



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y
Tecnología Avanzada

**DESARROLLO Y APLICACIÓN DE UNA
METODOLOGÍA DE RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS DE FÍSICA ELEMENTAL
UNIVERSITARIA PARA ENSEÑANZA
COMBINADA**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

**DOCTOR EN CIENCIAS
EN FÍSICA EDUCATIVA**

P R E S E N T A :

GUSTAVO MAURICIO BASTIÉN MONTOYA

*Directores: Dr. César Eduardo Mora Ley
Dr. Daniel Sánchez Guzmán*



México, D. F., Julio de 2010

ABSTRACT

Problem solving is one of the greatest difficulties faced by an engineering student. Almost all exams are carried out through problems, unfortunately there is no explicit teaching of problem solving at school.

This difficulty is particularly acute in the freshmen who are facing a new way of thinking and evaluating in higher grades, coupled with this we find in them new skills we must use for the benefit of better learning. To capitalize on these new skills, we use distance learning or at least, distance learning platforms to support the courses, then we say that we are in presence of blended learning. A blended learning approach can combine face-to-face instruction with computer-mediated instruction, however in b-learning there are no proven treatments and analyzed teaching such as classroom teaching.

This work is an example of the type of research required to create and design teaching sequences or methodologies in b-learning. The job platform is moodle, widely used throughout Public institutions in the world. As main product of this thesis there is a virtual classroom¹.

¹ Virtual classroom is at : <http://cbienlinea.azc.uam.mx/moodle> once in this site we select *entrar como invitado* and after click in *categoría: Ciencias Básicas* after click in *Subcategoría: Cursos Combinados* we find there the virtual course *Resolución de Problemas de Cinemática*. That's the virtual classroom.

RESUMEN

La resolución de problemas es una de las mayores dificultades que enfrenta un alumno de ingeniería. Prácticamente todas sus evaluaciones se realizan a través de exámenes en los que resuelve problemas y a pesar de ello no existe una enseñanza explícita de la resolución de problemas.

Esta dificultad es especialmente aguda en los alumnos de primer ingreso que se enfrentan a una nueva forma de razonar y evaluar en sus cursos superiores, aunado a esto encontramos en ellos nuevas habilidades –y la pérdida de otras- que debemos utilizar en beneficio de un mejor aprendizaje. Es entonces que se recurre a la enseñanza a distancia o al menos, a la utilización de plataformas de aprendizaje a distancia, para apoyar los cursos presenciales, cuando esto último ocurre se dice que la modalidad de enseñanza es combinada, ni presencial totalmente, ni a distancia totalmente, se trata de una hibridación de la enseñanza que cada día se utiliza más y para la cual no existen tratamientos didácticos probados y analizados como en el caso de la enseñanza presencial.

Este trabajo es una muestra del tipo de investigación que se requiere para crear una didáctica de trabajo en enseñanza combinada; hemos diseñado y aplicado una metodología de resolución de problemas en enseñanza combinada que se utiliza en la plataforma *moodle* de distribución gratuita y ampliamente utilizada en todo el mundo en Instituciones públicas.

El resultado concreto es una metodología y un aula virtual² con una batería de cuestionarios elaborados de acuerdo con el análisis epistemológico y didáctico presentado a numerosos grupos piloto.

² El aula virtual se puede acceder en la dirección: <http://cbienlinea.azc.uam.mx/moodle> una vez en esta página se selecciona *entrar como invitado* después seleccionamos *categoría: Ciencias Básicas* y en esa pantalla la *Subcategoría: Cursos Combinados* ahí se encuentra el curso denominado *Resolución de Problemas de Cinemática* que es el único que acepta invitados. Dar click para entrar ahí

Contenido

1.- INTRODUCCIÓN	8
1.1 La Resolución de Problemas en la Escuela	10
1.2 Objetivos y descripción del proyecto	12
2.- Perspectivas Teóricas de la Resolución de Problemas.....	15
2.1 Introducción.....	15
2.2 Qué es un problema.....	16
2.3 Antecedentes.....	21
2.4 El Asociacionismo, Otto Selz.....	23
2.5 La Escuela de la Gestalt.....	27
2.5.1 Subobjetivos.....	33
2.6 Representaciones significativas de problemas.....	35
2.6.1 Concretización.....	37
2.6.2 verbalización del problema.....	38
2.6.3 Imágenes.....	39
2.6.4 representación del problema.....	40
2.7 Epistemología y resolución de Problemas.....	41
2.8 Modelos de Resolución de problemas.....	43
2.9 Análisis Multidisciplinario.....	49
2.10 teoría Cognitiva.....	51
2.11 Puntos Comunes de estas propuestas.....	57
3.- Resolución de Problemas de Física.....	59
3.1 Clasificación de problemas y métodos de solución	59
3.2 Métodos Ad-hoc	65
3.3 Métodos generales.....	66

4.- Razonamiento espontáneo y Obstáculos Epistemológicos.....	74
4.1 Razonamiento Espontáneo.....	74
4.2 Obstáculos Epistemológicos.....	76
4.3 Obstáculos para la resolución de problemas de cinemática.....	81
5.- Diseño de la propuesta.	87
5.1 Aspectos teóricos y cognición.....	87
5.2 Selección de la metodología de RP.....	89
5.3 Elaboración de la metodología.....	90
5.4 Enseñanza Combinada.....	97
5.5 Descripción del entorno experimental.....	99
5.6 Alumnos de bajo rendimiento.....	101
6.- Aplicación de la metodología.....	104
6.1 Tipo de Investigación.....	104
6.2 Variables e Instrumentos.....	107
6.2.1 Habilidades de la Resolución de Problemas.....	107
6.2.2 Plataforma a distancia moodle.....	108
6.2.3 Test de Habilidades numéricas.....	109
6.2.4 Exámenes Homogéneos.....	110
6.3La actividad frente a grupo.....	110
6.4 La actividad en Línea.....	118
7.- Resultados y Análisis	122
7.1 Resultados y análisis	122

8.- Conclusiones.....	133
8.1 Conclusiones generales.....	133
8.2 Posiciones contrarias.....	137
8.3 Ventajas de una metodología.....	139
8.4 Reflexiones finales.....	141
 Bibliografía General.....	 144
 Anexos.....	 146

1

INTRODUCCIÓN

Las dificultades que tienen los estudiantes de ingeniería en las materias de física y matemáticas son prácticamente las mismas en cualquier universidad, los razonamientos erróneos, la falta de comprensión, las confusiones, etc. son muy parecidos³. Las estrategias para mejorar el desempeño de los estudiantes son numerosas y van desde la revisión y actualización de planes de estudio, hasta las becas para que los alumnos puedan dedicar más tiempo a sus estudios.

Cuando nos referimos a cursos a distancia, las dificultades aumentan y es necesario distinguir los problemas de motivación de aquellos situados en las dificultades propias de la asignatura y de los otros propios de la enseñanza a distancia (EaD).

Una metodología de resolución de problemas que se presente a los alumnos, necesariamente tomará en cuenta las investigaciones presenciales y las que se realizan en enseñanza a distancia, y por supuesto la experimentación que se realice en este proyecto, pues el problema es muy complejo.

El tiempo que se dedica a las materias de física y matemáticas no ha variado mucho en las Instituciones de Enseñanza Superior (IES) y sin embargo los resultados en los índices de aprobación son cada vez más bajos. Uno de los aspectos que sin duda afectan el desempeño de los estudiantes es la cantidad y calidad del material que debe estudiarse en ingeniería, como se afirma en uno de los reportes de la International

³ Viennot L (1979) *Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire*, Hermann, Paris

Union of Pure and Applied Physics (IUPAP) “...probablemente el reto mayor (de la enseñanza de la física) es decidir que material, de la gran cantidad que existe al respecto, seleccionar para ser enseñado... y como decía (el gran físico y profesor) Philip Morrison con respecto al curriculum *menos, tal vez sea más.*”⁴ Entre el material que se debe enseñar están sin duda las metodologías y estrategias de solución de problemas, que al profesor le resultan familiares, pero que al alumno le son lejanas y muchas veces incomprensibles. Se requiere de una explicitación por parte del profesor de que las metodologías o estrategias existen, que se utilizan como guías para resolver problemas y que es conveniente contar con algunas de ellas en los diferentes campos de la física. La Universidad Autónoma Metropolitana se encuentra en el inicio de un proceso de implantación de enseñanza a distancia EaD, en los próximos años se espera contar con casi la totalidad de las asignaturas del Tronco General de ingeniería, incluyendo dos laboratorios. Este trabajo servirá para sustentar una metodología de acción frente a materias consideradas complicadas o de alto índice de reprobación

Entre los aspectos que más se han mencionados como problemáticos desde el punto de vista del proceso de enseñanza-aprendizaje se encuentran los referentes a la resolución de problemas, que es un tema muy complicado de trabajar a distancia. Decanos⁵ de la enseñanza de la ingeniería colocan la resolución de problemas como uno de los puntos más difíciles para los alumnos de Enseñanza a distancia. Hasta ahora existen pocos trabajos relacionados con la enseñanza de la resolución de problemas en cursos a distancia⁶. La Universidad de Laval cuenta con una metodología para resolución de problemas en línea, muy interesante en *OPUS*⁷. Los resultados que

⁴ Ogborn J. (ed.) (2004). *Physics Now: Reviews by leading physicists*, IUPAP-39, (También en línea: <http://www.physics.ohio-state.edu/~jossem/IUPAP/PhysicsNowText-A4-1.pdf>)

Consulta 2 de junio de 2006

⁵ Pearce A. (2004). *Curso sobre enseñanza a distancia*, British Council, México, 2004.

⁶ The Biology project, Biología Celular, University of Arizona (en línea) Disponible en: <http://www.biologia.arizona.edu/cell/cell.htm>.

⁷ La physique a velo. Universidad de Laval, OPUS, Physique 534, Actividad en línea para resolución de problemas desde un punto de vista de la EaD, (en línea:) <http://www2.fsg.ulaval.ca/opus/physique534/complements/velo.shtml> consulta: 12 de junio de 2006

se obtengan de este trabajo servirán sin duda para fundamentar y mejorar la enseñanza de la física a distancia.

1.1 La resolución de problemas en la escuela

Una situación común en la EaD, es la dificultad que tienen los alumnos para resolver problemas. Para muchos estudiantes esto representa una barrera infranqueable, casi imposible de salvar, muchos de los que desertan lo hacen por su mal desempeño en este rubro que en la práctica se traduce en una imposibilidad de resolver los problemas que se plantean en exámenes o en tareas. Con este trabajo pretendemos mostrar una opción que ayudará a los alumnos a resolver problemas con menos dificultades y les dará mayor confianza en sí mismos.

Desde el punto de vista de la mayoría de docentes, los alumnos deberían estudiar más, y de manera autónoma, sin embargo no se les prepara para ello ni se les dan las herramientas necesarias, en una época en que la competencia es cada día más difícil por lo que muchos de los que inician una carrera profesional y requieren, por diversas razones, de la EaD, desearían mejorar sus habilidades para enfrentar con éxito sus estudios, a ellos está dirigido este trabajo.

En las Universidades se vive un proceso de optimización de recursos, la EaD se ha convertido en una de las formas de aumentar la cobertura, pero los índices de retención y aprobación son demasiado bajos, por ello se ha iniciado un gran trabajo en varias áreas: que van desde de preparación de tutores en esta modalidad, así se ofrecen cursos incluso internacionales para la preparación de aquellos que van a asesorar a los alumnos. Otro aspecto es el de presentar estrategias para la resolución de problemas (RP) pero la gran mayoría se enfoca a plantear estrategias generales que se deben aplicar más bien en un salón de clase⁸⁹, aunque estén planteadas en línea, pocos son

⁸ Veáse por ejemplo: Styer, D. Solving problems in physics, (en línea:)
<http://www.oberlin.edu/physics/dstyer/SolvingProblems.html> consulta: 2 de junio de 2006

⁹ Hieggelke C, Maloney D y O’Kuma T 2002, *TIPERs Tasks Inspired by Physics Education Research*. (en línea) Disponible en: <http://tycphysics.org/TIPERs/magnetismtipers.htm>

los intentos que se tienen para ayudar a los alumnos que siguen cursos a distancia¹⁰. Es necesario retomar la línea de la EaD y la Investigación en didáctica de la física para lograr un producto que verdaderamente apoye el desarrollo de la habilidad para resolver problemas de física básica.

Vamos a revisar algunas de las ideas generales que sobre la resolución de problemas se han establecido en la EaD y en enseñanza presencial y a distancia que ya forman parte del saber común.

En primer lugar tenemos la existencia de una metodología de nivel elemental, es decir la posibilidad de poder sistematizar la resolución de problemas, se demuestra con su existencia, las planteadas en los libros de texto, por ejemplo en los de Física elemental de Sears¹¹, se muestra prácticamente en cada capítulo una metodología para resolver los problemas. En nuestro caso el problema es determinar las ventajas de una metodología en una plataforma a distancia.

Otros autores reconocen la existencia de metodologías para la RP, incluso de carácter general, como el ilustrativo libro de Polya¹² “*Como plantear y resolver problemas*”. Ya en terrenos de Ciencias Sociales, encontramos libros que plantean una metodología creativa, como el de P. Ackoff “*El Arte de resolver problemas*”.

Así que la existencia, por lo menos al nivel elemental de los primeros semestres de ingeniería, se demuestra con las metodologías mismas.

Por otro lado, existen varios trabajos que apuntan hacia la transferencia de una metodología de RP, uno de ellos en física, es el de Caillot y Goffard¹³ en el que se muestra de manera muy explícita la manera de analizar un problema con los alumnos para que estos puedan encontrar un abordaje práctico para resolver problemas. Desde

¹⁰ Cf. nota 4

¹¹ Sears, Zemansky Freedman, Young, (2005). *Física para estudiantes de Ciencias e Ingeniería*, México.

¹² ¹² Polya, G. (1970). *Como plantear y resolver problemas*. Trillas, México.

¹³ Goffard (1987).

luego la obra clásica que apoya la transferencia de la capacidad para resolver problemas es el conocido estudio de Bloom y Broder¹⁴. Los resultados no son concluyentes, al parecer el énfasis que pone el docente para la RP en clase aumenta el interés de los alumnos en los procesos de solución y se vuelven más cuidadosos tanto el alumno como el profesor, también es interesante notar que se realiza una “metacognición” en la que el alumno verbaliza la metodología y la fija a más largo plazo que cuando el problema se resuelve como una parte más de la exposición. Esto se observa al seguir a los alumnos de un curso a otro.

Como conclusión se podrá presentar a la comunidad de educadores relacionados con la física de nivel medio superior y superior, los resultados más importantes en este campo, la metodología para resolver los problemas y su fundamentación teórica, así como una página web donde se encuentre dicha metodología.

1.2 Objetivos y descripción del proyecto

Para enunciar brevemente el objetivo del trabajo de tesis podemos decir que dentro de la enseñanza combinada vamos a plantear una metodología de resolución de problemas. En resumen el objetivo es:

Desarrollar, fundamentar y aplicar una metodología de resolución de problemas de cinemática para Física básica para enseñanza combinada.

Este objetivo nos lleva a planear una hipótesis de trabajo que es la siguiente: **Los alumnos de bajo rendimiento pueden construir una metodología de RP mediante la metodología *paso a paso* y cuando lo hacen, su desempeño en los exámenes mejora significativamente.**

Para desarrollar este trabajo de tesis describimos la pedagogía en que nos basamos. Existen puntos de vista diferentes en cuanto a resolución de problemas se refiere, algunos profesores prefieren dirigirse a alumnos muy brillantes que descubran por si mismos las metodologías que él no explicita, otros en cambio, suponen que al alumno

¹⁴ Bloom, B. S. y Broder, L. J. (1950). *Problem-Solving processes of college students. An exploratory investigation*, Chicago, University of Chicago Press. Citado por Mayer, R. E. (1986). *Pensamiento Resolución de Problemas y Cognición*. Paidós, 1ª ed..

hay que enseñarle una metodología para que resuelva los problemas comunes de la materia. Existen propuestas para educación presencial, interesantes pero que no se aplican a una EaD¹⁵ en este trabajo mi interés es fundamentar, elaborar y probar una metodología que un alumno pueda seguir a distancia con asesoría de su tutor ya sea presencial o a distancia individualizada.

Aún aceptando que existe una metodología de RP surgen varias preguntas, por ejemplo: ¿La RP se puede proponer como un ejercicio en la EaD? ¿Se le debe dedicar un tiempo especial a enseñar una metodología de RP? ¿El desarrollo de la capacidad de resolver problemas es sincrónico con la adquisición de conocimientos? ¿La matemática involucrada, en la RP de un determinado tema se debe dominar antes o sincrónicamente? ¿Una metodología de RP es transferible y más aún, es adquirible? ¿No es la capacidad de resolver problemas una de las características innatas de la inteligencia y por lo tanto es imposible de ser sistematizada? ¿Una metodología de RP, permite comprender mejor las leyes y teorías de la física, o no tiene relación con la adquisición y correcto manejo de los conocimientos? e incluso ¿El hecho de que un alumno resuelva correctamente un problema indica un manejo correcto de los conceptos involucrados en la solución?¹⁶ Son muchas las preguntas que debemos responder en esta investigación, en algunos casos ya se tiene una respuesta, en otros habrá que ver si se adapta a la EaD y algunas otras las habremos de contestar con un diseño experimental apropiado para la población a que nos dirigimos.

El presente proyecto tiene su origen, por una parte, en preguntas de este estilo y por otro se intenta dar respuesta al hecho de que existe un altísimo índice de reprobación en los primeros trimestres del tronco general de las carreras de ingeniería en la UAM-A (lo que prácticamente es común a todas las Universidades e Institutos de Enseñanza Superior) y se desea contribuir a que los estudiantes mejoren sus habilidades para

¹⁵ Van Weeren, J.H.P., De Mul, F.F.M., Peters, M.J. Teaching problem-solving in physics: a course in electromagnetism, *Am. J. of Phys.*, 50(8), 1982, 725-732.

¹⁶ Reif F. 1995 Millikan Lectura 1994; Understanding and teaching important scientific thought processes *Am. J. Phys.* 63 17-32

resolver problemas y se encuentren mejor preparados para resolver sus exámenes.

En la propuesta que presentamos en este trabajo intentamos que el alumno adquiriera una estrategia que madure paulatinamente y le permita darse cuenta de que existen metodologías subyacentes a las explicaciones del profesor y que él las puede explicitar para tener un conocimiento verdaderamente significativo.

La maduración paulatina que pretendemos desarrolle un alumno será guiada: Por un lado nos basamos en la física del problema, específicamente en el tipo de errores que se cometen, ya que el tipo de éstos varían de alumno a alumno y tendremos una clasificación para dirigirlos hacia el tipo de tutoría que requieran. Esta guía se realizará con los métodos propios de las TICs para que el alumno pueda seguirlas ya sea en red o bien a través de un DVD con los cuestionarios y tutoriales diseñados para tal efecto. Por otro lado, el nivel de matemáticas nos dirá las necesidades del alumno y su direccionamiento hacia los tutoriales necesarios.

Los problemas que planteamos son aquellos que introducen claramente los conceptos físicos y la matemática empleada, el estudiante resolverá paso a paso problemas más complicados que incluso representen un reto para los alumnos. Es decir el alumno iniciará un análisis conceptual antes que el matemático.

Con estas herramientas incidiremos de manera efectiva sobre la habilidad de RP del alumno para mejorar su desempeño en una materia de por sí compleja y con altos índices de reprobación

PERSPECTIVAS TEÓRICAS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

2.1 Introducción

En este capítulo comenzamos con la conceptualización de un problema y continuamos con las perspectivas teóricas más importantes en lo que se refiere a resolución de problemas.

Al abordar un campo de estudios como el de RP es necesario tener claridad en varios aspectos, Por ejemplo ¿Cómo se ha estudiado, y por quienes, la resolución de problemas? ¿Existen diversas aproximaciones a este tema o solo hay un camino? ¿Cuáles son los hechos comunes a estas metodologías? ¿Que teoría psicológica sustenta las metodologías? Estas son las preguntas básicas que guían este Capítulo.

El estudio del planteamiento y resolución de problemas surgió dentro de la psicología. A fines del siglo pasado se comenzó a estudiar esta temática desde el punto de vista de la metodología por la llamada Escuela de Wurzburg, más adelante los Asociacionistas y la teoría de la Gestalt plantearon sus puntos de vista.

Desde mediados del siglo pasado, la psicología cognoscitiva es la que más se ha dedicado a estudiar procesos cognitivos y desde los años setenta los investigadores de didáctica de la física han aportado una gran cantidad de acercamientos a la resolución de problemas. En este trabajo adoptaremos el punto de vista de que el estudio de los procesos cognitivos dará como resultado una predicción observable. Si no, de qué otro

modo podríamos hablar de la forma en que se resuelve un problema.

No proponemos un acercamiento conductista que sugiere que sólo se trate con conductas observables, más bien afirmamos junto con los cognoscitivistas que las conductas son resultados de procesos mentales. Enseguida se presentarán las principales escuelas psicológicas que han estudiado la RP.

2.2 Qué es un problema

En primer lugar estableceremos que **cuando existe una brecha entre el punto en que estamos y el punto en que queremos estar y no sabemos como encontrar un camino para cerrar la brecha, tenemos un problema**¹⁷. Esta definición de problema es muy amplia y es mejor que otras muy restrictivas a las que se les pueden hacer numerosas objeciones. Es común que en estudios sobre RP no se defina *problema* y se dé por hecho que es precisamente el tipo de pregunta que se le propone al sujeto de estudio. Veamos otras definiciones:

- Según su etimología la palabra problema procede del verbo *ballein* que significa poner o echar, por lo que *pro-ballein* es poner algo delante, por ejemplo algún obstáculo en el camino de alguien¹⁸.
- Polya plantea dos tipos de problemas: por resolver y por demostrar, en los primeros se desconoce una incógnita, mientras que los segundos consisten en mostrar la falsedad o exactitud de una afirmación.
- El diccionario define que *problema* es: *una cuestión que se trata de resolver* y desde luego que *resolver* es: *hallar una solución de un problema o desatar una dificultad*¹⁹.

¹⁷Hayes, John R. (1989). *The Complete Problem Solver*. Hillsdale, NJ; Lawrence Erlbaum Associates

¹⁸Rodriguez E. M., Fernandez O. J., *Creatividad para resolver problemas*, Pax, México, 1997. p 5.

¹⁹Alonso, M., *Diccionario del Español Moderno*, Aguilar, España, 1981.

- Mayer propone que cualquier definición de problema debería consistir en tres ideas²⁰ 1) el problema está actualmente en un estado, pero 2) se desea que esté en otro estado, y 3) no hay una vía directa y obvia para realizar el cambio.

Además se pueden hacer muchas clasificaciones de problemas²¹ según la disciplina, la dificultad, de acuerdo con el tipo de inferencia, según la definición de estados iniciales y finales, etcétera.

En este trabajo por problema vamos a considerar el tipo de preguntas y problemas planteado a los alumnos en las escuelas de ingeniería (o ciencias) en los primeros dos años de la licenciatura, en los exámenes o al final del capítulo de un libro de texto. Sus características son las siguientes.

- a) El enunciado tiene varias incógnitas que aparecen en las ecuaciones estudiadas en el material del capítulo en que están planteados.
- b) Se resuelven con el material que se cubrió en el capítulo en que se presentan y con la matemática adecuada al nivel que se está trabajando
- c) Los enunciados son pequeños.
- d) El enunciado no hace referencia a otros datos que los estrictamente necesarios para resolver el problema.
- e) Se hacen una serie de idealizaciones con el fin de no complicar innecesariamente el problema, por ejemplo: masa cero, longitud infinita, ausencia de rozamiento, planos perfectos, cargas puntuales, etcétera.
- f) El problema se considera resuelto una vez que se ha encontrado el valor de las incógnitas pedidas y no se pide verificar la congruencia de las soluciones.

²⁰ Mayer R., *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*, Paidós, Barcelona, 1983.

²¹ Greeno, J.G., "Natures of problem solving abilities", en W.K. Estes (comp), *Handbook of learning and cognitive processes*, Vol 5, Hillsdale, N. J., Erlbaum, 1978.

- g) Son problemas descontextualizados, pues son partes de un problema mayor que no se presenta al alumno con el fin de no complicarle demasiado la resolución del mismo.

Es claro que esto da origen a que el estudiante resuelva problemas muy idealizados, pero aún así existe el acuerdo tácito de que si un alumno es capaz de resolver este tipo de problemas está preparado para continuar con sus estudios en materias más avanzadas.

Un aspecto que tal vez nos ayude a entender la necesidad de desarrollar una metodología de resolución de problemas es que **En Ciencias Naturales, a diferencia de las Ciencias sociales, el método privilegiado para ejemplificar y evaluar el aprendizaje es la resolución de problemas**. Se ha seguido la distinción usual de llamar *solución* a la respuesta planteada en el problema, mientras que resolución es el proceso de llegar a la solución. Esta forma de trabajo tiene su origen, por un lado, en la geometría y en los retos públicos sobre solución de problemas que se hacían durante el renacimiento, y por otro se debe a que, una vez planteado un problema, partiendo de las mismas condiciones iniciales y bajo una misma teoría, la solución es única.

Muchos conjuntos de problemas se han hecho famosos, por ejemplo los que se plantean en las olimpiadas de matemáticas y de física, en niveles educativos más elevados podríamos mencionar los que se plantean en el Graduate Record Examination (GRE) de EUA, y los problemas planteados a los aspirantes a profesores de ciencias en Francia. En México podemos citar los que se plantean a estudiantes de ciencias para obtener su maestría ya sea en el Instituto Politécnico Nacional o bien en la Universidad Nacional Autónoma de México.

Otra de las razones por la cual es importante resolver problemas la encontramos en la experiencia personal profesional. A miembros del Instituto de física²² de todos los campos del conocimiento les fue pedido que colocaran en orden de importancia las

²² Blake, G. *Skills Used In The Workplace: What Every Physics Student (and Professor) Should Know*. Ponencia presentada en la reunión de AAPT del verano de 1995, Spokane, WA.

habilidades en sus respectivos campos de trabajo: computación, administración, conocimientos, etc. Los profesores pusieron en el sitio más importante los conocimientos, mientras que los investigadores de ciencia básica y los que trabajaban en la industria colocaron **como la habilidad más importante la de resolver problemas**. Así que como los profesores no le concede tanta importancia a la RP, pues no les dedica tanto tiempo en clase

Esto es significativo, ya que la resolución de problemas (RP) juega un papel muy importante en la enseñanza: sabemos que los conocimientos adquiridos durante los estudios de ciencia o tecnología no son suficientes para la práctica profesional, tanto porque el tiempo no es suficiente para abarcar todo lo que se conoce de una rama de la ciencia o de la tecnología, como porque el diario avance científico y la velocidad con que se genera información hace imposible que un estudiante conozca una materia por completo.

Por tal razón la antigua visión de un conocimiento enciclopédico se ha cambiado de tal manera que el estudiante ahora “aprenda a aprender” a través de conceptos unificadores y metodologías generales, y entre estas, las metodologías de resolución de problemas (MRP) son una parte importante²³.

La RP es un aspecto al cual los educadores le debemos prestar suficiente atención, más aún si recordamos que el tiempo que tenemos para la exposición de un contenido es muy corto y que es prácticamente imposible tener un apartado especial en clase que se llame “técnicas de resolución de problemas” o “heurística de la física” o algo parecido. Es mejor utilizar algún “repaso”, “panorámica”, “exposición”, “técnicas de RP” o “metacognición”, de esta manera sin anunciarlo, el docente va mostrando los caminos que pueden resultar más fructíferos para que haya un aprendizaje significativo de la física.

²³Bodner, George M. (1991). A View From Chemistry. In M. U. Smith (ed.) *Toward a Unified Theory of Problem Solving* (pp 21-33). Hillsdale, NJ; Lawrence Erlbaum Associates.

A pesar de la importancia de las metodologías que se utilizan en la escuela de nivel medio básico, medio superior y superior, sólo hasta hace poco tiempo se comenzaron a realizar estudios en este campo, básicamente en el área de psicología cognitiva y en didáctica de la física. La idea de este trabajo es la de diseñar una metodología que permita al alumno comprender la razón de ciertas estrategias, así como mostrar a los profesores los diferentes caminos que existen para la RP y utilizar una de ellas en su práctica diaria.

En cuanto a la inclusión de estas metodologías en el currículum es algo que se irá imponiendo con el tiempo, Instituciones como La Salle, UAM y el Tecnológico de Monterrey ya han puesto en práctica cursos de Habilidades de pensamiento y resolución de problemas.

Se ha abierto una seria polémica en torno al problema de la meta primordial de la educación y uno de los aspectos que más se ha debatido es, sí la RP es uno de los fines de la educación, los cognoscitivistas²⁴ han planteado que sí ese fuera el fin de la educación, entonces la mayoría del conocimiento sería inservible ya que no resuelve directamente ningún problema.

Un punto de vista muy interesante al respecto es el que se encuentra en estudio realizado por el Consejo nacional de Investigación de EUA, coordinado por Lauren B. Resnick²⁵ en este estudio participaron psicólogos, científicos, ingenieros en computo y filósofos de once universidades de EUA. Uno de los aspectos que aclaran los autores en el reporte es que se desea resolver la pregunta *cómo enseñar "habilidades de alto nivel"*, entre las que se encuentra la resolución de problemas. En la investigación se plantea que existen diferentes metodologías de enseñanza para este tipo de habilidades, asimismo se mencionan algunas características que retomaremos en el capítulo más adelante.

²⁴ Ausubel, D.P., Novak, J.D., Hanesian, H. *Psicología educativa, Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas, México, 2ª Ed. 1987.

²⁵ National Research Council , *Education and Learning to Think*, Lauren B. Resnick (coord), National Academic Press, Washington D. C. 1987.

Otros psicólogos han conceptualizado a la RP como la muestra o la parte tangible de lo que es el razonamiento, así tenemos que O. Seltz²⁶, de la escuela asociacionista, argumenta que la unidad de pensamiento es más que una hilera de combinaciones y que el proceso de pensamiento es la tendencia a completar huecos o faltas en la unidad estructural. Para demostrarlo llevó a cabo experimentos de resolución de problemas e incluso explicaba parte de la Investigación científica, a través de este proceso de llenar huecos, esto último se ampliará más adelante.

Educadores un poco más tecnificados y más enfocados a las matemáticas, consideran que el proceso de resolución de problemas es lo único que permite distinguir a un estudiante que haya comprendido los contenidos de otro que no lo haya hecho.

A pesar de la diferencia de enfoques entre diversos autores, podemos establecer que desde el punto de vista educativo, la enseñanza de la RP, que es una de las habilidades de orden superior, está fuera de toda duda

2.3 Antecedentes

Iniciamos con la filosofía asociacionista aristotélica, que nos plantea algunas ideas acerca de la manera en como se piensa a través de imágenes.

En su tratado *De memoria et Reminiscentia*²⁷, Vol II, Aristóteles considera que el proceso de pensar y reproducir recuerdos es a través de **asociación de imágenes**, ya sea por semejanza, contraste o contigüidad. Hume revisó estas leyes aristotélicas, dejando únicamente las de semejanza y contigüidad²⁸, en todo caso estas son las leyes más antiguas que nos explican la manera en como se piensa en una situación dada. Estas leyes, a pesar de su simpleza, tienen un gran poder explicatorio.

²⁶ Seltz, O. “ The revision of the fundamental conceptions of intellectual processes” en J. M. Mandler and G. Mandler (comps) *Thinking from association to Gestalt*, New York, Wiley, 1964.

²⁷ Runes D. D., *Diccionario de Filosofía.. Aristóteles*. Grijalbo, México, 1981.

²⁸ *Ibidem*, *Asociación, leyes de*.

Nos permiten explicar, por ejemplo, la solución de problemas escolares como los que se plantean en matemáticas elementales, que son básicamente los problemas que ya ha visto el profesor, pero con algunos datos cambiados, en este caso emplearíamos la *ley de contigüidad* para explicar la resolución del alumno.

La dificultad de aplicar la filosofía asociacionista comienza cuando se estudia la solución de problemas más complicados. Esto nos lleva a las primeras escuelas de psicología que estudiaron la manera de resolver problemas. En la llamada *Escuela de Wurzburg*²⁹ hacia fines del siglo pasado y principios del presente se estudió la solución de problemas más complejos desde la perspectiva asociacionista, con este fin presentaban a diferentes sujetos problemas del tipo siguiente:

Se presenta un enunciado

Morder

y enseguida se presenta la pregunta

¿Cuál es la causa?

Después se pedía la descripción del proceso que llevó a la respuesta, en este caso particular la creación mental de una imagen es obvia, pues la mayoría de personas asocia la palabra morder con *perro*, pero no así con otras preguntas que no requieren de imágenes para su manipulación, como la de conjuntos que engloban a conceptos.

En cambio las palabras “inteligencia artificial” y su asociación con otras como “pensamiento” requiere de algo más que imágenes para manipularlas.

Es a partir de estos estudios que se comienza a pensar en **el razonamiento sin imágenes**. Estos psicólogos llevaron el análisis del pensamiento al laboratorio por primera vez y si bien sus teorías no quedaron claras, demostraron que no todo el pensamiento es vía imágenes, sino que existe un pensamiento abstracto, además que no existe la “asociación simple” de imágenes estables, como sugería la filosofía

²⁹Esta denominación se debe a la ciudad alemana de Wurzburg. Véase el trabajo de Mayer, A., Orth, J. “The qualitative investigation of association”, en J. M. Mandler and G. Mandler (comps) *Thinking from association to Gestalt*, New York, Wiley, 1964.

aristotélica, pues se dieron cuenta que las imágenes cambiaban a medida que se combinaban entre sí.

2.4 El Asociacionismo y Otto Selz

La teoría asociacionista se siguió refinando durante las siguientes décadas y llegó a conceptualizar el pensamiento como la aplicación del método de ensayo y error, guiado por la experiencia previa del sujeto³⁰. La palabra asociacionista se deriva del hecho de que existen asociaciones para cada estímulo. Esto significa que para cada problema diferente existen asociaciones con muchas posibles respuestas R_1, R_2, \dots, R_n de tal manera que la RP se resume en que existe un estímulo (planteamiento del problema), sus respuestas y las asociaciones entre unos y otros.

Se supone que las asociaciones están en la mente de cada persona y dependen de sus hábitos, unas son muy fuertes, otras son muy débiles y el sujeto emite las respuestas en función de la jerarquización que establezca. Este tipo de análisis fue muy utilizado por Thorndike con monos y gatos. Como era difícil explicar la respuesta, se tuvo que recurrir a un intermediario, al menos en los humanos, llamado mediador, a partir de lo que se desarrolló otra teoría, en la cual no entraremos en detalle, llamada mediacional y que considera que antes de la respuesta definitiva de una persona, se ensaya mentalmente otra, una especie de respuesta interna en miniatura. Se pensaba que estas respuestas eran el resultado del pensamiento, pero no eran el pensamiento en sí, incluso se estableció la polémica de cuál era el sitio en el que se producían las respuestas, algunos afirmaban que en la actividad muscular, como Watson que propuso que el lugar del comportamiento del pensar debe encontrarse en los músculos relativos del habla³¹. Por el contrario investigadores como Chapman³² demostraron que las

³⁰ Mayer, R. E. *op. cit.*, pp 36-37.

³¹ Watson, J. B. *Behaviorism*, New York, Norton, 1930. Trad. al castellano *El Conductismo*, Buenos Aires, Paidós, 1955.

³² Chapman, R. M. Evoked potentials of the brain related to thinking, en F. J. McGuigan y R. A. Schoonover (comps), *The psychophysiology of thinking*, New York, Academic Press, 1973. Citado por R. E. Mayer, *op. cit.*

respuestas se producen en el cerebro, de lo cual ahora no hay duda.

No utilizaremos ejemplos de Thorndike, en lugar de ello veamos cómo resuelven un problema de trigonometría alumnos que no dominan las funciones trigonométricas. El planteamiento es el siguiente;

Se tiene un árbol de altura desconocida, pero se ha medido su sombra, que es de 6m, si la punta de la sombra y la punta del árbol forman un ángulo de 60°, como se muestra, determina la altura del árbol.

Este problema implica utilizar la función trigonométrica tangente, pero como es la menos utilizada en cursos precedentes, muchos alumnos comienzan por utilizar las funciones seno o coseno del ángulo de 60° y sólo después de sucesivos ensayos y errores logran aplicar la función tangente.

La utilización del método de ensayo y error es clara en este problema, pues la idea de ángulo les sugiere (asocian) la idea de función trigonométrica, sólo que no saben exactamente con cual se resuelve el problema, ensayan diferentes funciones hasta que en una de ellas, la tangente, aparecen los datos del problema y la incógnita, entonces el alumno descubre que la solución consiste en aplicar esta función. La próxima vez que aparezca un problema de este estilo, los alumnos, ya sabrán que lo que hay que aplicar es la función tangente y de este modo presentarán en primer lugar la fórmula que está más arriba en su jerarquización de respuestas.

Esto se comprobó a través de la solución de anagramas, que son conjuntos de letras sin significado y que se deben acomodar para obtener alguno.

Por ejemplo, tratemos de acomodarlos los anagramas³³ ÑOIN ORLBI RATPCI.

Con el primero de ellos la mayoría de las personas tratamos de recordar las palabras con “Ñ” y como no hay muchas, rápidamente encontramos la palabra NIÑO. La

³³Tresselt, M. E., Mayzner, M. S. “Normative solution times for a sample of 134 solutions words and 378 associated anagrams” en *Psychonomic Monograph Supplement*, No 15, 1966, 1, 293-298. Citado en en J. M. Mandler and G. Mandler (comps) *Thinking from association to Gestalt*, New York, Wiley, 1964.

segunda ya no es tan fácil, llegamos a “LIBRO” por ensayo y error. Formar la otra alternativa es mucho más difícil, pues requiere de una base de datos técnica: “BIRLO”. La tercera es muy difícil, pues en español la unión “PT” no es muy común, en este caso la “Base de conocimientos”, es decir las palabras que tenemos a disposición en nuestra memoria no son tan numerosas y nos tardaremos antes de dar la respuesta correcta “CRIPTA”.

En inglés, los ejemplos son similares³⁴:

Es mucho más fácil ordenar para un anglófono ECAHB para obtener BEACH, que ordenar HESAPH para obtener PHASE, en la que se tardaban casi dos minutos para obtenerla a diferencia de la primera que se obtiene en 3 segundos.

Esto se explica porque la palabra beach tiene una estructura de letras que se repite a menudo en inglés, en cambio la palabra PHASE tiene una construcción que no es común en este idioma.

Aunque estas afirmaciones se aplican sobre todo a anagramas, es fácil deducir que cuando se trata de problemas de campos diferentes, la resolución de los mismos debe ser proporcional a la cantidad de problemas similares que hayan sido resueltos. Esta misma idea se utiliza para medir, por ejemplo, la habilidad de un programador de computadoras, es excelente si ha escrito unos quinientos programas originales.³⁵

Históricamente los anagramas siempre han sido un problema interesante, cuando Huygens³⁶ descubrió que la mancha que rodeaba a Saturno era en realidad un anillo, no dio la solución de inmediato sino que la expresó por medio de un anagrama cuyo resultado estaba en latín, el anagrama es el siguiente:

aaaaaacccccceeeeghiiiiiiIIllmmnnnnnnnnnooooprrstttuuuuu

La solución, que por cierto nadie la encontró, es la siguiente:

³⁴Tresselt, M. E., Mayzner, M. S. *Op. cit.*

³⁵Notas del curso *computación I* de Strassburguer C., IIMASS, UNAM, 1982.

³⁶Físico y astrónomo holandés (1629-1695), descubrió, entre otras cosas, los satélites de Saturno y la nebulosa de Orión, inventó el reloj de péndulo, planteó la teoría ondulatoria de la luz. Los anillos los descubrió en 1656.

“Annulo plano cingitur tenui, nusquam cohaerente ad eclipticam inclinato”, que en español significa “Anillo plano que rodea, sin tocar, al planeta y está inclinado con respecto a la eclíptica”³⁷.

Casi todo mundo recuerda algún anagrama en particular y es interesante notar que cuando lo resolvió por vez primera recurrió al método de ensayo-error, como el que se utiliza para resolver los rompecabezas que implica un camino hacia la unidad integradora del cuadro original o cuadro-meta.

Esto último es fácilmente verificable pues cuando a una persona se le da un rompecabezas sin darle el cuadro-meta, se puede tardar hasta 10 veces más tiempo que cuando se muestra el cuadro-meta, de este modo el asociacionismo nos ha dado una característica muy importante de la metodología de RP **“cuando se conoce la meta, el método de ensayo-error funciona muy bien”**

Un psicólogo muy importante del asociacionismo es O. Selz, fue el psicólogo que comprendió que la unidad de pensamiento es más que una hilera de respuestas particulares a preguntas y que el pensamiento es la tendencia a completar huecos o faltas en la unidad estructural.

Por ejemplo en su artículo de revisión de las concepciones fundamentales del proceso intelectual³⁸ propone que la solución al problema de demostrar que los relámpagos estaban conformados por el mismo tipo de electricidad que las pequeñas chispas que saltaban de una botella de Leyden fue resuelto “llenando” el hueco de atraer las cargas eléctricas de la atmósfera hacia donde él se encontraba, con un papalote (una cometa), es decir construyó un complejo en el cual los objetos de su interés (nubes y tierra) quedaban en una unidad gracias al papalote, a esto le llamo una tendencia a la unidad.

³⁷ Huygens C. publicó un artículo sobre los anillos de Saturno cuya traducción se encuentra en School of Mathematical and computational Sciences University of St. Andrews. (en línea). Disponible en: http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Extras/Huygens_Saturn.html, consultado el 13/02/06

³⁸O. Seltz, “ The revision of the fundamental conceptions of intellectual processes” en J. M. Mandler and G. Mandler (comps.) *Thinking from association to Gestalt*, New York, Wiley, 1964.

Sus estudios se pueden resumir en tres puntos³⁹:

- Confirmó que el pensamiento puede producirse independientemente de las imágenes.
- Produjo la primera teoría no asociacionista del pensamiento.
- Podemos sintetizar el pensamiento de Selz diciendo que el pensamiento es la tendencia a completar la unidad estructural.

Esta idea ha sido retomada por Simon⁴⁰ para indicar que una posible comprensión de la metodología de resolución de problemas consiste en que el proceso de RP implica una reducción de la distancia entre los datos y la solución del problema, más adelante volveremos a esta teoría.

2.5 La Escuela de la Gestalt

Hacia 1920 nace la teoría de la Gestalt, que nos provee de un nuevo modo de mirar la resolución de problemas. **Cuando una persona resuelve un problema esta reorganizando los elementos para la resolución del problema.** Así por ejemplo, si tenemos un conjunto de reorganizaciones del problema y ninguna de ellas nos permite solucionarlo, es conveniente recibir una sugerencia pues direcciona a otro lado la reorganización de los elementos, un caso típico es el de pasar por los 9 puntos de un cuadrado, con solo cuatro trazos sin levantar el lápiz del papel



Si alguien no puede resolverlo, es porque usualmente no se sale del límite imaginario

³⁹R. E. Mayer, *op. cit.* p 29.

⁴⁰Simon, D.P., Simon, H. A., "Problem solving and education", en D. T. Tuma y F. Reif (comps.), *Problem solving and education, Issues in teaching*, Hillsdale, N. J., Erlbaum, 1980

que implican los 9 puntos, pero al recibir una sugerencia de que no importa rebasar tal límite, seguramente lo resolverá:

Si no lo ha hecho inténtelo en este momento para verificar la afirmación anterior

Los gestaltistas sugieren que las etapas de resolución de un problema⁴¹ son las siguientes:

- 1.- Preparación. Recolección de información e intentos preliminares de solución.
- 2.- Incubación. Dejar el problema a un lado para realizar otras actividades.
- 3.- Iluminación. Aparece la clave para la solución, el "Insight".
- 4.- Verificación. Se comprueba la solución para estar seguros de que funciona.

Una de las mejores narraciones en que un científico comenta cómo le llegó el insight, aunque por supuesto no lo menciona de esta manera, es la de H. Poincaré acerca de un problema con una clase de funciones llamada Fuchsianas⁴²:

" Por esta época dejé Caen, donde habitaba entonces, para tomar parte en una excursión geológica organizada por la Escuela de Minas. Las peripecias del viaje me hicieron olvidar mis trabajos matemáticos. Cuando llegamos a Coutances, subimos a un ómnibus para realizar no sé qué paseo. En el momento en que ponía el pie en el estribo, me vino la idea, sin que nada de mis pensamientos anteriores pareciera haberme preparado para ello, de que las transformaciones que había utilizado para definir las funciones fuchsianas eran idénticas a las de la geometría no euclídea. No hice la comprobación; no habría tenido tiempo, ya que, apenas sentado en el ómnibus reanudé la conversación empezada..."

Existe una dificultad señalada por los gestaltistas que vale la pena mencionarse y es la que se refiere a la rigidez de las soluciones que se alcanzan cuando se cuenta con una

⁴¹Wallas, G., *The art of thought*, New York, Harcourt Brace J., 1926. citado en R. E. Mayer, *op. cit.* p 64.

⁴² Newman, J. R. *El mundo de las matemáticas*, Vol. 5, Ed. Grijalbo, Barcelona, 1984.

metodología para problemas similares, es decir cuando ya se está “acostumbrado”, pero para los cuales existen otras soluciones o bien soluciones más cortas, es muy famoso el ejemplo de las jarras de agua de diferente capacidad y que a través de combinaciones nos permiten llegar a una medida.

Por ejemplo si tenemos una jarra de 2 litros otra de 5 y otra de 10, podemos obtener 3 litros de la siguiente manera:

$10-5-2 = 3$ litros, pero es mucho más fácil si hacemos $5-2$ y no hay necesidad de utilizar la de 10.

Si no hay preparación es muy probable que un sujeto utilice la respuesta corta, pero si ha estado entrenándose en problemas que implican las tres jarras, difícilmente dará esta respuesta corta, veamos el ejemplo:

OBTENER	CAPACIDAD DE LAS			SOLUCION
	JARRAS DISPONIBLES			
1	20	29	4	29-20-4-4
2	21	27	2	27-21-2-2
100	25	145	10	145-25-10-10
.....				
CRITICO				
20	23	49	3	

El último problema se denomina crítico porque tiene dos formas de resolverse, la larga por acostumbramiento o rigidez, $49-23-3-3 = 20$ y la corta $23-3 = 20$

Si los sujetos de experimentación eran expuestos a las primeras preguntas, invariablemente daban la respuesta larga, digamos poco creativa, pero si no se les exponía entonces daban la respuesta corta, lo que implica un efecto de acostumbramiento o “Einstellung”, que también ha sido estudiado por otras escuelas⁴³.

⁴³Aunque tal vez el aspecto más interesante de este tipo de problemas desde el punto de vista de la historia de la matemática es que hace más de cien años, el joven Simon Poisson había probado varios oficios y no encontraba

El mismo efecto de acostumbramiento se observa en la dificultad que presenta la mayoría de las personas al resolver el problema de determinar el valor de cada letra con algunas condiciones dadas, la información de que se dispone es la siguiente:

$$\begin{array}{r} \text{DONALD} \\ +\text{GERALD} \\ \hline \text{ROBERT} \end{array}$$

CONDICIONES:

- 1.- D = 5
- 2.- Cada número del 0 al 9 tiene una letra
- 3.- Cada letra tiene un valor diferente

El problema reportado por los investigadores⁴⁴ es que la manera en como hemos sido enseñados a sumar nos impide resolver fácilmente este problema y es necesario un cambio de nuestra estructura de abordar el problema, pues intentar ensayo y error, que es el comúnmente utilizado, cansa a las personas pues es un ensayo-error arborescente, en que cada ensayo da origen a otro ensayo y este a su vez a otro, que si finalmente falla, obliga a rehacer la primera hipótesis.

Este es un punto que resulta muy interesante para explicitarlo con los alumnos, ya sea bajo la “novedosa” forma de “pensamiento lateral”, en la que simplemente se hace énfasis en que el acostumbramiento se debe tener en cuenta cuando se resuelven problemas para poder pasar de un enfoque a otro.

acomodo en ninguno hasta que un día de viaje por tren le fue platicado un problema de jarras, muy parecido al que planteamos anteriormente, lo resolvió de inmediato y se dió cuenta de su gran gusto para las matemáticas, siguió la carrera de matemático y llegó a ser uno de los más grandes matemáticos del siglo XIX. Cf Newman, *SIGMA, El mundo de las matemáticas*, Grijalbo, Barcelona, 1984.

⁴⁴Bartlett, F. C., *Thinking*, London, Allen & Unwin, 1958.

Un autor de especial interés por pertenecer a las matemáticas es G. POLYA⁴⁵ quien en su libro sobre la resolución de problemas nos dice que para resolver un problema se requieren los siguientes pasos.

- Comprender el problema
- Concebir un plan
- Ejecutar el plan
- Examinar la solución del problema

Si bien la metodología sugerida por Polya es gestaltista, es conveniente destacar que trata de aclarar todo el tiempo lo que se realiza para resolver un problema, incluso sugiere caminos para tener más rápido el “Insight”.

Por tratarse de un autor clásico con la RP y relacionado con este trabajo es conveniente mostrar un ejemplo de cómo aborda Polya este tipo de problema:

8. Ejemplo. Ilustremos algunos de los puntos expuestos en la sección anterior. Tomemos el siguiente problema, muy sencillo: *Determinar la diagonal de un paralelepípedo regular dados su longitud, su ancho y su altura.*

Para poder discutir este problema con provecho, los alumnos deben estar familiarizados con el teorema de Pitágoras y con algunas de sus aplicaciones en la geometría plana, pero pueden no tener más que ligeros conocimientos de la geometría del espacio. El maestro puede confiar aquí en la familiaridad intuitiva del alumno con las relaciones en el espacio.

El maestro puede hacer interesante el problema concretándolo. En efecto, el salón de clase es un paralelepípedo rectangular cuyas dimensiones pueden ser medidas, estimadas; los alumnos tienen que determinar, “medir de un modo indirecto”, la diagonal del salón. El maestro señala la longitud, el ancho y la altura del salón, indica la diagonal con un gesto y da cierta vida a la figura que ha trazado en el pizarrón, refiriéndose repetidamente al salón de clase.

El diálogo entre el maestro y los alumnos puede comenzar como sigue:

¿Cuál es la longitud?

- La longitud de la diagonal de un paralelepípedo regular.

-¿Cuáles son los datos?

- La longitud, el ancho y la altura del paralelepípedo

- *Introduzcan una notación adecuada ¿Qué letra designará a la incógnita?*

- x

¿Qué letras quieren ustedes elegir para designar la longitud, al ancho y la altura?

⁴⁵ Polya, G., *Como plantear y resolver problemas*. Trillas, México, 1970.

- a,b,c
- ¿Cuál es la condición que relaciona a, b y c con x?
- x es la diagonal del paralelepípedo del cual a, b y c son la longitud, el ancho y la altura.
- ¿Es éste un problema razonable? Quiero decir ¿Es suficiente la condición para determinar la incógnita?
- Si lo es. Si conocemos a, b y c, conocemos el paralelepípedo. Si el paralelepípedo está determinado, su diagonal también lo está.
- ...(silencio)
- ¿Conocen un problema que se relacione con este?
- ...
- Considérenla incógnita ¿Conocen algún problema que tuviese la misma incógnita?
- ...
- Bueno ¿Cuál es la incógnita?
- La diagonal de un paralelepípedo.
- ¿Conocen algún problema que tuviese la misma incógnita?
- ...
- No, nunca se nos han planteado un problema acerca de la diagonal
- ¿Conocen algún problema que tenga una incógnita similar?
- ...
- Miren, la diagonal es un segmento de recta ¿No han resuelto ustedes algún problema cuya incógnita fuese la longitud de un segmento de recta?
- Si, claro, ya hemos resuelto problemas de este tipo. Por ejemplo cuando hemos tenido que determinar el lado de un triángulo rectángulo.
- Muy bien, he ahí un problema que se relaciona con el propuesto y que ya han resuelto ¿Pueden utilizarlo?
- ...
- El problema del que se han acordado tiene un triángulo ¿Hay algún triángulo en su figura?

Y continua Polya: Esperemos que esta alusión sea lo suficientemente clara como para hacer nacer la idea de la solución, la cual consiste en introducir un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es la diagonal del triángulo que se busca...

Algunos autores han tratado de encasillar a Polya en el gestaltismo, realmente podemos decir que se adelantó a otras escuelas y que su metodología más bien se parece a la que han propuesto algunos de los investigadores en enseñanza de las ciencias que a la de los psicólogos.

Otra escuela que se derivó del gestaltismo es la que intenta explicar la RP mediante la reorganización de los elementos de una situación a estadios, subobjetivos y reformulación del problema y es de particular importancia para la metodología que

estamos desarrollando en este trabajo, la veremos enseguida.

2.5.1 Subobjetivos

Un producto interesante de la psicología de la gestalt y su reestructuración de pensamiento es la que se conoce como reformulación por subobjetivos⁴⁶. En esta teoría se pretende que RP se lleva a cabo reorganizando un problema a estadios en que se concibe un objetivo de menor importancia (subobjetivo) que nos dirige a la solución final. Básicamente así se resuelve un problema complejo, como los que se plantean a final de capítulo de un libro de texto que requieren algo más que una respuesta simple. Para nuestro trabajo resulta un aspecto muy interesante pues, como veremos más adelante, la partición del objetivo final en subobjetivos nos lleva a la partición de la habilidad principal en subhabilidades.

Un ejemplo muy ilustrativo de esta teoría es el problemas tipo **lobo-gallina-maíz**. Veamos el tratamiento con detalle aunque no textualmente.

El enunciado es el siguiente: Un campesino tiene un lobo, una gallina, un saco de maíz y debe cruzar un río en una barca que sólo puede llevar dos objetos, por ejemplo: el campesino y el lobo o el campesino y el maíz, etcétera.

Para atravesar el río el campesino no cuenta con ayuda externa por lo que el problema consiste en pasar todos sus objetos de un lado a otro del río sin que el lobo se coma a la gallina o la gallina al maíz.

Por supuesto que un primer intento de solución consiste en ir a un río y contratar una persona que actúe como campesino con un lobo, una gallina, un saco de maíz y una barca, luego tendríamos que iniciar por ensayo y error los pasos que tendría que dar el campesino para pasar de un lado a otro.

Como un error costaría muy caro, podemos optar por colocar objetos que representen

⁴⁶ Hayes, J. R. "Problem topology and the solution process", *Jour. Of verb lear. and verb. Beh.*, 1965, 4, 371-379, citado en Mayer, *Op. cit.*

al lobo, la gallina y el maíz y luego subirlos a la barca, pero si pensamos un poco nos damos cuenta de que no es necesario ir a un río verdadero, sino se puede hacer, por ejemplo, sobre una mesa con objetos que representen a los participantes del problema. Podemos hacer una abstracción más, pues no es necesario tener objetos que representen al lobo o a la gallina o al campesino, pues basta con tener un papel y escribir las iniciales de los objetos del problema.

Esto en primera instancia nos lleva a la idea de modelo matemático, y no paramos aquí, pues lo siguiente es investigar las propiedades de las operaciones entre las iniciales de los problemas, por ejemplo si las iniciales son C para el campesino, L para el lobo, G para la gallina y M para el maíz, podemos ver claramente que un modelo de solución es el siguiente:

Nº de movimiento	En un lado del río	Del otro lado
1	CLGM	----
2	LM	CG
3	CLM	G
4	L	CGM
5	CLG	M
6	G	CLM
7	GC	LM
8	----	CLGM

Este ejemplo nos muestra de que manera se pueden ir relacionando los elementos de un problema, más aun, algunas personas con dificultad para resolver este tipo de problemas pueden, mediante representaciones, manipular el espacio de estados del problema para intentar reducir la distancia entre el inicio y el final, en este caso entre los cuatro elementos de un lado de la orilla y los mismos cuatro del otro lado.

A pesar del efecto *einstellung*, es importante que un alumno conozca las reglas de manipulación en el espacio de estados del problema para que vaya ganando

experiencia y la aplique exitosamente en sus futuras manipulaciones.

Hacemos notar que este enfoque de RP está tan estrechamente conectado con los problemas escolares que el problema de lobo-gallina-maíz se tomó como ejemplo para desarrollar una explicación acerca de Modelos Matemáticos⁴⁷ y solución de problemas. En este libro los estadios del problema son denominados “Espacio de Estados” del problema,

En nuestro modelo de RP un supuesto importante es que una gran cantidad de problemas de fin de capítulo se pueden reducir a un tratamiento por medio de “espacio de estados” o estadios intermedios del problema.

2.6 Representaciones significativas de problemas

El psicólogo norteamericano David P. Ausubel es el representante más conspicuo del cognoscitivismo, esta escuela propugna por los aprendizajes significativos en todos los niveles, entendiendo estos como *“la adquisición de significados nuevos; presupone una tendencia al aprendizaje significativo y una tarea de aprendizaje potencialmente significativa (es decir, una tarea que puede estar relacionada de manera sustancial y no arbitraria con lo que el aprendiz ya conoce). Es parte del continuo de aprendizaje memoria-significativo, en oposición al continuo recepción-descubrimiento”*⁴⁸. Una de las dificultades de esta escuela es la de determinar cuándo un aprendizaje es significativo o no.

La idea central de la significatividad reside en el hecho de que el nuevo conocimiento debe estar “relacionado de manera sustancial” lo que esta anclado en la teoría de la asimilación que se separó de la teoría conductista radicalmente y establece que el aprendizaje para relacionarse con el resto de la estructura cognoscitiva, conceptualizada como el contenido y organización totales de las ideas de una persona dada; o, en el contexto del aprendizaje de un tema de estudio, contenido y organización

⁴⁷Lopez de medrano, S., *Modelos Matemáticos*, ANUIES, 1974.

⁴⁸Ausubel, D., Novak,D.,J., Hanesian, H., *Psicología Educativa*, Trillas, México, 1983, p 538.

de sus ideas en una área particular del conocimiento, puede hacerlo de manera subordinada a una idea principal previa; de manera superordenada, abarcando ideas de nivel inferior previamente establecidas o, finalmente de manera combinada, la idea central es que una nueva idea se relaciona con otras ideas preexistentes y relevantes en el pensamiento de un aprendiz.

Debemos añadir que esta escuela de psicología ha dado dos grandes contribuciones a la teoría de la RP que son el conocimiento con significado y el conocimiento mecánico. Esta idea ha sido expresada mejor, en términos de RP, por Greeno⁴⁹:

- Conocimiento proposicional: que está formado por conocimientos relacionados con la experiencia pasada.
- Conocimiento procedural: formado por fórmulas o reglas para operar sobre conceptos.

Este autor se ha convertido en una referencia obligada de todos los que se interesan por la resolución de problemas:

Uno de los resultados más interesantes de la psicología cognitiva es lo que ellos denominan *conocimiento con significado*, y se refieren al tipo de conocimiento que se contextualiza, es decir cuando se intenta enseñar una fórmula o un procedimiento, los resultados mejoran si se estudian los conceptos y su significado y aplicación en un contexto dado, en lugar de estudiar simplemente las fórmulas y su aplicación inmediata en problemas *de sustitución*.

El punto central, según se desprende a través de los estudios de Mayer⁵⁰, reside en que las personas que estudiaban los conceptos centrales además de las fórmulas, los relacionaban con diferentes esquemas lógicos a diferencia de lo que hacen las personas que solo estudiaban fórmulas.

La diferencia de resultados al resolver problemas reside en el hecho de que las

⁴⁹Greeno, J. G., "The structure of memory and the process of solving problems" en R. L. Solso (comp) *Contemporary issues in cognitive psychology: The Loyola symposium*, Washington, D. C., Winston, 1973.

⁵⁰en Mayer R. E., op. cit. pp 94,95.

personas que tuvieron más éxito fueron sometidas a una enseñanza que los inducía a relacionar los nuevos conocimientos con esquemas lógicos más generales, que les permitía realizar *transferencias lejanas*, es decir, resolver problemas que no son una simple sustitución de fórmulas, en todo caso son problemas isomorfos⁵¹, pero no son un simple cambio de datos.

Cuando lo que se enseñó a los sujetos del experimento fueron fórmulas y ejemplos de su aplicación, lo que ocurrió fue que movilizaron estructuras más estrechas, más particulares, que solo les permitía realizar transferencias cercanas, es decir resolver problemas en los que básicamente se trata de sustituir datos o completar una fórmula o en los que se ha cambiado ligeramente una variable.

En la teoría de la resolución significativa de problemas, hay cuatro conceptos que juegan un papel muy importante y que se reflejarán en nuestra metodología de RP: **concretización, verbalización del problema, imágenes y representación del problema**, a continuación vamos a analizarlos brevemente.

2.6.1 Concretización.

Una forma de dar significado al conocimiento reside en concretizar con objetos los conceptos a enseñar, ya son históricos los estudios de Brownell y Moser⁵² quienes investigaron los efectos de concretizar problemas aritméticos a niños de tercer grado, el problema estudiado es el de restar "llevando" (debido a que el minuendo es menor que el sustraendo). A unos, grupo de control, se les enseñó mecánicamente, a otros, grupo experimental, se les dio una caja de palillos para que pudieran tener la representación concreta de la resta que se les pedía, por ejemplo $65 - 28$, aunque los niños de ambos grupos aprendieron bien, los niños del grupo experimental posteriormente resolvieron

⁵¹Se entiende por problemas isomorfos aquellos en que las relaciones o funciones entre variables son iguales a las que existen entre las variables de otro problema.

⁵² Brownell, W. A. y Moser, H. E. Meaningful vs mechanical learning: "A study in grade III subtraction", *Duke University research studies in education*, N° 8, Durham, N. C. Duke University press, 1949. Citado por Mayer, *op. cit.* p 95.

mejor sus restas que el grupo de control, los estudios de Aebli⁵³ son también de este estilo.

Brownell desarrolló lo que él denominó “teoría del significado” que básicamente consiste en poner en acción las experiencias pasadas del niño, de tal manera que la aritmética no fuera un desafío a la memoria del alumno sino a su inteligencia⁵⁴. Otros intentos se han realizado para concretizar los problemas por ejemplo los de las jarras de agua, citados en el capítulo de asociacionismo, los resultados son parecidos, los que trabajaron con tazas y agua reales, podían disminuir el efecto de *einstellung* más que el grupo que lo hizo sólo mentalmente.

Esta metodología no sólo funciona con niños, experimentos más recientes del autor muestran que en nivel universitario los conceptos de suma de fuerzas se pueden aprender mejor si el alumno construye un dispositivo tridimensional que le ayuda a visualizar lo que significa la *suma de fuerzas vectorial*.

2.6.2 Verbalización del problema

En este rubro de verbalización de RP son clásicos los estudios de Gagné y Smith⁵⁵ y los de Ernst y Newell⁵⁶ sobre la Torre de Hanoi, en el experimento se tuvieron cuatro grupos 1) de pensar, 2) de verbalizar, 3) de verbalizar y pensar y 4) grupo de control al que se le pedía que pensara en el principio general de solución *Nunca poner un disco más grande sobre otro más pequeño y mover sólo uno a la vez*. Los resultados indican que todos los sujetos encontraron la respuesta, los grupos de pensar y de control utilizaron menos tiempo, ya que no verbalizaban y no perdían tiempo, sin embargo en transferencias cercanas (problema con un disco más) los que verbalizaron tuvieron resultados claramente mejores que los demás. Esto indica que la verbalización sobre la

⁵³ Aebli, H. *Una Didáctica Fundada en la Psicología de J. Piaget*. Kapeluz, Buenos Aires, 1973.

⁵⁴ *Idem*, pp 95-96.

⁵⁵ Gagné, R., M., Smith, E. C., “ A study of the effects of verbalization on problem solving”, *Journal of Experimental Psychology*, 1961, 62, 313-321.

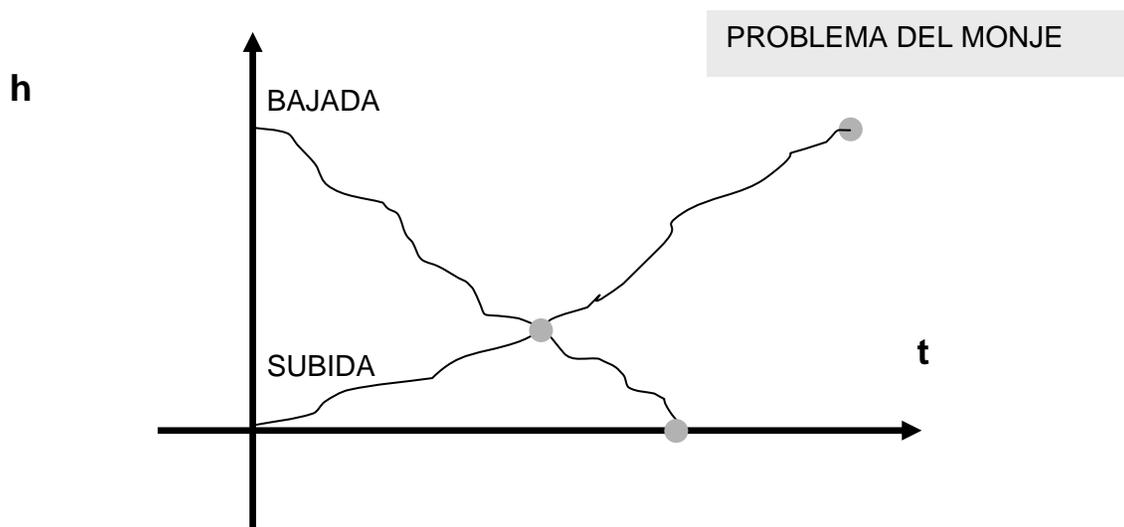
⁵⁶ Ernst, G. W., Newell, A., *GPS: A case study in generality and problem solving*, New York, academic press, 1969.

resolución tiende a establecer los esquemas más claramente que en quien no lo hace, lo mismo podemos decir de algunas técnicas didácticas utilizadas actualmente, en especial la de metacognición, en la que al final de una sesión de trabajo el sujeto reflexiona sobre lo que él aprendió.

2.6.3 Imágenes

En esta línea de manipular los problemas, de interactuar con ellos, es claro que las imágenes deben ser una buena ayuda para resolver los problemas, los estudios que nos interesan especialmente aquí son los de Paige y Simon quienes demostraron que cuando se soluciona de manera correcta el problema se produce una imagen correcta y cuando la solución no era la correcta no se podía producir una imagen correcta del problema. Esto significa, parafraseando, a Pascal que “lo que bien se dibuja, bien se resuelve” por el tipo de problemas que nosotros vamos a resolver.

Un problema sumamente difícil de resolver es el del monje, que para solucionarlo es necesario evocar un par de imágenes (véase cuadro siguiente)



Gráfico⁵⁷ de solución inmediata al problema del monje

Si se desea resolver el problema mediante alguna representación o incluso mediante una función matemática la solución es sumamente complicada al grado de que muchas personas contestan negativamente al problema, sin embargo si se piensa en que no es un monje sino dos y que uno de ellos comienza a subir en el momento en que el otro comienza a bajar, no queda otro remedio que aceptar que se cruzarán en algún momento del día, esta es una imagen que resuelve el problema de inmediato, existen otros problemas como los de teoría de conjuntos en que se manejan inclusiones y contenciones, que son muy complejos desde el punto de vista del álgebra, pero muy simples desde el punto de vista de los diagramas de Venn.

En nuestro caso una representación bidimensional correcta en el tipo de problemas que estudiamos, se refleja normalmente en una buena solución.

2.6.4 Representación del problema

Tomemos el problema del monje y hagamos una representación en un espacio bidimensional de tiempo y camino, observe que hay dos reglas: el camino del monje en este sistema siempre avanza a la derecha, no puede retroceder (pues es el eje del tiempo) y siempre va hacia arriba pues es el sentido que nos indica que el monje avanza hacia la cima, entonces como vemos en el cuadro el camino de ascenso necesariamente se cruza con el de descenso, es decir existe un punto en el que se está al mismo tiempo tanto de subida como de regreso.

Con esta representación es muy fácil solucionar el problema y es un ejemplo de lo que una buena representación puede hacer por la solución de los problemas.

Es algo que estará presente en la metodología que proponemos para resolver problemas.

Estas actividades que mejoran la solución de problemas nos dicen que la interacción con el problema a través de objetos concretos, verbalizando la solución, a través de

⁵⁷ Mayer op. cit. p 101.

imágenes o bien a través de otro tipo de representaciones, pero siempre interactuando, mejora el éxito en la solución. Por eso creo que una característica de las metodologías de resolución de problemas es que deben permitir actuar sobre el problema a través de representaciones y además posibilitar un proceso paso a paso.

La diferencia básica con la teoría de la Gestalt es que aquí se buscan las relaciones con elementos externos a la situación problema, se hace un intento por conectar o relacionar algo nuevo con algo conocido, algo dado con algo distinto, en la RP podemos decir que según la escuela cognoscitivista, la resolución implica descubrir de que forma el problema actual se relaciona con los conceptos e ideas que ya existen en la memoria de quien ha de resolver el problema, es decir las relaciones externas entre los elementos y los esquemas lógicos, se busca descubrir que conjunto de esquemas lógicos se han de relacionar con el nuevo problema y luego reinterpretar y reestructurar la situación nueva de acuerdo con el esquema seleccionado.

2.7 Epistemología y Resolución de Problemas

Podemos decir que a cada corriente epistemológica corresponde una corriente de enseñanza y, en particular una de RP. La epistemología nos explica el origen del conocimiento, que pasó de ser concebida como producto del raciocinio, con todos los defectos y ventajas que esto acarreaba, a un producto de los sentidos de los estímulos del mundo real, y de aquí a una idea más kantiana⁵⁸ y más realista de que la observación y el razonamiento sobre los estímulos son los orígenes del conocimiento.

Uno de los autores favoritos en física para tratar de demostrar la fuerza de la observación es Galileo, incluso ha sido llamado “El padre de la Física experimental” algunos autores consideran que solo a partir de la observación y experimentación podemos acceder al verdadero conocimiento. Es en última instancia el enfoque positivista que en el campo de la educación se transforma en la afirmación de que el aprendizaje por descubrimiento es la mejor forma en que los alumnos llegan a los

⁵⁸ Runes, D. D., *Diccionario de filosofía*, Grijalbo, México, 1981.

resultados correctos, apoyados en hipótesis ocultas, sugerencias, indicios, etc.

Un curso que llevó esta idea al extremo fue la enseñanza de la física en la Telesecundaria Mexicana de los finales de los 70's hasta mediados de los 80's. En esta metodología se pedía la realización de un experimento y después de observar el resultado se le pedía al alumno que formulara una hipótesis, lo que resultaba sumamente complicado, y en los casos en que el autor pudo observar este método en práctica, el alumno nunca pudo proponer una hipótesis no digamos válida, sino congruente con lo que se observaba, lo cual es comprensible, pues la teoría que explica satisfactoriamente el experimento realizado es en muchos casos resultados de varios años de experimento y razonamiento sobre un problema que se le plantea a un alumno en 20 minutos.

Un aspecto muy importante que nos descubre la epistemología es el que se refiere a los obstáculos epistemológicos, concepto originalmente concebido por G. Bachelard⁵⁹ y que son aquellas concepciones a las que no tenemos acceso por la forma en la que está estructurado nuestro conocimiento o, en palabras de Khun, por el paradigma que manejamos. Es importante utilizar el concepto de obstáculo epistemológico en la enseñanza, pues algunos de las dificultades que tiene el alumno para tender un puente entre lo conocido y lo desconocido no se debe a otra cosa que a este tipo de obstáculos, y esto resulta en verdad difícil de comprender para los docentes quienes simplemente repiten el concepto que están tratando de enseñar, sin darse cuenta que la repetición no ayudará en nada a la comprensión del alumno.

Una de las propuestas más modernas para salvar estos obstáculos es la de Ferguson⁶⁰ quien afirma que un conocimiento estructurado reduce los obstáculos en el proceso de comprensión o resolución de un problema.

⁵⁹ Bachelard, G. *L'esprit scientifique*, Editions Vrin, Paris, 1980.

⁶⁰ Ferguson, M. El conocimiento estructurado en la resolución de problemas, *IX Taller Int. de enseñanza de la física*, Puebla, Pue. México, mayo de 2001.

2.8 Modelos de Resolución de Problemas

La resolución de problemas fue abordada desde un punto de vista diferente en 1960, por H. Simon y P. Newell escribieron su famoso libro “Human Problem Solving”⁶¹. Las tareas que analizaron con base en los protocolos verbales fueron diversas, desde rompecabezas matemáticos hasta problemas de ajedrez.

Con base en estos estudios desarrollaron un modelo de procesamiento humano de la información, que estaba basado en los sistemas de procesamiento de la información cuyas características principales son: tiempo de acceso, tiempo de lectura, tiempo de escritura, memoria a corto término, memoria a largo término y operaciones mentales.

Distinguieron dos tipos de estrategia: una en que se realiza una operación mental y luego otra independiente, que sin embargo se van encadenando hasta solucionar el problema.

El otro método consiste en que una acción se produce básicamente “si de modo claro disminuye la distancia a la solución “.

Anteriormente los psicólogos habían estudiado problemas simples, en el enfoque de Simon y Newell se abordaron problemas mucho más complejos, lo que abrió el campo al estudio de problemas de ciencias, en especial los de física.

Otro investigador en esta área es G. Polya un matemático húngaro que dedicó gran parte de su actividad profesional a la enseñanza de la resolución de problemas de matemáticas, sobre todo con lo que él llamó “razonamiento plausible” que no es otra cosa que “creativizar” y racionalizar la toma de decisiones.

Polya propone que este tipo de razonamiento plausible se debe aplicar en el salón de clase con los alumnos para que desarrollen una estrategia de RP. A pesar de lo ameno de sus libros y de su vasta cultura matemática, su propuesta carecía de sistematización, de aquí que no haya metodología aunque su libro es un excelente material de lectura para los profesores de matemáticas.

Con los trabajos de Simon y Newell se desarrollaron investigaciones tendientes a comprender la forma en que se resuelven los problemas.

⁶¹Simón, H. A., Newell, A., *Human problem solving*, Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1972.

Así tenemos que en las U. de Berkeley y de Cornell en EUA ⁶²se han realizado varios tipos de investigaciones que intentan descubrir como resuelven los problemas los “expertos” y los “novicios”. Se ha encontrado que los “expertos” tienen una estructura muy clara y firme que les permite clasificar problemas en categorías, con lo que pueden evocar las ecuaciones para resolverlo. En cambio un novato no tiene ninguna estructura y no puede clasificar al problema sino en categorías “ad hoc”, que no lo ayudan a la resolución, esta idea es también apoyada por los estudios de Simon y Simon⁶³.

En Europa existen intentos en Bélgica, Francia, y Holanda⁶⁴ por aproximarse a este problema. Por ejemplo en la U. de París se ha desarrollado un modelo de resolución de problemas que básicamente describe la solución en cuatro pasos: Traducción, comprensión, planificación y ejecución que veremos más adelante⁶⁵.

Desde un punto de vista teórico, los docentes de física cuentan con diversas metodologías de orden general para aproximarse a la enseñanza de la RP, sin embargo la gran mayoría prefiere que sus alumnos lo imiten, y que trabajen duramente para que puedan resolver problemas. Esto se debe a que la solución de problemas no se considera como una actividad en si, por el contrario, se espera que el alumno resuelva problemas como corolario de que conoce la teoría.

⁶²Reif, F., *Problem solving*, La Londe les Maures, Atelier d'été international didactique de la physique, 1983, 14-53. Este investigador es el más representativo de Berkeley. Tal vez el más importante en lo que a RP se refiere de Cornell es Novack, véase por ejemplo: Novak, J.D. “An approach to the interpretation and measurement of problem solving ability”, *Science Education*, 48 (2), 1971, 122-131.

⁶³Simon, D. P., y Simon, H. A., Individual differences in solving physics problems, en R. S. Siegler (comp.), *Children's thinking: What develops?*, Hillsdale, N. J., Erlbaum, 1978.

⁶⁴ Por ejemplo en Francia: Mathieu, J., Caillot, M., Resolution de probleme en sciences experimentales: L'approche cognitive, *Annales de didactique des Sciences*, 1,1985, Université de Rouen.

En Holanda un ejemplo son los trabajos de Van Weeren: Van Weeren, J.H.P., De Mul, F.F.M., Peters, M.J. Teaching problem-solving in physics: a course in electromagnetism, *Am. J. of Phys.*, 50(8), 1982, 725-732. En Bélgica se tienen por ejemplo, los trabajos de Closset: Closset, J.L., “Using cognitive conflict to teach electricity”, notas de conferencia, M. Bastián, U. de París 7, 1987.

⁶⁵Caillot, M., *La resolution de problemes de physique*, LIRESPT, Université Paris 7, 1986.

Esto por supuesto no ocurre, y los resultados se demuestran con un buen número de alumnos que siguen el curso hasta el final y reprueban en las materias de física, química y matemáticas, de los primeros cursos universitarios.

Los investigadores que han intentado poner en marcha un curso sobre resolución de problemas parten de que el problema se resuelve por etapas como lo han demostrado los psicólogos.

Por ejemplo recordemos que Polya (ver párrafo 1.4) propone cuatro pasos en la solución de un problema:

- Comprender el problema
- Concebir un plan
- Ejecutar el plan
- Examinar la solución del problema

Otras escuelas han encontrado resultados diferentes por ejemplo P. Merrifield⁶⁶ propone cinco pasos para la solución de problemas relacionados con las habilidades cognoscitivas como: razonamiento numérico, relaciones espaciales, rapidez perceptual, etc.

- Preparación
- Análisis
- Producción
- Verificación
- Reaplicación

En estos pasos sintetizó la manera en que niños y jóvenes resolvían problemas que se les podían presentar en la escuela.

Por su parte B. Beyer⁶⁷ piensa que los alumnos se beneficiarían si los profesores

⁶⁶Merrifield, P. R., Guilford, J. P., Christensen, P. R., et Al, "A factor analitic study of the problem-solving abilities". en *Report of the Psychological laboratory*, No 22. Los Angeles, Calif.; University of Southern California Press. Citado en *Psicología Educativa*, Klausmeier, H. K., Goodwin, W., Harla, México, 1977.

⁶⁷ Beyer, K. "The Problem with Problem Solving". *Teaching Thinking and Problem Solving*. V 11, 6, 1990.

enseñaran que la resolución consiste de cuatro pasos:

- Una estrategia general.
- Un repertorio de soluciones específicas y ecuaciones.
- Un repertorio de planes de emergencia para cuando no haya soluciones específicas.
- Estrategias que combinen otras estrategias ya conocidas.

Esta aproximación es más bien heurística y procede del campo de la pedagogía general que de la didáctica de una ciencia.

Woods⁶⁸ señala un camino mucho más rico desde el punto de vista de la psicología de la persona que resuelve el problema: *Introducirse en el problema*, yo quiero y yo puedo, es decir meterse en el problema, esto le permite pasar a una segunda etapa, *Plantear el problema* en otros términos, porque cuando se comprende un enunciado se es capaz de reformular el problema, una vez comprendido ya se puede pasar a *Explorar el problema*, que es el proceso que realiza una persona cuando comienza a centrar la incógnita y recordar que caminos la pueden solucionar. Ya con esta información se puede *Crear un plan* para después *Llevarlo a cabo* y finalmente *Verificar la solución*.

Sternberg⁶⁹, más en la idea de una psicología cognoscitiva, propone que los pasos para la RP son: reconocer el problema, proceso de selección de elementos importantes, representación del problema, selección de estrategia, procesamiento de la estrategia, monitoreo de la solución, retroalimentación, utilización de la retroalimentación para llegar a un plan y concretización del plan.

Otra escuela cognoscitivista de solución de problemas, es la de M. Caillot⁷⁰, quien propone las siguientes fases en la representación del problema:

- Construir una representación interna del problema.
- Movilizar los conocimientos del dominio y otros más generales.

⁶⁸ Woods, D. R., *Problem Based Learning: How to get the most out of PBL*, (1995)

⁶⁹ Sternberg, R. J., Smith, E. E., *The Psychology of human thought*, New York, Cambridge University Press, 1988.

⁷⁰ Mathieu, J., Caillot, M. "L'Enseignement de la résolution de problèmes" *Annales de didactique des sciences*. V 1,1, 26-35.

- Planificar la resolución.
- Ejecutarla para producir la solución esperada.

El modelo desarrollado en la U. de París por Matthieu y Caillot es básicamente el siguiente:

FASE	TIPO DE CONOCIMIENTO	ENTRADA	SALIDA
TRADUCCION	Lingüísticos	Símbolos	Enunciado letras y números
REPRESENTACIÓN	Semánticos, Simbólicos	Escrita	Representación no unificada
COMPRESION	Esquemas de conocimiento	Representación no unificada	Representación interna
PLANIFICACION	Estrategia interna	Representación interna	Plan de resolución
EJECUCION	Algoritmos	Plan de resolución	Respuesta

Modelo⁷¹ de RP desarrollado en la U. de París

Que es muy claro en cuanto que da la situación “interna “ de entrada y de salida de cada fase. Además permite desglosar los conocimientos necesarios para cada etapa y lo que es más se describen las características de una buena enseñanza orientada hacia la resolución de problemas, esto se explica en el artículo de M. Caillot.

Por su parte el investigador F. Reiff⁷² desglosa mucho más las fases que se utilizan para resolver un problema, él afirma que se resuelve en las fases siguientes:

1.- Descripción del problema y análisis

Descripción Básica

Descripción Teórica

⁷¹ Mathieu, ibidem

⁷² Reiff,F.” Uderstanding and teaching problem solving in physics”. *International Summer Workshop*, La Londe Les Maures,1983.

2.-Síntesis de la solución del problema

Descomposición heurística del problema

Exploración de las alternativas

Refinamiento progresivo

Satisfacción de constricciones

En la primera fase se espera que el alumno pueda enunciar el problema con sus propias palabras y que pueda dar una descripción desde el punto de vista de la física. En la segunda parte se espera que el alumno ponga en marcha una heurística⁷³ para delinear algunas estrategias de solución. Después se seleccionará la que mejor parezca para satisfacer las condiciones del problema planteado.

Un análisis más detallado de este punto de vista, es el que presentan Larkin y Reif⁷⁴ en su artículo sobre enseñanza de solución de problemas de física, en el que se desglosa la solución de problemas típicos de mecánica elemental realizados por un experto. El experto (que puede ser un alumno avanzado o bien un profesor) sigue los siguientes pasos para resolver el problema:

Construcción de una solución física poco detallada

Selección de un método (Fuerzas, Energía)

Selección de puntos claves del problema

Aplicación de un principio fundamental

Aplicación de principios secundarios

Construcción de una descripción matemática

Aplicación de un principio fundamental para obtener ecuaciones

⁷³ La heurística era la ciencia que estudiaba las reglas del descubrimiento e invención, actualmente como escribe Polya: La heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la solución de un problema.

⁷⁴Larkin, J., Reif,F.,” Understanding and teaching problem solving in physics”, *European Journal of Science Education*. V 1,P 2, 1979,191-203.

Aplicación de principios secundarios para eliminar magnitudes
Combinación de ecuaciones y resolución

Los expertos organizan su conocimiento de manera coherente y congruente con los principios de la física, al resolver un problema no plantea ecuaciones al azar como en el caso de los estudiantes. Sin embargo este tipo de análisis nos muestra que para ser un buen resolvidor de problemas se requiere resolver numerosos problemas, lo que no es mucho avance para ayudar a los alumnos que no pueden resolver los que se les plantean.

2.9 Análisis Multidisciplinario

Psicólogos como Lauren Resnick, Jerome S. Brunner y Stephen Toulmin, en el reporte ya mencionado del Consejo nacional de Investigación de EUA, han englobado a la habilidad para resolver problemas dentro de una categoría más amplia denominada “Habilidades de Alto Nivel” (HAN) que según los autores se pueden definir a través de sus características, entre las cuales destacan:

- Son no algorítmicas, su trayectoria no está especificada de antemano.
- Tienden a ser complejas, el camino total no es “visible” en sentido mental.
- Nos dan múltiples soluciones.
- Requieren de un juicio balanceado y de interpretación.
- Se requiere de múltiples criterios para utilizarlas.
- Requieren de esfuerzo mental para utilizarlas.

Entre las HAN más relevantes se encuentran: la lectura, la construcción de significados en matemáticas y la resolución de problemas. Por lo que respecta a la RP es claro que en la disciplina que más se ha trabajado es en ciencias físicas, donde se han trabajado cursos, como el de F. Reiff⁷⁵ quien dentro de la física es un destacado profesor en la U.

⁷⁵ Reiff, F., and St. John, M. (1979). “Teaching physicists' thinking skills in the laboratory”. *American Journal of Physics*, 47, 950-957.

De Berkeley, así como un importante investigador en el área de física estadística. El enfoque no se centra en la parte cognoscitiva de la RP sino en los aspectos operativos, puesto que es una revisión de lo que se ha realizado, los aspectos que se lograron determinar son muy interesantes

La posición de estos investigadores al respecto de la RP es que es una habilidad que se puede enseñar como lo demuestran los cursos de Fuller⁷⁶, Rubinstein⁷⁷, Woods⁷⁸, de Bono⁷⁹ y en especial los de Wales⁸⁰

Muchas de estas experiencias ya están puestas en marcha, por ejemplo las de Reiff, mencionadas más arriba ya se encuentran mucho más ampliadas en una serie de sugerencias para estudiantes de la Universidad de Berkeley en el Centro de aprendizaje estudiantil⁸¹ (The Student Learning Center) que es el principal centro de asesoría para estudiantes en esta universidad.

El enfoque de RP que se maneja ahí es muy amplio e incluye Ciencias Sociales, Humanidades y Ciencias, los consejos que se dan, en caso de no tener una estrategia de solución, son una muestra del enfoque multidisciplinario⁸²:

Si Ud. No tiene un método de solución:

- Escriba en la medida de lo posible una ecuación que exprese las relaciones entre

⁷⁶ Fuller, M. (1975, June). Teaching the process of problem solving. Paper presented at Annual Conference, American Society for Engineering Education, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.

⁷⁷ Rubinstein, M. F. (1980). A decade of experience in teaching an interdisciplinary problem-solving course. In D. T. Tuma and F. Reif (Eds.), *Problem solving and education: Issues in teaching and research*, pp 25-38, Hillsdale, NJ: Erlbaum.

⁷⁸ Woods, D. R. (1983). Introducing explicit training in problem solving into our courses. *Higher Education Research and Development*, 2, 79-102.

⁷⁹ de Bono, E. (1985). The CoRT thinking program. In J. W. Segal, S. F. Chipman, and R. Glaser (Eds.), *Thinking and learning skills: Vol. 1. Relating instruction to research*, pp 363-388. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

⁸⁰ Wales, C. E. (1979). Does how you teach make a difference? *Engineering Education*, 69, 394-398.

⁸¹ El centro para aprendizaje estudiantil tiene una página WEB libre <http://wwwslc.uga.berkeley.edu>

⁸² *Idem* la subpágina es <http://www-slc.uga.berkeley.edu/CalRen/TestsProblems.html> , consultada el 23/07/06

las incógnitas

- Tomando en cuenta todos los datos e incógnitas del problema.
- Piense en un problema similar que haya resuelto para seleccionar una estrategia.
- Resuelva una forma similar simple del problema o sustituya números simples, para reducir la cantidad de pensamiento abstracto requerido.
- Separe el problema en una serie de subproblemas y trabaje cada parte, después construya una solución completa.
- Construya una solución y verifíquela, tal vez en el proceso de verificación se le ocurra un método de solución.

Desde luego que estas sugerencias están enfocadas a licenciaturas como administración economía, física, ingeniería, etc. pero son una muestra de la utilización multidisciplinaria del enfoque de resolución de problemas.

2.10 Teoría cognitiva

Una de las mayores aplicaciones del cognoscitvismo es la que ha encontrado en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias, además de revistas, encontramos las e-
revistas (e-journals) al respecto⁸³ podemos decir que la mayoría de las investigaciones que se publican en esta rama de la enseñanza tiene un marco teórico cognoscitivista, este marco se conoce como teoría cognitiva (cognitive theory) y lo utilizaremos para aclarar algunos puntos sobre la resolución de problemas⁸⁴.

Las personas requerimos interpretar y utilizar la información del medio ambiente que nos rodea, para ello utilizamos nuestros conocimientos y más exactamente una base de conocimientos con los que se da sentido a los nuevos y se alojan en la memoria a largo

⁸³ por ejemplo: <http://www.cs.indiana.edu/Noetica/toc.html>

⁸⁴ Esta parte está basada en las notas del curso *Problem solution*, impartido en la UAP por la Dra. M.G.M. Ferguson-Hessler en mayo de 2001. Dentro del VI Taller de didáctica de la física. La Dra. Fergusson-Hessler es líder de investigación, directora de numerosas tesis de doctorado en la U. De Twente en Holanda y numeroso artículos de investigación en didáctica de la física.

término, de la que ya hacía mención Simon y Newell desde 1972. Actualmente⁸⁵ distinguimos entre información y conocimiento, pues la primera es externa a la persona, se encuentra en libros, videos, mensajes táctiles, auditivos, ópticos etcétera. Mientras que el conocimiento es producido por la persona al procesarlo a través de operaciones cognitivas: codificarlo, relacionarlo, elaborarlo, subordinarlo, supraordinarlo etc. Con el conocimiento ya existe en la memoria a largo término.

El proceso de RP es una actividad que exige que los estudiantes utilicen su base de conocimientos para realizar operaciones cognitivas sobre la información que se les presenta; para ello utilizan una representación interna del problema que les ayuda a determinar la estrategia o camino que seguirán hasta conseguir el resultado pedido en el enunciado.

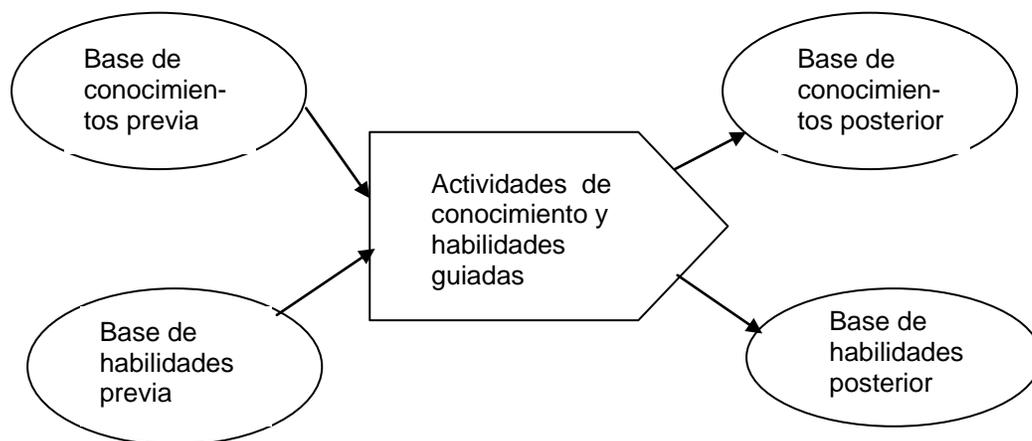
Cuando se obtiene el resultado del problema, se obtiene además otra característica muy importante del proceso cognitivo, se obtiene lo que llamamos aprendizaje significativo y esto es precisamente lo que se busca cuando un profesor pide a sus alumnos de ciencias que resuelvan problemas, asegurar que los conceptos estén fijados fuertemente entre los otros conceptos, de tal manera que al poner en acción uno de ellos se tenga presente las ligas o relaciones con los demás conceptos que pueden ayudar a resolver el problema.

El aprendizaje óptimo se logra cuando, por un lado, se obtiene una base de conocimientos con nuevo contenido y estructura más eficiente, y por otro se obtiene una mejor manipulación de las actividades cognitivas. Esto es una de las definiciones⁸⁶ que se manejan de aprendizaje dentro de la teoría cognitiva y es una definición bastante operacional que nos permite realizar pruebas y medir la influencia de alguna estrategia particular como la que presentamos en este trabajo.

⁸⁵ De Jong, T., Ferguson-Hessler, M.G.M. "Types and qualities of knowledge", *educational psychologist*, 31, 105-113, 1996.

⁸⁶ Taconis, R., Ferguson-Hessler M.G.M., Broekkamp H., "Teaching science problem solving: An overview of experimental work", *Jour. Resear. In Sci. Teach.* 38, 4, 442-468, 2001. este artículo es un metaestudio de otros sobre resolución de problemas y en él esta basado gran parte del curso impartido por la Dra. Ferguson-hessler en la UAP en mayo del 2001.

Esto se puede representar mediante la siguiente figura en la que del lado izquierdo está el estado previo del alumno, al centro las actividades guiadas y del lado derecho el estado posterior del alumno.



Estrategia para mejorar conocimientos y habilidades

El estado cognitivo inicial del alumno está representado del lado izquierdo, en el centro está representada la actividad del estudiante, por ejemplo resolver un problema, que puede estar centrada en la práctica de actividades cognitivas, en la adquisición y reestructuración de nuevo conocimiento. Al terminar las actividades tanto la base de conocimiento como la base de habilidades está modificada en un estado posterior mostrada en la parte derecha de la figura.

La resolución de problemas requiere que los dos tipos de bases, de conocimiento y de habilidades entren en acción de manera estructurada, es decir se requiere una base de conocimientos para aplicar una determinada estrategia, pues no existe estrategia sin una base de conocimientos, lo que equivale a decir que las metodologías de orden general o amplia aplicación no son efectivas pues no dependen de ningún campo de conocimiento en especial, tal vez sirvan para desarrollar habilidades de razonamiento general en alumnos de primaria y secundaria, pero ya en nivel medio superior se requiere de una base de conocimiento para estructurar una estrategia, lo mismo que

enseñanza superior, la estrategia no funciona sin la base de conocimientos para la que fue diseñada. Es la base de conocimientos la que da sentido a una estrategia particular. Como los conceptos de base de conocimientos y base de habilidades se utilizarán más adelante, vamos a profundizar en ellos.

Una base de conocimientos juega un papel central en la teoría cognitiva y para utilizarla adecuadamente requerimos el concepto de esquema. Un esquema es un conjunto de conocimientos (conceptos) que se tienen presentes al mismo tiempo y de los cuales se conocen sus vínculos. Una definición más técnica, aunque menos comprensible es la realizada por Taconis⁸⁷ en su tesis doctoral: *Un esquema es una unidad en la memoria humana que representa un paquete funcional de conocimientos.*

Otra de las definiciones que nos pueden ayudar es la planteada por Sèller y Cooper⁸⁸ que nos dice que los esquemas son constructos mentales que permiten reconocer que los patrones y las configuraciones de los datos presentados pertenecen a una categoría previamente aprendida y que también especifica cuáles acciones son permitidas y cuáles no.

La base de conocimientos está estructurada a partir de esquemas que están en proceso continuo de reestructuración, se actualizan y se refinan constantemente para incorporar nuevos conocimientos, de aquí su importancia para la resolución de problemas. Esta base está estructurada siguiendo la misma estructura de la rama de la ciencia en que estamos trabajando, en nuestro caso, la física, se trata de un campo altamente jerárquico.

A partir de esta estructura de la base de conocimientos y el análisis de RP presentados

⁸⁷ Taconis, R., *Understanding –based problem solving*, Doctoral dissertation, EindhovenUniversity of Technology, Eindhoven/Amsterdam, The Netherlands, 1995.

⁸⁸ Sweller, J., Cooper, G.A., “The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning álgebra”. *Cognition and instruction*, 4,137,137-166, 1985.

a estudiantes de nivel universitario Ferguson –Hessler y de Jong⁸⁹ llegaron a la conclusión de que un esquema de RP que nos permita resolver problemas requiere de al menos cuatro diferentes tipos de conocimiento:

- Conocimiento estratégico, de métodos y formas de atacar un problema: análisis de la secuencia, elaboración de un plan, ejecución del mismo y comprobación.
- Conocimiento situacional, necesario para reconocer el problema y clasificarlo para seleccionar el conocimiento declarativo que se utilizará en la solución del problema.
- Conocimiento declarativo; de hechos, principios y leyes necesarios para la solución.
- Conocimiento Procedural; para aplicar el conocimiento declarativo al aplicar el plan.

Esto implica que no sólo reconocer el campo en que se planteó el problema es importante, sino saber reconocer el conocimiento declarativo y procedural necesario para la solución del problema. Esto es básico en las metodologías de RP y no podemos pensar en una metodología que sólo se aborde con actividades que ejerciten el conocimiento procedural, pues estaría desligada de su base, el conocimiento situacional y declarativo.

La base de habilidades es la otra cara de la moneda de la teoría cognitiva de la RP, pues este proceso es mucho más que un conocimiento de estrategias y principios de una rama de la ciencia. La habilidad cognitiva se entiende como el dominio de una actividad cognitiva o una serie de estas.

Por ejemplo en los análisis de Glaser y Chi⁹⁰ se demostraba que la clasificación de

⁸⁹ Ferguson-Hessler, M.G.M., de Jong, T., "On the quality of knowledge in the field of electricity and magnetism". *American Journal of Physics*, 55, 492-497, 1987.

⁹⁰ Glaser, R., Chi, M.T.H., Overview, in M.T.H. Chi, Glaser, R. Farr, M.J. (eds.), *The nature of expertise*, xv-xxviii, Hillsdale, Nj, 1988.

problemas del experto es usualmente un reflejo de la forma en que está estructurado el conocimiento en la física y que una vez que decidió el camino a seguir en la resolución de un problema no duda en su aplicación, además continuamente recorre un camino que va de conocimiento declarativo al procedural; en cambio el novicio no lo clasifica bien (un problema de segunda Ley de Newton, lo clasifica como *de planos inclinados*) no tiene un plan definido para atacar el problema y duda varias veces antes de decidirse por el camino correcto y no tiene una base sólida de conocimiento declarativo. Esta es la diferencia entre dominar o no dominar una habilidad.

El experto tiende a analizar un problema para construir una representación, organizar los elementos planteados y completar el cuadro con sus conocimientos. Los estudiantes por su lado tienen pequeñas piezas de la representación y con ellas pretenden construir todo el cuadro, pero resulta muy complicado toda vez que la memoria a largo término no les provee del conocimiento necesario para tener una panorámica completa. Nuevamente esto resulta de fundamental importancia en nuestro trabajo pues se pretende que los alumnos adquieran maestría en la solución de un determinado tipo de problema, conociendo todo lo referente a este campo, desde el álgebra y trigonometría hasta el manejo de las leyes de Newton involucradas en el análisis de los problemas, en pocas palabras se pretende no sólo un mapa conceptual coherente sino una estrategia para movilizarlo eficientemente cuando se requiera.

Algunas habilidades cognitivas son generales como el razonamiento proposicional, la traducción a ecuaciones, construir nuevas representaciones mentales, analizar, etc. En cambio la habilidad para descubrir si una representación vectorial tiene errores es mucho menos general, o bien verificar si una suma de componentes de fuerzas está realizada correctamente, es muy específica a problemas de segunda Ley de Newton. Esta es la teoría sobre la cual vamos a trabajar la metodología y que nos permitirá tener una base para evaluar su desempeño, sin embargo como veremos enseguida existen puntos comunes en las escuelas psicológicas que han estudiado la RP y que se han tomado en cuenta para la realización de las actividades del cuaderno de trabajo.

2.11 Puntos comunes de estas propuestas

Entre las propuestas que hemos visto existen algunas semejanzas, entre estas destacan, por ejemplo, las etapas, el “Insight”, las diferencias entre el modo de lograrlo, etc. (estas semejanzas también son claras en las diferentes escuelas de psicología).

Desde luego que existen diferencias: algunos estudian actividades de inventores como Rossman, otros de problemas más matemáticos como Simon y Newell, otros de una materia (Física) como Reiff, pero aun así se pueden rastrear los orígenes de muchos planteamientos de los autores y observar que el “Insight” adquiere diferentes nombres y en algunos casos la estimulación para resolver el problema consiste en poner a disposición del aprendiz un menú de opciones para que seleccione la mejor.

Los elementos comunes son muy interesantes porque nos permiten observar la congruencia de los resultados.

El primer punto en común de estas propuestas es que **la solución de problemas se puede enseñar**. Es decir estos autores no tienen duda acerca de su aprendizaje, sino acerca de cuál es el mejor método para enseñar cómo resolverlos.

El segundo punto en común de estos autores se refiere al hecho de que la resolución de problemas **debe incluirse en el curriculum**, es decir, si queremos enseñar a pensar tenemos que incluir un apartado que se refiera a la solución de problemas y estrategias ya sean generales o específicas, pero como parte de lo que todo profesor debe enseñar normalmente en clase.

Un tercer aspecto se refiere al hecho de que la resolución se concibe por todos estos autores **en fases**. Es decir no se piensa en un proceso continuo sino más bien en un proceso discreto con elementos claramente identificables. En cada una de las fases se encuentra que existen estrategias y heurísticas más o menos clasificables, como por ejemplo el uso indiscriminado de fórmulas o bien la utilización de una red conceptual firmemente establecida.

En resumen se piensa que cada fase es además de identificable, clasificable de acuerdo al tipo de estrategia que utiliza.

El cuarto aspecto de orden general que podemos mencionar es que **la “salida” de una etapa es prácticamente la “entrada” de la siguiente**. Esto significa que las fases, si bien son discretas, también están concatenadas lógicamente y estructuralmente.

Sobre estos puntos vamos a volver en el momento en que se aborden los supuestos de la metodología de RP desarrollada para este trabajo.

En la bibliografía citada se muestra que el proceso de RP es un proceso que se puede trabajar con los alumnos y existen tantas metodologías como autores.

Recientemente se ha realizado un estudio que apunta a determinar la efectividad de las metodologías de aprendizaje de resolución de problemas y se utilizan variables muy sofisticadas que pueden tomar diversos valores, o incluso combinaciones de valores y de acuerdo con ellos se clasificaron las metodologías. Un valor muy importante fue el de la diferencia entre las medidas de la variable indicadora entre grupos de trabajo y grupos control, en nuestro caso (y el de varios de los trabajos analizados) la variable es la calificación obtenida a través de la solución de problemas.

Ahora vamos a pasar al capítulo 3 en el que nos vamos a enfocar a los problemas de física, sus características específicas y las metodologías

3

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FÍSICA

3.1 Clasificación de problemas y métodos de solución

Los problemas se pueden clasificar de muchas maneras, por ejemplo **experimentales** o **teóricos**; también se pueden clasificar de acuerdo al tipo de física que involucran: **clásicos o cuánticos**; de acuerdo a la rama de física que involucran: **de mecánica, de electromagnetismo, de termodinámica clásica**, etc. Otra manera de clasificarlos se refiere a si todos los datos necesarios para su solución se conocen, o si se ha realizado una idealización que permite su solución.

Definiremos, para efectos de este trabajo, **problema específico** como aquel en el que se presentan sólo aquellos datos pertinentes a las incógnitas buscadas, que son suficientes para determinarlas y en el que se ha llevado a cabo un proceso de idealización que permite resolverlo considerando únicamente un aspecto del problema.

Los problemas específico han sido preparados por alguna persona para que tengan solución, se han *limado* los detalles que pueden dificultar el problema, por ejemplo a través de frases como *“Desprecie el campo magnético de la tierra”* *“desprecie el peso del cable”*, *“desprecie la fricción”*, etc.

También se utilizan dibujos simplificados o se da un valor que resume la interacción con el resto del universo, por ejemplo: *La energía que se pierde con los alrededores es de 150 J.*

Todos los problemas que se presentan en los textos son problemas específicos, preparados para que el estudiante los pueda resolver, incluso se han acomodado por nivel de dificultad, para que si un alumno no puede con un problema de nivel III, no se sienta tan desilusionado (tal vez con uno de nivel II sí pueda).

Una clasificación muy interesante es la de Belikov⁹¹, que es uno de los pocos teóricos de la resolución de problemas de física.

Definimos entonces de acuerdo con este autor, que: Un **problema elemental** es uno para el cual su solución requiere de una sola ley física⁹². Un **problema estándar** es un problema formulado para cuya solución es necesario y suficiente emplear un sistema de conocimiento “común” y “métodos estándares”⁹³, existen también los **no-estándares** que son más complicados por alguna razón matemática o de planteamiento que requiere una herramienta fuera de lo común. Aunque en todos los casos se trata de problemas formulados

Ahora ya podemos definir nuestros problemas de estudio con toda precisión, para ello nos vamos a basar en los medios necesarios y suficientes para resolver un problema de física.

En este trabajo nos enfocamos a problemas de los que definimos como formulados elementales y estándares que son a los que se enfrentan los alumnos de ingeniería en el primer año de la licenciatura.

Vamos a dar ejemplos del curso de Introducción a la Física del primer tipo de problemas:

⁹¹ Belikov I., *General methods for solving physics problems*, MIR Publishers, Moscú, 1986.

⁹² Belikov op. cit.

⁹³ Desde luego que es difícil decir que es “común”, pero todo mundo estará de acuerdo en que esto representa el contenido del capítulo del texto en que se plantean los problemas, así como los métodos que ahí se emplean.

ELEMENTAL

El automóvil supercargado¹

UN fabricante de cierto automóvil afirma que su auto deportivo de superlujo acelerará desde el reposo hasta una rapidez de 42.0 m/s en 8.00 s. En el improbable caso de que la aceleración sea constante: a) Determine la aceleración del automóvil.

Solución

Advierta primero que $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ y que la velocidad después de 8.00 s después es

$v = 42.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ puesto que nos dan v_0 , v y t , se puede utilizar la ecuación $v = v_0 + at$ para encontrar la aceleración:

$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{42 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0}{8.00 \text{s} - 0 \text{s}} = 5.25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, en realidad esta es la aceleración promedio y no es probable que el auto acelere con aceleración constante.

b) Encuentre la distancia que el automóvil recorre en los primeros 8.00 s

Solución

Consideremos como origen del auto su posición original, por lo tanto, $x_0 = 0 \text{m}$ y tenemos la ecuación $x = \frac{1}{2}(v_0 + v)t = \frac{1}{2}(42.0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0)(8.00 \text{s}) = 168 \text{m}$

c) ¿Cuál es la rapidez del automóvil 10.0 s después de que inicia su movimiento? Suponga que continúa acelerando con la misma aceleración que determinamos en el inciso a)

Solución

También en este caso $v = v_0 + at$, pero en este caso con $v_0 = 0$, $t = 10.0 \text{s}$ y $a = 5.25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$;

$$v = v_0 + at = 0 + (5.25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(10.0 \text{s}) = 52.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

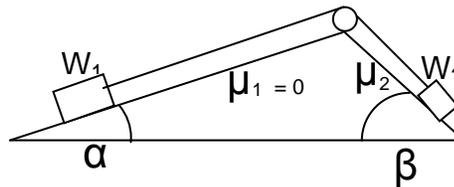
¹ Problema Ejemplo 2.8 del Texto *Física Tomo 1*, 4ª ed. Serway, R. A., McGraw-Hill, México, 1998.

Como vemos en este problema la única ley utilizada es la ley de movimiento para un cuerpo acelerado. Por esta razón entra en la clasificación de problema elemental.

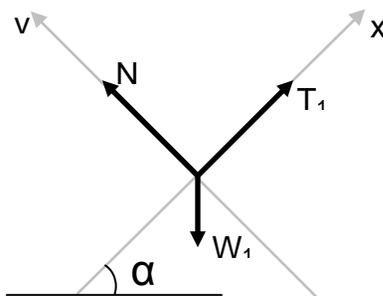
Ahora vamos a mostrar otro en que se requiere más que una sola ley y es necesario utilizar otras ecuaciones que forman parte del *conocimiento común* de un alumno del segundo trimestre de la carrera de Ingeniería, a este tipo de *problemas estandar*, al cual no está dirigida esta metodología, pero nos sirve para ejemplificar el significado de los problemas estandar.

Determinar la tensión en el cable que une las masas, así como el coeficiente mínimo de fricción μ_2 para el sistema mostrado se encuentre en equilibrio. El bloque de peso w_1 esta a punto de resbalar hacia abajo.

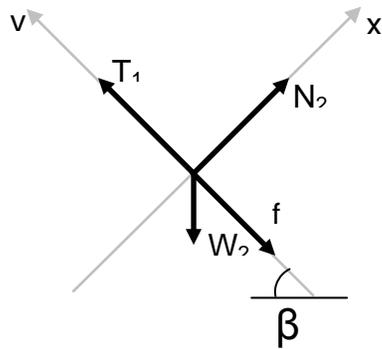
$W_1 = 100 \text{ N}$
 $W_2 = 50 \text{ N}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $\beta = 40^\circ$



En primer se observa que hay que realizar dos diagramas de cuerpo libre para mostrar la tensión, ángulos y coeficiente de fricción involucrados en el problema. Primero dibujaremos el del peso W_1 .



Ahora dibujaremos el diagrama del peso W_2



Las ecuaciones correspondientes a los DCL's son las siguientes, la primera pareja corresponde a w_1 y la segunda pareja a w_2

.Para w_1

en el eje x $\Sigma F_x = 0$ $T_1 - W_1 \text{ sen } \alpha = 0$ 1

en el eje y $\Sigma F_y = 0$ $N_1 - W_1 \text{ cos } \alpha = 0$ 2

en el eje x $\Sigma F_x = 0$ $N_2 - W_2 \text{ cos } \beta = 0$ 3

en el eje y $\Sigma F_y = 0$ $T_1 - \mu_2 N_2 - W_2 \text{ sen } \beta = 0$ 4

observe que se utilizó la ecuación $f = \mu_2 N_2$ que es una segunda ley que requerimos para resolver el problema. de este modo se convierte en un problema de 4 incógnitas

Este es un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas (T_1, N_1, N_2 y μ_2)

Para resolverlo observamos que: $\alpha = 30^\circ$ y $W_1 = 100\text{N}$

Podemos despejar de la ecuación 1 y la 2 y obtenemos:

$$T_1 = 100 \text{ sen } 30^\circ = 50 \text{ N} \quad N_1 = 100 \text{ cos } 30^\circ \quad N_1 = 86.6 \text{ N}$$

De 3 y 4 obtenemos que: $N_2 = 38.3 \text{ N}$ y $\mu_2 = \frac{T_1 - W_2 \text{ sen } \beta}{N_2} = 0.47$

De esta manera se resuelve este problema que hemos denominado estándar. Podemos observar que no basta con tener la segunda Ley de Newton, sino que hay que aplicarla

dos veces, también hay que recurrir a la Tercera Ley de Newton para darse cuenta de que la tensión en un DCL y en otro tienen el mismo valor, observación sin la cual sería imposible resolver el problema y por último recurrir a la ecuación $F = \mu N$ que nos indica que la fuerza de fricción entre dos superficies está determinada por el coeficiente μ y la normal N .

Este tipo de problemas no los abarca nuestro trabajo, los problemas no estándares, simplemente requieren otro tipo de cálculos o bien, conjuntar más leyes y están fuera de nuestra área de interés. Por ejemplo los problemas de cinemática en tres dimensiones o los problemas de cinemática del cuerpo rígido.

En este trabajo nos vamos a centrar exclusivamente en los problemas que se plantean a los alumnos en los cursos de física de nivel superior de cinemática de la partícula del primer año de las carreras de ingeniería, específicamente en ingeniería, no trataremos problemas abiertos que pueden ser problemas de investigación; así que lo que se mencione acerca de las metodologías de solución de problemas debe entenderse en términos de problemas de cursos de física, específicamente problemas elementales y estándares.

En cuanto a la clasificación de métodos de solución diremos que en la enseñanza de la física, en el ámbito medio, medio superior y superior, históricamente se han utilizado tres métodos :

- Resolución de ejemplos
- Metodologías Ad hoc
- Metodologías generales

El primer caso no lo revisaremos con detalle pues no vale la pena, simplemente diremos que es un método que repite lo que ocurre en salón de clase, es decir, el profesor resuelve un problema, les pregunta a sus alumnos si entendieron la solución y a continuación el alumno debe resolver uno que se parece al que resolvió el profesor.

Esto lleva a que el alumno no entienda cómo resolver un problema diferente, ya que no ha sido entrenado en la extrapolación, por lo que tendrá un mal desempeño en exámenes, los que dediquen especial atención a la materia de física pueden tener éxito.

Existe una serie de libros de la colección *Schaum's*⁹⁴ que son el mejor ejemplo de resolución de problemas individuales, pero que no cuentan con una metodología y que sólo sirven como punto de partida, pero después de leer la solución, el estudiante difícilmente podrá resolver ya no digamos uno diferente, sino uno parecido.

El problema real de estos “textos” es que crean en el estudiante una falsa ilusión acerca del aprendizaje de una metodología para resolver problemas, y es que después de leerlos e incluso memorizar algunos, el estudiante sólo está preparado para contestar problemas prácticamente igual a los que leyó.

Pasamos ahora a analizar una metodología que empezó a tener auge en la década de los 70's y es lo que hemos llamado más arriba Metodologías Ad hoc. En estos métodos se plantean una serie de pasos que se deben aplicar frente a una clase especial de problemas.

3.2 Métodos ad hoc

Un ejemplo típico de estos es el que se presenta en el Serway⁹⁵ acerca de los problemas de campo eléctrico. Antes de las preguntas y problemas de final de capítulo se encuentra un recuadro con la información siguiente:

⁹⁴Esta colección de la editorial McGraw-Hill, es una colección de libros de problemas resueltos y planteados, todos ellos con solución.

⁹⁵ Serway R, A., *Física*, Tomo II, , McGraw-Hill, 4a Ed., México, 1997

Estrategia y sugerencia para resolver problemas

Determinación del campo eléctrico

Unidades: Cuando se efectúan los cálculos que implican a la constante de Coulomb ($k = 9 \times 10^9$), las cargas deben estar en coulombs y las distancias en metros, si aparecen en otras unidades, debe convertirlas.

Aplicación de la ley de Coulomb a las cargas puntuales: Emplee el principio de superposición apropiadamente cuando trabaje con una colección de cargas que interactúen. Cuando se presentan varias cargas, la fuerza resultante de cualquiera de ellas, es el vector suma de las fuerzas ejercidas por las cargas individuales. Usted debe tener mucho cuidado con el manejo algebraico de las cantidades vectoriales. Tal vez sea útil revisar el material acerca de adición de vectores del capítulo 3.

Cálculo del campo eléctrico de cargas puntuales: El principio de superposición puede aplicarse a campos eléctricos. Para encontrar el campo eléctrico total en un punto dado, calcule primero el campo eléctrico en el punto debido a cada carga individual. El campo resultante es el vector suma de los campos debidos a las cargas individuales.

Distribuciones de carga continuas: Cuando se enfrente a problemas que involucran una distribución continua de carga, las sumas vectoriales para evaluar el campo total en algún punto deben ser sustituidas por integrales

Después se plantean problemas de “fin de capítulo” es decir, problemas que usualmente se resuelven con una combinación de todas las formulas vistas en el capítulo, a estos se les denomina “nivel I”. Si se requieren además ecuaciones de otros capítulos se trata de problemas de “nivel II” y si además se necesita de integrales o derivadas para resolver un problema, entonces este es de “nivel III”.

3.3 Métodos Generales

Existe otra alternativa a estos tipos de problemas que son las metodologías enfocadas a la solución de clases de problemas⁹⁶. En realidad este ha sido un campo poco

⁹⁶ Es decir subconjuntos de problemas con alguna característica común

trabajado por los textos y más bien podríamos decir que es la escuela soviética de enseñanza de la física la que se ha planteado este tipo de estrategias en la resolución de problemas.

Esto implica desarrollar definiciones y conceptos para el problema que nos ocupa, los conceptos aquí vertidos han sido tomados de la primera parte del libro de Belikov⁹⁷ *The Theoretical Bases of the General Approach to Solving Any Physics Problem*.

El punto de partida de esta metodología consiste en que hay unos cuantos conceptos metodológicos en física, usualmente se aceptan ocho:

- Sistema físico
- Cantidad física
- Ley física
- Estado de un sistema físico
- Interacción
- Fenómeno físico
- Objetos y procesos idealizados
- Modelo físico

De aquí se puede obtener una definición de problema físico:

Un problema físico es un fenómeno físico en el que algunas relaciones y magnitudes se desconocen.

Por lo que resolver un problema físico significa:

Establecer las relaciones desconocidas y determinar las magnitudes que se desean conocer.

Desde el punto de vista metodológico esta definición es muy importante pues si un problema físico refleja una situación física, es necesario no sólo tener conocimiento

⁹⁷Belikov, B.S., op. cit.

específico acerca de este fenómeno, sino también cómo analizar cualquier fenómeno físico aplicando conocimientos generales.

El análisis se comienza seleccionando el sistema físico y termina cuando se establece un sistema cerrado de ecuaciones construidas a partir de leyes físicas. Así el proceso de solución se puede dividir en tres etapas:

La Física

La matemática

El análisis

La primera de ellas reside en seleccionar el sistema y aislarlo para construir un objeto idealizado y determinar cuáles son los aspectos relevantes y la aplicación de las Leyes físicas para obtener las ecuaciones correspondientes.

La segunda se refiere exclusivamente a la solución matemática de las ecuaciones, tanto en forma analítica como numérica.

La tercera se refiere al análisis de la solución y sus implicaciones así como por ejemplo, el análisis de los casos extremos, cuando algún parámetro vale 1, cero o infinito

Esto requiere de la construcción de métodos generales de solución para cada una de estas partes, así como de estrategias generales para resolver el problema.

Por supuesto que ningún autor considera que existe un método general para resolver todos los problemas de física, sin embargo si existe una aproximación general (general approach) o estrategia general para todos los problemas.

Esta estrategia debe cumplir con dos hipótesis de trabajo

a) Debe ser universal, en el sentido de que se pueda aplicar a cualquier problema de física general.

b) Debe considerar todos los pasos de una solución.

Una metodología general contiene los siguientes puntos

- 1.- Análisis del contenido físico del problema
- 2.- Aplicación de las leyes físicas
- 3.- Métodos de lo general a lo particular
- 4.- Método de simplificar o complicar
- 5.- Análisis de la solución
- 6.- Solución del problema

Ninguno de estos puntos funciona aisladamente, se requiere que se utilice en el contexto de la metodología completa. Este sistema no resuelve inmediatamente cualquier problema, es una guía para el trabajo de resolución, no es un algoritmo sino una estrategia inteligente para solucionar los problemas.

Cada uno de estos métodos se discute con detalle, sin embargo la dificultad de presentarlos en clase, reside en que para un estudiante de primeros trimestres son demasiado abstractos.

Consideremos el párrafo siguiente sobre el *análisis del contenido físico del problema*⁹⁸ (paso 1 de la lista anterior)

La solución de un problema físico es un proceso mental, sin embargo no entraremos en los aspectos psicológicos. Vamos directamente al resultado.

Cualquier problema físico expresa un fenómeno o grupo de fenómenos físicos; las relaciones entre los fenómenos físicos involucrados se determinarán a partir de un sistema cerrado de ecuaciones. Para ello se debe conocer no sólo la esencia del fenómeno dado, sus parámetros físicos, las leyes que gobiernan, y los límites de aplicabilidad, sino también cómo aislar todos estos elementos en el problema dado, por lo que:

Hablando prácticamente el análisis de la física de un problema se reduce a aislar y analizar el fenómeno físico.

⁹⁸Belikov op. cit. p 25 (trad. del autor)

¿ Cómo comenzamos el análisis del contenido físico de un problema?

La parte inicial del método de para analizar el contenido físico de un problema es de naturaleza auxiliar. Comienza cuando el estudiante se familiariza con el problema. Después de leer el problema es aconsejable escribir aquellos términos involucrados en el problema, así como observar los datos y sus relaciones entre ellos.

Enseguida es necesario hacer un bosquejo, diagrama o dibujo de la situación dada y dibujar sobre estos los datos del problema. Una imagen gráfica ayuda a entender el contenido físico del problema.

Después iremos a la parte principal de la metodología, que es establecer la naturaleza cualitativa del problema es decir, en que difiere de otros, cuál es su esencia, cómo ocurre etcétera.

Como podemos ver es un discurso muy abstracto en que se indica que el primero de los pasos que se sigue es dibujar un diagrama de cuerpo libre; pero el estudiante de primeros trimestres no está aún maduro para comprender el significado de la frase *haga un diagrama y sobre él dibuje los datos del problema.*

Damos un ejemplo de lo anterior: el autor tiene en mente que la dirección de un vector es un dato; mientras que el alumno casi siempre concibe un vector del que no conoce su magnitud, como una incógnita en su totalidad y no dibuja nada.

De este modo los métodos generales son de aplicación restringida, dirigidos a alumnos avanzados o sobresalientes, alumnos que a fin de cuentas, no requieren de gran ayuda por parte de los profesores.

Como bien lo exponen los autores de métodos generales, se requiere un conocimiento profundo de la esencia de la física involucrada para resolver bien un problema

¡ Pero esto es justamente lo que se desea con la resolución de problemas!

Este tipo de metodologías se puede analizar fácilmente a la luz de la teoría cognitiva desarrollada en el capítulo II. Si bien los métodos generales presentados en esta sección no lo son tanto como los de de Bono u otros autores parecidos, si utilizan habilidades de orden general, como por ejemplo *aislar y analizar el fenómeno físico*, es

muy complicado hacer una descripción en general de esto, más bien trataríamos de dar ejemplos en casos particulares, si de aquí deseamos que el alumno pueda realizar un análisis de otro tipo de problemas, estaríamos extrapolando demasiado la actividad de enseñanza, esto es precisamente lo que ocurre en el salón de clase cuando un profesor que no tiene claridad en el aprendizaje de la RP, intenta que sus alumnos adquieran maestría por el sólo hecho de que él resuelva algún problema en el pizarrón.

Es decir tenemos una ruptura entre la base de conocimientos y la base de habilidades, es más aún en la propia base de conocimientos existe una ruptura entre el conocimiento declarativo y el procedural, pues lo que siempre ocurre es que el profesor enuncia el conocimiento declarativo de un modo descontextualizado y después lo pretende aplicar en una situación específica.

Es interesante conocer otra propuesta que si bien no se enmarca en esta categoría si podemos decir que incluye elementos que otras metodologías no hacen como el entrenamiento de profesores para la resolución de problemas y es más que una metodología una estrategia de toda una región escolar para lograr habilitar a sus estudiantes en la RP. No es fácil encontrar propuestas o secuencias didácticas de este estilo una de las mejor documentadas es la del Estado de New York⁹⁹, sobre solución de problemas en algunas High Schools de Nueva York, los resultados son sorprendentes en lo que se refiere al manejo de los conceptos físicos, que es lo que se persigue con esta propuesta.

Es notable que desde el curriculum de las escuelas de High School la solución de problemas esté presente en el *Syllabus* o curriculum del curso de física donde se dice que *La solución de problemas debe ser un tema que este presente en todo el curso, en lugar de ser tratado como un tema específico. Es una parte integral de las experiencias*

⁹⁹FitzGibbons, J., Drenchko, J., Agrusu, S., Problem Solving in the *New York State Regents Physics Course*, II Conferencia Interamericana de Física Educativa, Caracas, Ven, 1991. Durante la II Conferencia Interamericana de Física Educativa, llevada a cabo en Caracas, Venezuela los autores hicieron una exposición del curso

*de aprendizaje de los alumnos y puede ser relacionado tanto con problemas de salón de clase como con problemas de laboratorio. La solución de problemas es la aplicación del pensamiento lógico y creativo a una nueva situación, que requiere una resolución. Una persona con educación científica es un resolutor efectivo de problemas*¹⁰⁰. Decimos que es notable que aparezca en esta forma desde 1988, dado que otros países no se preocuparon de este tema sino hasta varios años después. Un grupo de profesores, asesorados desde la U. Estatal de Nueva York, planearon una metodología que incluye técnicas instruccionales, procedimientos de evaluación, entrenamiento de profesores y programas para extender la enseñanza de solución de problemas. Como la propuesta metodológica se refiere a física general, la solución de problemas parte de la premisa de que los alumnos deben originar, crear, y postular su problema, es decir, no van a resolver un problema que les plantea el profesor, sino que ellos lo determinan. Un ejemplo que se menciona que una lata cerrada de refresco de cola se hunde en el agua, en cambio una de la misma marca, pero dietética, flota, la pregunta es ¿Por qué? En general de lo que se trata es de encontrar discrepancias o diferencias entre fenómenos aparentemente idénticos y a partir de ellos hacerse las preguntas ¿Quién? ¿Qué? ¿Dónde? ¿Cuándo? ¿Cómo? ¿Qué pasa sí? y se trata de enseñar a contestarlas de forma precisa. Una vez que el problema ha sido planteado, los estudiantes proceden a resolver el problema. Un modelo sugerido en el curriculum de física general es el de planear y proceder mediante una sucesión de etapas que inicia con el análisis de la experiencia continua con la determinación de discrepancias para pasar a la definición del problema y se planea como realizar las cinco etapas básicas:

- Obtención de datos

¹⁰⁰FitzGibbons, J., Drenchko, J., Agrusu, S., Problem Solving in the *New York State Regents Physics Course*, II Conferencia Interamericana de Física Educativa, Caracas, Ven, 1991, p 1. (Traducción del autor).

- Organizar los datos
- Analizar los datos
- Generalizar
- Evaluar resultados

Otras metodologías usuales son las que aparecen en los libros de texto, y que ya hemos mencionado, son muy utilizadas por los docentes y consisten en mostrar algunos “pasos” para resolver el tipo de problemas que se presenta en el capítulo.

Las diferencias entre este tipo y las que hemos presentado son obvias, la más clara es que en la estrategia de *pasos* no se cuenta con ningún marco teórico educativo, psicológico o epistemológico y simplemente se reduce a mostrar como lo hace un experto.

Con este análisis podremos comprender mejor la propuesta que estamos haciendo y que es diferente de las que se han planteado para los cursos de física, además de que esta tiene una componente para los alumnos de bajo rendimiento. Antes de plantear nuestra metodología vamos a ver las dificultades que enfrenta un alumno de bajo rendimiento cuando resuelve problemas de física elemental.

4

Razonamiento espontáneo y obstáculos epistemológicos:

4.1 Razonamiento espontáneo

En este capítulo vamos a considerar las dificultades que enfrenta un alumno para resolver los problemas de cinemática, pero no las dificultades relacionadas con los conocimientos o el álgebra, sino dificultades más profundas que tienen que ver con la concepción del alumno acerca de la forma de resolver un problema en general.

De los primeros trabajos sistemáticos en el razonamiento de los alumnos en cinemática y dinámica sobresalen el de L. viennot¹⁰¹ de la U. de París 7, en este trabajo ella misma pone de manifiesto la objeción que se les hace a los trabajos sobre el razonamiento de los alumnos: “no hay nada sorprendente en que los alumnos se equivoquen, todo está hecho para ello, es una trampa”. Esta objeción fue muy común cuando se realizaban las primeras investigaciones sobre el razonamiento espontáneo a los alumnos, se pensaba que se ponían “trampas” para que no pudieran contestar bien las preguntas, pero el proceso de investigación en física educativa se encargó de aclarar que efectivamente existían razonamientos espontáneos o modelos alternos de razonamientos que impedían a los estudiantes comprender lo que ocurre en una situación física conocida. Lo mismo pasa con la RP, los alumnos muchas veces ni siquiera pueden poner en acción los conocimientos alternos que tienen ya que no se dan cuenta del tipo de problema al que se enfrentan. Antes de proponer nuestro modelo de RP de cinemática,

¹⁰¹ Viennot L., *Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire*, Hermann, Paris, 1979.

debemos tener en mente la problemática que rodea la comprensión de la cinemática en los primeros cursos universitarios de física, más aún si queremos ensayar la metodología en línea. Los trabajos clásicos en esta área son los de Viennot que ya mencionamos y los de Halloun y Hestenes¹⁰² de la U. de Arizona. En general existe un acuerdo entre los investigadores de que los razonamientos espontáneos de los estudiantes no son únicos, sino los comparte con sus compañeros y más aún, se parecen a la historia del pensamiento. Es así que los puntos de vista sostenidos por Aristóteles acerca del movimiento se repiten sin querer entre nuestros estudiantes, por ejemplo sabemos que él tenía en mente una fuerza constante producida por el aire, que empujaba a una flecha en su movimiento después de haber sido disparada por un arquero. Igualmente sabemos que Aristóteles¹⁰³ pensaba que el movimiento siempre es producido por alguna razón, es decir que el reposo es el estado natural de los cuerpos, esto lo expresó con la frase “, Si, pues, todo ser movido se mueve necesariamente por alguna cosa...” esto es lo que nos hace pensar una lectura primaria y “natural” de la manera en como funciona la naturaleza.

Esto es un principio aristotélico que si bien no se utiliza en la cinemática, si lo tienen presente nuestros estudiantes cuando analizan un movimiento y es uno de los aspectos que deben quedar claros antes de comenzar nuestra sesión en la parte de la introducción.

El segundo punto que aclaramos respecto a las ideas aristotélicas es que el movimiento queda definido como un cambio de posición, el alumno tiene en mente una idea clara al respecto y no tiene problemas cuando el docente define el movimiento como cambio en la posición en un intervalo finito de tiempo. Aclaramos que en este curso de física introductoria, no se estudia la velocidad instantánea (que algunos alumnos ya manejan o han oído hablar de ella en cursos anteriores de bachillerato) por lo que el concepto de diferencial o instante de tiempo no se discute en esta exposición.

¹⁰² Halloun Hestenes

¹⁰³ Aristóteles, *Física, El primer motor*, Científicos Griegos, Aguilar, Madrid, 1970.

Siguiendo a Halloun y Hestenes y mi propia experiencia en clase recordamos que los alumnos tienen con respecto a la cinemática una serie de razonamientos espontáneos. Podemos resumir los razonamientos espontáneos con los siguientes enunciados:

- Los conceptos de distancia, posición y desplazamiento no están bien diferenciados.
- Los conceptos de velocidad y aceleración tampoco están bien diferenciados.
- No se comprende la utilidad de las funciones de posición y velocidad ni de cada uno de sus términos.
- No se comprende la forma de construir una función de posición o velocidad.
- No se comprenden la necesidad del marco de referencia ni de las condiciones iniciales.

Estos problemas en la interpretación de conceptos de cinemática no permiten que el alumno avance en la comprensión de la teoría ni en la resolución de problemas de este tema. Con la metodología que enunciaremos más adelante intentaremos, además de que el alumno desarrolle su propia metodología de RP, mejorar la comprensión del alumno y acercarnos más a la interpretación científica aceptada de la cinemática. Esta metodología es una de las mejores formas posibles, pues es en la “acción” donde los conceptos se comprenden o se confunden.

Ahora vamos a enunciar no razonamientos espontáneos, sino obstáculos epistemológicos que tiene un alumno cuando resuelve un problema, veremos que algunos de estos son muy generales y se presentan en toda la física, en cambio otros son muy específicos de la cinemática.

4.2 Obstáculos epistemológicos

Para llevar a cabo una buena transposición didáctica en el sentido de Chevallard, requerimos poder pasar de un *objeto de saber* a un *objeto de enseñanza* y para ello requerimos saber en qué condiciones psicológicas se da el acto de conocimiento de, en este caso, una metodología de RP. Por ello debemos estudiar la noción de *obstáculo*

*epistemológico*¹⁰⁴ que es la base sobre la cual descansa gran parte de la investigación sobre razonamientos espontáneos o concepciones alternativas encontrados en la literatura sobre enseñanza de la física, más aún “obstáculo epistemológico” se refiere a una barrera que se tiene para conocer no sólo hechos científicos sino de cualquier índole y aunque el trabajo de Bachelard se restringe en principio a la ciencia, es fácilmente aplicable a cualquier conocimiento. La epistemología tiene a su cargo la relación entre el sujeto que aprende y el objeto de conocimiento. La etimología de *epistemología* nos remite a al teoría o explicación del conocimiento de un objeto, aunque algunas veces se restringe a la epistemología en el sentido de conocimiento científico. En este trabajo nos interesa esta concepción de la epistemología así como el contexto psicológico específico de la adquisición del conocimiento.

Como lo enuncia Bachelard “Los obstáculos epistemológicos están ligados a formas caducas de pensar, antiguas si se quiere que impiden el avance en la interpretación de un nuevo fenómeno, o bien radican en creencias personales sin una explicación clara, pero profundamente arraigadas, difíciles de modificar”. A menudo nuestros alumnos no comprenden o no pueden aplicar una teoría no porque no la conozcan, sino porque no conciben que se pueda aplicar tal y como la conocen a una situación que, en principio, puede explicar. Con los problemas pasa lo mismo, no es sólo que no tengan una metodología o no se imaginen un camino para resolver un problema, más bien se trata de que sus puntos de partida no son lo suficientemente poderosos para analizar situaciones complejas. Bachelard ha descrito magistralmente estas situaciones, su descripción incluso tiene un paralelismo con otros estudios como el de los paradigmas de Kuhn¹⁰⁵, que a fin de cuentas explica como una teoría antigua se convierte en el verdadero obstáculo para comprender un fenómeno bajo la luz de una nueva interpretación de la naturaleza. A diferencia de los paradigmas, que reflejan una ideología dominante, los obstáculos epistemológicos reflejan un pensamiento acostumbrado a utilizar de una manera única el razonamiento, sin adaptación a nuevas

¹⁰⁴ Bachelard, G. La formation de l'esprit scientifique, VRIN, Paris, 1985.

¹⁰⁵ Kuhn, las Revoluciones científicas, FCE, México, 1982.

situaciones, sin capacidad de explorar nuevos caminos hacia la solución de un problema.

Digamos a favor de Bachelard que él propuso su teoría de obstáculos epistemológicos unos 30 años antes que Kuhn, y en descargo de este último que, aunque haya ciertas similitudes, se trata de teorías muy diferentes, una aplicada al sujeto y la otra aplicada al conocimiento científico.

Bachelard propone que los obstáculos no provienen del mundo externo, no se refieren a la complejidad para adquirir datos o leer en otro idioma o incluso a ignorar la matemática de una teoría, sino que se encuentran en el individuo y forman parte de sus creencias y por ello ni siquiera se da cuenta de que analiza un determinado fenómeno bajo una cierta óptica que le impide resolverlo, eso es un obstáculo epistemológico. Imaginemos a un atleta que desea realizar un salto, pero que no se atreve por temor a fracasar, sin duda el obstáculo se encuentra en la mente del atleta y no el mundo externo, ni siquiera en su preparación, esta es una analogía válida con las dificultades que enfrenta un alumno, pues muchas veces no escribe una ecuación porque no sabe a dónde le llevará.

Los obstáculos se pueden clasificar o al menos graduar en varios tipos, los más importantes que propone Bachelard son:

Obstáculos relacionados con la percepción. Representan la pantalla de los sentidos y la dificultad de analizar más allá de las primeras percepciones, Bachelard incluso realizó un ensayo sobre la fascinación que produce el fuego y que no permite analizar el proceso de combustión correctamente. A esto le llama el obstáculo de la experiencia básica.

Obstáculo de la Unidad y la Utilidad de la naturaleza. Antes muy difundido y hoy en desuso en la explicación científica, pero latentes en el pensamiento de los estudiantes, cuando buscan la “utilidad” de los términos en una ecuación.

Obstáculo verbal. Sin duda muy difundido entre nuestros estudiantes, quienes a partir de una explicación verbal plausible plantean y resuelven leyes de movimiento y determinan si los términos en ecuaciones deben aparecer o no. Basta con que haya

una explicación más o menos “lógica” basada, incluso, en una argumentación que va más allá de la física y matemática del problema.

Obstáculos de la generalidad. Estos obstáculos realmente nos indican una falta de dominio en un tema específico. Este es el más reconocido entre los profesores quienes aplican sin más un razonamiento general a un caso particular sin determinar si corresponde al tipo de casos estudiados. El más común es el razonamiento sobre la preparación de los alumnos: “ Estos alumnos no están bien preparados...” .

Obstáculos al relacionar la información. Estos son muy complejos y se relacionan con actividades integradoras.

Este último tipo de obstáculos los presenta más bien un profesor cuando intenta explicar una pregunta con las mismas palabras que utilizó la primera vez. El alumno no comprende no porque no haya escuchado correctamente al profesor, sino justamente porque lo escuchó bien y no puede relacionarlo con lo que él ya tiene en mente y no puede engranarlo ni hacerlo funcionar correctamente. La respuesta del profesor es repetir simplemente la lección sin tomar en cuenta que el alumno sí lo escuchó, pero no lo comprendió, y no lo entendió seguramente porque tiene una concepción alternativa o razonamiento espontáneo que le impide comprender lo que se le intenta explicar.

En nuestro caso de cinemática, puede ocurrir por ejemplo que la explicación sobre el valor de la aceleración en la parte más alta de un tiro vertical no sea comprendida por el alumno y no se trata de que no comprenda las palabras que se le dicen, simplemente él tiene en mente que a velocidad cero corresponde una aceleración cero, y esto es un razonamiento espontáneo (o más exactamente una primitiva fenomenológica o p-prim en el sentido de DiSessa) que presenta la gran mayoría de nuestros alumnos. Si un profesor no tiene en mente este problema entonces será incapaz de ir al fondo de la dificultad y se quedará simplemente en la superficie y pensará que las causas se encuentran en la mala preparación del alumno.

Sin duda es una responsabilidad del docente que el alumno pueda interpretar desde otro punto de vista lo que se le trata de mostrar. Esto lo enunció Bachelard de la siguiente manera: “...el profesor no comprende que el alumno no comprende” de esta forma está imposibilitado para darse cuenta que el aprendizaje no se construye desde

cero sino a partir de lo que el alumno ya conoce y muchas veces contra lo que el alumno conoce.

Desde el punto de vista de la RP esto es importante porque ocurre lo mismo que frente a la enseñanza, no hay enseñanza desde cero para la resolución de problemas, debemos ir contra lo que el alumno hace. Muchas veces lo que hace un alumno frente a un problema es sólo mirarlo sin que se le ocurra nada, y esa es una actitud que debemos superar. Para ello se requiere proponer la idea de que un problema, y más de los que se le plantean a un alumno, tiene solución y por tanto debe poder comenzar por algún lado. Esto nos lleva a pensar en dos planos, el primero es el inmediato del conocimiento, que el alumno debe manejar correctamente para resolver problemas como lo aceptamos actualmente y el otro plano es un poco más complicado pues se refiere a la metodología de la solución. este trabajo versa sobre los dos aspectos, pero fundamentalmente sobre el segundo, pues se intenta que el alumno desarrolle una metodología de RP justamente para que no sólo observe el problema sino lo aborde con la finalidad de resolverlo siguiendo un camino que ya haya probado y que pueda extrapolar en muy diversas situaciones.

El error ha tenido varios tratamientos y primero se pensaba que había que extirparlo con el uso de otros conceptos, el dicho de que “la letra con sangre entra” nos muestra este tipo de razonamiento en que el error se hace desaparecer no por comprensión sino por la fuerza, pues se trata de una falta del alumno que incluso puede cometerla por no estar atento al razonamiento del profesor. Más adelante pasamos a una concepción de que era una falta simple de razonamiento y había que ayudarle al alumno a superar esta falta, más adelante el mismo Bachelard nos indica que el error se ha tratado como una especie de comportamiento intuitivo, natural del que el individuo no podía escapar, esto fue un avance pues no se pensaba que era una “falta de atención” sino por el contrario, algo intrínseco a ahora estamos en una posición en que no es falta de razonamiento sino al contrario un razonamiento alterno que debemos de mostrar que no es el correcto ni adecuado para resolver los problemas.

La perspectiva de los obstáculos nos da la referencia epistemológica que requiere nuestra teoría y por tanto encuadra nuestra metodología dentro del constructivismo, pues es a partir de los conocimientos y metodologías que el alumno posee, que vamos a partir para construir un conocimiento más acorde con la visión de la ciencia.

4.3 Obstáculos para la resolución de problemas de cinemática

El análisis de las entrevistas con los alumnos sobre RP de cinemática, así como de la revisión de sus exámenes nos pone de manifiesto que los obstáculos que encontramos específicamente en este tema se pueden agrupar de la siguiente manera:

Metodología de resolución de problemas de cinemática. El primer obstáculo sin duda es el más simple y que todo alumno tienen enfrente de sí cuando comienza a resolver un problema y es el de pensar que no existe ningún modo racional de resolverlo, es decir piensa que la experiencia del profesor le indica cual va a ser el camino “esta vez”

Emplear sólo los datos escritos. Una dificultad primaria consiste en que no se puede ver la necesidad de introducir “datos” que no estén enunciados explícitamente como es el caso de un sistema de referencia o traducir que la frase “parte del reposo” significa velocidad inicial cero, este obstáculo representa una especie de “acostumbramiento” como lo expresan los psicólogos, de que se les ha mostrado que en la resolución de un problema solo se emplean los datos enunciados, esos y todos esos, pues no se concibe que se enuncie un dato que no tenga empleo directo en la resolución. Esto tiene su origen en la metodología a que se han acostumbrado los alumnos y que se puede resumir en los tres pasos, de “datos” “fórmula” y “solución”. Un ejemplo simple es que se les dio a los alumnos un problema en que se daba un dato real, pero que no era necesario para resolver el problema y el resultado fue que la mitad de los alumnos no pudo resolver correctamente el problema. El enunciado es el siguiente:

Un automóvil parte lleva una velocidad de 12.0 m/s si acelera con $a = 3.0 \text{ m/s}^2$ durante 12.0 s después de cuántos metros llevará una velocidad de 18 m/s.

Este problema no requiere utilizar el dato de 12 segundos que sólo muestra que se trata de un automóvil común y corriente, pero los alumnos buscaron como insertarlo en la resolución, pues no conciben que sea solo parte del enunciado. En conclusión podemos enunciar este obstáculo como la necesidad de emplear todos los datos escritos, y solamente estos, para resolver un problema.

Localización de ecuaciones en que aparece la incógnita y su utilización irreflexiva. Este es un obstáculo epistemológico en la RP aún en los casos erróneos más obvios, pensamos que tiene sus raíces en que el alumno ha desarrollado una metodología durante 6 años previos de enseñanza, casi basados en una “metodología” de secundaria y Bachillerato que está basada en buscar o “hallar” o “tropezar” con la fórmula que soluciona el problema para después simplemente sustituir los datos y el problema se resuelve por si mismo. Esta metodología del “mínimo esfuerzo” da buenos resultados en la mayoría de las ocasiones con problemas elementales y repiten el procedimiento a nivel superior sin pensar que se enfrentan a una situación cualitativamente diferente.

El camino único. Este es otro de los obstáculos epistemológicos a que se enfrentan los alumnos en toda su carrera, muchas veces no conciben que existan caminos diferentes para la RP y lo que es más ni siquiera se da cuenta de que en su mente existe la idea de que el camino para resolver un problema es único. El problema con este obstáculo es que lleva a que los alumnos piensan que si no tienen o no emplean o no recuerdan el “método” del maestro entonces serán incapaces de improvisar una solución.

El sistema coordenado fijo. Con este obstáculo epistemológico nos referimos a que el alumno utiliza siempre el sistema coordenado que ha visto en clase o en su libro de texto o el que contiene la parte positiva hacia arriba o el que tiene el positivo a la derecha, etcétera. No concibe que se puedan “voltar “ los ejes, es más piensa que

eso conduciría a un error. Esto tiene que ver con el “camino único” pues es lo que observa en los problemas que se solucionan en clase.

Falta de correspondencia entre matemáticas y física. que implica que si bien un alumno puede comprender lo que significa cada término de una ecuación, por ejemplo la ecuación de movimiento, y por otro lado conoce el significado de posición inicial o velocidad inicial, no puede hacer la correspondencia entre uno y otro, no puede escribir la ecuación de movimiento correcta para un móvil, escribiendo los términos correspondientes para cada aspecto físico. En el anexo I mostramos parte de las entrevistas que nos han llevado a enunciar estos obstáculos epistemológicos.

Utilización de sistemas de referencia propios. Una vez que el alumno ha logrado establecer ecuaciones de movimiento para un móvil, se encuentra con problemas con dos móviles simultáneos, en los que la lógica del estudiante determina que no se puede utilizar el mismo sistema de referencia para los dos sino que cada uno requiere el suyo propio. Esto por supuesto lo lleva a dificultades insuperables ya que algo que no está enunciado explícitamente en los libros de texto ni en las resoluciones que un profesor utiliza en clase, es que si deseamos conocer puntos de intersección o cruce de móviles y parámetros relacionados entre ellos, cuando se plantean n ecuaciones que nos describen el movimiento de n móviles, se debe utilizar el mismo sistema de referencia para plantear las ecuaciones de movimiento. Esto es muy simple, pero usualmente es algo que no se enuncia explícitamente.

Imposibilidad de pasar de la horizontal a la vertical. Las funciones de la posición y velocidad en función del tiempo usualmente se deducen para la horizontal y hasta la variable que se utiliza para ello, x , está asociada al movimiento en la horizontal. Una vez que el alumno ha resuelto problemas de movimientos horizontales, se suele pasar al tiro vertical y caída libre, muchos alumnos muestran su sorpresa cuando las ecuaciones que se han deducido para las horizontales se aplican a un movimiento vertical, esto tiene su origen, ya lo sabemos hasta históricamente, en que el análisis del movimiento horizontal era diferente del vertical que de algún modo estaba asociado “a

los cielos” e incluso a una atracción hacia el “lugar natural” de los cuerpos. Por ello es que de algún modo se refleja la completa diferenciación entre el movimiento vertical y el horizontal, lo que trae aparejada una suerte de debilidad en la utilización de las ecuaciones, pues la única fuente de certeza es el profesor, quien indica que es un procedimiento correcto, pero el alumno no está convencido de tal certeza, es necesario pues el discutir y desacralizar la vertical como un sentido en que el movimiento pudiera tratarse de un modo diferente. En cierto modo este obstáculo recuerda la fascinación por el fuego que impedía estudiar claramente la combustión, nos recuerda también el obstáculo epistemológico entre los fisiólogos de asociar con el color rojo siempre con el oxígeno¹⁰⁶. Es necesario convencer al estudiante de que la aceleración que se incluye en las ecuaciones horizontales se puede intercambiar por una aceleración de la gravedad, pues el efecto es el mismo, más aún se puede decir que las ecuaciones cinemáticas horizontales ya incluyen la fricción y en cambio en el movimiento vertical despreciamos la fricción, esto último debe de pensarse bien, pues se corre el riesgo de confundir al alumno con aspectos dinámicos, que en esta discusión es innecesaria. Los libros de texto incluyen el movimiento vertical en el capítulo de cinemática, lo que es natural, lo que no es natural es que se les de un apartado especial, incluso en los problemas de final de capítulo, lo cual se relaciona con la clasificación que acostumbra hacer el novato en relación con el aprendiz.

Sin duda todos estos obstáculos epistemológicos que tiene el alumno se desvanecen conforme se torna en un más hábil resolvidor de problemas y avanza en su licenciatura. Pero mientras más les podemos ayudar a transitar por este camino, mejores alumnos serán. En este punto encontramos entre los colegas oposición, pues algunos de los que no han deseado apoyar esta metodología lo hacen porque, según ellos, el alumno necesita tropezarse para aprender a caminar. Bueno esto es tanto como pedir a los estudiantes que recorran todas las teorías correctas e incorrectas

¹⁰⁶ Gómez-Moliné M., Sanmartí P., N., El aporte de los obstáculos epistemológicos, *Educación Química* 13[1], enero 2002.

hasta llegar a la aceptada actualmente, es negar que el conocimiento es acumulativo, de acuerdo con que el aprendizaje es un acto íntimo, pero no por ello dejan de existir caminos más cortos para llegar a la meta. Para ello vamos a utilizar la metacognición que es una de las herramientas con que cuenta un alumno y la RP es un aspecto que se presta a su desarrollo en los alumnos, más aún, si guiar a los alumnos por el camino de la metacognición para eliminar los obstáculos epistemológicos fuese la única ganancia, estaría más que justificada la introducción de esta metodología en los cursos. Para terminar este capítulo m sobre los obstáculos epistemológicos es importante señalar dos cosas:

La noción de obstáculo epistemológico está en oposición a la epistemología kantiana en el sentido de que los OE son fruto en parte de la experiencia del sujeto y de su interpretación inmediata sin pasar por el análisis de una teoría que abarque toda una clase de fenómenos equivalentes.

El segundo aspecto es que estos OE no se refieren a razonamientos espontáneos o teorías alternativas de cómo funciona la naturaleza, sino que nos ayudan a descubrir la forma en que los alumnos enfrentan la solución de los problemas, no podemos contentarnos con la idea de “que los alumnos no tienen una metodología de solución de problemas” por supuesto que la tienen, aunque muy pobre y restrictiva, llena de limitaciones para resolver problemas que no sean elementales. Gracias a las entrevistas realizadas pudimos determinar que los alumnos tienen sus métodos y sus creencias para resolver problemas que van más allá de un conocimiento erróneo o falta de razonamiento, tienen dificultades en la metodología cuya fuente son los obstáculos más arriba descritos y de los que partimos para construir nuestra metodología, por ello no trabajamos sobre una epistemología funcionalista de RP, sino que representa un análisis de las causas más profundas, de las dificultades epistemológicas, para poder plantear una nueva actitud ante los problemas y comprender una nueva metodología para su resolución.

Para dar completas a la visión de OE, pensemos que existen por contrapartida, ciertos “metaconocimientos” sobre resolución de problemas que el estudiante acciona frente a las preguntas y problemas que se le plantean en la Universidad o en la plataforma a

distancia (no así en otros contextos) y se refieren a hechos tan obvios que no se repara en ellos usualmente, pero los enunciamos aquí:

- Un problema planteado por el profesor tiene solución.
- Un problema planteado en el estudio de la Unidad x tiene solución con las ecuaciones de esta misma Unidad.

Es con esta epistemología de RP que abordamos la construcción de la serie de ejercicios por esta metodología y por esta razón tienen una secuencia y construcción muy particular.

5

Diseño de la propuesta

5.1 Aspectos teóricos: Cognición

El planteamiento del marco teórico de resolución de problemas tiene dos vertientes, la parte cognitiva-epistemológica y la parte metodológica. Abordamos la parte cognitiva epistemológica basados en los trabajos de Di Sessa¹⁰⁷, para quien las ideas intuitivas son la base de la física intuitiva, La noción de “intuitivo” es fundamental en Disessa. Vamos a sintetizar algunas de las ideas de Dissesa siguiendo a Chi y Slotta¹⁰⁸:

- *La física intuitiva es simplemente nuestro conocimiento del mundo físico, incluyendo un sentido elemental de mecanismo.*
- *La física intuitiva es muy robusta.*
- *El conocimiento intuitivo es fenomenológico en el sentido de que se deriva de la experiencia personal.*
- *La utilización del conocimiento intuitivo está supeditado al contexto.*
- *El conocimiento intuitivo es primitivo en el sentido de que casi no requiere explicación y provee la base para razonamiento de alto nivel acerca de los procesos físicos.*
- *El conocimiento intuitivo no es una visión altamente organizada y coherente del mundo, a la que los principiantes refieren sus razonamientos espontáneos acerca de la estructura del mundo físico.*

¹⁰⁷ diSessa, A. A. Toward an Epistemology of Physics. *Cognition and Instruction*, Vol 10, No 2/3, (1993), pp 105-225.

¹⁰⁸ Chi M. T. H., Slotta J. D., The Ontological coherence of intuitive physics, *Cognition and Instruction*, 1993, 10(2&3), 249-260.

Estas ideas son la base del razonamiento de DiSessa sobre el razonamiento intuitivo, igualmente importante en su epistemología de la física es el hecho de que el conocimiento intuitivo, que es la base del razonamiento de un estudiante está organizado como un arreglo coherente de esquemas primitivos denominados p-prims. Los principios básicos de organización de estos p-prims es el grado de reconocimiento de un contexto, es decir de acuerdo a un contexto dado un p-prim puede o no activarse.

Las p-prims son estructuras de conocimiento mucho muy pequeñas con una configuración de pocos elementos que son llamados dependiendo del contexto. En algunos casos las p-prims son derivadas del comportamiento de los procesos, lo que les permite, un poco tautológicamente, explicar los fenómenos físicos, es decir “explican” porque “las cosas así suceden” , es en este sentido que las p-prims juegan el papel de “Leyes físicas” y pueden explicar varios fenómenos, pero ellas, a su vez, no pueden ser explicadas con este sistema de conocimientos.

Así que según DiSessa la física intuitiva consiste en un gran número de fragmentos y no unas cuantas estructuras que pudieran llamarse teorías. Estos fragmentos son los que diSessa denomina primitivas fenomenológicas o p-prims que están basadas en la experiencia y para llegar a un cambio conceptual en una persona, se requiere más que tratar con una *misconception*, sino con aspectos más globales. En los estudios sobre la resolución de problemas en los exámenes hemos observado que en el inicio de los estudios de ingeniería, la resolución es prácticamente de “todo o nada” pues tratan de encontrar la “fórmula” que les resuelva el problema, por tal razón los alumnos de primer ingreso rara vez tratan de relacionar varios conocimientos. Lo que vamos a intentar es incidir en los pequeños fragmentos para que estos se activen en una situación dada de forma correcta. Un esquema según Rumelhart¹⁰⁹ es un conjunto coherente de conocimiento que se activa en contextos similares o situaciones parecidas. Un esquema contiene hechos reglas, p-prims y otras respuestas espontáneas utilizadas para responder a ciertas tareas. Por esta razón debemos estar atentos a que es lo que buscamos con una metodología paso a paso, que pudiera parecer contradictoria en un

¹⁰⁹ citado por Sabella, ver nota

momento dado, pero que en realidad es una metodología que va estableciendo un sustrato donde pueda el alumno basarse para construir patrones de asociación, pues si no tiene nada que asociar ¿Cómo va a construir un patrón de razonamiento? Nuestra metodología pretende sentar las bases para que alumno cuente con esquemas de razonamiento para abordar problemas y mejorar su capacidad de resolución de los mismos.

Durante las sesiones presenciales nos ocupamos de confrontar los obstáculos epistemológicos (diferentes a las p-prims), pues no se refieren al proceso físico sino a una dificultad previa de abordaje que tiene que ver con la forma en que se enfrenta un problema, por ejemplo, la constancia para perseverar en la búsqueda de la solución de un problema no está relacionada con los conocimientos o p-prims o razonamientos espontáneos, sino con un elemento de personalidad del estudiante, que por supuesto hay que trabajar, de la misma manera existen obstáculos epistemológicos, que como enunciamos en el capítulo precedente, van más allá de la parte cognitiva.

5.2 Selección de la metodología de RP

Ya en la parte de selección de metodologías de RP, nos basamos en una propuesta, que sin seguirla formalmente, si contienen la base de la metodología que diseñamos en este trabajo. Partimos del estudio de diversos autores^{110 111 112 113 114} y utilizamos un modelo¹¹⁵ que propone que el proceso de RP se puede dividir en etapas en donde la “salida” de una etapa es la “entrada” de la siguiente etapa. Este modelo se adapta particularmente bien a los diversos aspectos que hemos enunciado anteriormente: Obstáculos epistemológicos, alumnos de bajo rendimiento, apoyo con una plataforma de estudio a distancia y una base cognitiva basada en los esquemas y las p-prims.

¹¹⁰ Simon, D.P., Simon, H. A., “Problem solving and education”, en D. T. Tuma y F. Reif (comps.), *Problem solving and education, Issues in teaching*, Hillsdale, N. J., Erlbaum, 1980

¹¹¹ Polya, G., *Como plantear y resolver problemas*. Trillas, México, 1970.

¹¹² Ausubel, D., Novak, D., J., Hanesian, H., *Psicología Educativa*, Trillas, México, 1983, p 538.

¹¹³ Ferguson, M. El conocimiento estructurado en la resolución de problemas, *IX Taller Int. de enseñanza de la física*, Puebla, Pue. México, mayo de 2001

¹¹⁴ Reif, F., *Problem solving*, La Londe les Maures, Atelier d' été international didactique de la physique, 1983

¹¹⁵ Mathieu, J., Caillot, M. "L'Enseignement de la résolution de problèmes" , *Annales de didactique des sciences*. V 1, 1, 26-35.

Existen tres razones básicas para que hayamos seleccionado este modelo de RP para avanzar en el diseño de una metodología:

En primer lugar este tipo de abordaje en etapas nos permite distinguir claramente los conceptos que el alumno debe tener claro para avanzar en la resolución de un problema.

En segundo lugar una enseñanza basada en *pasos* permite que se domine cada una de las habilidades requerida por los estudiantes lo que permite al alumno avanzar con la seguridad de que cada paso que da es correcto.

Lo anterior está ligado fuertemente con el hecho de que esta manera de avanzar es radicalmente diferente de la tradicional; los alumnos del grupo control resuelven un problema en todos sus aspectos y pasan a un problema un poco más complicado lo que no les permite tener dominio en ningún aspecto de los problemas que van resolviendo. Tardan más tiempo del que se dispone para dominar la metodología y terminan por reprobado o pasar con una baja calificación.

Esta nueva metodología está especialmente diseñada para cuando los alumnos no dominan los temas a profundidad y no tienen metodologías de solución de problemas, como es el caso de los alumnos de bajo rendimiento que ingresan a las ingenierías en la UAM-A.

Por estas razones seleccionamos el modelo de RP *paso a paso*, este lo enunciamos en la sección 2.8 y ahora lo retomamos para iniciar el diseño de la metodología que describimos a grandes rasgos enseguida.

5.3 Elaboración de la metodología

Con el fin de elaborar la metodología de RP para cinemática realizamos las siguientes actividades:

- Se circunscribe el área de estudio de la física.
- Se contrastan los planes de estudio y los conocimientos estandar necesarios para resolver problemas del tema.

- Se inician entrevistas con estudiantes y docentes para delimitar los conocimientos necesarios para la RP.
- Se establecen las bases de conocimiento declarativa, procedural y esquemática.
- Con base en entrevistas y exámenes se analiza la resolución de problemas para enunciar las etapas de RP que utiliza un estudiante.
- Se clasifican los conocimientos necesarios para cada etapa.
- A partir de la clasificación y listado de conocimientos se elaboran los problemas para cada “paso” de RP.
- Se prueban los problemas en la plataforma a distancia.

Esto es a grandes rasgos, el análisis detallado se realiza con las transcripciones de las partes relevantes de las entrevistas clínicas y con los exámenes de otros trimestres. Después separamos los conocimientos de acuerdo con el tipo de base a que pertenecen.

Así, una vez que hemos delimitado el tipo de conocimientos que se requiere para el curso de “Introducción a la Física”, pasamos a contrastarlo con el contenido de libros de texto para observar la congruencia y

En primer lugar enunciamos la base de conocimientos necesaria para la RP de cinemática de una partícula. Este análisis se realizó consultando colegas (ANEXO I) sobre los conceptos que se deben revisar para la comprensión de la parte de cinemática.

Esta encuesta se completo con un análisis sobre la forma en que los alumnos solucionan sus problemas y la forma en que se solucionan en los libros de texto. Se trató de eliminar las soluciones muy creativas, para dar prioridad a las soluciones estándares, fue así como construimos la lista siguiente para el conocimiento declarativo:

- a) Definición de rapidez de cambio
- b) Definición de posición, desplazamiento y distancia
- c) Definición de rapidez
- d) La definición de velocidad

- e) Diferencia entre “Partícula” y “Cuerpo”
- f) Representación pictórica de problemas en 1-D
- g) Representación física de problemas en 1-D
- h) Sistema de referencia y signos de las variables en 1-D
- i) Funciones de tiempo y posición

A continuación enunciamos la base de conocimientos procedurales que se requiere para desarrollar la cinemática de la partícula, es decir aquellas reglas y procedimientos que debe conocer un alumno para resolver un problema de “fin de capítulo” de cinemática en 1-D, utilizamos un análisis de aquellos elementos que el alumno utiliza durante la resolución de un problema, observando sus exámenes y tratando de separar los procedimientos que escribían, también analizamos lo que los libros de texto hacen al resolver un problema así como lo que recomiendan para resolver problemas:

Dibujar pictográficamente un problema

Dibujar el diagrama físico aproximado de un problema

Calcular posiciones, desplazamientos y distancias

Calcular rapidez y velocidad

Plantear ecuaciones de movimiento con velocidad constante

Calcular aceleración

Plantear ecuaciones de movimiento con aceleración constante

Resolver ecuaciones de una incógnita, lineales y cuadráticas

Resolver problemas de dos incógnitas

Los conocimientos esquemáticos son aquellos que permiten unir el conocimiento declarativo con el procedural y han sido introducidos para el análisis de la resolución de problemas de matemáticas por Sandra Marshall¹¹⁶. De acuerdo con esta idea fue que se analizaron las soluciones de los alumnos y los libros de texto y llegamos a la

¹¹⁶ Marshall S. P. Assesing Problem Solving: A short term remedy and long term solution in The teaching and assesing R. I. Charles and E. A. Silver (eds) (L. Erlbaum Associates and the national Council of Teachers of Mathematics, VA, 1988) Citado por Sabella,

conclusión de que el conocimiento que “dispara” la unión del declarativo con el procedural es el siguiente:

Establecer correspondencia entre enunciado verbal con un dibujo de la situación física.

Establecer un sistema de referencia para la descripción adecuada del problema.

Establecer correspondencia uno a uno entre variables de una ecuación y aspectos físicos del problema.

Establecer correspondencia entre una ecuación de movimiento y una situación cinemática dada.

Establecer el isomorfismo entre el manejo matemático de una ecuación y el “manejo” físico de los elementos del problema.

Lo siguiente a enunciar son las etapas para la resolución de un problema de cinemática, esta parte se realizó con base en entrevistas con los alumnos en las asesorías individuales, también se tomó en cuenta opiniones de colegas y libros de texto que utilizamos; los exámenes resueltos de los alumnos resultaron de gran interés para afinar esta parte porque mostraban aunque de modo parcial, la forma de resolver problemas de los alumnos. Siguiendo las ideas de Mathieu y Caillot, encontramos que las etapas o “pasos” para resolver problemas de cinemática, en general, son las siguientes:

etapa	“entrada”	“salida”
Representación interna	Enunciados verbales y esquemas	Representación “interna” del problema
Representación esquemática	Representación “interna” del problema	Representación pictórica del problema con SR e IV
Plantear ecuaciones	Representación pictórica del problema con sistema de referencia e IV	Establecimiento de ecuaciones en 1-D o vectoriales
Resolución de ecuaciones	Planteamiento de ecuaciones	Resolución de ecuaciones (obtención de valores)
Verificación	Resolución de ecuaciones	Sustitución de valores para verificar la solución

Tabla 1 Etapas para la RP de problemas de cinemática

A continuación nos dedicamos a analizar la forma en que están unidos los conocimientos declarativos con los procedurales a través de los denominados conocimientos esquemáticos.

Etapa del problema	Conocimiento declarativo necesario	Conocimiento procedural necesario	Conocimiento esquemático necesario
Representación "interna" del problema	Definiciones de términos cinemáticos		Síntesis y reinterpretación de enunciados verbales
Representación esquemática del problema)	Definición de condiciones iniciales	trazado de ejes y direcciones positivas	Establecimiento de un marco de referencia y de correspondencia entre condiciones físicas y variables
Establecimiento de ecuaciones en 1-D o vectoriales	Posición y velocidad inicial, parámetro principal	Determinar una función de t o x	Establecimiento de correspondencia entre ecuación y situación cinemática
Resolución de ecuaciones (obtención de valores)	Reconocimiento de ecuaciones lineales y cuadráticas	Resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas	Conocimiento del "isomorfismo" entre manejo matemático y manejo físico
Sustitución de valores para verificar la solución		Aplicación de condiciones iniciales y análisis de la solución	

Tabla 2 Relación de los tipos de conocimiento utilizados en la RP

La metodología de trabajo para producir los problemas, se resume de la siguiente manera: se identifican los antecedentes necesarios para resolver problemas-tipo, así como las subhabilidades requeridas para comprender y resolver los problemas que se le plantearán al alumno. Con esta base se diseñan los problemas, enfocados para dominar las subhabilidades paso a paso, al final se presentan problemas que integran estas subhabilidades..

El lenguaje es coloquial en la introducción y se torna cada vez más técnico y los enunciados poco a poco se estructuran hasta ser los de un típico libro de texto o examen, se procede igual con los dibujos.

La cantidad de ejercicios es suficiente para cubrirse utilizando las cuatro semanas que se dedican a cinemática y al alumno se le plantea la posibilidad de avanzar a su propio ritmo dentro de ciertos límites, pues los cuestionarios que se presentan tienen intervalo de permanencia. Los problemas fueron diseñados especialmente para esta metodología, están contruidos con un grado de dificultad creciente hasta llegar a problemas análogos a los que se presentan en los exámenes parciales, estos problemas se pueden leer en el Anexo III.

El fin que perseguimos es que no avance hasta que no realice una metacognición de lo que está haciendo. Una vez que se han preparado los problemas de cada etapa se pasa a agruparlos en cuestionarios, en nuestro caso elaboramos la siguiente relación.

Con este análisis podemos construir los problemas para aplicar la metodología adecuadamente. Enseguida mostramos la asignación de los cuestionarios a cada una de las etapas:

Etapa	Entrada	“Salida”	Cuestionario
Representación interna	Enunciados verbales y esquemas	Representación “interna” del problema	Primer metacuestionario sobre RP en general
Representación esquemática	Representación “interna” del problema	Representación pictórica del problema con SR e IV	Problemas de distancia, posición y desplazamiento Problemas gráficos.Cuestionarios sobre velocidad y rapidez . Cuestionarios sobre gráficas de x-t. . Cuestionarios sobre gráficas v-t Presenciales
Plantear ecuaciones	Representación pictórica del problema con sistema de referencia e identific. de variables	Establecimiento de ecuaciones en 1-D o vectoriales	Construcción de ecuaciones, interpretación de variables. Construcción de ecuaciones en TV y caída libre Presencial
Resolución de ecuaciones	Planteamiento de ecuaciones	Resolución de ecuaciones (obtención de valores)	Problemas directos integrados. problemas indirectos integrados Pres 1,2
Verificación	Resolución de ecuaciones	Sustitución de valores para verificar la solución	Presenciales 1,2

Tabla 3 Cuestionarios que resuelve el alumno en Presencial y en línea.

Más adelante enunciamos el cronograma en que se muestra como aplicar estos cuestionarios a los alumnos.

5.4 Enseñanza combinada

Para comprender esta parte es necesario conocer el significado de de la enseñanza combinada o b-learning. Podría parecer que esto tienen su inicio en el e-learning pero no es así, la enseñanza combinada se refiere a la utilización de formas no presenciales de enseñanza, por ejemplo un profesor que ha decidido impartir clase y entregar “semiapuntes” o cuadernos de trabajo para casa está haciendo enseñanza combinada, lo que ocurre es que a partir de las nuevas tecnologías de información y comunicación (NTICs) se ha hecho uso de internet para la parte no presencial de la enseñanza. Es así que la enseñanza combinada (EC) utiliza lo mejor de los dos mundos, tanto de la enseñanza presencial como de la enseñanza a distancia. La EC que utilizamos en la UAM-Azcapotzalco tiene sus orígenes en el método Keller o Sistema de Aprendizaje Individualizado (SAI), que ha permitido en primer lugar ser una alternativa para estilos de aprendizaje diferente¹¹⁷, para alumnos más independientes, más constantes e incluso con problemas de horario. El SAI está definido como un sistema semipresencial, de esfuerzo individual, donde el profesor no es la fuente principal de información y tiene como principal papel guiar y resolver las dudas de los alumnos, no enseñar lo que tienen que aprender, en términos actuales definimos que SAI es un sistema de EC. Recientemente se ha puesto de moda otra vez, el sistema Keller con asistencia de la enseñanza a distancia, lo que lo convierte en un sistema combinado de muy buen desempeño.

El primer punto a discutir en la EC es si los contenidos de cinemática son susceptibles de ser aprendidos por los alumnos, afortunadamente esta pregunta se ha contestado desde hace 35 años, pues son los que tienen el SAI en la UAM-A funcionando, y ya sea en una materia o en otra el contenido de cinemática siempre ha formado parte de lo que los alumnos aprenden en este sistema. Ahora bien la parte semipresencial ha variado a través del tiempo ya que al inicio del sistema en 1975,la se utilizaban apuntes mecanografiados como apoyo para el aprendizaje, más adelante se imprimieron guías elaboradas por los profesores del SAI, después en la avalancha de libros de texto se pasó a utilizar los libros de texto como soporte para la enseñanza, actualmente se ha

¹¹⁷ Marroquín, Grabisky, Bastián, González

optado por apuntes y libros de textos colocados en servidores para acceso libre del alumno, pero no sólo esto pues cada vez más se recurre a tareas, cuestionarios, preguntas, enlaces, videos, presentaciones, etcétera, puestos a disposición en una plataforma de enseñanza a distancia, en especial en la plataforma denominada *moodle*. Es esta plataforma en que vamos a trabajar la parte combinada de esta metodología, los ejercicios y la metodología paso a paso van a tener su parte operativa en moodle, para lo cual utilizamos cuestionarios estandarizados en scorm que son fácilmente transportables a otras plataformas e incluso se pueden enviar por correo, de este modo son palpables varias ventajas de la enseñanza combinada:

- El material es independiente del tiempo y del espacio.
- El material se puede adaptar a cada estudiante.
- El material es reutilizable.
- El alumno avanza a su propio paso.
- El material se utiliza por una gran cantidad de alumnos.

Los elementos que debemos cuidar son los siguientes, pues se pueden convertir en desventajas muy difíciles de superar

Seamos cuidadosos y no pensemos que esta tecnología que utiliza internet es pedagógicamente neutra, por el contrario apunta hacia un desarrollo de ciertas habilidades e incluso más que desarrollo, diríamos reforzamiento ya que la habilidad de utilizar internet y la www es casi inherente a nuestros alumnos que tienen miles de horas frente a la pantalla de la computadora. Es así que conscientemente utilizamos *moodle* para presentar el contenido de la metodología y para trabajar en línea, es claro que esta metodología no es, ni con mucho, la más utilizada en la UAM y por ello es conveniente que nuestros alumnos tengan al menos un contacto en una materia con una tecnología nueva.

Es decir que nuestros alumnos tienen posibilidades de inscribirse en el sistema SAI o en el tradicional, en el SAI por defecto se utiliza una enseñanza combinada, en cambio en la enseñanza tradicional no se le utiliza más que superficialmente.

Lo que propongo en este trabajo es que en la enseñanza tradicional se implemente una metodología en línea que permita que los alumnos accedan a una serie de actividades que los haga, por un lado reflexionar sobre los obstáculos que tienen para resolver problemas, en este caso de cinemática, y después hacer una metacognición para aclarar y hacer explícita la dificultad que se tenía, y por otro lado de ejercitar esos conocimientos. Los ejercicios no son de “ocurrencia” que en un momento dado un profesor pensó que estaba bien incluirlos en los de fin de capítulo, sino que cada uno de ellos tiene una razón de ser y apunta hacia la superación de una problemática específica del alumno. Sin duda cada vez más nos acercamos a determinar cuáles son los tipos de ejercicios que requiere hacer un alumno para alcanzar la comprensión de un tema. Es decir estoy proponiendo una tercera vía de estudios en la Universidad que es la opción de “Enseñanza Combinada” a través de la plataforma moodle, en que el e-learning tienen un papel muy claro en la resolución de problemas.

Resumiendo lo dicho hasta ahora tenemos que los ejercicios que se diseñen para los estudiantes deben tener varias características:

Utilizar una plataforma de fácil acceso.

Estar acotados por el tiempo.

Enunciados cortos.

Ejercicios no de “fin de capítulo” sino de aquellos que refuercen las etapas de solución.

Grupos de ejercicios automotivantes, o sea de fácil lectura, cortos y que abarquen pocos aspectos problemáticos al principio y que poco a poco lleguen al nivel de dificultad que se requiere.

5.5 Descripción del entorno experimental

El diseño experimental fue diseñado de acuerdo a las características particulares en que se desarrolla la materia de *Introducción a la Física* (la materia se denomina UEA en la UAM) que fue en la que realizamos la investigación sobre esta metodología.

Esta investigación experimental se lleva a cabo en la Universidad Autónoma Metropolitana campus Azcapotzalco (UAM-A), localizada al norte de la Cd. de México, específicamente en la División de Ciencias Básicas e Ingeniería (CBI). En esta División se imparten diez licenciaturas de Ingeniería, los primeros trimestres, todos los alumnos cursan el denominado Tronco General de Asignaturas¹¹⁸, la UEA de Introducción a la Física forma parte de un plan remedial denominado Programa de Nivelación Académica (PNA), antes de iniciar clases los alumnos de primer ingreso realizan un examen para aprobar esta UEA, de acuerdo con los resultados si aprueban se inscriben en el siguiente curso denominado *Física I* si reprueban se inscriben en *Introducción a la Física*. Como vemos los alumnos que se inscriben son de bajo rendimiento en el sentido de que no dominan los contenidos elementales de física. Los profesores de estos cursos son físicos. Igualmente los profesores de las otras materias son profesionales de química o matemáticas. En el anexo 2 se muestra el programa de esta UEA

- La División de CBI de la UAM-Azcapotzalco imparte diez licenciaturas en ingeniería, cuyos primeros trimestres se cursa el PNA y el Tronco General. Más adelante cursan el Tronco Profesional y Área de Concentración.
- *Introducción a la Física*, UEA en que se llevó a cabo la presente investigación es una UEA del llamado Programa de Nivelación Académica que cursan solamente los alumnos de primer ingreso que no aprueban los exámenes de conocimientos elementales. La UEA es común a todas las licenciaturas.
- Es una UEA que no requiere antecedentes salvo los de álgebra elemental, que el docente repasa en los cursos.
- Para esta UEA se tiene un programa sintético poco desarrollado que no detalla el tipo de contenidos por Unidad, el nivel matemático y tipo de contenidos lo

¹¹⁸ La información se encuentra disponible en línea

establece el “examen global” del que los profesores conocen de antemano una versión. Diseñada por una Comisión de esta UEA.

- La mayoría de los profesores son de tiempo completo o medio tiempo y tienen entre sus obligaciones impartir materias que ofrece el Departamento de Ciencias Básicas al que pertenece la materia de la que nos ocupamos.
- Los exámenes de todas las UEAs de Física siempre constan de problemas.
- La libertad de que goza el profesor para su cátedra es amplia y está obligado sólo a reportar las calificaciones finales, por lo que en las parciales puede adoptar el sistema que el desee para calificar, ya sea con tareas y exámenes o exposiciones, el examen global es obligatorio para todos los alumnos y se utilizan letras, NA, S, B, MB para calificar el desempeño.
- La comisión que tiene a su cargo esta UEA es la única instancia que supervisa la impartición de la UEA y el docente solamente es evaluado por los alumnos en la séptima semana.
- La deserción en esta UEA es muy baja, al contrario de lo que ocurre en el resto de las materias, lo que se debe a que son alumnos de primer ingreso que usualmente no se dan de baja.

No fue fácil que otros profesores aceptaran, para los fines de esta investigación, que sus resultados fuesen contrastados con los del grupo piloto, y aún así hubo diferencias en cuanto al modo de calificar.

5.6 Alumnos de bajo rendimiento

Nuestra población objetivo son los jóvenes que ingresan a estudiar ingeniería a la UAM-Azcapotzalco en CBI, alrededor de 900 en cada trimestre primavera y 600 en otoño, los

grupos en los que se llevó a cabo esta experimentación y se aplicó la metodología se conforman con alumnos que reprobaron el examen de conocimientos elementales de física y por tanto van a llevar la UEA de “Introducción a la Física” los grupos los conforma Sistemas Escolares de acuerdo con un programa de cómputo que reparte a los alumnos en grupos de 40 tomando en cuenta apellido, carrera y género. Si bien no es un método aleatorio, en principio no se privilegia a ningún tipo de alumno. En los trimestres en los que se ha aplicado la metodología hemos tenido grupos control del mismo tipo que los experimentales y en principio sólo difiere del experimental en que no se le aplicará la metodología.

Finalmente especificamos que los sujetos que intervinieron en este diseño experimental fueron los alumnos de la generación 09-O, 10-I y 10-O de las 10 licenciaturas de ingeniería de la UAM-A, entre los 18 y 28 años de edad, todos ellos con dedicación de tiempo completo a la universidad, solamente 3 reportaron trabajar ayudando en la empresa familiar. No se tuvo acceso a las calificaciones de los exámenes de ingreso a la universidad, pero el examen de habilidades numéricas sustituyó esta información, como veremos más adelante los alumnos de ambos grupos, tienen desempeños comparables en este test. Es muy importante caracterizar este grupo de estudiantes con algunos parámetros, pues son diferentes a los que recibíamos anteriormente, incluso esta es la razón de que se haya creado el Programa de Nivelación Académica que se dirige, precisamente, a los alumnos que tienen los conocimientos que se requieren para iniciar sus estudios de física básica y que hace 15 o 20 años, los alumnos los iniciaban sin mayor problema, o al menos eso pensábamos los docentes hacia la década de los 80's e inicios de los 90's, estos alumnos presentan ciertas características con los que iniciamos una definición de alumnos de bajo rendimiento (que inician una licenciatura de ingeniería), de modo general enunciaremos las deficiencias más sobresalientes:

- Dificultad para comprender textos simples.
- Incapacidad de resolver operaciones aritméticas con decimales.
- Tienen problemas con álgebra elemental.
- Dependencia de la calculadora para realizar operaciones aritméticas.

- Desconocen las fórmulas para calcular volúmenes simples: esfera, cilindro, cubo.
- No pueden extrapolar conceptos simples como volumen de cilindro, de volumen de tubería.
- No está clara la función de las unidades, ni las unidades mismas.
- No manejan los exponentes.
- Confunden conceptos simples de geometría: radio, diámetro, diagonal, vertice...
- Tienen fallas de conceptos simples de cultura general, duración en segundos de un día o los segundos en una hora...

A su vez tienen ventajas cognitivas sobre alumnos de años anteriores:

- Miles de horas de navegación por internet.
- Facilidad de adaptarse a nuevas tecnologías.
- Facilidad para utilizar plataformas a distancia.
- Gran capacidad de búsqueda de información.

Estas características nos delinear a un nuevo tipo de alumno que recibimos en la Universidad y al que hay que adaptar la enseñanza, pues tienen sus propios ritmos de aprendizaje que debemos utilizar a favor del proceso de enseñanza-aprendizaje.

El término “bajo rendimiento” intenta destacar el hecho de que no poseen los conocimientos elementales de física, aunque no toma en cuenta sus ventajas cognitivas y los colocamos, sin más, en una categoría un tanto por “abajo” del estudiante promedio, lo que significa que en muchas ocasiones el alumno que realmente está interesado en cubrir sus deficiencias piensa que el curso es muy lento, sin embargo otras opiniones de los alumnos nos indican que no se le dio “tiempo suficiente” a muchos conceptos.

De esta forma, además de ser una metodología que se aplica principalmente a estudiantes de bajo rendimiento, también se puede utilizar con estudiantes que no tengan ningún atraso en sus estudios, lo que repercutirá en una mayor rapidez de comprensión y dominio del manejo de los problemas.

6

APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

6.1 Tipo de investigación.

Esta es una investigación experimental en el que tenemos dos grupos de control con diferentes docentes y dos grupos experimentales, en los grupos de control se aplica la metodología tradicional de enseñanza en conferencia y después resolución guiada de problemas tipo taller, en el que los alumnos ejercitan sus conocimientos a través de la resolución de numerosos problemas ya sea en forma colaborativa o individual. En los grupos experimentales se aplica la metodología de RP paso a paso con el apoyo de una plataforma a distancia. Es decir en los grupos se tiene una variable independiente, que es la presencia o ausencia de una metodología de resolución de problemas, y se investigan los efectos que tiene sobre una variable dependiente, que es el desempeño (fundamentalmente calificación) de los alumnos en sus exámenes, es decir si existen diferencias estadísticamente significativas en el desempeño de un grupo de alumnos que la utilizan contra otro grupo de alumnos que no la utilizan.

El tipo de investigación que se llevará a cabo es un experimento, debido a que la muestra se conforma de modo aleatorio siguiendo una metodología en sistemas escolares que consiste en clasificar a los alumnos por apellido y después se conforman los grupos distribuyendo a los alumnos de tal modo que el alumno $n+1$ pertenece al primer grupo, el alumno $n+2$ al segundo, etcétera de este modo todos los grupos tienen apellidos desde la letra "A" hasta la "Z" y como las calificaciones no dependen del

apellido los grupos se forman aleatoriamente. En esta investigación se llevaron a cabo dos experimentos para afinar las variables, e el primero no se controló la habilidad numérica ni los conocimientos previos de cinemática, en el segundo y tercer experimento si se llevaron a cabo estos controles de habilidad numérica con el cuestionario RP-30 y el control de conocimientos previos de mecánica a través de dos preguntas del FCI y otras cuatro del Mechanics Baseline Test. Se realizará un pretest y un postest sobre habilidades numéricas¹¹⁹ para tener un parámetro de control en el momento de partida y poder evaluar la dependencia de parámetros como género, edad, turno, trimestre de ingreso, etcétera.

2 grupos de trabajo	Pretest	Tratamiento	Postest
Un Grupo experimental	se le aplica pretest en Habilidades de RP. Pretest de cinemática.	se trabaja con metodología de RP paso a paso	resultados de exámenes departamentales Resultados postest en cinemática.
Un Grupo de control	se le aplica pretest en Habilidades de RP	trabaja sin la metodología	resultados de exámenes departamentales Resultados postest en cinemática.

Tabla 4 tratamiento experimental al grupo de control y experimental

Dentro de los cánones de la investigación educativa esta investigación se cataloga como cognitiva, más específicamente, de acuerdo a Clark y Sugrue¹²⁰, el tipo de investigación que emprendemos aquí es de las denominadas de corte cognitivo, que analiza el proceso cognitivo y el rendimiento, hacemos una comparación de rendimientos entre el grupo piloto y el grupo control, por lo que también se puede

¹¹⁹ seisdodos, N., (2002). RP30 Resolución de problemas, TEA, Publicaciones de psicología aplicada, Madrid. Test enfocado a las habilidades de resolución de problemas, estandarizado y validado.

¹²⁰ Clark, R. y Sugrue, B. (1988) Research on instructional media, en Ely, D. P. y otros (Eds.) *Educational and technology yearbook: 1988*. Vol. 14, Nueva York. Englewood.

denominar una *investigación comparativa* y de acuerdo con Hernández Sampieri¹²¹ se trata de una investigación experimental. Resumiendo esta investigación es de corte cognitivo con una comparación experimental de rendimiento entre dos grupos.

Usualmente se tienen cuatro semanas para presentar el material correspondiente a cinemática y salvo el orden, todos los docentes revisan el mismo material, después vamos a comparar estadísticamente los resultados obtenidos por los estudiantes de los grupos control. Nuestro objetivo consiste en verificar si existe evidencia significativa de una mejoría en las calificaciones globalmente hablando. Los exámenes tienen los mismos grados de dificultad y los problemas fueron discutidos con los docentes de los grupos de control por lo que podemos decir que los estudiantes se enfrentaron a exámenes de un grado de dificultad equivalente.

La hipótesis de la investigación es que la presencia de esta metodología es la causa de un aumento en el índice de aprobación del grupo que la recibe. Esto ha quedado concretizado en la hipótesis de investigación que nos dice: **Los alumnos de bajo rendimiento pueden construir una metodología de RP mediante la metodología *paso a paso* y cuando lo hacen, su desempeño en los exámenes mejora significativamente.**

Esta es la hipótesis principal que conlleva la hipótesis de que es posible adquirir una metodología de RP y que una vez adquirida la metodología se puede extrapolar a otros problemas semejantes.

Dos objetivos más del presente trabajo consisten en diseñar la secuencia didáctica de problemas para cinemática en enseñanza combinada y el seguimiento del desempeño de los alumnos en esta modalidad.

¹²¹ Hernández Sampieri R., Fernández C., C., Baptista L., P., *Metodología de la investigación*. McGraw Hill, México, 4ª ed. 2000.

6.2 Variables e Instrumentos

Para la caracterización de los alumnos requerimos conocer varios aspectos, como son sus habilidades para resolver problemas, que no por ser alumnos de bajo rendimiento podemos caracterizar como “sin metodología” simplemente porque perdemos varias de las características esenciales que nos permitirán elaborar la secuencia de problemas y el nivel de cada uno de ellos.

6.2.1 Habilidades de resolución de problemas

Para la caracterización utilizaremos una modificación de la clasificación propuesta por Martínez y Araujo¹²² para distinguir el nivel de resolución en que se encuentran los alumnos y de ahí llevarlos a aprender de sus errores¹²³, enseguida mostramos los niveles modificados y su descripción:

0) No reconoce el marco teórico de referencia donde se sitúa el problema. No comprende el enunciado.

1) Comprende el enunciado, pero no acota la situación para modelarla y no establece un marco de referencia, ni identifica las variables del sistema.

2) Explica el marco teórico donde se sitúa el problema. No identifica correctamente todas las variables en la evolución del problema y por lo tanto no establece correctamente las ecuaciones que describen a los móviles.

¹²² Martínez J.R., Araujo A. C., et alli (2006) Análisis del grado de conocimiento declarativo y procedural de estudiantes en cursos de física universitaria, Rev. Mex. Fís. E 52 (2) 142–150

¹²³ Giordan A, 1985. Interés didáctico de los errores de los alumnos. *Enseñanza de las Ciencias*, 3 (1), 11-17.

3) Explica el marco teórico del problema e identifica correctamente las variables principales en la evolución del problema. Además, establece relaciones correctas entre las variables y las justifica, pero no resuelve correctamente las ecuaciones.

4) Explica el marco teórico donde se sitúa la situación problemática e identifica correctamente las variables principales en la evolución del problema. Además, establece relaciones correctas entre las variables y las justifica resolviendo correctamente las ecuaciones de movimiento para los móviles involucrados.

DE acuerdo con esta clasificación es que establecemos el nivel de la habilidad de RP de los alumnos del grupo experimental.

6.2.2 Plataforma a distancia Moodle.

Moodle es un acrónimo de Plataforma de aprendizaje orientada dinámicamente por módulos ("*Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*".) Es lo que se conoce como un LMS o learning management system (sitema administrador del aprendizaje) diseñado por Martin Dougiamas, orientado a la enseñanza a distancia y distribuido gratuitamente bajo licencia Open Source. Básicamente es una aplicación diseñada para apoyar a los docentes en la creación de cursos en línea sumamente amigables. Permite la publicación y administración de cursos con un enfoque colaborativo y constructivista, si así se desea. El diseño modular ha permitido una gran aceptación por parte de los profesores.

Los estudiantes se registran autónomamente o se les puede registrar, maneja cuatro perfiles

Administrador

Creador

Profesor

Estudiante

Desde 2005 la División de CBI-A cuenta con una plataforma moodle para apoyar a los docentes en la creación de sus cursos ya sea e-learning o bien enseñanza combinada. Los servidores con que contamos para la instalación, administración y modificación de cursos abiertos son muy poderosos y dan un excelente servicio para los alumnos que ingresan, unos 1600 al trimestre.

Este software permite calificar automáticamente, llevar un censo de los alumnos que ingresan, lo que realizan, el tiempo que tardan en contestar un cuestionario, qué pregunta contestaron bien o mal, etc.

Las calificaciones se descargan en un archivo openoffice, ya sea hoja de cálculo o procesador de palabra.

el curso del cual se habla en este trabajo esta en la dirección:

<http://cbienlinea.azc.uam.mx/moodle/login/index.php>

y un curso ejemplo estará abierto de jun 2010 hasta dic 2010 para poder conocer y resolver problemas de acuerdo a esta metodología.

6.2.3 Test de habilidades numéricas RP-30

Este test investiga la capacidad intelectual mediante la cual se capta una o varias relaciones lógicas que propone un problema para determinar si una estructura simple que acompaña al problema cumple o no las relaciones lógicas propuestas. Está muy relacionada con los aspectos no verbales de la inteligencia, y una buena dotación en ella parece ser un componente importante en muchas actividades (escolares o profesionales).

Contiene 30 problemas con tres grados de dificultad, cada uno de los cuales contiene cinco estructuras más o menos complejas en las que hay que decidir si se cumplen las condiciones del problema. Exigen bastante concentración y se penalizan los errores. La prueba ha resultado muy discriminativa de diferentes niveles profesiones a una muestra general con varios miles de casos¹²⁴.

¹²⁴ seisdados, ibidem

Aplicación: Individual y colectiva.
Tiempo: 17 minutos.
Edad: Adolescentes y adultos.

Esta prueba la aplicamos para determinar si las habilidades para resolver problemas numéricos están distribuidas aleatoriamente entre los alumnos de los grupos experimentales y de control.

6.2.4 Exámenes homogéneos

En este curso no están implementados los exámenes departamentales por lo que la homogeneización es importante para la comparación entre grupos pilotos y experimentales. Afortunadamente en este caso los docentes de los grupos control son colegas dispuestos a colaborar y las preguntas que se les aplicaron a los alumnos fueron discutidas previamente con los docentes para tener un control, sobre el nivel matemático y físico del examen. Pero incluso si este no hubiera sido el caso, los resultados mostrados por los alumnos durante varios trimestres, desde el 08-O, es decir 6 trimestres, me permiten afirmar la validez de las preguntas realizadas a los alumnos.

Finalmente utilizaremos estadística descriptiva e inferencial para tener las medidas de tendencia central y después se realizará una prueba estadística para evaluar si existen diferencias significativas entre dos grupos (control vs. experimental) en las tres pruebas: de habilidades, de conceptos y el examen de la parte correspondiente a cinemática. Para esto último utilizaré la prueba estadística t de student para verificar la significatividad de las afirmaciones que realicemos.

6.3 La actividad frente a grupo.

Vamos a mostrar detalladamente el contenido y método que seguimos en clase frente al grupo y que consiste básicamente en exponer los temas del curso como siempre lo hace el profesor, con la salvedad que debe conocer los problemas que se le plantean a

los alumnos en los cuestionarios que se le presentan en línea, los problemas se muestran en un anexo al final de este trabajo y han sido probados por varias generaciones de alumnos de diez licenciaturas de ingeniería de una materia para alumnos de bajo rendimiento.

La idea de que el docente conozca los problemas que se le presentan al alumno es que también él los ejercite en clase y no presente de golpe los problemas que integran las diversas “etapas” del conocimiento, pues lo que se intenta es desarrollar la metodología paso a paso y eso requiere que el tipo de problemas sea lo más parecido a los que el alumno va a resolver en la plataforma moodle. Como se observa este tipo de metodología es de instrucciones bastante sencillas para el profesor, él tienen a la mano todos los problemas y la secuencia en que los va a resolver el alumno, por lo que el docente sólo tiene que seguir el orden asignado a los problemas sin intentar rebasar los conceptos que se requieren dominar en cada etapa. Comenzaremos por los aspectos formales.

El lenguaje es coloquial en la introducción y se torna técnico en las actividades cognitivas, no podemos emplear otro lenguaje que no sea el que se utilizará en los problemas que va a resolver.

Los dibujos siempre son como los que aparecen en los libros de texto o en los exámenes, en la presentación del conocimiento siempre se pasa de dibujos de menor a mayor complejidad.

Los enunciados poco a poco se estructuran hasta ser los de un típico libro de texto o examen. Este aspecto fue el que más dificultades planteó, pues los enunciados dan por supuestos muchos aspectos que el alumno puede desconocer, pero es mucho mejor discutirlos con el profesor y aclarar ahí las dudas, a que se elaboren enunciados bien redactados, pero que no reflejan lo que habrán de enfrentar los alumnos en una situación de examen.

Pasemos ahora a explicar la secuencia de conceptos y habilidades que se van exponiendo gradualmente a los alumnos para resolver los problemas que presentamos. El trabajo en b-learning requiere de una secuencia didáctica en lo presencial y en la plataforma. Iniciamos con el trabajo presencial a través del contenido que cubre el

docente presencialmente y enseguida la explicamos detalladamente:

CINEMATICA

1. Introducción al movimiento

- 1.1 El movimiento es una característica del universo
- 1.2 Introducción integradora¹²⁵ del conocimiento
- 1.3 Repaso del lenguaje de problemas de cinemática
- 1.4 Definición de posición, desplazamiento y distancia
- 1.5 Sistema de referencia
- 1.6 Definición de velocidad media
- 1.7 Definición de rapidez media

2. Interpretación Gráfica

- 2.1 Elaboración de gráfica x-t
- 2.2 Elaboración de una gráfica de una recta x-y
- 2.3 Interpretación de cada tipo de recta
- 2.4 Elaboración de gráfica v-t
- 2.5 interpretación de rectas y áreas bajo la curva
- 2.6 Definición de aceleración
- 2.7 Gráfica de movimiento acelerado
- 2.8 Interpretación del área bajo la curva
- 2.9 Obtención gráfica de la ecuación $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
- 2.10 Obtención algebraica de la ecuación $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$
- 2.11 Planteamiento

3. Resolución de problemas

- 3.1 Resolución de ecuaciones de primer grado
- 3.2 Resolución de ecuaciones de segundo grado
- 3.3 metodología de solución. Aplicar los pasos siguientes en cada sesión
 - 3.3 Elaboración de representaciones pictóricas (4 problemas)
 - 3.4 Elaboración de esquemas con sistema de referencia (4 problemas)
 - 3.5 Planteamiento de las ecuaciones de los problemas anteriores
- 3.4 Problemas de la dificultad máxima que se desee abordar integrales

¹²⁵ Por introducción integradora entendemos una introducción al tema que utiliza los conceptos y lenguaje que se pretende adquieran los alumnos al finalizar la secuencia didáctica que vamos a emprender.

Descripción del contenido

En primer lugar se comienza con los elementos comunes del movimiento con una introducción al continuo movimiento de la naturaleza de la que es una de sus constantes esenciales o categorías. Como “introducción integradora” se propone que se utilice el resumen que viene en los libros de texto al final de capítulo donde se sintetiza el conocimiento expuesto, por supuesto se omiten las partes que no se vayan a estudiar. Enseguida se leen en voz alta y directamente de un libro de texto tres o cuatro problemas como los que se espera que resuelva el alumno, se tiene cuidado de que los problemas seleccionados se resuelvan a lo largo del curso. La idea de leer los problemas es que el alumno intente una primera comprensión de los enunciados¹²⁶ y conozca la “jerga” de los problemas que para algunos alumnos es incomprensible.

A partir de una reflexión sobre el movimiento se aborda la necesidad de definir posición, desplazamiento y distancia para efectos de la descripción cinemática.

Una vez diferenciados estos conceptos se define velocidad media como primera caracterización del movimiento, para pasar más adelante a analizar las definiciones elementales que los alumnos han venido utilizando en secundaria y bachillerato expresadas como “*distancia, igual a velocidad entre tiempo*” Si ya se han abordado vectores, entonces es fácil retomar el concepto de desplazamiento y explicar por qué se requiere que la velocidad se defina en términos de desplazamiento y no de distancia, en caso contrario, que no hayan visto vectores es mejor comenzar por el concepto de posición y las ventajas que tiene sobre el de distancia como descriptor del movimiento de un objeto. En esta parte se aborda la definición y utilidad de la rapidez media.

En esta parte se hace referencia al concepto de centro de masa y se propone como punto de referencia para la descripción del movimiento de un objeto que no es puntual. Aunque no se le enuncie al alumno, la idea de comenzar de esta manera implica que domine un primer aspecto para abordar los problemas.

¹²⁶ “Comprensión” de un enunciado en el sentido del nivel 2 de la taxonomía de propósitos que se enuncia en Harri-Augstein S., Smith M., y Thomas L., *Lectura y Aprendizaje*, UAM-A, 1990. El nivel 2 es: *Identificación de ideas y su reestructuración en una síntesis. Clasificación de ideas. Paráfrasis. e Interpretación del punto de vista del autor.*

En esta parte se les pide a los alumnos que comiencen a calcular posiciones, desplazamientos y distancias sobre ejes coordenados para que observen la diferencia y se enfrenten a situaciones, aparentemente contradictorias como el desplazamiento cero en un viaje en círculo o de ida y regreso en una alberca.

Una vez que el alumno ha realizado ejercicios en clase ya están listos para realizar los primeros ejercicios sobre este tema en la plataforma. En esta primera parte es necesario mostrar dos aspectos de la RP de cinemática, la primera de ellas se refiere a que el alumno debe incluir el sistema de referencia porque usualmente no está incluido en el enunciado de los problemas y por ello hay que dibujarlo explícitamente y así poder iniciar la resolución de un problema. El otro punto es muy delicado: usualmente un docente no se da cuenta que los alumnos están frente a un obstáculo epistemológico, que superan a base de tropezones y que el explicarle que está frente a un obstáculo no elimina los tropezones, simplemente lo hace más conciente de que su error no es algo anecdótico, sino que tiene una razón de ser y es común a la mayoría de los estudiantes. En esta parte se realizan los primeros diagramas pictóricos y se introduce la necesidad del sistema de referencia (representación esquemática), para lo cual, en clase presencial, se le pide que construya el esquema de varios enunciados y en el trabajo en línea se le dan algunos esquemas y se le pide que señale el correcto. Esta parte es equiparable a los cuadros integradores ausubelianos que se muestran al inicio de una secuencia didáctica.

En la **segunda parte** se grafica x vs t y también y vs x Esto forma parte de la metodología de recordar y dominar conceptos anteriores antes de saltar a los nuevos. En esta parte vamos a efectuar el cálculo de velocidades y rapidezces a partir de un planteamiento con ejes coordenados, cabe decir aquí que no se introduce la aceleración y se trata solamente de desplazamientos constantes. Paralelamente a esta parte se introducen las gráficas de los movimientos y se realiza un análisis de ellos, poniendo especial cuidado en las interpretaciones incorrectas de las rectas en las gráficas v - t o gráficas x - t , sabemos que este es un punto particularmente sensible del razonamiento de los alumnos por ello periódicamente debemos volver a estas

interpretaciones.

Una vez que se domine el movimiento con velocidad constante, pasando de una descripción algebraica a otra gráfica se puede entonces pasar a la interpretación del área bajo la recta, para que después de definida la aceleración, pasemos a verificar que el área bajo las rectas inclinadas sigue siendo el desplazamiento, ya con esto podemos avanzar algebraicamente.

Ahora derivamos geoméricamente, a partir de gráficas, la función $x = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2$ que nos da la posición considerando aceleración constante, más adelante se deriva algebraicamente la ecuación $v^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$.

Una cuestión muy importante en esta parte es la de mostrar que estas son las ecuaciones linealmente independientes entre sí, aunque no con estas palabras, ni de modo matemático, pues es demasiado matemático, pero sí mostrar que la información contenida en cada una de ellas es diferente.

Este es un momento adecuado para mostrar claramente que algunas de las ideas preconcebidas de los alumnos llevan a dificultades insuperables, por ejemplo el hecho de que no se conciba una velocidad nula con aceleración no nula o un hecho que más bien es un obstáculo epistemológico y que consiste en la dificultad de aplicar estas ecuaciones a movimientos donde la aceleración es la debida a la gravedad, este es una cuestión de asignar a la vertical una “especialidad” o “sacralidad” que no permite que la aceleración de la gravedad se utilice sin más en las ecuaciones derivadas en la horizontal.

Este obstáculo es en cierto modo parecido al obstáculo epistemológico mencionado por Bachelard, quien muestra que el fuego ejerce una fascinación más allá de una simple oxidación y no permite un estudio claro de ella.

De tal manera que en esta metodología no se dedica una parte especial al estudio del movimiento vertical –cuando más se les da su nombre- y se integra al estudio del movimiento acelerado en general.

Entonces se está listo para pasar a la **tercera parte** en que comenzamos por la solución de ecuaciones lineales más o menos complejas, ecuaciones simultáneas

lineales de dos incógnitas, ecuaciones de segundo grado con una incógnita y ecuaciones simultáneas simples de segundo grado.

Después se seleccionan tres o cuatro problemas y se procede a resolverlos de la siguiente manera: en primer lugar se leen y se realiza un dibujo, sin resolverlos.

El siguiente punto es el dibujo de los sistemas de referencia y la identificación de variables e incógnitas, también de los mismos cuatro problemas, ahí nos detenemos, sin resolverlos completamente. Esta es una parte delicada que el docente debe abordar con mucha paciencia, pues se piensa que ya está clara la idea de “posición inicial” o “velocidad inicial” y los alumnos tienen en realidad muchas lagunas, pero prefieren no discutir las públicamente, pero hay que hacerlo porque es lo que nos permite plantear correctamente las ecuaciones.

Enseguida pasamos a plantear las ecuaciones de los problemas, incluso si no sabemos cuáles resuelven el problema se plantean las que admita el problema.

Finalmente se discute el significado de las ecuaciones y se resuelven para determinar la solución. Este es el ciclo que se aborda una o dos veces dependiendo de la cantidad de sesiones disponibles.

Enseguida pasamos a plantear y resolver problemas que integren conceptos y gráficas que se estudiaron anteriormente para llegar a resolver problemas del grado más alto de complicación que se desee cubrir en el curso. Al finalizar cada problema se explica la razón de la verificación de la solución.

El mensaje que debe dar el docente es que es importante contar con una metodología y que estos problemas de física elemental se pueden resolver a través de un proceso lógico de razonamiento y no por inspiración o soluciones creativas que sólo a unos cuantos se les ocurren.

Esto implica iniciar un proceso de metacognición, necesario para que el alumno sea consciente que está frente a una metodología de RP. Es tan importante la discusión sobre la construcción de la metodología como la metodología misma.

Este tipo de abordaje, típicamente constructivista, basado en las ideas de Ausubel y Bachelard, permite que el alumno domine cada una de las habilidades enunciada en la

“base de conocimiento procedural para RP de cinemática” lo que permite que el alumno avance con la seguridad de que cada paso que da es correcto.

Esta manera de avanzar es radicalmente diferente de la tradicional; los alumnos del grupo control resuelven un problema en todos sus aspectos y pasan a un problema un poco más complicado lo que no les permite tener dominio en ningún aspecto de los problemas que van resolviendo. Tardan más tiempo del que se dispone para dominar la metodología y muchos de ellos terminan por reprobando o pasar con una baja calificación. Esta metodología está diseñada para alumnos que no dominan los temas a profundidad y no tienen metodologías de solución de problemas, la utilizamos para alumnos de bajo rendimiento y de ninguna manera pretendemos que todos los problemas de la física acepten una enseñanza cuasialgorítmica como la aquí mostrada.

Trabajo en forma de Taller

Las sesiones se llevan a cabo en forma de taller, esto implica que primero se presenta el contenido a revisar en una exposición de no más de 15 minutos y enseguida se presenta un problema a los alumnos para que lo resuelvan de forma colaborativa o individual, como lo deseen, mientras uno o dos de ellos pasan al pizarrón a resolverlo. Después el docente pregunta al grupo si tienen dudas sobre la solución y en caso de que haya quedado comprendido se pasa a un siguiente problema, en la metodología que utilizamos y presentamos aquí, se intenta que sean dos problemas de cada tema al menos. Las dudas que surgen se intenta que las resuelvan los mismos alumnos, pues esto crea el reto individual de que “Si mi compañero puede, yo también...”. Es muy importante que el alumno encuentre sentido en una práctica colaborativa.

Después, el profesor pide las respuestas y las discute con los alumnos, les contesta las preguntas que tengan, lo que le ayuda a darse cuenta de cuáles son los puntos de difícil comprensión. No debe escribir la solución en el pizarrón hasta el final de la discusión, esto es con el fin de que el alumno se esfuerce en encontrarla él mismo.

Todos los problemas planteados tienen solución al final del libro y si bien no todos los despejes algebraicos están realizados, siempre se da la solución numérica cuando existe.

Así se continúa hasta que se resuelven fluidamente los problemas y se está capacitado para seguir con la siguiente fase, desde luego que siempre existe una pequeña dificultad con los alumnos que se retrasan y los que asimilan rápidamente el material, aunque este no es un gran obstáculo porque problema a problema se van eliminando las diferencias temporales.

El alumno debe realizar una metacognición y darse cuenta de cuáles son sus errores y poder superarlos, se requiere que el profesor tenga paciencia y esté convencido de que es mejor que el alumno construya el conocimiento y no sólo que lo “practique” a través de problemas pues de esa forma no habrá una comprensión real y sólo será mecánica.

6.4 La actividad en línea.

El material didáctico que utiliza esta propuesta consiste en una serie de actividades en línea, básicamente ejercicios graduados y colocados en estandar Scorm y moodle para trabajo en una plataforma a distancia. Los alumnos contestan y reciben retroalimentación rápidamente.

Unas palabras sobre la modalidad b-learning o enseñanza combinada: Esta modalidad reúne lo mejor de la enseñanza a distancia y la enseñanza presencial. por un lado el docente puede utilizar las sesiones presenciales para discutir los puntos verdaderamente importantes y las tareas –y su calificación- quedan a cargo de un sistema administrador de enseñanza a distancia. La ganancia es sustancial, el profesor no pierde tiempo con labores mecánicas y se concentra en la parte en que realmente debe pensar y poner en práctica su experiencia.

Algunos autores^{127,128,129} consideramos que la enseñanza combinada o b-learning es la modalidad de enseñanza del futuro para los cursos iniciales de las licenciaturas.

¹²⁷ En esta página podemos encontrar algunas referencias al b-learning desde el punto de vista de la capacitación: <http://archive.e-learningcentre.co.uk/eclipse/Resources/blended.htm> .

¹²⁸ Dos autores de la Universidad Autónoma de Madrid exponen sus experiencias en b-learning en: <http://www.rieoei.org/1118.htm> , existen numerosas referencias al tema en internet,

¹²⁹ González B. S. B., García G. M., Bastián M. G. M., Evaluation Framework for b-learning, proceedings of E-Learn 2009, world conference on e-learn, Vancouver, 2009.

En la UAM-A, donde se llevó a cabo la experimentación de esta metodología se cuenta con una plataforma de apoyo a la enseñanza a distancia desde 2005 y hasta la fecha se han registrado más de 6 000 alumnos. Esta modalidad es muy flexible y permite que el docente se apoye para subir algún material de estudio, o bien que incluso coloque tareas para que los alumnos la entreguen por escrito, por supuesto lo que permite la plataforma es mucho más y el docente puede aplicar cuestionarios en línea, que el sistema califica automáticamente de acuerdo con las instrucciones del docente, también puede colocar tareas más elaboradas que el mismo puede revisar, puede colocar ligas a otros sitios donde se encuentre material complementario, también sirve para dejar mensajes o iniciar discusiones grupales sobre los problemas.

La plataforma que utilizamos se denomina “Moodle” y es de distribución gratuita bajo el concepto de open source, en esta metodología la plataforma permite llevar una secuencia de los cuestionarios respondidos y se marca un ritmo claramente establecido por las fechas en que se pueden resolver los cuestionarios. Las ventajas del material en línea sobre el material escrito son obvias, se trata de un material disponible para todos de forma gratuita, las 24 horas y si está bien discutido y construido también se puede calificar en línea con lo que se pueden aplicar numerosos cuestionarios.

El número de problemas en línea que se plantea a los alumnos es apropiado para cubrirse utilizando las doce sesiones, aproximadamente 17 horas de clase, repartidas en cuatro semanas, lo que implica prácticamente un cuestionario cada tres días. La autonomía de los problemas se ha cuidado para que el alumno pueda realizar las actividades sin tener que consultar otras fuentes, lo que obviamente lo hace de aplicación muy restringida, pero muy útil para nuestros alumnos de bajo rendimiento.

A continuación presentamos el cronograma de actividades presenciales y en línea que se ha seguido en este trabajo con los alumnos de bajo rendimiento que cursan la materia de “Introducción a la Física”

Clase	Sesión presencial	Tareas en línea
1	Presentación de la metodología, aplicación test RP30 Presentación de: movimiento, distancia, posición y desplazamiento	
2	Cálculo de movimiento, distancia, posición y desplazamiento en problemas simples	Primer cuestionario sobre RP en general
3	Cálculo de velocidades medias y rapidez, diferencia entre ellas	Problemas de distancia, posición y desplazamiento Problemas gráficos
4	Construcción e interpretación de gráficas x-t, v-t y a-t	Cuestionarios sobre velocidad y rapidez
5	Recapitulación de las funciones de posición y velocidad dependientes de t y de la velocidad dependiente de aceleración.	Cuestionarios sobre gráficas de x-t.
6	Planteamiento de ecuaciones	Cuestionarios sobre gráficas v-t
7	Integración en problemas directos I y gráficas	Construcción de ecuaciones, interpretación de variables
8	Integración en problemas directos II caída libre Tiro Vertical, gráficas	Construcción de ecuaciones en TV y caída libre
9	Integración en problemas indirectos I	Problemas directos integrados
10	problemas de dos móviles	
11	Integración en problemas indirectos II	problemas indirectos integrados y Problemas de dos móviles elementales
12	Examen	

Tabla 5 Cronograma de actividades para presentación de los cuestionarios.

El cronograma sirve también de guía de trabajo para un docente que desee seguir la metodología, de este modo se pueden programar en cualquier plataforma a distancia de acuerdo con las sesiones indicadas en la guía.

Los problemas en línea no sustituyen ni al libro de texto, ni al profesor, son un complemento para el trabajo en enseñanza combinada, recordemos que se trata de una

metodología de RP y no una metodología ABP, que es diferente ya que en ésta se trata de desarrollar una actitud ante problemas complejos de la profesión, por ello requerimos una actividad constante del alumno y docente, de otro modo es muy difícil desarrollar esta metodología.

En este caso, como veremos más adelante se aplican un promedio de 12 cuestionarios con alrededor de 50 problemas, desde luego en total para este trabajo tenemos alrededor de 150 problemas, aunque no todos se preguntan en cada curso, simplemente se tiene un banco de reactivos validados desde el trimestre 2008-P en que comenzamos los primeros ensayos de este trabajo. En algunos casos los problemas y preguntas se dirigen hacia los preconceptos más comunes y al menos tratamos de que el alumno reflexione sobre ellos, porque algunos de los problemas que se plantean en línea se discuten en clase presencial por ser "difíciles", este es un claro ejemplo de la modalidad de enseñanza combinada.

La plataforma permite que el alumno avance a un ritmo constante y esto se hace de modo automático, pues las fechas se introducen y el sistema funciona de acuerdo con ellas.

El profesor debe verificar la calificación para asegurarse de que el contenido se cubrió y se dará cuenta de que la mayoría de los alumnos ha respondido bien sus cuestionarios, pues es un sistema automotivante. Los cuestionarios tienen un peso global sobre la calificación del 30% sobre el total de la calificación, por cierto en los cursos en que no se utiliza la metodología también se dejan tareas que cuentan entre el 20% y el 40%.

7

Resultados y Análisis de datos

7.1 Resultados y Análisis

Esta metodología la comenzamos a utilizar en el trimestre 09-I en Introducción a la física los tres experimentos se realizaron en 09-O, 10-I y 10-P. Vamos a analizar la forma en que los alumnos resuelven problemas, es decir vamos a caracterizarlos, vamos también a analizar las calificaciones de los exámenes, los resultados del test RP-30, los del cuestionario, pretest y postest del FCI, y las entrevistas cualitativas con los alumnos sobre la metodología presentada.

Test de preguntas sobre cinemática

Tomamos un par de preguntas sobre cinemática del FCI y cuatro del Mechanics Baseline Test, que se supone es un test para antes y después de cursar enseñanza formal de cinemática. Las preguntas se encuentran en el Anexo III

Como podemos observar tenemos varios

La caracterización de resolución de problemas de los alumnos se realizó con base en exámenes tomados de otros trimestres y de exámenes previos a los alumnos que se les aplicó esta metodología es decir suponemos que los alumnos de hace un año y medio son muy parecidos a los de este trimestre, lo cual es plausible ya que estudiamos grupos de alumnos de bajo rendimiento., analicé la resolución de 136 problemas escritos de cinemática y los resultados de la clasificación modificada de Martínez-Araujo, fueron los siguientes:

Nivel de RP	Descripción	problemas (%)
0	No reconoce el marco teórico de referencia donde se sitúa el problema. No comprende el enunciado.	7 (5.1)
1	Comprende el enunciado, pero no acota la situación para modelarla y no establece un marco de referencia, ni identifica correctamente todas las variables del sistema.	19 (14)
2	Explica el marco teórico donde se sitúa el problema. Identifica correctamente todas las variables del problema, pero no establece correctamente las ecuaciones que describen a los móviles.	65 (47.8)
3	Igual que en el paso anterior, pero identifica correctamente las variables del problema. Establece relaciones correctas y plantea ecuaciones, pero no las resuelve correctamente.	24 (17.7)
4	Igual que en el paso anterior, pero resuelve correctamente las ecuaciones de movimiento, eventualmente verifica el resultado.	21 (15.4)

Tabla 6 Clasificación de la resolución de problemas de cinemática para alumnos de bajo rendimiento

Esto lo podemos resumir diciendo que casi la mitad de los alumnos no llega a establecer correctamente las ecuaciones para resolver un problema. Casi un 20% ni siquiera identifica bien las variables, un 15% establece las ecuaciones y otro tanto las llega a resolver bien.

Esto es un primer punto de partida para verificar que efectivamente existen puntos críticos en la RP, el primero de ellos es desde luego la comprensión del enunciado, el siguiente es el establecimiento de un marco de referencia, el siguiente es el que explicábamos acerca de la identificación de variables con las ecuaciones de cinemática y el último punto es de las soluciones de las ecuaciones y verificación del resultado. Estos puntos críticos son los que separan las etapas que hemos planteado, se puede establecer una asociación entre el paso y su dificultad característica para pasar al siguiente:

Primer paso

Representación verbal a representación interna, en este caso la dificultad estriba en comprender el enunciado, que es la clasificación 0 de las habilidades de RP.

Segundo paso

De representación interna a pictórica, esto incluye la identificación del marco de referencia, la dificultad estriba en establecer un marco de referencia y comenzar a identificar variables.

Tercer paso

De representación pictórica al establecimiento de ecuaciones, esto tiene una clara dificultad ligada a un obstáculo epistemológico que consiste en la dificultad de asignar una función a una situación física, que operativamente la identificamos como una falta de correspondencia entre las variable que el alumno ya localizó y el establecimiento de las funciones que describen el problema.

Cuarto paso

Este es muy claro, consiste en la resolución de ecuaciones y es una dificultad claramente de tipo matemático que el alumno debe subsanar resolviendo ecuaciones.

Quinto paso

La verificación de un resultado tienen más que ver con un obstáculo epistemológico y una p-prim que a una dificultad matemática, algunas veces se confunde con un problema metodológico, pero va más allá, pues en las entrevistas los alumnos han expresado su sorpresa cuando se les pide que expresen la necesidad de verificar la solución de un problema.

Este análisis nos ha permitido verificar que la resolución enfrenta dificultades críticas, que se pueden identificar como los “pasos” de esta metodología, lo que nos permite afirmar que estamos en un camino correcto de la RP.

Un punto importante en esta metodología es la ganancia que se tiene en cuanto al manejo de conceptos, porque puede pensarse que se trata de una metodología funcionalista que sólo nos permite resolver problemas mecánicamente sin incidir en la parte conceptual. Incidentalmente, si se tratase de una metodología que permite resolver a los alumnos bien, aunque sea mecánicamente, los problemas ya tendría varios puntos a su favor. Pero no es así y se trata de una metodología que permite que los alumnos comprendan los conceptos involucrados, pues el tipo de problemas que se les plantea los lleva a aclarar el significado de conceptos.

PRETEST 7 PREGUNTAS FCI

	Pregunta 0 (%)	1	2	3	4	5	6	7	Total alum	Pts p/al
Grupo exp	3 (11.5)	11 (42.3)	7 (26.9)	4 (15.4)	1 (3.9)	0	0	0	26	41 1.58
Grupo control	2 (9.1)	8 (36.4)	9 (40.9)	2 (9.1)	1 (4.6)	0	0	0	22	36 1.64

Tabla 7 Resultados del pretest de preguntas de FCI

POSTEST 7 PREGUNTAS FCI

	Pregunta 0 (%)	1	2	3	4	5	6	7	Total alum	Pts p/al
Grupo exp	0 ()	1 (4)	1 (4)	4 (16)	5 (25)	8 (32)	4 (16)	2 (8)	25	113 4.52
Grupo control	0 ()	2 (8.7)	2 (8.7)	4 (17.4)	6 (26)	7 (30.4)	1 (4.3)	1 (4.3)	23	90 3.91

Tabla 8 Resultados del Postest de preguntas de FCI

Como se observa el puntaje por alumno es superior en el grupo experimental. El 4.36 y el 3.91 puede interpretarse como un valor absoluto de puntaje promedio por alumno. Existe una mejor medida que es la diferencia de puntajes entre lo que se obtuvo en el

pretest y lo que se obtiene en el posttest, relacionado con una “ganancia” que para los alumnos del grupo experimental es de 2.94, mientras que para los alumnos del grupo control que no siguió ninguna metodología en especial, la diferencia fue de $3.91 - 1.64 = 2.27$ lo que nos indica que la ganancia fue superior en el grupo experimental, pero esto se debe a dos razones fundamentales: Porque los alumnos han sido entrenados para resolver cuestionarios y problemas y por lo tanto uno más no significa nada especial, mientras que para los alumnos del grupo control un cuestionario, aunque se les dijo que no tenía valor para su calificación final, representa un estado tensionante y por eso encontramos más errores, el segundo punto que afecta se refiere a que el único método para verificar que se ha alcanzado la comprensión de un concepto es a través una pregunta en que se ponga en acción dicho concepto y los alumnos que han seguido esta metodología han puesto en acción numerosos conceptos en gráficos y preguntas verbales. Indudablemente que la metodología mejora la comprensión de los conceptos puesto que desde un principio se ponen estos en acción en los problemas planteados a los alumnos.

El siguiente aspecto en importancia es que el punto de partida es que los alumnos que siguen la metodología mejoran su desempeño, la variable fundamental que analizaremos es la calificación obtenida en el examen correspondiente a cinemática y las calificaciones obtenidas en los cuestionarios en línea.

Cabe hacer notar que en los resultados son numéricos, en el Anexo IV, podemos ver las calificaciones, la primera columna Ex 1 corresponde al examen de la primera Unidad “SI” la segunda columna son los resultados del examen de la Unidad 2 sobre vectores, la tercera columna “Ex 3” corresponde a los resultados del examen de cinemática. Sobre estas calificaciones se realizó el análisis estadístico. Para discriminar si la media de las calificaciones que obtuvo el grupo experimental (7.3) es significativamente (estadísticamente hablando) mayor que el 5.9 de promedio obtenido por los alumnos de grupo control o sólo se debe a una diferencia poblacional y no a un efecto de la metodología que se aplicó vamos a aplicar una prueba denominada “t” de Student porque tenemos pocos datos, alrededor de 30.

En este caso los exámenes aplicados fueron iguales ya que en este experimento teníamos el control sobre los problemas a resolver.

Los problemas que resuelven son parecidos a los denominados “de fin de capítulo” y se encuentran en los textos que usualmente se recomiendan para esta materia, todos estos problemas pueden ser descompuestos en etapas o subproblemas para su solución, característica que utilizamos en el diseño de la metodología que proponemos, enseguida mostramos los resultados generales del grupo experimental y el grupo control:

	GRUPO EXPERIMENTAL	Diferencias entre medias Δm	GRUPO CONTROL
Tamaño inicial de la muestra	31		32
Presentaron el 1er examen	31 (100%)		32 (100%)
Presentaron el 2º examen	27 (87%)		29 (90%)
Presentaron el 3er examen	28 (90%)		27 (84%)
Media primer examen	6.78	- 0.74	7.52
Media segundo examen	7.21	- 0.07	7.28
Media tercer examen	7.24	1.30	5.94
Media calificación final	7.06	0.51	6.55
resultados test de HN	34.17	1.92	36.09

Tabla 9 . Resultados generales de la aplicación de la metodología de RP.

Los resultados que en especial vamos a comentar son el test de habilidades numéricas (HN) y las calificaciones del tercer examen. Los resultados del test de HN como podemos observar son diferentes en 1.92 puntos, la escala sobre la cual está calificada es 70 por lo que estas dos calificaciones promedio son prácticamente iguales y no hay necesidad de ningún análisis estadístico para concluir que se trata de alumnos con las mismas habilidades, en promedio, para resolver problemas numéricos. Esto fue importante de demostrar ya que toda la estadística subsecuente podría tener una base falsa debida a que los alumnos del grupo experimental fuesen mejores en habilidades

numéricas, lo cual no ocurre. Como ya lo expresamos anteriormente, utilizamos el test de habilidades numéricas¹³⁰ RP30 para verificar que los dos grupos tenían características similares en cuanto a habilidades numéricas de RP se refiere.

Comparación entre Control y experimental	Significancia
Habilidades numéricas	0.3434
1er examen	0.1974
2º examen	0.3233
3er examen cinemática	0.0021

Tabla 10 Significancias para los parámetros de interés. Valor menor de 0.05 se declara diferencia estadísticamente significativa.

Para la interpretación estadística de los resultados, de los mostrados enseguida en la tabla 10 como de los mostrados en el anexo IV mostramos el siguiente cuadro de las significancias observadas, que son el resultado del análisis estadístico que se llevó a cabo con los datos, utilizando Excel, SPSS, y que son el resumen de los resultados de las pruebas estadísticas que se incluyen en el anexo IV.

Como se observa en la Tabla 10 de significancias (o valore-p) de la comparación de promedios en en test RP-30 de habilidades numéricas es de 0.3434 por lo que aceptamos la hipótesis nula de que no hay diferencias y pertenecen a la misma población y comparten características semejantes. Ahora ya podemos pasar al análisis de los promedios de las calificaciones dado que estamos tratando con poblaciones que comparten características semejantes en lo que se refiere a habilidades numéricas, ningún grupo lleva ventaja sobre otro.

El resultado de primer y segundo examen nos muestra que el grupo control obtuvo mejores calificaciones, por muy poco margen, pero mejores, demostramos que esto no es significativo desde el punto de vista de la estadística, pues para demostrar que pertenecen a poblaciones diferentes, por alguna causa no especificada, se requiere

¹³⁰ Seisdedos C. N., RP 30, Depto. I+D de Tea Ediciones, 2002.

plantearlo con una significancia $\alpha = 0.1974$ y 0.3233 respectivamente que están fuera de cualquier parámetro aceptable, por lo que concluimos que las calificaciones de los alumnos en el primer y segundo examen fueron realizadas por alumnos con las mismas características o dicho de otro modo se aceptamos la hipótesis nula de que no hay diferencias significativas entre los resultados de los exámenes. En cambio en el tercer examen las calificaciones varían, la diferencia se vuelve positiva porque el grupo experimental obtuvo mayor promedio, lo que no es claro desde el punto de vista de la estadística es que sea significativamente mayor o más bien dicho que el mejor promedio se deba a que estuvo sometido a otra metodología.

La diferencia de las medias no es muy grande, es de 1.64 pero podemos demostrar mediante una prueba de Student que esta diferencia es estadísticamente significativa y refleja la adquisición de la metodología.

Concluimos que, en promedio, los alumnos tienen un desempeño similar tanto en el primer examen como en el segundo, en cambio en el tercero se observa una diferencia estadísticamente significativa con un parámetro $\alpha = 0.0021$ que bajo cualquier óptica es un parámetro que da plena rechaza a la hipótesis nula de que no hay diferencia en los promedios de los exámenes.

Como los alumnos mejoran su habilidad para resolver problemas, aprueban mayormente el tercer examen, que podemos observar fue el más complicado, pues en el grupo control el promedio del primer y segundo examen son muy parecidos y podríamos haber esperado que el tercer examen arrojase un promedio aproximado a 7.2, sin embargo bajó a 5.9 lo que indica que el examen fue más complicado en relación los dos primeros. En cambio en el grupo experimental los dos primeros promedios fueron aprobatorios y se esperaba un mejor promedio para el tercero, pues el desempeño iba en aumento, sin embargo se mantuvo en el mismo nivel, esto nos indica que a pesar de que sabemos que es un examen más complicado, el apoyo de una metodología fue determinante para que no decayera el promedio y fuese diferente del correspondiente al grupo de control. Cabe mencionar que el índice promedio de

deserción en la División es del 35% de deserción, sin embargo en estos grupos de estudiantes de bajo rendimiento son mucho menores pues saben que su estancia en la Universidad depende de la aprobación de estas materias.

Podemos concluir que es estadísticamente significativo el aumento en las calificaciones del tercer examen parcial, así como en las calificaciones globales en la UEA de “Introducción a la Física” en que se aplicó la metodología de RP.

Esta es la parte más importante para la investigación, pues nos muestra que la utilización de la metodología ayuda a los alumnos de bajo rendimiento a resolver mejor sus problemas de exámenes y tareas y en general mejora la comprensión de los conceptos. Ya en otros trimestres anteriores utilizamos la metodología y los resultados fueron semejantes, por lo que no parece que los resultados dependan del trimestre en que se lleve a cabo la experimentación.

Estos resultados están en congruencia con datos anteriores, con grupos que utilizaron versiones anteriores de esta metodología.

De esta manera podemos decir que hemos verificado que la hipótesis de investigación se cumple.

Los alumnos de bajo rendimiento pueden construir una metodología de RP mediante la metodología *paso a paso* y cuando lo hacen su desempeño en los exámenes mejora significativamente.

Esta metodología se puede extrapolar a otras IES en que se presenten alumnos de bajo rendimiento a los cursos que en general, se denominan propedéuticos. Quedan por estudiar numerosas aristas del problema, pues el aprendizaje y manejo de conceptos es un punto muy delicado que tenemos que estudiar con mayor detalle y en varios trimestres más.

Evaluación de la enseñanza combinada:

Un aspecto muy importante es el que se refiere a la enseñanza combinada y preguntamos a los alumnos lo que pensaban acerca de la utilización de la plataforma moodle. cabe decir que ya anteriormente habíamos realizado una encuesta abierta a los alumnos de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería contestada por 207 alumnos en 2006 y los resultados fueron los siguientes

83 % considera que la información es de muy fácil acceso desde o fuera del campus.

92% considera que moodle es un buen software para el proceso de enseñanza.

90% considera que moodle es un buen software para el proceso de aprendizaje.

92% considera que la navegación es muy fácil.

91% considera que contestar un cuestionario es sencillo.

93% considera conveniente recibir calificaciones por e-mail.

88% considera conveniente que sus profesores utilicen este tipo de software.

Estos resultados nos sirvieron para diseñar un pequeño cuestionario que se muestra en Anexo VI y concluir con 64 respuestas que los alumnos en un:

82% prefieren tareas en línea que por escrito

92% considera que es fácil utilizar la plataforma

96% considera muy conveniente recibir retroalimentación inmediata.

45%considera que se debe utilizar más interactividad.

86% considera fácil acceder la plataforma moodle.

95% considera conveniente la utilización de la plataforma para este curso.

86% considera que la metodología de RP le ha sido de mucha utilidad.

Es decir que la utilización de una plataforma de administración de aprendizaje como “moodle” ha sido muy bien recibida por la comunidad así como la elaboración de cuestionarios por línea y su posterior promedio con los exámenes. Esto se debe sin duda alguna a que una de las habilidades “nuevas” con que llegan los alumnos de bajo rendimiento a la Universidad es su dominio de internet, lo que parece que está ligado a su bajo rendimiento académico, pues gran parte de su tiempo lo dedican a actividades no académicas en línea. Así que utilizar una plataforma de apoyo a distancia les parece no sólo normal, sino hasta necesario.

Esta es una de las metas que nos propusimos: la de elaborar material de trabajo en línea para cursos de enseñanza combinada o b-learning que hayan sido probados en ambientes de enseñanza superior.

Los resultados de los cuestionarios y su análisis nos permiten establecer conclusiones que enunciamos en el siguiente capítulo.

8

CONCLUSIONES

8.1 Conclusiones Generales

De acuerdo con el análisis cuantitativo pudimos demostrar nuestra hipótesis de trabajo que es: **Los alumnos de bajo rendimiento pueden construir una metodología de RP mediante la metodología *paso a paso* y cuando lo hacen su desempeño en los exámenes mejora significativamente.**

Esta hipótesis conlleva otras más que enseguida discutimos a través de las preguntas de investigación que surgieron desde los primeros intentos de aplicar una metodología. Las enunciamos al principio de este trabajo y ahora las retomamos porque podemos plantear una respuesta para ellas:

¿La RP se puede proponer como un ejercicio en la EaD?

Esta pregunta pocas veces se ha planteado incluso en la enseñanza presencial, ahora tenemos evidencias de que al menos existe una metodología que puede incluir la RP como parte de la enseñanza que se imparte a distancia, recordemos que esto fue una de las razones que me impulsaron a este trabajo, la de contar con una metodología de trabajo probada en línea, de ser posible, para estudiantes de bajo rendimiento. Creo que este es uno de los primeros trabajos que en Latinoamérica se han dedicado a la enseñanza combinada específicamente en resolución de problemas y los resultados son alentadores en el sentido de que nos permite pensar en cursos de física completos, ya que una gran incógnita es la resolución de problemas y su enseñanza a distancia.

¿Se le debe dedicar un tiempo especial a enseñar una metodología de RP? ¿El desarrollo de la capacidad de resolver problemas es sincrónico con la adquisición de conocimientos?

Estas dos preguntas están muy relacionadas, lo que hemos podido constatar es que a la vez que el docente trabaja los conceptos en clase, puede introducir a pasos, una metodología, que permite que el alumno se siente ubicado en el momento de resolver un problema, es más esta metodología por su propia construcción obliga a que la adquisición de conceptos sea sincrónica con la resolución de problemas, sólo que éstos no de forma integral sino presentados por etapas de las que ya hemos hablado, para cada Unidad o capítulo de enseñanza se requiere un análisis para determinar cuáles son las etapas y de que forma presentarlas, así como el tipo de problemas que permitirá al alumno dominar la resolución de problemas de esta unidad o capítulo.

¿La matemática involucrada, en la RP de un determinado tema se debe dominar antes o sincrónicamente?

De acuerdo con nuestra metodología y la forma en que intentamos realizar la transferencia de la capacidad de resolver problemas, la matemática involucrada en la resolución de un determinado tipo de problemas se debe dominar antes de iniciar el proceso de la solución de las ecuaciones que surgen en el planteamiento de la solución, si bien esto es algo muy sabido, encontramos que a nivel superior se piensa que es factible dominar sincrónicamente, esto es algo que para alumnos de bajo rendimiento y en los primeros niveles es sumamente difícil, si bien se puede dominar en el mismo curso, no significa que sea sincrónicamente, sino precisamente antes de utilizarla, pues de otro modo será una “pantalla” que impedirá ver la metodología de solución y el alumno estará más preocupado por saber de dónde “salió” una fórmula que cuál fue el planteamiento para resolver el problema.

¿Una metodología de RP es transferible y más aún, es adquirible? ¿No es la capacidad de resolver problemas una de las características innatas de la inteligencia y por lo tanto es imposible de ser sistematizada?

Estas dos preguntas también están muy relacionadas y , en general, tiene una respuesta negativa, incluso los investigadores como Laura Resnick que han colocado a la resolución de problemas entre las Habilidades de alto nivel, afirman que es no algorítmica. Pero una cosa es que sea no-algorítmica y otra es que sea totalmente creativa y sin caminos para llegar a la solución de un problema, podemos plantear como analogía que un compositor de música no tiene un algoritmo para la creación de la melodía, pero si tiene reglas que seguir para la composición de la obra completa, así un alumno, en la mayoría de los problemas tienen reglas que seguir en la construcción de sus sistemas de referencia y el planteamiento de las ecuaciones, lo que no tiene reglas es el camino “corto” en la solución de un problema. Estamos demostrando con este trabajo que una metodología, rudimentaria si se quiere, pero metodología al fin, se puede enseñar y los alumnos la pueden adquirir, es decir se realiza una transferencia y se logra que un alumno pueda resolver medianamente bien sus problemas, aunque no sea un gran resolvidor de problemas en general.

¿Una metodología de RP, permite comprender mejor las leyes y teorías de la física, o no tiene relación con la adquisición y correcto manejo de los conocimientos? e incluso ¿El hecho de que un alumno resuelva correctamente un problema indica un manejo correcto de los conceptos involucrados en la solución? ¹³¹

Sin duda esto se puede argumentar de muchas formas posibles, de hecho el tipo de problemas que se plantean determina si se utilizan conceptos o simplemente fórmulas que resuelven el problema, es conocido el caso de libros de texto de nivel secundaria que incluyen sólo problemas que se pueden resolver mediante la fórmula que el autor seleccionó de toda la gama posible. Es decir aquí no se manejan los conceptos y un problema un poco diferente ya no se puede resolver porque sólo se maneja una fórmula y no el concepto.

En el tipo de problemas que presentamos de modo natural se incluyen aquellos que cuestionan sobre los conceptos porque forma parte de la metodología, los alumnos que

¹³¹ Reif F. 1995 Millikan Lectura 1994; Understanding and teaching important scientific thought processes *Am. J. Phys.* 63 17-32

siguen esta metodología terminan comprender los conceptos en acción, o sea que los problemas ayudan a comprender los conceptos y no los enmascaran.

Sin embargo existen cuestionarios como el Force Concept Inventory¹³² que nos permite saber si hubo una diferencia entre las respuestas de los alumnos antes de recibir la enseñanza y después de ella. Nosotros decidimos utilizar preguntas de este cuestionario. El FCI consta de 29 preguntas de opción múltiple, de las cuales seleccionamos 2 y otras 5 del Mechanics baseline Test¹³³ de esta forma tenemos preguntas que han sido validadas y podemos aplicarlas con más o menos confianza a los estudiantes.

Los resultados de dicho cuestionario ya se han analizado en el capítulo anterior y los resultados con la aplicación de esta metodología han resultado ser mejores que en una enseñanza común, pues los problemas que va resolviendo el alumno en la metodología paso a paso lo hacen comprender el concepto y su funcionamiento en diversas situaciones. De tal modo que podemos afirmar que en esta metodología el alumno si conoce los conceptos y cuando resuelve problemas tiene en mente el significado de los conceptos.

No podemos dejar el análisis en la parte cuantitativa porque esto no es el único aspecto de interés, por el contrario el aspecto cualitativo es muy importante en esta investigación. Este método de trabajo es enriquecedor para los estudiantes y tiene varias implicaciones más allá de la calificación. La mejoría en las calificaciones no sólo se debe, a la utilización de una metodología, sino también a otras razones que la práctica docente nos permiten distinguir: El cuestionario aplicado a los alumnos sobre aspectos cualitativos de la metodología nos permite valorar los siguientes aspectos:

La primera de ellas es que el trabajo con la plataforma a distancia es bien valorado por los estudiantes, más que la exposición del docente, y tienen una recompensa inmediata al observar el tipo de problemas que son capaces de resolver, lo que va cimentando una estructura de seguridad para resolver problemas, esta confianza en el método o

¹³² Hestenes D., Wells M., Swackhamer G., Force Concept Inventory, Physics Teacher, Vol. 30, marzo, 1992, 141-158

¹³³ Hestenes D., Wells M., Mechanics baseline Test, Physics Teacher, Vol. 30, marzo, 1992, 159-166

camino seguido para resolver un problema es fundamental para el desempeño de un estudiante que estará sometido en la mayor parte de su carrera a exámenes de RP.

El siguiente punto que se valora de modo cualitativo es la preparación para resolver exámenes, desde el primer día, pues todo el trabajo con la plataforma está enfocado a la RP, que es justamente lo que tendrán que hacer en el examen parcial.

Un punto interesante de la aplicación de esta metodología es el que se refiere a la deserción de los alumnos. Usualmente la deserción en la UAM-A se observa en la quinta semana de clase, en estos cursos no se realiza porque son de bajo rendimiento y saben que pasar esta materia puede significar un atraso potencial en su carrera.

Finalmente hagamos notar que los resultados estadísticos nos confirman la hipótesis de trabajo, pero creemos, basados en la evidencia estadística, que una metodología de RP es una buena herramienta para los alumnos, más aún ahora que las habilidades se han convertido en un factor fundamental para medir el desempeño académico de un estudiante, ya sea en universidades públicas o privadas y más adelante en su desempeño como profesionistas.

8.2 Posiciones críticas

Las críticas que usualmente se realizan a la enseñanza de metodologías de resolución de problemas son las siguientes y este es un momento conveniente para discutirlos.

Se piensa que no puede existir una metodología para resolver problemas pues, pues entonces bastaría con seguirla para que todos los alumnos respondieran bien los exámenes. El primer punto es que la metodología implica tiempo y estudio, que es precisamente de lo que adolecen los estudiantes de bajo rendimiento, por otro lado no todos los docentes están dispuestos a enseñar los “secretos del oficio” y permitir que los estudiantes dominen una metodología que a él le llevó mucho tiempo. Así que la crítica que podemos resumir como: *No existe una metodología para resolver problemas, sólo se puede enseñar a resolver unos cuantos problemas que utilizan las mismas ecuaciones y soluciones.* Carece de fundamento, nunca se ha postulado una metodología general de solución de problemas, sino una metodología para estudiantes

de bajo rendimiento que prácticamente carecen de una forma de enfrentar un problema, salvo el de la memoria. carecen. Esta metodología se ha utilizado en un contexto muy específico, donde si existen líneas de acción generales que nos ayudan a resolver problemas y dirigida a un grupo de estudiantes con necesidades también muy específicas. Por lo que no estamos planteando una metodología general, sino una muy específica para problemas de cinemática para alumnos con serias deficiencias de conocimientos elementales de física, la dificultad no radica en el razonamiento numérico que los caracteriza, pues ya vimos que las pruebas de resolución de problemas, tienen resultados normales.

Otra objeción es que *Un estudiante no está en posibilidades de resolver un problema que no se adapte a la metodología.* Nuevamente esta es una objeción general que no tiene nada que ver con la metodología que proponemos puesto que, el campo de acción está limitado y la metodología está diseñada para que les ayude a resolver la mayoría de los problemas de cinemática que se les presenten en el curso para la cual fue diseñada, además un buen conocimiento de las metodologías tradicionales¹³⁴ que se pueden crear métodos personales.

Algunos investigadores piensan que una metodología de RP limita la creatividad, pero extrapolando, es como si se pensara que el conocimiento de las técnicas formales de composición limitara la creatividad de un músico. Antes bien es una herramienta que da seguridad a los alumnos y les permite pensar claramente en situaciones creativas.

Un hecho correlativo a esta crítica se puede encontrar en los docentes que desean, por alguna razón o sin ella, que los problemas se resuelvan de acuerdo con la metodología que se revisó en clase. Esto acarrea críticas no sólo de sus alumnos, sino de otros docentes y con sobrada razón, pues si esto se desea por alguna razón especial, se deben encontrar problemas cuya solución exija un camino de resolución específico, como por ejemplo si se desea aplicar una metodología que requiera integración no se debería utilizar una función simple cuya área bajo la curva sea directa, sino una función

¹³⁴ Al respecto vale la pena comentar, por ejemplo, que Newton creó el cálculo diferencial e integral a partir de un conocimiento profundo de la geometría euclidiana, o que Max Planck W. Heisenberg, creadores de la mecánica cuántica dominaban perfectamente la física clásica.

que sólo a través de una integral se pueda obtener.

Otra crítica es Debemos aclarar que no se trata de preparar al alumno sólo para resolver un examen, si la metodología de problemas estuviese enfocada sólo a eso tendríamos un grave problema, estaríamos actuando como las escuelas que preparan a los alumnos para aprobar un examen de admisión, con la consecuencia de que una vez aprobado este el “conocimiento” se pierde irremediamente, se ha dicho a este respecto “aprender para olvidar”, lo que no es nuestra idea, ni es el resultado de nuestra metodología dado que tenemos un sustrato metodológico y filosófico que impide que esto pase. Por ello fue que realizamos un pretest y un postest con problemas obtenidos del FCI y del Mechanics Baseline Test, lejos de esta situación, utilizando esta metodología, nuestro alumno supera obstáculos epistemológicos, reconstruye sus esquemas, modifica sus p-prims y además comprende la solución de un tipo de problema, lo que es completamente distinto de una epistemología funcionalista en la que lo único importante es un resultado sin importar los medios o los resultados colaterales.

8.3 Ventajas de una metodología en enseñanza combinada

Son varias las ventajas de presentar una metodología a los alumnos, en primer lugar como ya vimos, les permite mejorar su desempeño en relación a sus calificaciones y la práctica de la resolución permite que los conceptos se estructuren en esquemas más formales, acordes con el conocimiento científico. Esto desde el punto de vista cognitivo, desde el punto de vista didáctico la mejor ventaja que tiene el presentar una metodología es sin duda que al alumno no se le oculta la forma de resolver problemas, que usualmente se la reserva el profesor, esta forma de “abrir” el conocimiento es propio de la enseñanza combinada o a distancia puesto que lo que se oculta en la enseñanza presencial se debe abrir en la enseñanza a distancia.

Me explico más ampliamente: en los cursos presenciales se ve claramente al profesor, los compañeros, la institución, el salón de clase, el timbre que marca el fin de la sesión e incluso el libro de texto, en cambio en la enseñanza a distancia a través de un

plataforma lo que se observa no es el profesor, es el plan de estudios, no se observa el salón de clase, se tiene presente todo el material que se debe cubrir en el curso, no se observa un docente cuidando el salón de clase para que nadie copie, se observan ejemplos de los exámenes que se han aplicado en cursos anteriores y por tanto no habrá sorpresas desagradables en los exámenes, no se observa al profesor dando su exposición, se observa una secuencia de problemas que llevan al alumno a pensar de acuerdo con los conocimientos formales que se desea que adquiera, se le presentan las herramientas que se desea que adquiera para que pueda presentar los exámenes con éxito. Por esta razón la presentación de una metodología de solución de problemas es parte inherente a la metodología de enseñanza combinada. Para las futuras generaciones de alumnos será inconcebible que en algún momento de la enseñanza no se les haya informado sobre los caminos fáciles del aprendizaje o no se les haya informado sobre el tipo de exámenes que habrían de resolver, que no es lo mismo que sólo aplicar en el examen problemas parecidos a los resueltos en clase.

El aspecto motivacional es muy importante, de hecho el análisis estadístico, incompleto aún, realizado en la División de CBI, donde fue elaborado este trabajo muestra que el principal consecuencia del programa de nivelación Académica al cual pertenece esta materia de Introducción a la Física, en donde se llevó a cabo el experimento de utilizar la metodología *paso a paso*, es precisamente la de mantener bajos los índices de deserción que están ligados a la motivación del alumno para continuar sus estudios, también están relacionados con la autoestima del alumno que al parecer juega un papel importante en la deserción. Sabemos por las estadísticas de la UAM que un alumno que reprueba tendrá mayores probabilidades de reprobar una segunda materia, que aquel alumno que no reprueba, esto se enuncia de forma común diciendo que un alumno que aprueba una materia es un alumno motivado. También entra en juego otro factor: el alumno se encuentra a inicios de su carrera y está un tanto desubicado, en primer lugar ha dado un paso del bachillerato a la Universidad, en segundo lugar el sistema trimestral que distingue a la UAM, es muy complicado para alumnos que nunca han estudiado a este ritmo y peor aún para aquellos que han dejado de estudiar varios años,

de los que tenemos una proporción no despreciable, pues la UAM no tiene bachillerato asociado y por lo tanto los potenciales estudiantes piensan en la Universidad como un lugar donde no están en desventaja con nadie. Por estas razones el programa de Nivelación Académica, con una metodología de RP que les permite superar deficiencias que han tenido durante años se convierte en la mejor herramienta para que un alumno continúe sus estudios con un alto grado de motivación.

Un señalamiento de colegas que han conocido metodologías de RP, es que tal vez el mayor problema que enfrenta un docente que pretende mostrar una metodología, es que se convierta en el objetivo del curso, dejando de lado la conceptualización del objeto de estudio.

Creo que ya hemos demostrado con el tipo de trabajo que se pretende realice el docente en el salón de clase que estamos lejos de desear o impulsar que la RP sea el objetivo único del curso, el programa de trabajo del docente es mucho más amplio, como se observa en el apartado **6.3 Actividad Frente a Grupo**, el docente realiza numerosas exposiciones de cinemática que nos son de resolución de problemas.

8.4 Reflexiones Finales

En este apartado ponemos a consideración de los lectores aspectos que han quedado fuera del trabajo y reflexiones sobre el valor de este trabajo.

El primer punto se refiere a los **alumnos de bajo rendimiento** que cada día son más frecuentes en las IES y para lo cual difícilmente se tiene un remedio, pues incluso la presión social empuja para su aceptación en las IES. Algunos docentes proponen elevar los niveles de aceptación, pero entonces se aceptarían muy pocos estudiantes y sería muy ineficiente una institución. mejor que esto es estudiar la problemática y encontrar las nuevas habilidades con que llegan los alumnos de bajo rendimiento, aquí hemos esbozado algunas pero de ninguna manera está agotado el tema ya que es, para comenzar, un proceso dinámico muy complejo. Esto tiene que ver con los artículos publicados en que se lista la población y características de edad, pero no se explicita la

formación o si son de bajo rendimiento, en particular creo que las investigaciones que se publican en las revistas extranjeras rara vez toma en cuenta este problema y se centra en alumnos que definitivamente no son los que tenemos en muchas IES.

Un segundo punto que ha mostrado este trabajo son los obstáculos epistemológicos que tiene el alumno frente a un problema, en el apartado 4.2 tratamos el punto de los obstáculos en la resolución de problemas, pero creo que es un punto que merece más atención y que ha permanecido oculto a los docentes sobre todo a los de física básica, apantallado por problemas de comprensión del álgebra o física elemental. Esta teoría que proviene de la epistemología, es fundamental para explicar la dificultad de los estudiantes frente a los problemas que se les plantean en el primer año de la licenciatura en ingeniería.

Un aspecto obviamente inacabado es el de la enseñanza combinada, al principio de este trabajo dijimos que no existen investigaciones sobre los apoyos a distancia para la enseñanza de la física, este es un campo muy amplio de trabajo y prácticamente cualquier tema que se aborde resulta novedoso, pero la resolución de problemas es especialmente interesante dado que es un aspecto difícil de tratar a distancia, este trabajo nos muestra que una metodología se puede enseñar en enseñanza combinada, pero no totalmente en línea, así que la pregunta general queda abierta ¿Existen metodologías que puedan construirse en enseñanza totalmente a distancia?

Además hay un aspecto que en enseñanza combinada se debe explorar es el de la imagen y la significatividad en el planteamiento de problemas, según Ausubel¹³⁵ la significatividad permite la comprensión, si los problemas son significativos el alumno los puede razonar mejor, por ello un aspecto a trabajar es el de introducir pequeños videoclips o fotografías para que el estudiante pueda obtener datos directamente de las imágenes y las variables adquieran un significado para él, nuestra hipótesis es que la significatividad mejorará el modelaje de los problemas.

¹³⁵ Ausubel, D.P., Novak, J.D., Hanesian, H. *Psicología educativa, Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas, México, 2ª Ed. 1987.

Finalmente mencionamos que el esfuerzo invertido vale la pena, los alumnos de bajo rendimiento, con grandes dificultades para acercarse a un problema y solucionarlo, lo hacen como un reto más, es muy motivante para alumnos y docentes el retomar la resolución de problemas no como la parte difícil del proceso de enseñanza aprendizaje, sino como la parte creativa en que ponemos en juego todas nuestras habilidades. Si los problemas que se les presentan a los alumnos son interesantes, estarán motivados para seguir adelante y tener éxito en sus cursos. No podemos dejar a la deriva a esta generación nueva de alumnos de bajo rendimiento, no podemos bajar el nivel de la física o matemática involucrada, lo que debemos hacer es elevar el nivel de la enseñanza.

Bibliografía General

Bastién Montoya G. M. (2007). Resolución de problemas en una institución pública, Tesis de Maestría, Universidad LaSalle, México D. F.

Becerra Labra, C. et al. (2004). ¿ Puede ayudar la investigación en enseñanza de la Física a mejorar su docencia en la universidad?, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 26, n. 3, pp. 197- 202.

Black, P. (2000). *Physics 2000: Physics as it Enters a New Millenium*, IUPAP, Paul Black, Gordon Drake, and Leonard Jossem, eds. (En línea: <http://www.physics.ohio-state.edu/~jossem/IUPAP/P2000.pdf>).

Bloom, B.S., Broder, L.J. (1950). *Problem Solving process of college students. An exploratory investigation*, Chicago, University of Chicago Press.

Caillot, M. y Dumas, C. A. (1983). Un enseignement d'une méthodologie de résolution de problèmes de physique, Université Paris. *La Londe les Maures*, Séminaires et Conférences.

Caillot, M. (1982). L'ordinateur comme aide a la résolution de problèmes, *Journées internationales sur 1, Education Scientifique*, Chamonix.

Clerk D, Rutherford M, (2000) *Language as a confounding variable in the diagnosis of misconceptions*, *Int. J. Sci. Educ.* 22 703-717.

Driver, R, Newton, P, y Osborn, J. (2000). Establishing the norms of scientific argumentation in classrooms. *Science Education*, 84 (3), p. 287-312.

Gil Pérez D., Furió C.; Valdés P.; Salinas J.; et al. , (1999). ¿Tiene sentido seguir distinguiendo entre aprendizaje de conceptos, resolución de problemas de lápiz y papel y realización de prácticas de laboratorio? *Enseñanza de las Ciencias*, 17(2), p. 311-320.

Guisasola, J.; Almudí, J. M., y Zubimendi, J. L. (2003). Dificultades de aprendizaje de los estudiantes universitarios en la teoría del campo magnético y elección de los objetivos de la enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(1), p. 79-94.

Hieggelke C, Maloney D y O’Kuma T 2002, *TIPERs Tasks Inspired by Physics Education Research*. (en línea) Disponible en: <http://tycphysics.org/TIPERs/magnetismtipers.htm>

How Light (Electromagnetic Radiation) enables satellites to produce images *Cooperative institute for meteorological satellite studies*, (En línea) Disponible en: <http://cimss.ssec.wisc.edu/satmet/modules/spectrum/> consulta 12 de junio de 2006

Leonard et al. (2002). Resolución de problemas basada en el análisis. Hacer del análisis y del razonamiento el foco de la enseñanza de la Física. *Enseñanza de las Ciencias*, 20(3), p. 387-400.

Martínez J.R., Araujo A. C., et alli (2006) Análisis del grado de conocimiento declarativo y procedural de estudiantes en cursos de física universitaria, *Rev. Mex. Fís. E* 52 (2) 142–150

Ogborn J. (ed.) (2004). *Physics Now: Reviews by leading physicists*, IUPAP-39, en línea: <http://www.physics.ohio-state.edu/~jossem/IUPAP/PhysicsNowText-A4-1.pdf>, consulta 04-06-2006.

Reif, F, Keller, Joan, Y. (1982). Knowledge structure and problem solving in Physics, *La Londe les Maures, Atelier d’été international didactique de la physique*, 1983. p. 102-127.

Reif, F. (1980). Theoretical and educational concerns with problem solving, Bridging the gaps with human cognitive engineering, en D. T. Tuma y F. Reif (comps.), *Problem solving and education, Issues in teaching and research*, Hillsdale, N. J., Erlbaum,

Simón, H. A., Newell, A. (1972). *Human problem solving*, Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall.

Yerushalmi E., Polingher C.(2006) Guiding students to learn from mistakes, *Physics Ed.*,41(6)

D. E. Rumelhart, “Schemata: The building blocks of cognition” In J. T. Gurtthrie (Ed), *Comprehension and Teaching: Research reviews*. International Reading Association, Inc. 3-27 (1981)

ANEXO I

A continuación se encuentra la transcripción de parte de las entrevistas realizadas a alumnos durante los trimestres 09-P, 09-O, 10-I y 10-P sobre aspectos de RP de cinemática. En primer lugar se enuncia el aspecto para el cual sirvió de referencia y el capítulo en que se encuentra.

Obstaculo epistemológico sobre la falta de correspondencia entre física y matemáticas.

Cap. 4-2

Miguel, 22 años (preparatoria privada, un año sin estudiar antes de entrar) .

Por qué no escribes el valor de la posición inicial?..

M. ¿Se tiene que escribir ?

P. Si, en la ecuación donde dice x_i , pues es lo que representa ese valor...

M. pero es un número negativo...

P. Bueno, pues escribes el número negativo

José Luis, 19 años Colegio de Bachilleres

Es que no se si escribir la distancia del principio o nada más poner la aceleración que adquiere en los 5 segundos...

P. Esta ecuación te incluye el punto desde dónde comenzó el movimiento y si hay velocidad inicial o aceleración cuando el tiempo es cero...

J. L. Siempre hay que escribir estos valores o nada más cuando queremos calcular distancia..

P. Cada vez que la ecuación lo contenga, debemos escribir los valores correspondientes... además una cosa es posición y otra distancia, esta te permite calcular la posición en un instante dado, no la distancia....

Georgina, 19, Preparatoria del Edomex.

...nunca utilicé valores iniciales para resolver los problemas ¿ por qué ahora si hay que ponerlos?

P. probablemente eran problemas en que una simple sustitución de datos en una fórmula te daba la solución y quedaba implícito que el origen de coordenadas era el punto donde comenzaba el movimiento ...

G. ¿Y aquí no?

P. Los problemas ya no son tan elementales, en este problema la posición inicial es cero, pero la velocidad no y por eso no puedes resolver correctamente el problema, tu ecuación no representa lo que ocurre físicamente...

G. ¡Eso es lo que no me sale! Cómo se que la ecuación es la del automovil?..

P. Bueno si sustituyes correctamente cada valor terminarás con la ecuación que representa el movimiento del automóvil...

Aurora (24 a. 4 sin estudiar)

...

lo que no me acuerdo es como poner la velocidad inicial, ¿En que ecuación se pone?..

P. La velocidad que tiene un móvil al inicio aparece en varias ecuaciones, depende cual de ellas vayas a utilizar...

ANEXO II

Formato de encuesta realizada a maestros para determinar los conceptos a utilizar en la enseñanza y resolución de problemas de cinemática en la materia “Introducción a la Física”

Por favor indique en una escala de 0 a 3 la importancia de los conceptos para el curso de “Introducción a la Física”, así como para resolver los problemas ahí planteados. marque con una cruz el nivel que Ud. considere adecuado.

Nivel 3 **necesario**, nivel 2 **conveniente** y nivel 1 **no es necesario**.

CONCEPTO	1	2	3
¿Qué es el movimiento?			
Definición de rapidez de cambio			
Posición			
Desplazamiento			
Distancia			
Rapidez			
Velocidad media			
Velocidad instantanea			
Partícula y cuerpo			
Sistemas de referencia			
Aceleración media			
Aceleración instantanea			
Relación gráfica entre x y t			
Relación entre v y t			
MRUA			
Tiro vertical y caída libre			
Movimientos relativos			
Movimientos simultaneos			
Movimiento circular			
Movimiento en 2-D			
Solución de ecuaciones lineales y de segundo grado			

RESULTADOS

12 profesores entrevistados

CONCEPTO	1	2	3
¿Qué es el movimiento?	2	8	2
Definición de rapidez de cambio	0	0	12
Posición	0	0	12
Desplazamiento	0	0	12
Distancia	0	0	12
Rapidez	0	0	12
Velocidad media	0	0	12
Velocidad instantanea	8	4	0
Partícula y cuerpo	0	2	10
Sistemas de referencia	0	0	12
Aceleración media	0	0	12
Aceleración instantanea	8	4	0
Relación gráfica entre x y t	0	0	12
Relación entre v y t	0	0	12
MRUA	0	0	12
Tiro vertical y caída libre	0	0	12
Movimientos reativos	11	1	0
Movimientos simultaneos	11	1	0
Movimiento circular	11	1	0
Movimiento en 2-D	12	0	0
Solución de ecuaciones lineales y de segundo grado	11	1	0

ANEXO III

Programa Sintético de LA UEA INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA

Programa Sintético de LA UEA "INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA"

OBJETIVO (S): Al final del curso el alumno será capaz de conocer y comprender los fenómenos físicos y las leyes que los rigen.

CONTENIDO SINTÉTICO:

1. Unidades físicas
 - Patrones y Sistema Internacional.
 - Conversión de unidades.
 - Cifras significativas.
 - Unidades básicas y Unidades derivadas.
 - Análisis dimensional.
 - Notación científica y de ingeniería.
2. Movimiento
 - Gráficas distancia-tiempo.
 - Velocidad. Gráfica velocidad-tiempo.
 - Aceleración.
 - Movimiento rectilíneo uniforme. Ecuación de la recta.
 - Alcance de móviles. Sistemas de ecuaciones.
 - Movimiento uniformemente acelerado.
 - Caída libre.
 - Masa y Fuerza.
3. Vectores
 - Coordenadas. Coseno, seno y tangente.
 - Representación gráfica de vectores.
 - Suma y resta de vectores. Multiplicación por un escalar.
 - Método gráfico (regla y transportador) y analítico.
4. Temperatura
 - Equilibrio térmico.
 - Termómetros y escalas de temperaturas.
 - Expansión térmica.

ANEXO IV

Cuestionario sobre la plataforma moodle

EDAD _____
NO

TRABAJO **SI NO**

TENGO INTERNET EN CASA **SI**

Escriba que tan de acuerdo está, en una escala de 0 a 5 las siguientes preguntas,
5 para completamente de acuerdo y 0 para Completamente en desacuerdo

Prefiero las tareas por escrito que en la plataforma moodle ()

Me es muy fácil utilizar la plataforma ()

Me es muy fácil acceder a la plataforma moodle ()

Considero muy conveniente la retroalimentación por línea ()

Considero suficiente la interactividad que encuentro en moodle ()

Es muy conveniente en este curso la plataforma moodle ()

Se debería utilizar más la plataforma en otros cursos ()

Al menos una clase presencial se debería sustituir por actividades en línea como cuestionarios o videos ()

RESPECTO AL CURSO SOBRE CINEMÁTICA

La orientación de la clase hacia la resolución de problemas me sirvió mucho ()

Los conceptos clave como: posición, desplazamiento, velocidad media, aceleración quedaron claros en los problemas ()

La forma de resolver problemas en cinemática me permite mejorar la forma de resolver problemas en otras materias ()

prefiero la clase tradicional de discusión de conceptos y al final uno o dos ejemplos bien explicados ()

ANEXO V

Calificaciones del grupo experimental y control del trimestre 10-I

	EX 1	EX 2	EX 3	GLOB	NUM
A B	8	4	6.2	8.8	6.8
A A	10	4	8	8.8	7.7
A E	4	np	np	np	1.0
B R	8	6.3	8	7.5	7.5
C H	7	9	6	7.8	7.5
C R	10	8	10	10	9.5
C V	10	7.5	6.1	5	7.2
C M	4	7.4	6	7.5	6.2
D H	4	8	10	10	8.0
G H	8	4	8.9	7.5	7.1
G M	10	9	9	10	9.8
G E	4	10	8	8.8	7.7
G A	8	10	5	9	8.0
Gutierrez Eud	2	7	5.7	8	5.7
Gutierrez herrera	6	10	9.5	10	8.9
Hernández Alcántara	10	9	9.5	8.8	9.3
Hernández cruz	4	np	np	7.5	2.9
Hernández Escobar	8	8.5	10	10	9.1

	Ex 1	Ex 2	Ex 3	Glob	NUM
Arredondo Dana	8	10	6.7	8.8	8.4
Bello Alducín	10	10	4.8	7.5	8.1
Bello Enriquez	4	4	np	np	2.0
Cáceres Pérez	10	10	7.9	6.3	8.6
Carbajal Vargas	8	10	6.1	8.8	8.2
Correa León	10	np	5.9	8.6	6.1
Cruz Magos	6	10	6.4	8.8	7.8
Flores Eslava	7.7	10	3.1	10	7.7
Garduño Arriaga	7.6	7	5.9	8.6	7.3
Gutierrez cayetano	10	9.2	6.5	8.8	8.6
Gutierrez Muñoz	8	10	5.1	8.8	8.0
Juárez Velázquez	4	10	8.2	7.5	7.4
Leal ortiz	10	7	9.6	10	9.2
López Trejo	8	8.5	5.2	8.6	7.6
Martínez Zacarías	6	8.5	8.2	8.6	7.8
Nava Hernández	6.5	10	3.1	8.8	7.1
Nez Torres	10	4	6.5	8.9	7.4
Olvera Montes	6	8	4.0	7.2	6.3

Hernández Pérez	10	10	6.7	8.8	8.9
Mar´tinez Salvador	10	8.5	6.1	7.5	8.0
Marcos Flores	6	9	5.4	8.8	7.3
Martínez Sosa	5	4	8.5	7.8	6.3
Mayolo Alberto	6	10	5.7	10	7.9
Molina Loera	8	7.5	6.1	10	7.9
Morales Augusto	3	10	3.5	8.8	6.3
Rangel Carboney	5	8	3.5	7.8	6.1
Rojas Lozano	6	8	8.6	8.8	7.9
Solano Anguiano	6	np	np		1.5
Terrazas Pérez	4	2	5.7	8	4.9
Vargas Escamilla	8.8	8.5	8.6	8.8	8.7
Zariñan santiago	8	6	8.4	8.2	7.7

Pérez Lozada	6	0	4.9	np	2.7
Pérez Razo	6	3	np	np	2.3
Ramirez Trejo	7	10	5.9	7.6	7.6
Ramos Baz	4	6	5.4	8.8	6.1
Rodriguez Castelán	8	1	np	np	2.3
Rosales Borrasca	7.6	10	8.3	9	8.7
Salas Ohm	8	8.5	5.9	7.5	7.5
Santiago Cruz	6	9	6.5	8.8	7.6
Soria Salas	4	8.5	6.7	6.3	6.4
Trejo Arroyo	10	7	3.1	8.8	7.2
Vargas Escamilla	4	4	1.5	np	2.4
Velázquez Díaz	10	7	5.9	8.8	7.9
Victoriano Morales	6	}	np	np	1.5
Zuñiga Bolaños	6.8	5.5	3.1	8.6	6.0
PROMEDIOS	7.52	7.28	5.9	7.29	6.5

PROMEDIO	6.8	7.35	7.2	8.56	7.1
DESv Estand			1.96	1.13	2.1
Cuadrados			3.84		
GL-1*Pot			103.61		
suma					197.39
Suma/54					3.66
n1+n2-2	54				
parametro t calc					3.89
t critica					1.67
prueba t ex 3					0.0019
prub t ex 1					0.2
prueb t ex 2					0.45
t ex1 y2					0.09
t global					0.3

			1.86	0.91	2.27
			3.47		
			93.78		

“prueba t ex 3” significa la prueba “t” de Student para los datos del examen 3

correspondientes a la parte de cinemática del curso de “introducción a la Física” y como se observa los resultados pertenecen a poblaciones diferentes con una significancia $\alpha = 0.0019$.

Las iniciales mostradas son los apellidos paterno y materno de los alumnos, grupos pertenecientes a alumnos del trimestre 10-I.