



Filtrado Digital Adaptivo

María Teresa Zagaceta Álvarez¹, y José de Jesús Medel Juárez²

¹ Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Legaria 694. Colonia Irrigación, 11500 México D. F.

² Centro de Investigación en Computación CIC-IPN Av. Juan de Dios Bátiz s/n casi esq. Miguel Othón de Mendizábal Col. Nueva Industrial

Resumen

En este trabajo se presenta un análisis del filtro de Kalman utilizando un modelo de primer orden estocástico para la identificación de su estado interno respecto de un sistema dinámico invariante en el tiempo, descrito en diferencias finitas en un tiempo de evolución entre estados. Se estimó el valor óptimo del parámetro “a” del sistema para la ganancia K del filtro en base al funcional del error obtenido entre el sistema y el sistema de identificación propuesto para lograr la mayor convergencia entre ambos y de esta manera minimizar el error del seguimiento de trayectorias. Se enfatiza que para el uso del filtro de Kalman es necesaria la estimación de parámetros, para lo cual se propuso usar el método del gradiente estocástico, por el cual se obtuvo el valor óptimo del parámetro del modelo propuesto

Introducción

La importancia del filtro de Kalman [1], apareció a principios de la década de los sesenta, es comparable a los trabajos realizados por Nyquist [2] y Bode [3], en la década de los veinte, y a los de Wiener [4] en los años treinta. El filtro de Wiener está limitado a sistemas lineales, monovariantes, y estacionarios (los primeros momentos de probabilidad de la señal emitida por el sistema de referencia, se mantienen constantes en el tiempo), mientras que el filtro de Kalman posibilita la identificación de sistemas no estacionarios al considerar una ganancia que ajusta la dinámica del identificador dependiendo de la varianza y covarianza que se tiene a cada instante respecto de los estados observables del sistema de referencia o en su caso al tener un modelo que se busca se aproxime a la respuesta del sistema de referencia.

Procedimiento Experimental

La técnica de filtrado consiste describir la dinámica interna de un sistema de referencia (que en este caso se ejemplifica su efectividad por medio de un modelo matemático del cual se desea identificar sus estados internos) por medio de funcionales que usan las varianzas y demás funciones de probabilidad entre los estados observables, los ruidos; suponiendo para todo ello que se conoce al conjunto de parámetros del sistema a describir.

Resultados y Análisis

A continuación se presenta un resumen de los algoritmos desarrollados para lograr encontrar la ganancia “ K ” y el parámetro “ a ” del sistema estocástico de primer orden. Considérese que un sistema descrito por el modelo estocástico de primer orden expresado en diferencias finitas:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k v_k; y_k = C_k x_k + w_k. \quad (1)$$

Tiene un tiempo de evolución acotado $\tau_k < \infty$ (por cada intervalo¹), que cumple con $\tau_k = \frac{1}{2f_{\max k}}^2$ con las

propiedades $w_k \in N(\mu = k_w, \sigma_w^2 < \infty)$, $k_w \in \mathfrak{R}_+$,

$v_k \in N(\mu = k_v, \sigma_v^2 < \infty)$, $k_v \in \mathfrak{R}_+$, $w_k, v_k \subseteq ([0,1], k)$

$x_k, x_{k+1}, y_k \in \mathfrak{R}_+^{[n \times 1], k}$; $A_k, B_k, C_k \in \mathfrak{R}_+^{[n \times n], k}$. Cuyo identificador es descrito como:

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{A}_k \hat{x}_k + \tilde{K}_k \hat{w}_k. \quad (2)$$

y la ganancia es descrita

:

$$K_k = \hat{A}_k J_k C_k^T [C_k J_k C_k^T + R_k]^{-1} \in \mathfrak{R}_+^{[n \times n], k};$$

$$\hat{w}_k \in N(\mu_{\hat{w}_k} = k_{\hat{w}_k}, \sigma_{\hat{w}_k}^2 < \infty), k_{\hat{w}_k} \in \mathfrak{R}_+; \quad (3)$$

$$\hat{A}_k, C_k, J_k, R_k \in \mathfrak{R}_+^{[n \times n], k}$$

Donde el estimador de la matriz de parámetros \tilde{A}_k es:

$$\hat{A}_k = E\{y_{k-1} \hat{y}_k\} (E\{y_{k-1}^2\})^{-1}. \quad (4)$$

Referencias

- [1] Kalman, R. E. *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering Vol. 82: pp. 35-45, 1960.
- [2] Sendín Escalona Alberto *Fundamentos de sistemas de comunicaciones móviles* McGraw-Hill 2004.
- [3] Angulo Bahón Cecilio, Rayar Giner Cristobal *Tecnología de Sistemas Control* Ediciones UPC 2004.
- [4] Peinado M Antonio *Filtro de Wiener Introducción y Formulación* Universidad de Granada, España, 2003.

¹ Donde su índice de evolución k , nos indica que de acuerdo con Nyquist el intervalo de tiempo en el que el sistema pasa de un estado a otro,

² $f_{\max k}$ es la frecuencia representativa del sistema a considerarse y está

acotada $f_{\max k} < \infty$