calidad de respuesta.

2.5 Justificación

Los FDATR en general tienen aplicaciones en los procesos industriales, en sistemas de control y de monitoreo de acuerdo (ver: [But97] y [CC99]); por ejemplo, se encuentran en: Plantas químicas y nucleares, procesos de producción, bolsas de aire de seguridad para automóviles, sistemas de inyección de combustible, análisis de voz, sistemas de control de vuelo, adquisición de datos, aplicaciones médicas, sistemas de telecomunicación, análisis de trayectorias de misiles y cohetes espaciales, entre otras muchas aplicaciones. Estos filtros interactúan con el mundo físico y no deben fallar ni en calidad de respuesta ni en tiempo de respuesta, ya que de otra manera, podrían ocasionar graves daños al proceso con que interactúan. Debido a esta importancia es necesario caracterizar al FDATR y definir sus conceptos básicos para evitar el uso indiscriminado del concepto hasta ahora solo planteado de la frase “Filtro Adaptivo en Tiempo Real” y diferenciarlo de los filtros con respuesta rápida, de esta manera se complementa una nueva área con en la cual ya se tiene resultados al respecto que hasta ahora no son considerados en los desarrollos actuales de una manera formal.

Los autores de Filtrado Digital Adaptivo en Tiempo Real manejan como sinónimos los conceptos de “Sistema en Tiempo Real Realimentado” y “Sistema en Línea Realimentado”.

Se puede describir a través [MGB02] que un “Sistema en Línea es aquel sistema que siempre debe estar encendido, disponible y generalmente conectado a una red de computadoras y depende de la capacidad del hardware para atender peticiones de servicio” pero en ningún momento está en sincronía con el mundo real ni tiene restricciones temporales. Por lo tanto un Filtro Digital que es rápido y depende del hardware sin importar sus restricciones temporales no es de Tiempo Real; por otra parte, un FDATR no puede estar fuera de línea ya que debe tener interacción con el medio físico.

Una motivación muy fuerte para el desarrollo de los FDATR es el seguimiento en línea de los STR a través de su comportamiento. Como base para esto se tienen un gran número de referencias, por ejemplo: en desempeño de STR están [AB99], [GL99], [GM99], [GL94], [GM03], **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, [LMGF02], [Mar80], [MGV02], [MMT97], [Ric02]; en modelado de STR y tareas están [CA97], [MC97], [RK94], [SK92]; en planificación [AB98], [BG97], [Gar99], **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, [LRT92], [MB98], [SB99], [SSL89].

2.6 Límites y alcances

Capítulo 2. El Problema del Filtrado Digital en Tiempo Real

- a. Este trabajo solo se centra en el desarrollo teórico básico del FDATR monovariante para estimación de parámetros en sistemas estocásticos, de primer orden, estacionarios e invariantes.
- b. Se desarrolla un ejemplo ilustrativo para observar su nivel de desempeño.
- c. **Se presenta el desarrollo del filtro adaptable usando la técnica de mínimos cuadrados,**
- d. Se propone la caracterización de filtros digitales adaptivos en Tiempo Real en su fase de estimadores de parámetros.

2.7 Conclusiones

Los FDATR en general se orientan hacia las aplicaciones industriales, como por ejemplo en sistemas de control automático, control en tiempo real y de monitoreo de acuerdo (ver: [But97] y [CC99]). De modo que interactuando con el mundo real se exige o se le requiere que su calidad de respuesta debe ser lo más eficientemente posible la esperada ya que de otro modo el sistema sería de un funcionamiento óptimo no adecuado.

Por otra parte generalmente existe una cierta confusión acerca de cómo definir el tiempo real y más para un filtro adaptivo en tiempo real pues no necesariamente instantáneo significa que sea en tiempo real y a pesar de su retroalimentación, pues tiempo real significa que trabaje en sincronía con el entorno y que la velocidad de los sistemas digitales tengan una velocidad aceptable para cumplir dicho propósito. El objetivo principal de la tesis es desarrollar los conceptos básicos para la caracterización del Filtrado Digital en Tiempo Real (FDATR) monovariante utilizados como estimadores de parámetros para sistemas estocásticos de primer orden.

CAPÍTULO 3 **Filtrado Digital Adaptivo en Tiempo Real: Estimación de Parámetros en Sistemas Estocásticos de Primer Orden Estacionarios**

3.1 Introducción

Los FDATR no son Filtros Digitales en Línea, ya que de acuerdo a [MGB02] se expone que un “Sistema en Línea es aquel sistema que siempre debe estar encendido, disponible y generalmente conectados a una red de computadoras y depende de la capacidad del hardware para atender peticiones de servicio” y en ningún momento está en sincronía con el mundo real ni tiene restricciones temporales.

Los FDATR son construidos como sistemas recursivos de acuerdo a las necesidades del ambiente con que interactúan, las cotas de las restricciones de tiempo son diferentes para cada filtro y el conjunto de filtros que pueda expresarse en Tiempo Real es variado. En este trabajo se describen formalmente los conceptos de Filtrado Digital Adaptivo en Tiempo Real particularmente como estimadores de parámetros en sistemas lineales estacionarios; se exponen sus características temporales y de respuesta en forma local y global.

La teoría presentada en esta tesis es general y aplicable a todos los filtros digitales adaptivos que interactúen con procesos físicos reales con restricciones temporales y que requieran ser reconstruidos a través de los procedimientos de estimación recursiva.

3.2 Concepto de FDATR

Aquella clase de filtros digitales que tengan un contacto con procesos dinámicos, requieran proporcionar resultados correctos acotados en el tiempo. Estos filtros serán llamados de ahora en adelante Filtros Digitales en Tiempo Real (FDATR).

Definición 3.1. (Filtro Digital Adaptivo en Tiempo Real FDATR).

Todo FDATR es un Filtro Digital Adaptivo que debe cumplir:

- a. Extracción y emisión de información observable y sincronizada con el tiempo de evolución del proceso con que interactúa considerando los criterios de [Kot33], [Nyq28], [Whi15], [Sha48], [Eck00].
- b. Emisión de respuestas correctas después de realizada la realimentación [Hay91] entre otros,
- c. Respuestas acotadas localmente en tiempo considerando la realimentación a través de intervalos semi-abiertos en forma local,

- d. Respuestas acotadas globalmente de acuerdo a las restricciones temporales del proceso dinámico con que interactúa, conforme al los criterios de [Kot33], [Nyq28], [Whi15], [Sha48] y el criterio de convergencia seleccionado para el caso,
- e. Capacidad de expresarse en forma recursiva en diferencias finitas **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** de acuerdo a los conceptos de [Bar99], [CC99] y [Eck00].

3.3 Características temporales de los FDATR como parte de un sistema computacional del tipo soft.

Al implementar un FDATR a través de un modelo discreto y recursivo en un sistema digital en una computadora en un simulador tal como el MatLab, el algoritmo del Filtro Digital Adaptivo se ejecuta simbólicamente por medio de tareas (concurrentes al considerar un solo procesador) acotadas por plazos semi-abiertos de tiempo (ver también [Eck00]):

- a. La estructura de la aplicación para conocer el número de tareas concurrentes relacionadas con la realización del Filtro Digital realimentado en una computadora con un solo procesador y su entorno de trabajo para interactuar con el proceso dinámico por medio de sus acoplamientos,
- b. La asignación de las restricciones de tiempo a cada tarea e instancia de tarea del tipo soft,
- c. El uso de operaciones predecibles que permitan garantizar las restricciones de tiempo definidas en el punto a) de esta sección.
- d. El FDATR evoluciona dentro de intervalos con índices $k, \ni k = \overline{0, n}$; de acuerdo al período de muestreo T del proceso dinámico (de aquí en adelante se usará en vez de τ a la letra k , ya que es la forma que tradicional en que se maneja la simbología de índice en la literatura de procesamiento digital de señales (ver por ejemplo: [Hay91], [Oga80], [CC99], [MGF03]).

Los FDATR implantados en computadoras digitales están formados por un conjunto de Tareas en Tiempo Real del tipo soft con restricciones temporales descritas por los siguientes elementos:

Tiempo de arribo o llegada ($l(\tau)_i$). Es el tiempo absoluto con respecto al inicio del proceso en que una tarea pasa a formar parte de la cola de listos. Es decir, es un tiempo absoluto en que la tarea queda formada hasta ser atendida. Cumpliendo: $l(\tau)_i \geq 0, \forall \tau \in Z^+$.

Tiempo de ejecución ($C(\tau)_i$). Es el tiempo que el procesador se encarga de ejecutar una tarea (o conjunto de tareas sin interrupción), donde: $C(\tau)_i \geq 0$.

Plazo relativo mínimo ($D(\tau)_{i_min}$). Es el tiempo mínimo en el que se puede obtener una respuesta por parte del FDATR, sin alterar negativamente la dinámica o comportamiento del sistema físico de acuerdo a [Kuo96] y [Liu00]. El plazo relativo mínimo cumple $D(\tau)_{i_min} \geq 0$. El plazo absoluto mínimo está dado por:

$$ld(\tau)_{i_min} = l(\tau)_i + D(\tau)_{i_min} \quad 3.1$$

Plazo relativo máximo ($D(\tau)_{i_max}$). Es el tiempo máximo en el que se puede obtener una respuesta por parte del FDATR, sin alterar negativamente la dinámica del proceso. El plazo relativo máximo cumple $D(\tau)_{i_min} \leq D(\tau)_{i_max}$. El plazo absoluto máximo es:

$$LD(\tau)_{i_max} = l(\tau)_i + D(\tau)_{i_max} \quad 3.2$$

Tiempo de inicio o tiempo de liberación ($s(\tau)_i$). Es el tiempo en que una tarea inicia su ejecución y consume recursos. Cumple:

$$l(\tau)_i \leq s(\tau)_i < (l(\tau)_i + D(\tau)_{i_max}). \quad 3.3$$

Tiempo de finalizado ($f(\tau)_i$). Es el tiempo en que una tarea termina su ejecución dentro del intervalo τ . La condición principal es:

$$f(\tau)_i \in [ld(\tau)_{i_min}, LD(\tau)_{i_max}), \quad 3.4$$

Tiempo de retardo ($L(\tau)_i$). Es el tiempo definido por:

$$L(\tau)_i := LD(\tau)_{i_max} - f(\tau)_i, \quad 3.5$$

Si $LD(\tau)_{i_max} > f(\tau)_i$, la tarea fue terminada dentro de su plazo absoluto máximo, en caso contrario, la tarea terminó después del intervalo τ , y cuenta con un retardo.

Tiempo prematuro ($P(\tau)_i$). Es el tiempo de respuesta dado antes del plazo mínimo relativo. Es descrito por la siguiente expresión:

$$P(\tau)_i := |ld(\tau)_{i_min} - f(\tau)_i|. \text{ Si } f(\tau)_i \geq ld(\tau)_{i_min}. \quad 3.6$$

Plazo de convergencia (d_i). Se define como el tiempo máximo en que el FDATR debe converger a un $\varepsilon > 0$. Está determinada por la dinámica del mundo real.

Desempeño. Es la evaluación matemática del FDATR de acuerdo a sus condiciones locales y globales está definido en función de su razón de convergencia, de los requerimientos computacionales del filtro adaptivo, de su estructura, de las propiedades numéricas del procesador de la PC y del simulador a usar, de los requerimientos computacionales, de la sincronía, del tiempo de convergencia, del tipo de intervalo en el que se encuentran los tiempos de finalizados del filtro.

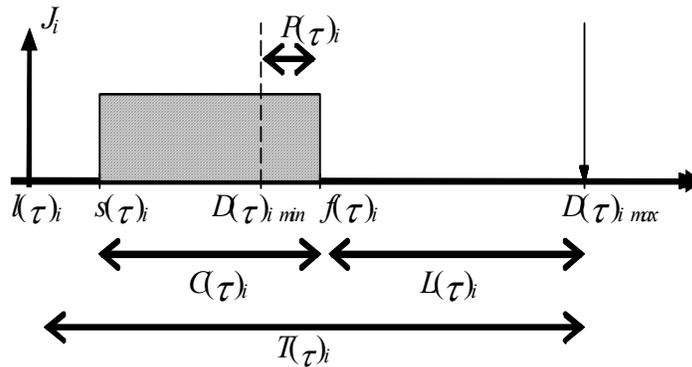


Figura 3.1 Tarea de Tiempo Real que compone a un FDATR.

Comentario 3.1. Se llama procesador a un recurso activo de acuerdo a [Liu00].

Comentario 3.2. Los tiempos absolutos pueden referenciarse a las 0:00 del 1/1/70 del meridiano de Greenwich como lo hacen algunos relojes de Tiempo Real.

Comentario 3.3. Los plazos $D(\tau)_{i_min}$, $D(\tau)_{i_max}$ son relativos a $l(\tau)_i$. Si la respuesta del FDATR es emitida antes de $D(\tau)_{i_min}$ existe un tiempo prematuro $P(\tau)_i$ y ésta debe de esperar para ser liberada. Si la respuesta del FDATR es emitida después de $D(\tau)_{i_max}$, entonces no sirve y se presenta un retraso $L(\tau)_i$.

Comentario 3.4. El tiempo de inicio $s(\tau)_i$ es una variable aleatoria, con función de distribución conocida. Se encuentra en función de: a) La disponibilidad de recursos, b) Los tiempos de latencia, c) Del cambio de contexto, d) Del tamaño de la cola de listos, entre otros. No se conoce la relación entre el conjunto de variables que forman a $s(k)_i$ y no permiten describirlo en forma predecible (ver por ejemplo: [Gne68]).

Proposición 3.1. Período de muestreo ($T(\tau)_i$).

El período de muestreo en todo FDATR, se relaciona con los plazos relativos mínimos y máximos cumple la siguiente condición:

$$\mu([D(\tau)_{i_min}, D(\tau)_{i_max})) \leq T(\tau)_i. \quad 3.7$$

El intervalo de tiempo en que la computadora interactúa con el mundo real es:

$$\mu([D(\tau)_{i_min}, D(\tau)_{i_max})) + \gamma_i = T(\tau)_i. \quad 3.8$$

Donde γ_i es un tiempo de tolerancia, que puede tener las siguientes condiciones:

- Si $\gamma_i < 0$ implica que $\mu([D(\tau)_{i_min}, D(\tau)_{i_max})) > T(\tau)_i$ y considerando a $T(\tau)_i$ como un plazo máximo se pierde la sincronía y no es un FDATR.
- Si $\gamma_i \geq 0$, entonces el comportamiento temporal cumple:

$$\mu([D(\tau)_{i_min}, D(\tau)_{i_max})) < T(\tau)_i. \quad 3.9$$

- Si $\gamma_i = 0$, entonces la respuesta local del FDATR se realiza dentro del intervalo $T(\tau)_i$ y siempre será una respuesta temporal satisfactoria ya que a lo más se tendría:

$$\mu([D(\tau)_{i_min}, D(\tau)_{i_max})) = T(\tau)_i. \quad 3.10$$

Comentario 3.5. Si el período de muestreo $T(\tau)_i = 0$ y se cumple que $D(\tau)_{i_min} = D(\tau)_{i_max}$, entonces se tendría:

$$\mu([D(\tau)_{i_min}, D(\tau)_{i_max})) = 0, \quad 3.11$$

Ya que en caso contrario dejaría de ser de TR, y esto implica que no existe tarea alguna en ejecución para este tipo de muestreo.

Todo FDATR proporciona una respuesta correcta global de acuerdo a la convergencia del filtro asociada a un intervalo m y a un error de estimación Δ de acuerdo a la siguiente definición.

Convergencia de todo FDATR como estimador de parámetros en sistemas lineales invariantes en el tiempo. Todo FDATR como estimador de parámetros tiene un funcional de error acotado (ver: [Hay91]), tal que en el sentido de probabilidad, se tiene:

$$m^* = \underset{\tau \geq m}{\operatorname{arg\,inf}} P\{|\hat{a}(\tau) - a| \leq \Delta\} = 1, \quad 3.12$$

donde Δ es la cota del error definida por la varianza de las perturbaciones del sistema.

El tiempo en que el FDATR converge está expresado por:

$$t_{i,c} := f_i(\tau = m), \quad 3.13$$

con m el número del intervalo de convergencia del FDATR y m^* el conjunto de valores mayores a m donde la respuesta del FDATR esta dentro de Δ .

La condición que debe cumplir es: $d_{i,c,min} \leq t_{i,c} < d_i$. Para garantizar una respuesta a tiempo y sincronizada con el sistema físico. El plazo mínimo de convergencia del filtro está descrito por:

$$d_{i,c,min} := \mu(l d(1)_{i,min}), \text{ tal que } t_{i,c} \in [d_{i,c,min}, d_i), \quad 3.14$$

de acuerdo al concepto de medida expresado en [Ash72].

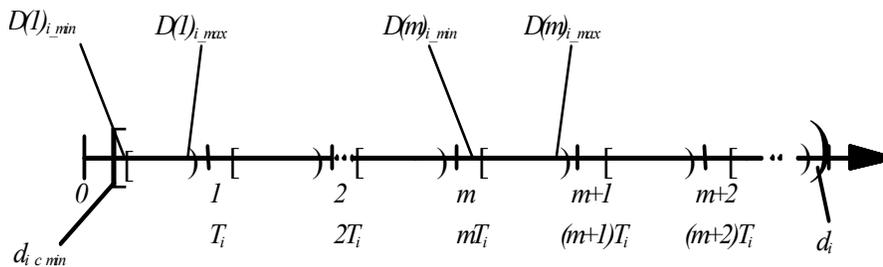
Comentario 3.6. De acuerdo a [Kan79], la convergencia en probabilidad para la estimación de parámetros se define como:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} P\{|\hat{a}(\tau) - a| > \Delta\} = 0 \quad 3.15$$

Donde Δ es la vecindad del parámetro a (ver: [Der87]), descrita por la varianza del error de estimación [Hay91], al expresar 3.15 a través de su complemento, se tiene:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} P\{0 \leq |\hat{a}(\tau) - a| \leq \Delta\} = 1, \quad 3.16$$

Comentario 3.7. Si el tiempo de convergencia del filtro $t_{i,c}$ queda fuera del intervalo, la respuesta de este no es correcta en tiempo de acuerdo a [But97] y [LL73], ya que un tiempo de finalizado debe estar acotado para que el comportamiento sea de Tiempo Real.



- El análisis local se realiza por intervalos de plazos relativos por cada instante k .
- El análisis global se realiza para un instante m con múltiplos de T_i .

Figura 3.2 Restricciones temporales y locales de una tarea en un FDATR.

3.4 Análisis del comportamiento local del FDATR para sistemas lineales e invariantes en el tiempo (SLIT)

De acuerdo a **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, [Rud88] y [Cai86], todo FDATR dará una respuesta local estable si al estimar el conjunto de parámetros del SLIT (Sistema Lineal Invariante en el Tiempo) a filtrar, caen todos ellos dentro del círculo unitario para todo intervalo k . Esto es:

$$\{a_e(\tau)\}_i < 1, \tau = \overline{0, n} \quad 3.17$$

El conjunto de parámetros estimados $\{a_e(\tau)\}_i$ representa los valores propios del sistema modelado [Kai80], tal que para sistemas discretos estables, esos valores deben estar dentro de un círculo de radio unitario. Fuera de ese círculo la respuesta es no estable, en consecuencia, el filtro no podrá describir alguna característica del sistema a filtrar [Hay91].

El cumplimiento de las restricciones de tiempo por parte del FDATR está acotado por el *Plazo relativo máximo* ($D(k)_{i_max}$). Todo FDATR debe satisfacer la siguiente condición:

$$2\Phi(\tau)_{i_max} \mu([D(\tau)_{i_min}, D(\tau)_{i_max}]) < 1, \quad 3.18$$

respecto a la frecuencia máxima de respuesta del sistema físico $\Phi(\tau)_{i_max} = \max\{\Phi(\tau)_i\}$.

Considerando los criterios de [Kot33], [Nyq28], [Whi15], [Sha48], se obtiene la siguiente relación:

$$(2\Phi(\tau)_{i_max})^{-1} \geq (\Phi(\tau)_{i_muestreo})^{-1}, \quad 3.19$$

donde:

$$(2\Phi(\tau)_{i_max})^{-1} \geq T(\tau)_i. \quad 3.20$$

con:

$$T(\tau)_i > \mu([D(\tau)_{i_min}, D(\tau)_{i_max}]) \quad 3.21$$

De donde de las desigualdades 3.20 y 3.21 se obtiene la desigualdad 3.19.

3.5 Tiempos de ejecución del FDATR

El algoritmo de un FDATR puede estar compuesto por el siguiente conjunto de sub-tareas de acuerdo a [Eck00]:

- $C(\tau)_x$: Tiempo de ejecución del algoritmo de la ecuación de estado propuesta.
- $C(\tau)_y$: Tiempo de ejecución del algoritmo de la ecuación de la señal observable.
- $C(\tau)_a$: Tiempo de ejecución del algoritmo del estimador.
- $C(\tau)_J$: Tiempo de ejecución del algoritmo del error de convergencia.

- e. $C(\tau)_{rr}$: Tiempo de ejecución del algoritmo de realimentación.
- f.
- g. $C(\tau)_{au}$: Tiempo de ejecución del acondicionamiento de la entrada $u(t)$ del sistema físico.
- h. $C(\tau)_{ay}$: Tiempo de ejecución del acondicionamiento de la salida $y(t)$ del sistema físico.
- i. $C(\tau)_{aye}$: Tiempo de ejecución del acondicionamiento de la salida estimada $\hat{y}(t)$ del sistema físico.

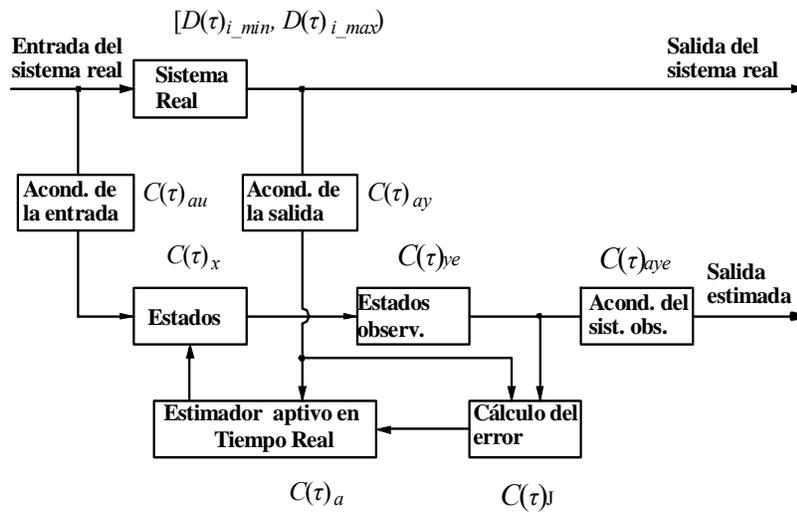


Figura 3.3 Diagrama de implementación a bloques de un FDATR utilizado como estimador.

Como se considera que es un sistema concurrente, todos estos tiempos de ejecución deben ser sumados para obtener un tiempo de ejecución $C(\tau)_i$. Tal que:

$$C(\tau)_i = C(\tau)_x + C(\tau)_y + C(\tau)_a + C(\tau)_j + C(\tau)_{au} + C(\tau)_{ay} + C(\tau)_{aye} \quad 3.22$$

Proposición 3.3. Tiempo de ejecución y plazo.

En todo FDATR, el tiempo de ejecución $C(\tau)_i$ cumple con la siguiente condición (ver [LL73] y [But97]):

$$C(\tau)_i < D(\tau)_{i_max} \quad 3.23$$

Donde $D(\tau)_{i_max}$, es el plazo relativo máximo.

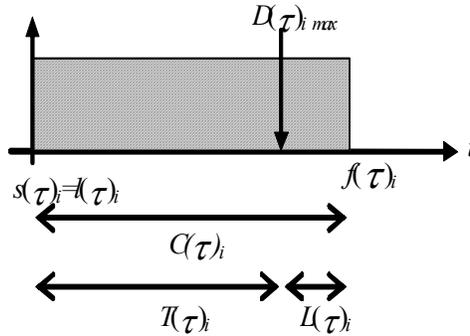


Figura 3.4 Tarea de Tiempo Real con restricciones de tiempo extremas.

Comentario 3.9. De acuerdo a [LL73] y a [But97] todo FDATR Crítico es aquel donde todas las tareas se terminan antes de su correspondiente plazo $D(\tau)_{i_max}$.

Comentario 3.10. De acuerdo a [LL73], en todo FDATR crítico todas sus tareas cumplen sus respectivos plazos máximos:

$$C(\tau)_i > D(\tau)_{i_max} \quad \forall i. \quad 3.24$$

Suponiendo que:

$$\exists i \ni C(\tau)_i > D(\tau)_{i_max}. \quad 3.25$$

Pero de acuerdo a [LL73]:

$$C_{(\tau)_i} \leq D(\tau)_{i_max}, \quad 3.26$$

El uso del procesador es mayor a 1, el procesador no puede usarse a mas del 100% en al menos una instancia de una tarea.

Proposición 3.4. Sincronización.

Si el conjunto de respuestas $\{f(\tau)_i\}$ de todo FDATR no tiene demoras o adelantos acumulativos (ver [Raj91]), respecto a sus tiempos de muestreo correspondientes $\{T(\tau)_i\}$, entonces se cumple la condición de sincronización.

Comentario 3.9. En el caso de que $h \neq \tau$, entonces las respuestas y los plazos del FDATR no tendrían una relación biyectiva de acuerdo a la Definición 3.1. (Filtro Digital Adaptivo en Tiempo Real FDATR), obteniendo retardos acumulativos por parte del FDATR o del mundo real que ocasionarían tiempos de ejecución no sincronizados con sus plazos, esto ocasionaría una pérdida de sincronía.

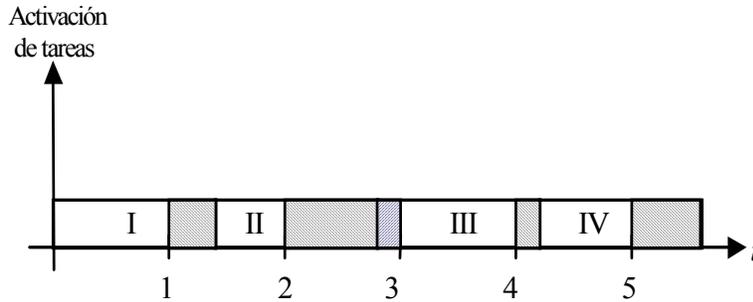


Figura 3.5 Tarea de Tiempo Real no sincronizada con su intervalo (las franjas indican los retardos de las tareas). En este caso la instancia IV debe terminar antes del plazo 4 y termina en el 6. La correspondencia debe ser tarea IV – plazo 4 y no se cumple, por lo tanto hay un retardo acumulativo y la sincronía se pierde.

Conclusiones

Los FDATR son construidos de acuerdo a las necesidades del ambiente con que interactúan. En este trabajo se describieron formalmente los conceptos de Filtrado Digital Adaptivo en Tiempo Real particularmente como estimadores de parámetros en sistemas de primer orden estacionarios y lineales. El filtro digital adaptivo en tiempo real en que se implanten los FDATR, éstos deben cumplir con: la interacción con procesos reales, emisión de repuestas correctas, sincronía con los procesos, un error de convergencia acotado por un valor predefinido, realimentación y la expresión en forma recursiva para seguir la dinámica del proceso de manera recursiva.

Las restricciones temporales mínimas en el FDATR son: tiempo de muestreo, tiempo de ejecución, plazo mínimo, plazo máximo, tiempo de convergencia y plazo de convergencia.

La teoría presentada en esta sección es general y aplicable a todos los filtros digitales de primer orden que interactúen con procesos físicos reales con restricciones temporales y requieran ser descritos a través de los procedimientos de estimación realimentados.

CAPÍTULO 4 Simulación del FDATR.

Los FDATR no son Filtros Digitales que se encuentran expresados en forma recursiva y que están realimentados de acuerdo a una ley que permita minimizar el error de respuesta hasta los límites que se consideran aceptables por el sistema con que se interactúa y el sistema que monitorea u observa. Para ello se selecciona un sistema de referencia que como en los anteriores capítulos se describió como un sistema estocástico de primer orden con la condición de invarianza.

El modelo de estimación seleccionado fue el de los mínimos cuadrados obtenido por dos métodos que son el de producto punto y el de la esperanza matemática para llegar a un estimador de parámetros.

Considerando que en el modelo seleccionado se puede ahora incluir la estimación en vez del valor predeterminado se obtiene un error que se le llamará de identificación ya que el modelo tendrá una condición de filtro.

El error obtenido se le encuentra su segundo momento de probabilidad e influirá de una manera dinámica a través de una condición impuesta al filtro para ajustar sus niveles de ganancia en la estimación. Y que por cada ciclo se tenga una minimización del error. Lo que da por resultado un nivel de convergencia global acotado y que en términos generales se logra que el filtro estimador tenga una convergencia en promedio adecuada para el sistema seleccionada con respuestas acotadas desde un sentido de tiempo real del tipo soft, ya que esta no altera en nada al sistema con el que interactúa solo lo describe en tiempo y forma, con sus pequeñas oscilaciones temporales.

En este capítulo se describirá el sistema seleccionado, así como los modelos de simulación por ambas técnicas, y se presentará la propuesta de realimentación y con la simulación realizada en Matlab se describirá el proceso del sistema. El conjunto de tareas se presentó en el anterior capítulo solo concretándonos a la realización de la simulación.

Filtro Adaptivo como estimador de parámetros.

El desarrollo del filtro adaptivo, requiere de un modelo de referencia, que tenga un comportamiento en respuesta lo más parecido a la respuesta del sistema real. Para ello se considere un modelo de primer orden del tipo estocástico, monovariante y con perturbaciones estacionarias respecto a sus primeros momentos de probabilidad.

La técnica a utilizar es la de mínimos cuadrados con realimentación al estimador considerando para el funcional del error que afecta a la realimentación y así al estimador en su conjunto.

La demostración matemática que se presenta queda expresada en términos recursivos para que pueda implementarse en forma de software y estudiar su comportamiento de manera virtual.

El identificador requiere que se cuente con una función en la que se conozca $\hat{x}_k = f(w_k, y_k, a_k, x_{k-1})$.

El problema principal es que no se conoce la dinámica del sistema en su parte interna y menos aún el valor de su parámetro. Requiriendo en primer término de la estimación del parámetro y posteriormente realizar la identificación para describir el comportamiento del sistema considerado. Los pasos a realizar por el filtrado son:

1. Estimar el parámetro del sistema a_k por el método de los mínimos cuadrados.
2. Utilizar el estimador en el identificador en el modelo recursivo.
 $\hat{x}_k = f(w_k, y_k, a_k, \hat{x}_{k-1})$
3. Encontrar el funcional del error respecto a la señal de salida,
4. Realimentar al filtro estimador por medio del funcional del error y así nuevamente en el modelo recursivo y dar una respuesta lo más parecida a la del sistema real.

El sistema considerado puede ser representado por medio del modelo siguiente:

$\begin{aligned} x_k &= ax_{k-1} + w_k^I \\ y_k &= x_k + w_k^{II} \end{aligned}$	(4.1)
--	-------

Y que en forma recursiva a través de su salida tiene la forma:

$y_k = ay_{k-1} + w_k$	(4.2)
------------------------	-------

El estimador es descrito por medio de la esperanza matemática y por medio del producto punto. Obteniendo su forma recursiva para ser implantado en un sistema digital y así en un sistema de tiempo real.

Teorema 1. *Considerando que el sistema es representado por el modelo (1), y cumpliendo las condiciones de invarianza y estacionariedad, se tiene que el estimador de parámetros por el método de mínimos cuadrados es descrito en forma recursiva a través de la siguiente expresión:*

$\hat{a}_k = \hat{a}_{k-1} \frac{B_{k-1}}{B_k} + \frac{y_k y_k^T}{B_k}$	(4.)
---	------

Prueba (Teorema 1). *Si consideramos el modelo representado por (4.2), se tiene que al multiplicar por la misma salida y al usar la esperanza matemática sobre cada uno de los términos de la expresión resultante:*

$E\{y_k y_k^T\} = a_k E\{y_{k-1} y_k^T\} + E\{w_k y_k^T\}.$	(4.)
---	------

Y que al considerar que no existe correlación entre los ruidos y la respuesta del sistema se tiene la condición:

$E\{w_k y_k^T\} = 0.$	(4.)
-----------------------	------

De tal forma que podemos obtener el estimador

$$\hat{a}_k = \frac{E\{y_k y_k^T\}}{E\{y_{k-1} y_k^T\}}. \quad (4.)$$

Al considerar las condiciones de ergodicidad, la expresión anterior a través de sumatorias se tiene:

$$= \frac{\sum_{i=1}^k y_i y_i^T \left(\frac{1}{k}\right)}{\sum_{i=1}^k y_{i-1} y_i^T \left(\frac{1}{k}\right)} \quad (4.)$$

La cual se reduce a

$$= \frac{\sum_{i=1}^k y_i y_i^T}{\sum_{i=1}^k y_{i-1} y_i^T} \quad (4.)$$

Al desarrollar el denominador del estimador y considerando la estacionariedad del sistema

$$= \frac{y_k y_k^T}{\sum_{i=1}^k y_{i-1} y_i^T} + \hat{a}_{k-1} \frac{\sum_{i=1}^{k-1} y_{i-1} y_i^T}{\sum_{i=1}^k y_{i-1} y_i^T} \quad (4.)$$

La expresión del denominador queda descrita de la forma por la función B_k ,

$$= \frac{y_k y_k^T}{B_k} + \hat{a}_{k-1} \frac{B_{k-1}}{B_k} \quad (4.)$$

Que es igual a la expresión descrita como la forma recursiva del estimador. ■

Teorema 2. Dada la expresión recursiva del sistema por la expresión (4.2), usando el concepto de producto punto se obtiene la expresión (4.).

Prueba (Teorema 2). Consideremos el modelo descrito en (4.2) y las condiciones de estacionariedad así como $w_k \perp y_k^T$, el estimador es descrito de la forma

$$\frac{y_k y_k^T}{\langle y_{i-1} y_i^T \rangle} + \hat{a}_{k-1} \frac{\langle y_{i-2} y_{i-1}^T \rangle}{\langle y_{i-1} y_i^T \rangle} \quad (4.)$$

Al expresarlo por medio de sumatorias

$$\frac{y_k y_k^T}{\sum_{i=1}^k y_{i-1} y_i^T} + \hat{a}_{k-1} \frac{\sum_{i=1}^{k-1} y_{i-1} y_i^T}{\sum_{i=1}^k y_{i-1} y_i^T} \quad (4.)$$

Que es la expresión del estimador de forma recursiva. ■

El error de estimación es descrito por la expresión

$e_k = y_k - \hat{y}_k $	(4.)
---------------------------	------

Y el funcional del error por medio del producto punto

$J_k = \langle e_k e_k^T \rangle$	(4.)
-----------------------------------	------

En forma recursiva se tiene

$J_k = J_{k-1} + e_k e_k^T$	(4.)
-----------------------------	------

Por medio de la esperanza matemática el funcional de error tiene la expresión de forma recursiva

$J_k = \frac{1}{k} [e_k e_k^T + J_{k-1} (k-1)]$	(4.)
---	------

La expresión para B_k en forma recursiva considerando al funcional del error tiene la forma

$B_k = y_{k-1} y_k + B_{k-1} J_k$	(4.)
-----------------------------------	------

Que dentro del identificador en su forma más simple se considera al modelo expresado en (4.2) y se considera en él al parámetro estimado del tipo adaptivo, teniendo la forma:

$\hat{y}_k = \hat{a} y_{k-1} + w_k$	(4.2)
-------------------------------------	-------

Resultados obtenidos con la implementación del algoritmo recursivo para obtener un filtro en tiempo real.

En el modelo matemático de lo que es un filtro adaptivo en tiempo real, se pretendió realizar un sistema de características mínimas donde la finalidad es estudiar y demostrar como se comporta el algoritmo recursivo de un modelo propuesto que de manera ideal pretende simular algún proceso ideal que puede existir de manera fortuita en la realidad y como este actúa de acuerdo a cierta señal de salida que el sistema computacional simula a través de la asignación de una dicha señal de entrada.

El proceso de experimentación se dividió en varias etapas donde primero se consideró simular el algoritmo del filtro digital sin considerar la parte adaptiva por que de ese modo podremos ver a modo experimental como se comporta la respuesta del sistema y comparada con una supuesta señal deseada. Pues la diferencia de las magnitudes de las señales de salida nos determina el error que existe. En la figura de abajo podemos observar que existe también un funcional del error.

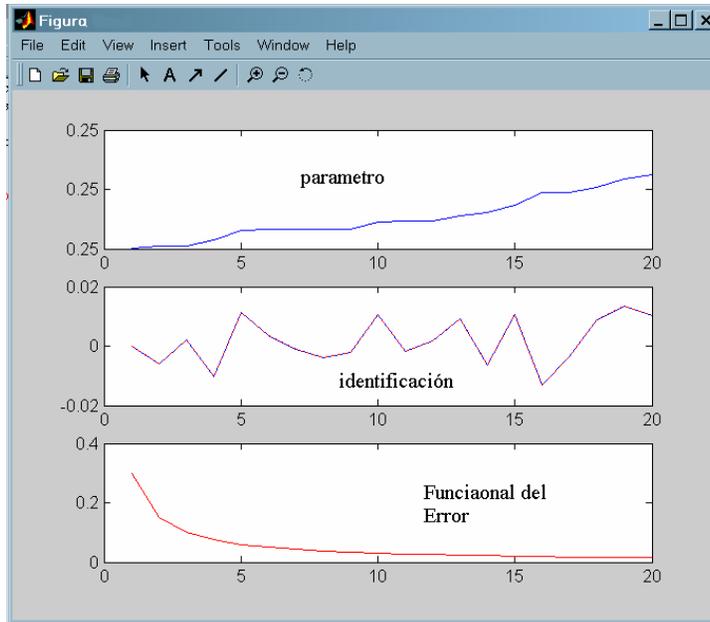


Figura1. Respuestas de los estados del sistema. La parte superior muestra los parámetros, en medio se muestra el identificador y hasta abajo el funcional del error.

La finalidad de criticar el error que la señal produce a la salida es determinar que tanto se apega nuestro modelo a un estado ideal fortuito, es decir como se ve este afectado nuestro sistema tanto por los estados internos como los externos la capacidad de este para aproximar la señal que deseamos, y el error es precisamente quien nos da la idea.

El filtro adaptivo en tiempo real.

En esta fase experimentación nos muestra como el comportamiento de un filtro digital adaptivo FDATR cambia totalmente, en cuanto a la aproximación de su capacidad de respuesta a un estado ideal que puede o no existir en la realidad, el sistema computacional se encarga de dar estos parámetros para poder simular dicho sistema. Ahora nuestro algoritmo cambia en esencia considerando una retroalimentación que afectará continuamente nuestro estado de salida. Pero que en calidad de respuesta será superior al filtro adaptivo pues el error será minimizado todavía más, y aún ahora consideramos un funcional del error, cuyo objetivo es realimentar al estimador para cambiar nuestro estado de salida.

En las transformaciones matemáticas vistas anteriormente quedó demostrado como puede cambiar un filtro adaptivo a un filtro adaptivo en tiempo real con las adecuaciones necesarias. Pues la transformación de las ecuaciones nos condujo a un algoritmo de naturaleza recursiva que considera ahora una retroalimentación al estimador y que por ende nos cambiará los coeficientes del filtro conforme este itera continuamente aproximando la respuesta deseada aún más hasta hacer que la diferencia de los errores sea cero idealmente, pero que en la realidad nunca va a ocurrir debido a las limitaciones de capacidad (velocidad de procesamiento) de nuestro sistema de

cómputo y así como también la característica inevitable del ruido que entra al sistema y que perturba el comportamiento en cierta medida.

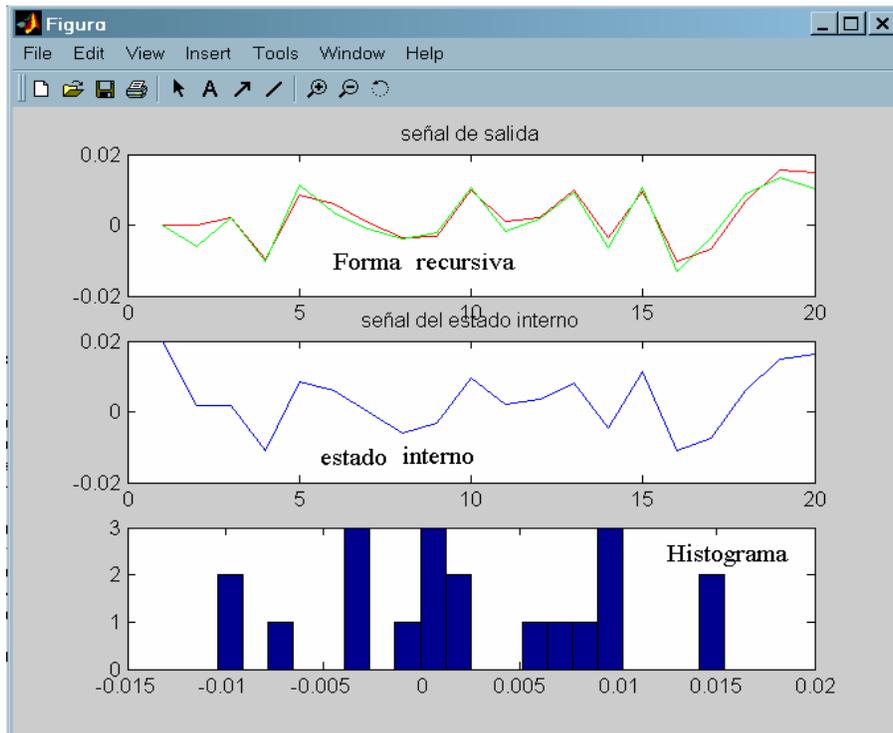


Figura2 La figura nos muestra los estados de salida del sistema para un filtro adaptivo en tiempo real.

Descripción de la gráfica anterior.

Ahora se explicará de la grafica anterior cada parte que en su conjunto nos da una idea de cómo se comporta nuestro filtro y si realmente la respuesta es la que esperábamos de acuerdo a las transformaciones hechas a nuestro modelo inicial, es decir, el filtro digital adaptivo.

Observaciones:

La parte superior de la gráfica muestra como la recursividad del algoritmo acerca la señal de salida a la señal deseada pero con un margen de error que no satisface en mucho, pues algunos sistema en la realidad dependen mucho de la precisión y velocidad de respuesta del filtro adaptivo en tiempo real, y más aún si las restricciones de tiempo se encuentran en un margen muy cerrado.

La parte media de la gráfica nos habla claramente del estado interno del sistema esta parte es importante pues podemos apreciar como cambia este internamente conforme evoluciona el sistema.

En la parte inferior de la gráfica se puede apreciar el histograma del proceso, pero de manera más precisa refleja la frecuencia con que ocurre la información del sistema en cada estado de la iteración

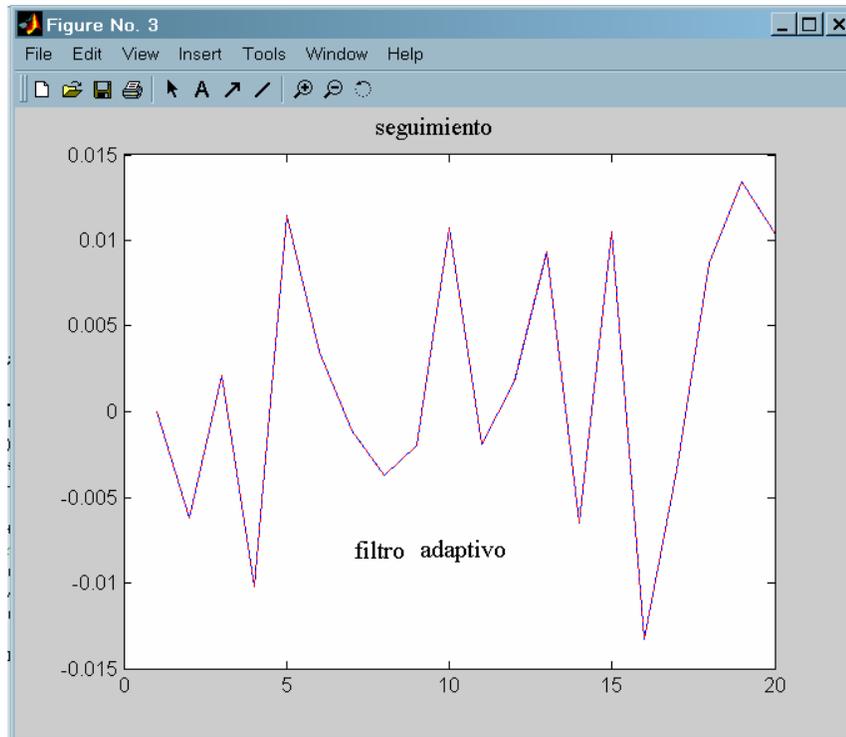


Figura3 La grafica superior muestra como es la salida de nuestro filtro, muy próxima a la salida deseada.

CAPÍTULO 5 Conclusiones Generales.

5.1 Conclusiones

Un FDATR se diseña de acuerdo a ciertos criterios que son los que definen bien la tarea final del filtro, un primer criterio es el tipo de medio ambiente con el que se va a desenvolver o interactuar para ser más precisos, otro segundo criterio de relevancia son las restricciones de tiempo que le son exigidos a nuestro sistema, pues varia en cada tipo de filtro pero manteniendo la restricción necesaria de que debe ser Tiempo Real. En el presente trabajo se describió formalmente los conceptos *estimadores* y Filtrado Digital en Tiempo Real aplicado a un sistema monovariado, lineal y estacionario.

También la finalidad del algoritmo de nuestro filtro es demostrar la eficiencia de su comportamiento que primeramente es la minimización del error en la respuesta deseada con la respuesta del sistema, pues nuestro sistema

Independientemente de la plataforma en Tiempo Real en que se implanten los FDTR y FDMTR, éstos deben cumplir con: la interacción con procesos reales, emisión de repuestas correctas, sincronía con los procesos, un error de convergencia acotado por un valor predefinido y la expresión en forma recursiva para seguir la dinámica del proceso.

Las restricciones temporales mínimas en los FDATR son: tiempo de muestreo, tiempo de ejecución, plazo mínimo, plazo máximo, tiempo de convergencia y plazo de convergencia.

La teoría presentada en esta tesis es general y aplicable a todos los filtros digitales lineales que interactúen con procesos físicos reales que impongan restricciones temporales y requieran ser descritos a través de los procedimientos de estimación o identificación.

Bibliografía

- [AB99] Abeni L., Buttazzo G. (1999). *QoS Guarantee using probabilistic deadlines*. Proceedings of the IEEE Euromicro Conference on Real-Time Systems, York, UK, June 1999.
- [Ash72] Ash. R. (1972). *Real analysis and probability*. University of Illinois, Academic Press.
- [AB98] Atlas A., Bestavros (1998). *Statistical rate monotonic scheduling*. 19th IEEE Systems Symposium (RTSS98), Madrid, Spain, December 2-4, 1998.
- [Bar99] Baras J. (1999), “*Symbolic and numeric Real-time signal processing*”, Technical Report University of Maryland, USA. pp 226
- [BG97] Birge J. and Glazebrook K. (1997). *Bounds values in stochastic scheduling*. National science foundation under grant DDM-9215921 and DMI-9523275.
- [Bro93] Brookshear G. (1993). “*Teoría de la Computación. Lenguajes formales, autómatas y complejidad*”. Marquette University, Prentice Hall, Addison Wesley.
- [BW97] Burns A. and Wellings A. (1996) *Real-time systems and programming languages*. University of York, Addison Wesley.
- [But97] Buttazzo G. (1997) *Hard real-time computing systems*. Scuola Superiore S. Anna, Kluwer Academic Publishers.
- [CA97] Choi s., Agrawala A (1997). “*Scheduling aperiodic and sporadic tasks in hard real-time systems*”. Technical report University of Maryland
- [Cai86] Caines P. (1986). “*Linear Stochastic Systems*”. Ed. Wiley, Canada.
- [CC99] Chui C., Chen G. (1999), “*Kalman Filtering with Real-time Applications*”. Ed. Springer, USA.
http://www.montevideo.com.uy/u/calculus/ind_prob.htm
- [Der87] Derrick W. R. (1987). “*Variable Compleja con Aplicaciones*” Grupo Editorial Iberoamérica, México.
- [Eck00] Ecker K. H. (2000). “*Overview on Distributed Real-time Systems. Requirements, Analysis, Specification, Operating Systems, Case Studies*”. Institute of Informatik, Technical University of Clausthal, Germany.
- [FT04] Fisco R., Torres G. (2004), “*CPU, el camino hacia el mañana*”, PC Magazine en Español vol. 15 No. 5. pags. 53-61. México D.F.
- [Gar99] Gardner M. (1999). *Probabilistic analysis and scheduling of critical soft real-time systems*. Ph. D. Thesis, University of Illinois at Urbana Champaign.
- [GA93] Grewal M. and Andrews A. (1993). *Kalman filtering, theory and practice*. Prentice Hall information and system sciences series.
- [GL94] Garvey A., Lesser V. (1994). *Desing to time Real-time scheduling*. Department of Computer Science , University of Massachusetts.
- [GL99] Gardner M., and Liu J. (1999). *Analyzing stochastic fixed-priority real-time systems*. Proceedings of the fifth International Conference on Tools and Algorithms for the construction and Analysis of Systems.

- [GM99] Guevara P., Medel J., (1999). “*Introducción al sistema Operativo en Tiempo Real QNX, Presentando un Ejemplo Ilustrativo Consistente en la Simulación de Dos Motores de Corriente Continua*”. Congreso Internacional de Computación CIC99, México.
- [MGB02] Guevara P., Medel J. J., Barrón R. (2002). “*Interacción Entre Sistemas en Tiempo Real y Sistemas en Línea*”. Congreso Internacional de Instrumentación Virtual, Pachuca México.
- [GM03] Guevara P., Medel J. J. (2003). “*Introducción a los Sistemas en Tiempo Real*”, libro publicado por la editorial Politécnico, registro de Derechos de Autor 03-2003-012912240400-01, México.
- [GMF03] Guevara P., Medel J. J., A. Flores. (2003) “*Un Modelo Dinámico para el Arribo de Tareas en Tiempo Real*”. Congreso Argentino de Ciencias de la Computación CACIC 3002, Rio de la Plata Argentina, Octubre.
- [Gne68] Gnedenko B. V. (1968). *The Theory of Probability*. Chelsea Publishing Company.
- [Hay91] Haykin S. (1991). *Adaptive filter theory*. Prentice Hall information and system sciences series.
- [Kai80] Kailath T. (1980). “*Linear Systems*”, Prentice Hall, USA.
- [Kan79] Kannan D. (1979). *An introduction to stochastic processes*. University of Georgia, North Holland.
- [Kot33] Kotel’nikov V. A. (1933). “*On the transmission capacity of “ether” and wire in electrocommunications* ”. Izd, Red. Upr. RKKA (Moscow URSS) (Material for the first all-union conference on questions of communications), vol. 44, 1933.
- [Lip88] Lipschutz S. (1988). *Teoría y problemas de probabilidad*. Universidad de Temple, Serie Schaum, McGraw Hill.
- [Liu00] Liu J. (2000). “*Real-time Systems*” Ed. Prentice Hall USA.
- [LL73] Liu C., Layland J. (1973). *Scheduling algorithms for multiprogramming in hard-real-time environment*. Journal of the ACM, Vol. 20, No. 4, (1982), pp273-250.
- [LMGF02] López A., Medel J., Guevara P., Flores., (2002). “*Una tarjeta de entrada/salida de señales analógicas para aplicaciones con tiempo restringido basada en el microcontrolador AVR AT90S8515*”. Taller Internacional de Instrumentación Virtual CIC-INDI2002, Pachuca México.
- [Lop00] López A. (2000). *Sistema para adquisición y envío de señales analógicas en Tiempo Real*. Tesis de maestría en ingeniería de cómputo, Centro de Investigación en Computación, IPN.
- [LP98] Lewis H., Papadimitriou C. (1998). *Elements of the theory of computation*. Prentice Hall.
- [LRT92] Lehoczky J., Ramos-Thuel S. (1992). *An optimal algorithm for scheduling soft-aperiodic tasks in fised-priority preemptive systems*. Proceedings of the IEEE real-time systems symposium.
- [Mar80] Martin J. (1980). *Diseño de sistemas de computadores en Tiempo Real*. Ed. Diana 1980.
- [Mar93] Márquez G. F. (1993). *UNIX Programación avanzada*. Universidad de Alcalá de Henares (Madrid), Addison Wesley Iberoamericana.
- [MB98] Maddox M., Birge J. (1993). *Using second moment information in stochastic scheduling*. Ford Motor Co., University of Michigan.

- [MC97] Mok A., Chen D. (1997). *A general model for real-time tasks*. Technical report, University of Texas at Austin.
- [Med98] Medel J. (1998). *Identification of non stationary ARMA Models Based on Matrix Forgetting*. Ph. D. Thesis, CINVESTAV-IPN
- [Med99] Medel J. (1999). *Comparación entre dos diferentes métodos de identificación para sistemas con perturbaciones correlacionadas con la señal observable*. Congreso Internacional de Ingeniería Eléctrica, CIIE-99.
- [Med02] Medel J. J. (2002). “*Análisis de dos métodos de estimación para sistemas lineales estacionarios e invariantes en el tiempo con perturbaciones correlacionadas con el estado observable del tipo: Una entrada una salida*” *Computación y sistemas* volumen 6 número 1, México.
- [MG03] Medel J., Guevara P., “*Constraints for real-time digital filters*” *Automatic Control and Computer Sciences AVT* No. 5 pages 63-69 ISSN 0132-4160, Sep. 2003, (ISI), Latvia.
- [MGF03] Medel J., Guevara P., Flores A. “*RTMDF: Real-Time Multivariable Digital Filter*”. *International IEEE Workshop Signal Processing 2003*, Poznan Polonia, October 2003.
- [MGV02] Medel J., Guevara P., Vicuña J., (2002), “*Administrador de recursos de una tarjeta de entrada-salida de señales para aplicaciones en tiempo real sobre QNX 4.24*”. XVII Congreso Nacional de Instrumentación organizado por la SOMI, Mérida México.
- [MMT97] Moser L., Melliar-Smith P., Thomopoulos E, (1997). *Probabilistic Analysis of Real-Time Dependable Systems*, Proceedings of the IEEE Computer Society International Workshop on Object-oriented Real-time Dependable Systems, Newport Beach, CA, February 1997
- [MP01] Medel J. J . , y Poznyak A. S. (2001), “*Adaptive Tracking for DC-derivate motor Based on Matriz Forgetting*”, C y S, pp. 201-217, México.
- [NPI96] Najin K., Poznyak A. S., Ikonen E. (1996). “*Calculation of residence time for nonlinear systems*”, *International Journal of Systems Science*, volume 27, number 7, pages 661-667.
- [Nyq28] Nyquist, H. (1928). *Certain Topics in Telegraph Transmission Theory*. USA. AIEE Transactions.
- [Oga80] K. Ogata (1980). “*Teoría de Control Moderno*”. USA.
- [PB89] Papoulis A., Bertrán M. (1989), “*Sistemas y circuitos*”, Ed. Marcombo, 1ª edición, España.
- [Pit63] Pitt H. R. (1963). *Integration, measure and probability*. University of Nottingham, Oliver and Boyd.
- [PM96] Proakis J. and Manolakis D. (1996). *Digital signal processing, principles, algorithms and applications*. Prentice Hall.
- [Pug73] Pugachev V. (1973). *Introducción a la teoría de las probabilidades*. Mir Moscú.
- [QNX03] QNX Real-time Plataform and QNX Neutrino (2003). QNX LTD software, Canada. <http://www.qnx.com>
- [QNX97] QNX Operating System (1997). “*System Architecture*”, QNX LTD software, Canada.
- [Rac97] Rachid, A., (1997) “*On induction Motors Control*”, *Control Systems Technology*, I. E. E. E., Control Systems Society, 5-3, 380-382.

- [Raj91] Rajkumar R. (1991). *Synchronization in real-time systems, a priority inheritance approach*. Kluwer Academic Publishers.
- [Ric02] Rico B., (2002), “*Simulación en tiempo real de una máquina rotatoria para conversión de la energía eléctrica (c.c./c.a.) con una interfaz gráfica para monitoreo remoto*” tesis de maestría en ciencias de la computación, CIC-IPN, México.
- [RK94] Ramanathan P., Kang D. (1994). *A generalized guarantee model for servicing sporadic tasks with firm deadlines*. Real-time Systems Journal May 1994.
- [RS94] Ramamritham K., Stankovic J. (1994), *Scheduling algorithms and operating systems support for real-time systems*. Proceedings of the IEEE, Jan 1994.
- [Rud88] Rudín W. (1988). *Análisis real y complejo*. Universidad de Wisconsin, McGraw Hill.
- [Sas99] Sastry S. (1999). “*Nonlinear Systems, analysis, stability and control*”. Ed. Springer, USA.
- [Sha48] Shannon C. E. (1948), “*A mathematical theory of communication*”. Bell Syst. Tech. J. vol. 27, pp. 379-423, 623-656, July-Oct.
- [SP04] Shtessel Y., Poznyak A. “*Time varying parameter identification of linear systems using the concept of equivalent control for traditional and high order sliding modes*”. Symposium on variable structure systems, Barcelona Spain, September 2004.
- [SB94] Stephan J., Bodson M. “*Real-time estimation of the parameters and fluxes of induction motors*”. IEEE Transactions on industry applications, vol. 30, no. 3, May/June 1994, USA.
- [SB99] Schopf J., Berman F. (1999). *Stochastic scheduling*. Northwestern University, University of California, San Diego.
- [Sip97] Sipser M. (1997). *Introduction to the theory of computation*. Massachusetts Institute of Technology, PWS Publishing Company.
- [SK92] Khosla P. & Stewart D. (1992). *Real-time scheduling of sensor-based control system*. Real-time programming, Pergamon Press Inc.
- [SSL89] Sprunt B, ShaL., Lehoczky J. (1989). *Aperiodic task scheduling for hard-real-time systems*. Journal of real-time systems.
- [SSRB98] Stankovic J., Spuri M., Ramamritham K., Buttazzo G. (1998). *Deadline Scheduling for Real-Time Systems*. Kluwer Academic Publishers.
- [Sta92] Stankovic J. (1992). “*Real-time kernel interfaces*”. Technical report, Department of Computer Science, University of Massachusetts. UM-CS-1992-078, USA.
- [TSO99] Takahashi K., Sakaguchi T., Ohya J. “*Real-time estimation of human body postures using Kalman filter*”. 8th International Workshop on Robot and Human Interaction, September 27-29, 1999 Italy.
- [TDSSSWL95] Tia T., Deng Z., Shankar M., Storch M., Sun J., Wu L., Liu J. (1995). “*Probabilistic performance guarantee for real-time tasks with varying computation times*. IEEE Real-time technology applications symposium.
- [Vic01] Vicuña J. Roberto. (2001). *Guía para el desarrollo del Administrador de Recursos para una tarjeta de entrada-salida de señales en QNX y su implementación en un Sistema de Control en Tiempo Real*. Tesis de Maestría en ciencias de la computación, Instituto Politécnico Nacional, México.

- [Whi15] Whittaker E. T. (1915), "*On the functions which are represented by the expansion of interpolation theory*". In Proc. Roy. Soc. Edinburgh, vol. 35, pp. 181-194.
- [Wil86] Wilf H. (1986), "*Algorithms and Complexity*". Englewood Cliffs, Prentice Hall.
- [You82] Young, S. (1982), "*Real Time Languages Design and Developments*", Ellis Horwood, USA.

Anexo 1.

Código