Instituto Politécnico Nacional
Centro de Investigación en Ciencia
Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN

LA MATEMÁTICA NÁHUATL: ESTUDIO DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN NÁHUATL

Tesis que para obtener el grado de
Maestro en Ciencias en Matemática Educativa

Presenta:
Pedro Marcelino Espinoza Ocotlán

Director de Tesis:
Dr. Javier Lezama Andalón

México, D. F., mayo de 2006.

SIP-14

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 11:00 horas del día 31 del mes de mayo del 2006 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICATA LEGARIA para examinar la tesis de grado titulada:

Matemática Náhuatl: Estudio del sistema de numeración Náhuatl

Presentada por el alumno:

Espinoza	Ocotlán	Pedro Marcelino
Apellido paterno	materno	nombre(s)

Con registro:

A	0	3	0	2	1	1

aspirante al grado de:

Maestro en Ciencias en Matemática Educativa

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron ***SU APROBACION DE LA TESIS***, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Director de tesis

Dr. Francisco Javier Lezama Andalón

Dr. Apolo Castañeda Alonso

CICATA - IPN
Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional

Dra. Gisela Montiel Espinosa

M. en C, Olda Nadinne Covian Chávez

Dra. Rocío Alejandra Muñoz Hernández

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

Dr. José Antonio Irán Díaz Góngora

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

CARTA DE CESION DE DERECHOS

En la ciudad de México, D.F. el día 31 del mes mayo del año 2006, el (la) que suscribe Pedro Marcelino Espinoza Ocotlán alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa con número de registro A030211 adscrito al Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Javier Lezama Andalón y cede los derechos del trabajo titulado "Matemática Náhuatl: Estudio del Sistema de Numeración Náhuatl." al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección pedromareso@yahoo.com.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Pedro Marcelino Espinoza Ocotlán

I tokayo

Nauatlapoual ixtlamachilistli: Ixtlamachtili nechikol naua tlapoualisltli

Nechikol tlamachilistli

On ixtlamachtili nechikol nauatla poualistli, on nechikol tlapoualistli mo ij kuiloua kej mo ijtoua uan kuika –se pouali- o kek tlalijkej, oki setilijkej uan o ki nechikojke on to teixmatkauan ixtlamatkej naulatlajtokej chanejkej nikan ***se manauak*** –yauejka i toka Mexico- pan on kaltlamachtilmej Kalmekak, Telpochkali uan Kuikakali, miyek xijmej kuan xa o yejkoya on Kaxtilmej ne pan yeyi tsontli uan kaxtoli pouali uan se pouali uan se.

Satepaj pan on tonali, on tlamachilistli sa o otlapoual temachiltiyayaj –o kan taya to tlajtlo-ka miyekej maseualtekiyomej, tech to ya uejka to tajueuentsitsiuan otemachiltijtiue asta amanin in tonali. On nechikoltlapoualistli nemij pa in tonalmej, panpa nochtin kanaj mostla pan miyek maseualtekiyojmej.

Se nechikol tlapoualistli tlamachil ixtlamachtili, iak miyek maseual tekiyojmej on o yitokayouan on naua tlapoualmej uan kanaj to –teixmatkauan- te ititiyaj kej mo ijtouaj, kox san kuikatok itokayo on tlapouali, noijki tech machiltiyaj kenon kanon mo ijkuiloua ka on tlapouali se pouali uan kenon mo setiliyaj on nechikol tlapoualismej. Pan on tlajtol nechikol tlapoualistli ka to tlajtol nauatl, noijki mo nextiyaj on nechikol tlasesetilistli, nechikol tlapiuilistli, nechikol tlaxexelolistli, nechikol tlaueyitilistli uan on tlanechikol tlasetilisyotl. Nochi uejua in, tech melauak ititiyaj, panpa pan on yauejka itoka mexico, yaj o mo machtiyayaj on Naua tlapoual ixtlamachilis kauayaj.

Tla ti kin te i titiskej in maseual ixtlamatilismej, uan kajxiliyan ika on tekiyojme, pan on maseualkaltlamachtilistli, xuelis ka on Transposición Didáctica Tradicional, panpa yej ua in san kana on tlamachtijketl, on mo machtijketl uan on tlamachtilistli- kox kana on maseuatlamachilistli, kan pa melauak mo yektlalia nochi tlamachilistli; ka ye on te, mo neki okse yankuik tlamachtilistli, uan tlen tejuamej tik tokayotiya "Transposición Didáctica no Convencional", kej okse yankuik tlamachtilisyotl pan in Matemática Educativa uan okse tlakanalistli, uan tech tomilis keno nesi on ixtlamachiltilistli ka on sekimej maseual ixtlamachil tekiyolistli uan tech paleuiyaj tik majsikamatiskej uan ti kin axiliskej on ixtlamachilisyotl kan pa ti nemij uan ti chantij uan kenon ti kin te i titiskej pan on maseual kaltlamachtilistla.

Ixkon tej, aman on maseual tekiyolistli, yej on ueliskej yankuikej ixtlamachilistli kanon tejuamej ti kin nextiskej pan on tekuiyolislti, kan pa on ti tlaketsalislti, tla se tilistli, tlamachilistli, ueyi panolistli, maseual tlamachili, teokuepalislti, uan on temikimej, nochtin san sekan monamikij pan se ixtlamachilistla uan kenon majxiliyaj on ixtlamachilistli pan se kalpaj setitok.

Título

Matemática Náhuatl: Estudio del Sistema de Numeración Náhuatl

RESUMEN

El Sistema de Numeración Náhuatl, es un sistema posicional vigesimal –base 20- creado, estructurado y sistematizado en el idioma Náhuatl por los maestros del conocimiento del Cem Anáhuac –México antiguo- en el Calmecac, Telpochcalli y Cuicacalli, miles de años antes de la llegada de los españoles en 1521.

Después de esta fecha, los conocimientos sólo se transmiten de manera oral –usando el idioma-y a través de diversas prácticas sociales, de generación en generación, hasta hoy en día. El uso cotidiano de los conocimientos del sistema de numeración Náhuatl, en diversas prácticas sociales, es lo que ha permitido su trascendencia en nuestros tiempos.

El estudio detallado de este sistema de numeración, a través de las prácticas sociales cotidianas de nombres de los números en Náhuatl por "nuestros conocidos de rostro" –Teixmatkauan- demuestra que la estructura fonética en Náhuatl, presenta además de la definición conceptual del nombre del número, una definición posicional vigesimal y operacional del sistema de numeración Náhuatl. En la misma estructura fonética de los números en Náhuatl, resaltan los principios de adividitad progresiva, multiplicidad progresiva, divisibilidad progresiva, exponenciabilidad progresiva y complementariedad. Siendo éstas, pruebas fehacientes, que en el México antiguo, hubo una intensa actividad matemática.

La reproducción de este tipo de saberes socioculturales, transmitidos a través de las prácticas sociales, en contextos escolares, no será posible a través de la Transposición Didáctica Tradicional, -porque ésta sólo toma en cuenta el docente, el alumno y saber- sin considerar lo "sociocultural" donde realmente existe la construcción de conocimientos; por tanto, se requiere una nueva forma de Transposición de conocimientos , a lo que nosotros le denominamos la "Transposición Didáctica no Convencional", como un nuevo concepto en Matemática Educativa y un referente teórico, que explica la génesis del conocimiento mediante la reproducción de las prácticas sociales selectas que favorecen la construcción de conocimientos situados en contextos socioculturales en contextos escolares.

De esta manera, las prácticas sociales, constituyen los nuevos escenarios para la construcción de conocimientos matemáticos de manera práctica, donde la comunicación, socialización, ideología, el desarrollo histórico, cultural, espiritual y las actividades, forman parte del mismo proceso de aprendizaje y construcción de conocimientos de la sociedad organizada.

Title

Mathematical Náhuatl: Study of the System of Náhuatl Numeration

ABSTRACT

The System of Náhuatl Numeration, is a vigesimal positional system – 20 bases- created, structured and systematized in the Náhuatl language by the teachers of the knowledge of the Cem Anáhuac - old Mexico- in the Calmecac, Telpochcalli and Cuicacalli, thousands of years before the arrival of the Spaniards in 1521.

After this date, the knowledge are only transmitted of oral way - using the language-and through diverse social practices, of generation in generation, until nowadays. The daily use of the knowledge of the system of Náhuatl numeration, in diverse social practices, is what it has allowed his importance in our times.

The detailed study of this system of numeration, through the daily social practices of names of the numbers in Náhuatl by "our knowing face" - Teixmatkauan- demonstrates that the phonetic structure in Náhuatl, presents in addition the conceptual definition of the name of the number, a vigesimal and operational positional definition of the system of Náhuatl numeration. In the same phonetic structure of the numbers in Náhuatl, the principles of progressive aditivity, progressive multiplicity, progressive divisibility, progressive exponenciability and complementariness stand out. Being these, forceful tests, that in old Mexico, there was an intense mathematical activity.

The sociocultural reproduction of this type of knowledge, transmitted through the social practices, in scholastic contexts, will not be possible through the Traditional Didactic Transposition, - because this only takes into account the educational, the student and knowledge without considering the "sociocultural thing" where really the construction of knowledge exists; therefore, a new form of Transposition of knowledge is required, to which we denominated the "non Conventional Didactic Transposition to him", like a new Educative Mathematical concept in and a referring theoretician, whom the origin of the knowledge by means of the reproduction of the social practices explains selections that allow the construction of knowledge located in sociocultural contexts in scholastic contexts.

This way, the social practices, constitute the new scenes for the construction of mathematical knowledge of practical way, where the communication, socialization, ideology, the historical, cultural, spiritual development and the activities, comprise of the same process of learning and construction of knowledge of the organized society.

Índice

Índice de figuras

Índice de tablas

GLOSARIO

Acuñar: Crear, dar forma a expresiones o términos, especialmente cuando logran difusión o permanencia.

Binario: Compuesto de dos elementos, unidades o guarismos

Convencional**:** Que resulta o se establece por convenio o acuerdo general.

Inherentes: Que por su naturaleza está inseparablemente unido a algo.

Reestructuración: Modificación de la estructura de lago

Sistematizar. Organizar, clasificar, reducir a sistema.

Tangible: Que se percibe de manera precisa

Transposición: Colocar algo en un lugar diferente, Ocultarse a la vista.

Templanza: Virtud cardinal que consiste en la moderación en los placeres y paciones.

Introducción

En la búsqueda de soluciones pertinentes, creativas e innovadoras a la problemática fundamental, que la Matemática Educativa se ha planteado para impactar al sistema educativo nacional, surge la necesidad de indagar en las culturas de mayor esplendor que desarrollaron diversos constructos matemáticos, y que sin duda alguna, crearon y emplearon diferentes sistemas para generar y promover tales conocimientos, para satisfacer las necesidades fundamentales de la sociedad.

En este trabajo de investigación, consideramos la tesis teórica que todos los constructos matemáticos institucionalizados que se enseñan en todos los sistemas educativos, se han construido socialmente en ámbitos no escolares. La transposición de este tipo de saberes y conocimientos, al sistema didáctico, inevitablemente sufre una serie de modificaciones que afectan no solo su contexto, su estructura, su significado y su funcionamiento, sino la forma en que se construyen dichos conocimientos a través de las prácticas sociales inherentes, en los que las actividades, la comunicación y la socialización en todo el proceso de aprendizaje, juegan un papel preponderante. La transposición de estos saberes matemáticos a múltiples contextos escolares, carece de la fuente, del proceso y los elementos que intervienen en una construcción social del conocimiento matemático; esto plantea una serie de problemas teóricos, prácticos, intencionados y contextuados no triviales. El estudio de la construcción social de conocimientos matemáticos, requiere del desarrollo de diversas aproximaciones metodológicas y teóricas pertinentes para cada contexto sociocultural, y articular en un enfoque coherente la gran variedad de elementos que conforman el origen y la construcción sociocultural del conocimiento para rediseñar la práctica docente.

Adentrarse en esta nueva aventura, nos conduce a afectar a la transposición didáctica, y acuñar en este trabajo de investigación el término “**transposición didáctica no convencional**” para diferenciarla de la anterior. Con este término, deseamos llamar la atención, para transponer la forma en que se construyen socialmente los conocimientos e iniciar la ruptura de los convencionalismos de la transposición didáctica, al incorporar el papel principal de la sociedad, la actividad, la contemplación, la visualización, la comunicación y la socialización, como partes integrales del proceso de construcción social del conocimiento, y que éstas, no forman parte de la didáctica fundamental.

La **transposición didáctica no convencional (TDNC)**, a diferencia de la transposición didáctica, incluye las acciones, el esfuerzo, los motivos, el objetivo, los procesos, las secuencias, los ciclos, las tendencias, las distribuciones, los objetos, las formas, las intenciones, los movimientos, las situaciones, los ideales, los ritos culturales, las probabilidades, las predicciones, las abstracciones, los saberes, los conocimientos y pensamientos matemáticos avanzados desarrollados en los contextos socioculturales. En la **transposición didáctica no convencional,** está el universo de las construcciones sensoriales (visuales, táctiles, auditivas, olfativas, gustativas, etc) del ser humano dentro de un contexto sociocultural, incluyendo los mecanismos complejos de contemplación como el método fundamental para la apropiación de saberes, significados y conocimientos significativos. La **transposición didáctica no convencional,** es una didáctica funcional, de la cual emergen aprendizajes con aplicaciones a problemas reales de la vida, y que es posible transponerlos a contextos escolares para promover la construcción de conocimientos y aprendizajes significativos.

La ***transposición didáctica no convencional***, inicia con la construcción de conocimientos desde la casa en todas las culturas, y funciona para la apropiación de diferentes saberes, significados y conocimientos, que son la base para los niveles de abstracción superior.

En la búsqueda de soluciones pertinentes al problema fundamental del aprendizaje de las matemáticas significativas para la vida, será un nuevo reto la aceptación de ***la transposición didáctica no convencional*** para fortalecer la construcción social del conocimiento, así como el cambio de paradigmas mentales de los propios docentes e investigadores en matemática educativa.

Para lograr tal fin, es necesaria la revisión histórica de las culturas más antiguas y sobresalientes que han existido en la historia de la humanidad. El reconocimiento de seis grandes culturas antiguas, de las cuales cuatro pertenecen al denominado "viejo mundo" o "culturas del oriente" (Egipto, Mesopotamia, China y Caldea), en tanto que las culturas andina y del Anáhuac, son dos de las 6 civilizaciones más antiguas del mundo con un origen autónomo, que no recibieron "prestamos culturales" (Marín, 2002).

En este trabajo, nos centraremos en la cultura náhuatl, que antes de 1521 (se coatl del año yeyi coatl), era la lengua de toda una nación, el idioma hegemónico, de los campesinos, de los comerciantes, de los maestros, de los poetas, de los cantantes, de los sacerdotes, de los guerreros, de los gobernantes y el idioma de los Dioses. Hablado desde el estado de Zacatecas hasta a República del Salvador, aunque se han encontrado algunos vestigios hasta en Panamá.

Antes de 1521, el proceso de construcción y uso de los conocimientos matemáticos construidos a través de diferentes prácticas sociales, eran reconstruidos y sistematizados en las escuelas del ***Kalmekak***, ***Telpochkali*** y ***Kuikakali***. Posterior a la fecha, éstos conocimientos ya establecidos tanto en el contexto social y escolar, fueron desconocidos y truncados parcialmente, y continua sólo el proceso de transmisión oral, “través de las actividades sociales cotidianas” como la mejor técnica de enseñanza para la apropiación de conocimientos, saberes, habilidades, guiados por los padres, de generación en generación, hasta en nuestros días. En ésta transmisión oral de conocimientos, se privilegia la comunicación, como el medio y recurso principal para la construcción social del conocimiento, reforzado por las diversas prácticas socioculturales.

El náhuatl, nauatl o naoatl, que significa “que suena bien, que produce un buen sonido, es decir, lengua armoniosa, que agrada al oído”, clara, precisa, sonora, elegante y matizada, hasta el grado que ninguna de las lenguas conocidas hoy día, tiene la delicadeza de expresión y finura de ella; ni “el español, el inglés, el francés, el italiano, el alemán, el ruso y demás, hablados por los pueblos más civilizados y poderosos de la tierra, pueden compararse con la lengua Náhuatl (Joseph, 1965) que aún hablan miles de nativos en México.

El estudio del sistema de numeración náhuatl, no sólo constituye un tesoro invaluable a los oídos, sino una fuente inagotable de conocimientos en todos los campos científicos, incluyendo las respuestas a las grandes interrogantes que la humanidad se ha planteado concerniente a la vida, la muerte, la evolución y la trascendencia del ser humano.

En este trabajo, consideramos que los conocimientos matemáticos institucionalizados objetos de enseñanza en contextos escolares, son productos de diversas prácticas socioculturales. Prevaleciendo aquellos conocimientos que provienen de culturas dominantes. Sin embargo, los conocimientos matemáticos de nuestra verdadera identidad como mexicanos y de otras culturas, no figuran en la matemática institucionalizada.

Los pueblos más civilizados de Cem Anáhuac, ahora América, tales como el Azteca, Maya, e Inca, alcanzaron un considerable desarrollo en las ciencias matemáticas, como podemos ver a través de su sistema de numeración (Baldor, 2002). El logro más importante de cada una de ellas, fue el concebir y representar el cero, en contraste con las culturas del viejo mundo, donde sólo los hindúes (Baldor, 2002), descubrieron el cero.

Si las culturas del Cem Anáhuac lograron concebir el cero, ¿No crearon y construyeron más conocimientos matemáticos? ¿Qué conocimientos matemáticos ha aportado la cultura española a la humanidad, la que supuestamente conquistó a las culturas del Cem Anáhuac?

Sin duda alguna, el presente trabajo, encontrará resistencia con lo que ya está establecido, porque lo inesperado nos sorprende, porque nos hemos instalado con gran seguridad en nuestras teorías, en nuestras ideas, éstas no tienen ninguna estructura para acoger lo nuevo. Sin embargo, lo nuevo brota sin cesar, nunca podemos predecir cómo se presentará, pero debemos contar con su llegada, y una vez que sobrevenga lo inesperado, habrá que ser capaz de revisar nuestras teorías e ideas, en vez de dejar entrar por la fuerza el hecho nuevo en la teoría, la cual es incapaz de acogerlo verdaderamente (Morín, 1999)

De acuerdo con Cornejo (1997), la educación organizada está cumpliendo sus primeros mil años de existir bajo el sistema escolarizado y masivo, las primeras universidades se fundaron en el medievo en Europa, y por supuesto, ahora poseen un sinnúmero de modificaciones, pero en esencia siguen funcionando bajo el mismo esquema. Anteriormente, la educación se impartía a través de institutrices y tutores a nivel individual, a los que por supuesto solamente podían aspirar las familias nobles y ricas, salvo por los monasterios y las órdenes religiosas que eran las otras opciones factibles para quién aspirara a un nivel educativo superior, con la condición de ofrecer el resto de su vida entregado a la religión. A finales del siglo XX, la crisis educativa ha llegado al fondo y los valores se hacen más evidentes que nunca, es inútil la educación si no se nos hace más humanos, el ser humano es por decisión y para ello, es necesario dar a conocer con profundidad los valores y principios universales y transmitirlos con un poderoso proceso pedagógico para que el alumno decida por ellos. La educación básica en los niños debe ser la plataforma de lanzamiento y por supuesto, es indispensable lograr una reconversión mental del magisterio en forma integral, tarea urgente e importante de alta prioridad. Si deseamos cambiar nuestra realidad para estar en posibilidades de diseñar nuestro futuro, tenemos que reinventar urgentemente nuestro sistema educativo y podríamos esquematizarlo en dos grandes temas: formación tecnológica que nos permita alcanzar el bienestar y el nivel de riqueza que cada quién ambiciona en la vida y la formación humana que nos enseñe cómo vivir, lograr el *bien ser* que, al igual que la tecnología que evoluciona permanentemente, también en el lado humano nos impulse día a día a ser más humanos, y por supuesto en la formación integral, esta segunda área sería la primera y fundamental en transmitir. Los valores deben ser el núcleo de todo el sistema, de lo contrario nos volveríamos nuevamente a extraviar dedicándonos únicamente a transmitir formas y olvidándonos del fondo que es la esencia de donde proviene todo lo que somos. (…) humanismo y tecnología deberían navegar juntos (Millán, 2000)

Esta investigación tiene como objetivo principal: fundamentar científicamente el sistema de numeración náhuatl, para que posteriormente sirva de plataforma, para la búsqueda de soluciones pertinentes a la problemática de la apropiación de saberes, significados y conocimientos matemáticos.

Una educación que no sólo fomenten aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos, y aprender a ser (Delors, 1997), sino también, aprender a evolucionar y trascender la personalidad del ser humano, tal como lo fue en las culturas del Cem Anáhuac..

Con esta idea en mente, se realiza la presente investigación, para la cual, se tomó como enfoque central a la Matemática Educativa y la aproximación socioepistemológica como metodología de la investigación.

Los nombres de los números en náhuatl que aquí propongo, forman parte de una realidad aparte en el México de hoy, que no han sido inventados ni tampoco es un punto de vista de una persona, sino es la reestructuración y sistematización de unos conocimientos, que se han venido transmitiendo de manera oral a pesar de la conquista desde 1521, a las exigencias del paradigma actual de uso predominante. Conocimientos milenarios que nunca han sido registrados, ni siquiera hechas conscientes, debido a las cegueras del conocimiento, error e ilusión, que parasitan la mente humana por no reconocer que todo paradigma puede al mismo tiempo dilucidar y cegar, revelar y ocultar (Morín, 1999).

CAPÍTULO 1

●

Se

Antecedentes

Amo el canto del Cenzontle, pájaro de 400 voces
Amo el color del jade y el enervante perfume de las flores,
Pero amo más a mi hermano El hombre

La lengua náhuatl, es una de las lenguas más bellas del mundo que existen, no sólo porque es una lengua milenaria, sino porque es una de las pocas lenguas, que han sobrevivido la dominación española. A pesar de todos los esfuerzos que hicieron los misioneros de destruir totalmente el idioma oficial del México antiguo, nunca lograron ni lograrán apagar la llama del fuego de la lengua más maravillosa que existe sobre el planeta tierra. Antes de 1521 era la lengua de toda una nación, el idioma hegemónico, de los campesinos, de los comerciantes, de los maestros, de los poetas, de los cantantes, de los sacerdotes, de los guerreros, de los gobernantes y el idioma de los Dioses. Abarcando desde el Norte en lo que hoy es el estado de Zacatecas hasta el Sur en lo que hoy conforma la República del

Salvador; aunque se han encontrado algunos vestigios de esta cultura en Panamá (Marín, 2005). Esto implica que, tal como dice Jóseph (1965) "la historia del mundo establece que la perfección de una lengua sólo se alcanza con muchos siglos de hablarla y fundamentalmente, por el refinamiento espiritual que da la cultura".

El precio que pagaron nuestros ancestros para que el idioma náhuatl permanezca viva, nunca se podrá escribir con doctas palabras en los libros de historia, porque ésta en su momento, no se escribió con tinta o en papel, sino con lágrimas, sudor, sangre, y con la vida de las personas que padecieron; quiénes sobrevivieron, eligieron que en el corazón, en la sangre y en la mente del ser humano como el lugar ideal para escribirlo.

La permanencia de la lengua Náhuatl, es una clara muestra del fracaso del proyecto global de la dominación española en la nueva cultura.

Cuando arribaron los españoles en 1521 al mundo del Anáhuac, las huestes de Hernán Cortés, quedaron asombrados frente a la increíble belleza de la ciudad de México-tenochtitlan; y se abismaron ante la limpieza de sus calles pavimentadas con bruñidos mosaicos, y la distribución de sus edificios, que según la propia definición de los peninsulares, "brillaban al sol como si fueran de plata"; y enmudecieron antes sus plazas majestuosas, sus ricos jardines, sus mercados y sus canales, surcados por canoas y atravesados por puentes; es decir, hallaron una civilización tan avanzada, que causó pasmo a los expedicionarios, pero el desorbitado afán al enriquecimiento de todos, sumado a su ignorancia y fanatismo, los hizo destruir lo que su escaso entender consideraba herético, satánico y producto de hechicería (Joseph, 1965).

La educación en el mundo del Anáhuac, iniciaba en casa, los padres sabían y consideraban que ellos son criadores y formadores de los hijos, que es un don del cielo para ayudar a crecer a un hijo, ayudar a ser reclama de cuidado y amor. Los padres enseñaban a sus hijos templanza y humildad, castidad y amor al trabajo, les persuadían el respeto a sus mayores, la honestidad y el recato en todo su comportamiento. El código moral, basado en la fortaleza y austeridad, se mantenía en la sociedad gracias a una justicia inflexible y proba, y al ejemplo de una nobleza recta y virtuosa, capaz de presentarse como modelo a todo el pueblo (Villoro, 1999). Los maestros del conocimiento, sabían perfectamente, que desde el nacimiento hasta los seis años de vida, constituye dentro del desarrollo del ser humano la etapa más importante, pues en ella comienza a formarse la personalidad del niño y la niña. Precisamente, por ser la familia el ámbito más importante donde transcurre el desarrollo integral de sus hijos: de sus movimientos, de sus emociones y sentimientos, de sus relaciones con los demás, de la posibilidad de conocer el mundo y actuar en él. Los padres como los primeros formadores tienen el carácter, la energía suficiente y llena de amor para saber encauzar un criterio recto para las elecciones que se les presentarán en cada momento de la vida. En el hogar, como en ningún otro lugar, se transmiten los valores; es ahí en donde se aprenderá a vivir, a servir, y a ser solidarios, ahí se sembrará en su corazón la semilla de verdad y de bondad que sus padres le han preparado y que más tarde él mismo hará crecer (David, 1998).

La educación para la vida continuaba después de la impartida por los padres, con la que impartían los hombres del conocimiento (sacerdotes) quienes eran los encargados de la educación en las tres escuelas que existían: el ***Calmecac***, ***Telpochcalli*** y el ***Cuicacalli.***

Dada la importancia que concedían a la educación de los hijos, previamente, según Bernardino de Sahagún (1999), naciendo una criatura, luego los padres y madres hacían voto y ofrecían la criatura a la casa que se llama ***Calmécac*** o ***Telpochcalli*** para que llegada la edad perfecta asistiesen en ella; si la intención de los padres era que su hijo fuese ministro de los ídolos, lo ofrecían al ***Calmecac*** (Sahagún, 1999), la escuela sacerdotal donde se educaban los hijos de los grupos dominantes (Outram, 1999), para que aprendiera la profesión sacerdotal, así como quienes sólo recibían la educación religiosa y civil. Según León Portilla (1995), para poder ocupar ciertos puestos, como el de los jueces, se requería haber asistido al ***calmecac***, escuela sólo abierta a los descendientes de la clase alta, para adquirir un rostro sabio y corazón recio. La edad para entrar a estudiar al ***Calmecac*** era sumamente variable. Según las fuentes históricas podía ser entre los 9 y 18 años; sin embargo, Solís (2000) especifica que al cumplir los quince años, los varones adolescentes eran obligatoriamente enviados por sus padres al ***Calmecac*** o al ***telpochcalli***, mientras que las jovencitas continuaban instruyéndose en casa, junto a sus madres, en las labores ancestrales que las capacitarían, cuando llegare el momento, para ser esposas. El ingreso se hacía con rituales místicos y religiosos, ofrecían copal; recibían al mancebo con música y cantares, luego le teñían el rostro y cuerpo de negro con el *ulli* (hule).

A los alumnos se les enseñaba a hablar bien y a comportarse de acuerdo a su rango social, a tratar a las personas de acuerdo a su posición social; les transmitían los cantares sagrados y las leyendas que guardaban la historia contendidos en los Amatl , o libros pintados (hoy conocidos como códices) (Solís, 2000) los adiestraban en aritmética, cronología y astrología judiciaria (observar el curso de los astros, a medir el tiempo), el manejo de las armas y en la participación directa en las guerras para que aprendieran a "pelear por un Dios y por su patria", a hablar y recitar bien, a ser buenos narradores, a ser "artistas del labio y boca", para que de ella "broten flores". El educando que se dedicaría al sacerdocio debía pasar por los grados de *tlamakasto, tlamakaski* y, finalmente, *tlanamakak,* cuando terminaba como sacerdote. Según Larroyo, cada grado tenía una duración de 5 años. Solís

(2000) describe que en el Calmecac, aprenderían el difícil manejo de la administración pública y en el futuro maestros, jueces e inclusive gobernadores, para lo cual deberían conocer los códigos legales que regulan la vida en comunidad. Los alumnos que no serían sacerdotes salían del kalmekak a los 20 años de edad, podían entonces casarse y ocupar los altos puestos administrativos.

Cuando la intención de los padres era que su hijo se criase y formase para el servicio del pueblo y para las cosas de la guerra, decidían ofrecer la criatura a la casa del ***Telpochcalli*** "La casa de los jóvenes".

La vida en el Telpochcalli era dura, ya no había dulces palabras. Donde se educaba la mayoría de los jóvenes (Outram, 1999), para el aprendizaje de la guerra (León Portilla, 1995), el aprendizaje del uso de las armas como el átlatl, el arco, la flecha y el mauáhuitl, la curiosa espada de madera con filos de obsidiana (Solís, 2000). Se trasmitía a los alumnos los elementos fundamentales de la religión, la moral y se les adiestraba en el arte de la guerra. Les enseñaban a cantar, a danzar, a ser bien criados, a tener reverencia y amor por los mayores, a servir, a obedecer; a cómo tirar y manejar con puntería las flechas, las rodelas, la espada. Les predicaban a vivir castamente, a ayunar, a beber y comer templadamente, con reposo y mensura, no apresuradamente. Los que tenían inclinación hacia el arte de la guerra, podían convertirse en soldados o capitanes; quienes se interesaban por la religión los apartaban (bien al iniciar o posteriormente) de los soldados y los pasaban a otras casas de ceremonias y cultos, llamadas *tlamacazcalli* ("casa de los mancebos, ya en la perfecta edad de su juventud")**.** La instrucción general en el ***Telpochkali*** constaba de 3 especies de grados: el alumno de recién ingreso recibía cursos para TIAKATEAKACH "instructor", el segundo era de TELPOCHTLAJTO "Jefe de instructores" y el tercero de TLAKATEKATL "director de un telpochcalli". Solís (2000) agrega, que los jóvenes nunca deberían avergonzar con sus actitudes a sus ancestros.

Los padres, antes de internar a su hijo en cualquiera de estas dos escuelas, primero hacían y guisaban muy buena comida, y convidaban a los maestros de los mancebos que tenían cargo de criarlos y mostrarles las costumbres que en aquella casa usaban, hecho el convite en casa de los padres del muchacho, hacían una plática a los maestros que los criaban, diciéndoles: os hacemos saber que nuestro señor, creador del cielo y de la tierra, fue servido de hacernos merced de darnos una criatura, como una joya o pluma rica, que nos fue nacido, por ventura se criará y vivirá, y es varón, no conviene que le mostremos oficio de mujer, teniéndole en casa. Por tanto, os le damos por vuestro hijo, y os le encargamos porque tenéis cargo de criar a los muchachos y mancebos, mostrándoles las costumbres, para que sean hombres valientes, y para que sirvan a los dioses Tlaltecutli y Tonatiuh y para que sirva en la pelea. Los maestros responden: “Tenemos en mucha merced haber oído su plática o razonamiento. No somos nosotros a quién hacéis esta plática o petición, más la hacéis al señor dios Yaotl, en cuya persona la oímos; él es a quién habláis y a él dais y ofrecéis vuestro hijo, o vuestra piedra preciosa y pluma rica, y nosotros en su nombre le recibimos; él sabe lo que tiene por bien de hacer de él. Nosotros indignos siervos caducos, con dudosa esperanza, esperamos lo que será y lo que tendrá por bien hacer a vuestro hijo, según que él tiene ya ordenado de hacerle mercedes, conforme a su disposición y determinación, que antes del principio del mundo determinó de hacer. Cierto, ignoramos los dones que le fueron dados y la propiedad y condición que entonces le fue dada. Nadie de los que nacen recibe su fortuna acá en el mundo; cierta cosa es que nuestra fortuna con nosotros la traemos cuando nacemos. Recibimos vuestro niño para que sirva en barrer y en los otros trabajos bajos, en la casa de nuestro señor. Deseamos y rogamos que le sean dadas las riquezas de nuestro señor dios; deseamos que en esta casa se manifiesten y salgan a la luz los dones y mercedes con que nuestro señor le adornó y hermoseó antes del principio del mundo. O por ventura, nuestro señor le llevará para sí y le quitará la vida en su niñez; por ventura no mereceremos que viva largo tiempo en este mundo; no sabemos cosa cierta que os decir, para que os podamos consolar; no os podéis decir certidumbre esto será, o esto hará, o esto acontecerá, o será estimado, será ensalzado, vivirá sobre la tierra. Nosotros haremos lo que es nuestro deber que es criarle y doctrinarle como padres y madres; no podremos por cierto entrar en él, dentro de él, y ponerle nuestro corazón; tampoco vosotros podréis hacer esto, aunque sois padres. Lo que resta es que no os descuidéis, en encomendarle a dios con oraciones y lágrimas, para que nos declare su voluntad.

Entrado en la casa del Telpochcalli el muchacho, le daban cargo de barrer y limpiar la casa, poner lumbre y hacer los servicios de penitencia a que se obligaba. Era costumbre que a la puesta del sol, todos los mancebos iban a bailar y danzar a la casa que se llama cuicacalco, cada noche y el muchacho también bailaba con los otros mancebos; llegando a los quince años y siendo ya mancebillo, le llevaban consigo los muchachos al monte a traer leña, que era necesaria para la casa del Telpochcalli y cuicalco, y le cargaban al mancebo uno o dos leños gruesos para probar y ver si ya tenía habilidad (Sahagún, 1999). Del ***Telpochcalli***, egresaban los guerreros con vistosos penachos de plumas, expresando en su vestido las órdenes militares; siendo las órdenes guerreras más altas eran las de los Achcautin o caballeros pumas; los cuahtin o caballeros águilas, y los Océlotl o caballeros tigres, cada uno con la insignia totémica animal (León Portilla, 1995).

No está preciso si las ***Kuikakali*** eran escuelas autónomas o eran anexas a los ***Kalmekak***. López Austin, refiere que el ***Kalkamekak*** y el ***Telpochkali*** *eran* las escuelas más comunes pero no las únicas y que la ***Kuikakali*** era el lugar donde se enseñaban los cantos, a la que acudían los estudiantes a recibir instrucciones para el trabajo comunal, y en la noche acudían para cantar y bailar. Chavero, en cambio, establece la idea de que las ***Kuikakali*** formaban parte del ***Kalmekak***, al afirmar que los estudiantes (hombres y mujeres) aprendían a cantar y danzar en ésta: "Así mancebos y mozas hijos de los señores principales recibían la educación sacerdotal, y éstas adquirían ahí también las galas de su sexo aprendiendo a cantar y a danzar" León-Portilla (1995) se refiere a ellas como los centros donde se enseñaba todo lo relacionado al canto, la danza, la música, los himnos y otras artes, pero no hace referencia si eran autónomas o formaban parte de algunas de las más comunes, o si eran de las diversas escuelas más especializadas y de más corta duración. En cambio, Fray Diego Durán, en cambio, hace una amplia descripción de las ***Kuikakali*** y las ubica como escuelas independientes de las otras, que existían en los diversos lugares (él habla de las de Tenochtitlan, Texcoco y Tacuba) a las que los y las jóvenes eran obligados a asistir para aprender el canto y el baile; de no asistir se hacían acreedores a penas pues se ofendía al dios del baile. Había ancianos y ancianas responsables de vigilar que los jóvenes asistieran a las clases de canto y baile. En el Cuicacalla o cuicacalco (Sahagún, 1999), se atendía el desarrollo corporal, dándole atención singular tal como describe Ibarra (2003), nuestro cuerpo desempeña un papel importantísimo en cada proceso intelectual: a lo largo de nuestro desarrollo como seres humanos, desde el seno materno hasta la edad adulta, es él quien proporciona al cerebro la valiosa información que éste necesita del medio ambiente que nos rodea. Cada movimiento, desde la infancia, es decisivo en la creación de redes neuronales, que de hecho formarán la esencia del aprendizaje. A través de nuestros ojos, oídos, nariz, lengua y piel recibimos las sensaciones. Éstas se convierten así en el fundamento del conocimiento. Nos expresamos a través de nuestro cuerpo, los músculos se mueven cuando hablamos, cuando ejecutamos algún instrumento musical, cuando cantamos o bailamos, cuando escribimos o simplemente caminamos. Los movimientos activan las redes neuronales a través del cuerpo haciendo que éste se conforme como instrumento del aprendizaje, es decir, que el aprendizaje se da integralmente. Los niños aprenden mejor "moviéndose" que "viendo", y sobre todo interactuando con otras personas; además, aprenden mejor jugando, desarrollando su imaginación y procesando sus experiencias a su propio ritmo y tiempo. Seamos impulsores de su imaginación, de su creatividad, de sus inventos, de sus juegos, a fin de que sean capaces de crecer emocionalmente y adquieran madurez perceptual para así disfrutar de esta hermosa vida (Ibarra, 2003). La educación que se necesita para trascender la personalidad de las personas, exige decisión, esfuerzo y dedicación, tanto para el trabajo intelectual para generar ideas como la motivación y el deseo para el ejercicio de la voluntada para desplegar la creatividad.

El fin de la educación en estas tres escuelas, era para ser guerrero o sacerdote, es decir, trascender la personalidad de la persona. En estas escuelas, los maestros del conocimiento lograron formalizar y sistematizar diversos conocimientos, entre las que destacan los de tipo matemático, y que una mínima porción se retomará en este trabajo, transmitidos de manera oral de generación en generación, a través del idioma Náhuatl, que según la comisión Nacional para el desarrollo de los pueblos indígenas, sigue siendo la primera lengua indígena en México (Villela, 2004).

1.1 Etimología del término Náhuatl

Náhuatl proviene del verbo **nahuatl**, a su vez, de nauati que literalmente significa "que se escucha, sonoro o audible" pero en el lenguaje metafórico, significa que se escucha claro y fuerte, es decir, "que suena bien, que produce un buen sonido, es decir, lengua armoniosa, que agrada al oído” (Siméon, 1994), clara, precisa (Garibay, 1994, sonora, elegante y matizada, hasta el grado que ninguna de las lenguas conocidas hoy día, tiene la delicadeza de expresión y finura de ella; ni “el español, el inglés, el francés, el italiano, el alemán, el ruso y demás, hablados por los pueblos más civilizados y poderosos de la tierra, pueden compararse con la lengua Náhuatl que aún hablan miles de nativos … (Joseph, 1965); en esta lengua (León, 1995) se expresaron los sabios y artistas de Tula y de otros muchos en lugares como Cholula, Xochicalco, culhuacan, Azcapotzalco, Texcoco, Tlaxcala, y por supuesto en México-Tenochtitlan (León Portilla, 1999); siendo el idioma de diversas culturas como la tolteca, azteca, etc. Idioma forjada a través de miles de años, una lengua viva del México antiguo. No sólo constituye para los fines de este estudio, un tesoro invaluable a los oídos, sino una fuente inagotable de conocimientos en todos los campos científicos, incluyendo las respuestas a las grandes interrogantes que la humanidad se ha planteado concerniente a la vida, la muerte, la evolución y la trascendencia del ser humano.

Actualmente, no existe una uniformidad en el empleo de un solo alfabeto, que satisfaga la escritura correcta de “el idioma náhuatl”. En este trabajo, emplearemos el alfabeto (Nauatlajkuilolpamitl) aceptado por la Dirección General de Educación Indígena y aprobado por la SEP en México (López, et al, 1983), para escribir los nombres de los números en náhuatl, clasificados de la siguiente manera:

<table>
<tr><td colspan="3">Tabla 1: NAUATLAJKUILOLPAMITL: ALFABETO ORTOGRÁFICO NAUATL</td></tr>
<tr><td>Vocales (4)</td><td colspan="2">a , e, i, o</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Consonantes (14)</td><td>Simples (11)</td><td>j, k, l, m, n, p, s, t, u, x, y</td></tr>
<tr><td>Compuestas (3)</td><td>ch, tl, ts</td></tr>
</table>

Las letras compuestas ch, tl, y ts, son sonidos sui géneris del idioma nauatl; a diferencia del alfabeto que empleamos, la letra u es tomado como consonante.

1.2 La matemática en el Cem Anáhuac antes y después de Colón

En el mundo Cem Anáhuac, se desarrollaron diversas culturas desde muchos milenios antes de la era cristiana, a los que históricamente, se les denomina “culturas precolombinas”. Las culturas precolombinas del continente americano aportaron una enorme cantidad de conocimientos al mundo moderno; actualmente son conocidas sus aportaciones a la herbolaria, filosofía, agronomía, astronomía o matemáticas (Cantoral, 2003). Esto significa, que nuestros viejos abuelos ancestrales, desde épocas remotas, tuvieron la necesidad de construir conocimientos, a través de diferentes prácticas cotidianas, lo cual ha permitido a la humanidad acumular valiosas y variadas experiencias a lo largo de su historia (Rojas, 2000). En nuestro siglo, ha llegado a reconocerse que las culturas de Mesoamérica tenían sapiencia astronómica, calendárica y matemática (Ramírez, 1995); al respecto, Larios (2000) agrega: la mayor aportación matemática al parecer está ligada estrechamente con cuestiones astronómicas, principalmente el calendario, y en menor grado con la estadística. Por tanto, no sólo las culturas Egipcia, Griega, Sumeria, caldea, China, desarrollaron conocimientos matemáticos. En América, son reconocidas por lo menos cuatro culturas que habían alcanzado mayor esplendor antes de 1521. Éstas son la cultura maya, azteca, Olmeca e inca, a los que se les reconoce que tuvieron un grado de desarrollo de conocimientos matemáticos.

1.3 El cero y el sistema de numeración posicional

Las culturas mesoamericanas, como mayas, aztecas, Olmecas e incas, presentan un rasgo en común en la construcción de conocimientos matemáticos con la cultura hindú; cada una de ellas, por separado, desarrolló la noción, el símbolo, el concepto, y uso del cero.

Para visualizar la notación posicional en la cultura hindú, primero recordaremos que en ésta no se presentó al inicio del desarrollo de sus numerales, sino que apareció posteriormente. Los numerales más antiguos que se han encontrado usando el valor de posición y el cero procede del año 876 d.C., aunque existen inscripciones árabes del año 873 d.C. y una inscripción indochina del año 604 d.C. (Garcés, 1982, citado en Larios, 2000). En ambos casos, se tiene la certeza de que existe gran influencia hindú. Por otro lado, los monumentos del Séptimo Baktún ya utiliza la posición de los numerales, siendo por tanto, los más antiguos en América con esta característica. Entre estos monumentos existen la estela 2 de Chiapas de Corzo y la estela C de Tres Zapotes que, al ser fechadas en los años 35 a.C. y 31 a.C., respectivamente, anteceden por más de novecientos años las más antiguas inscripciones hindúes que usan numerales con valor posicional, y por más de seiscientos a las más antiguas de Indochina. Si, consecuentemente, consideramos que en Europa este tipo de numerales son introducidos hasta el año 976 d.C. (Willerding, 1971; citado en Larios, 2000), tenemos entonces una diferencia de un milenio con la inscripción posicional más antigua mesoamericana.

Continuando con lo anterior, Larios (2000) explica: todos los conocedores de la aritmética saben que sin el símbolo del cero, un sistema de notación posicional no puede sobrevivir correctamente, para lo cual, hay que anotar que los ceros más antiguos escritos de los que se tiene conocimiento son los ceros esculpidos en la estela 18 de Uaxactún (perteneciente al grupo de inscripciones de *el Petén*), fechada en 357 d.c., que anteceden por 519 y 247 años a los ceros más antiguos hindú e indochino, respectivamente. Otra diferencia existente, más conceptual, es que mientras el cero hindú es un punto de menor dimensión que los demás numerales, denominado *Surya*, que significa “nada” y el cero maya reviste una importancia especial, lo que se determina viendo sus representaciones (Figura 1). En los códices el cero se representa como una concha o un caracol, ambos símbolos asociados con la muerte, la ausencia de vida y el fin de un ciclo; otras variantes, como la llamada “forma humana”, presentan características de la muerte y adornos referentes a los dioses del inframundo, mientras que la mano atravesada en la mandíbula significa complementamiento o la mano que ata los días y los años en haces completos; por otro lado, la variante monumental tiene la forma de una flor calendárica, que viene siendo el símbolo del calendario sagrado, el emblema de la eternidad, del tiempo y de la regularidad cósmica.

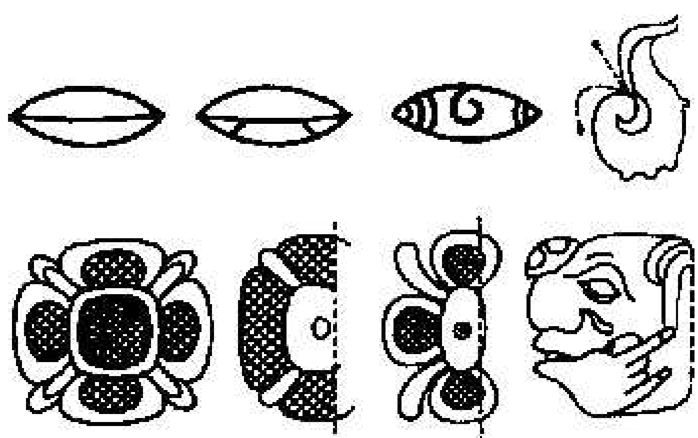

FIGURA 1. Algunas representaciones del cero maya. En la fila superior tal como se presenta en los códices y en la fila inferior en los monumentos (Garcés, 1982, citado en Larios, 2000).

El cero en las culturas maya, azteca e inca (Laurencich, 2004), no debe sorprendernos que no represente la nada como el cero hindoarábigo, sino algo concreto. De esta manera, el cero es representado como un colgante sin nudo para los incas, un caracol para los mayas y una mazorca para los aztecas (Romano, 1999; Harvey y Williams, 1988, citados en Laurencich, 2004), o un elote (Ortiz, 2004).

Sin embargo, desde el vocabulario de Molina se evidencia que, aún si en el idioma náhuatl no había una palabra para decir cero, por lo menos había un "lugar" para el cero, porque de acuerdo a la manera de contar los días pasados presentados por Molina (1970, citado en Laurencich, 2004), los nahua del siglo XVI contaban los días de la semana partiendo de cero, como evidencia Chamoux (2003:29): es decir, el cero es el primer número, lo que genera los otros números.

El concepto de cero tangible (Laurencich, 2004), es propio de las culturas basadas en la atenta observación de la naturaleza y sus manifestaciones concretas, que como los mayas, aztecas e incas, han desarrollado una matemática concreta, en la cual el tiempo se proyecta en el espacio cósmico.

1.4 La cultura Maya

La cultura que tuvo el desarrollo más sustentable en el aspecto matemático-astronómico y se asentó en el actual territorio de México fue la maya. En esta cultura, se desarrollaron y consolidaron los numerales, en una notación vigesimal y posicional. Los numerales mayas tenían dos variantes (Figura 2): los numerales geométricos o normales, y los numerales en forma humana que, por lo general, se representaban como caras antropomorfas, aunque existen casos especiales donde se representa todo el cuerpo (Garcés, 1982, citado en Larios, 2000).

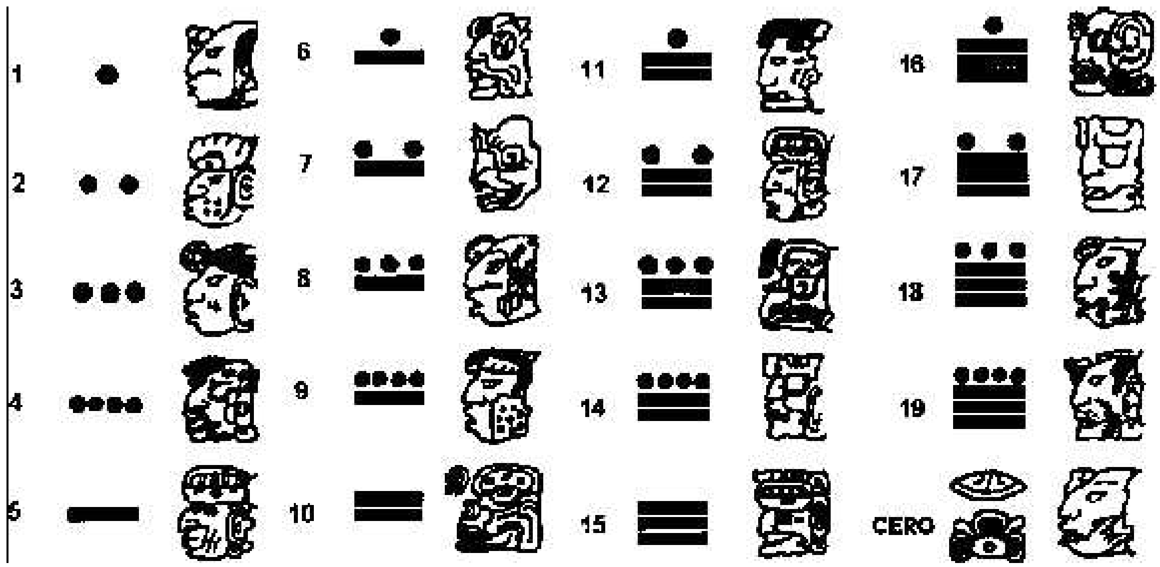

FIGURA 2. Numerales mayas (Garcés, 1982 y 1985, tomado de Larios, 2000, p. 30).

La notación geométrica, está constituida por puntos, rayas y el símbolo de la concha. Esta es la que comúnmente se conoce y se difunde como la notación maya. Su utilización es simple: los puntos representan unidades y las rayas cinco unidades; se pueden formar agrupaciones de puntos con un número máximo de cuatro y las rayas tienen como máximo el de tres por cada agrupación, todo esto utilizando un principio de adición. Se manejan de este modo representaciones de cero al diecinueve, pues cada posición en el sistema es de veintenas. Sin embargo, en el Códice Madrid el numeral 20 se expresa también con el símbolo de la Luna, el cual se puede apreciar en la figura 3 (Larios, 2000).

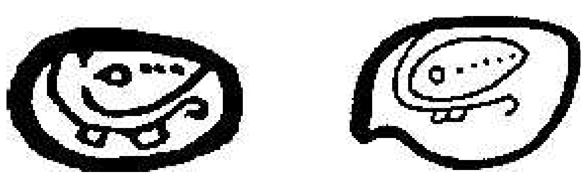

FIGURA 3. Dos representaciones del numeral 20. A la izquierda, tal como aparece en la página 28 del Códice Madrid (Sotelo, 1997). A la derecha según Thomson (1994), citados en Larios 2000, p. 31.

El sistema de numeración maya, es muy similar al sistema babilónico, sólo que los símbolos básicos representan el 1 y el 5, y las posiciones representan potencias de 20 o vigesimales (Oteyza, 2003). A partir de 20, se usa el sistema posicional con base 20.

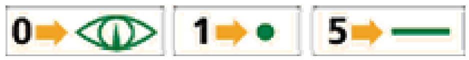

Figura 4: Representación de los numerales 0, 1 y 5.

Tomado de: http://icarito.latercera.cl/icarito/2000/771/pag5a.htm

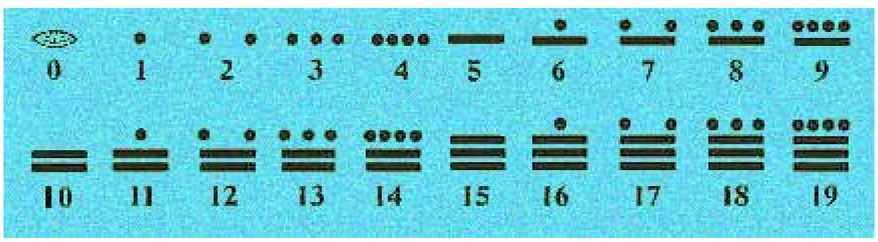

Figura 5: Representación de los numerales 0 al 19.
Tomado de: http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html

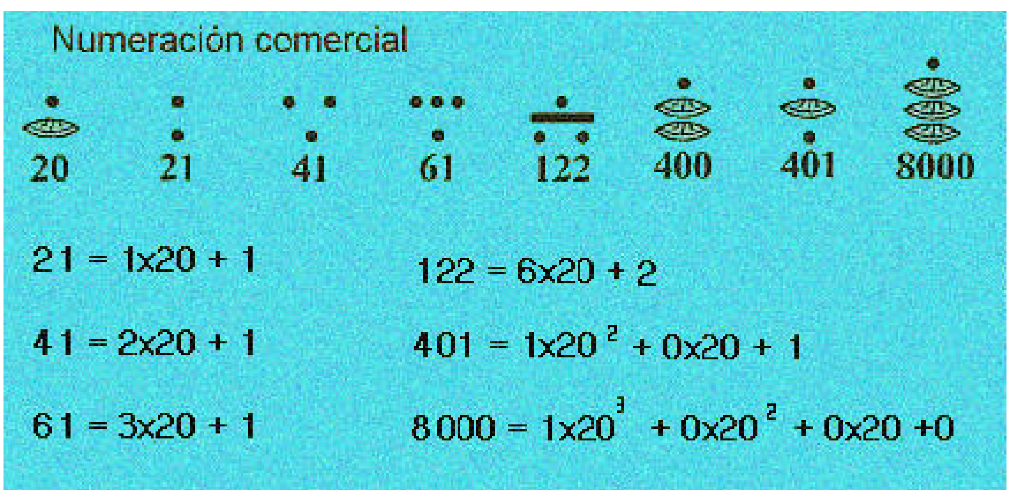

Figura 6: Representación de los numerales comerciales.
Tomado de http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/M2.JPG

La notación de cara, es una colección de 20 glifos que representan caras mostradas en perfil. Ésta se utilizaba para medir el tiempo (Oteyza, 20003). Con esta notación los numerales mayas alcanzaban la madurez de los numerales hindúes, ya que no se utilizaba el principio de adición sino que cada número estaba representado por un guarismo, aunque con el pequeño problema de su complejidad. Las variantes de caras se utilizaban casi exclusivamente en los fechamientos y numerales monumentales, en los cuales iban acompañados, por lo general por los mismo numerales pero en la notación geométrica (Larios, 2000).

Para denotar un cantidad en este sistema, las posiciones se colocan verticalmente aumentando de abajo hacia arriba, de forma que los guarismos que representan las unidades se localizan en la parte inferior y va aumentado progresivamente en potencias de 20 al ascender (Larios, 2000, p. 32), es decir, 20, 400, 8000, etc.

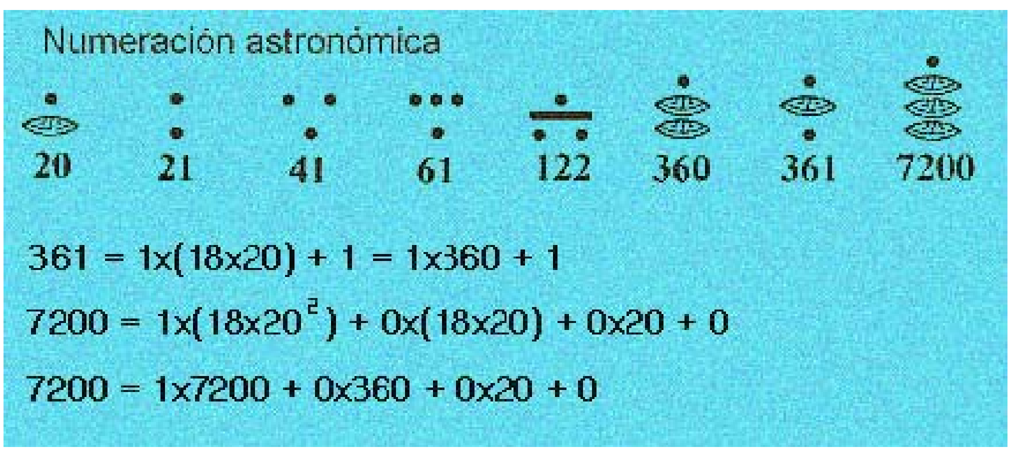

Figura 7: Representación de los numerales astronómicos.
Tomado de: http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html

Con su sistema de numeración, los mayas podían ejecutar las cuatro operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división, y algunas otras, como la obtención de raíces.

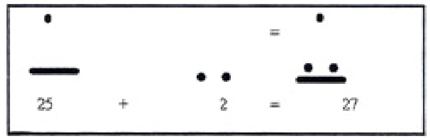

Figura 8: Representación de una suma

Tanto el sistema babilónico como el maya tienen la propiedad de ser posicionales, pero el hecho de tener pocos símbolos para representar los primeros números elementales hace que sea difícil operar con ellos (Oteyza, 2003).

1.5 La cultura azteca

Otra cultura muy importante es la de los Aztecas. Éstas recibieron como un legado, parte de la cultura desarrollada en las costas del Golfo de México y Centroamérica, por medio de intercambios comerciales y guerreras (Larios, 2000).

En esta cultura, Larios (2000) informa, la numeración tomó tres vertientes: los numerales de puntos y rayas, los numerales con valores astronómicos y los numerales de uso común. Estas tres vertientes estuvieron presentes en la cultura azteca en mayor o menor medida.

La vertiente de puntos y rayas no alcanzó mucha difusión, aunque sí utilizó y prueba de ello son los códices *Vaticano A 3738, Telleriano Remensis* (París) y *Aubín* (París) (Garcés, 1982, citado en Larios, 2000,).

Los numerales con valores astronómicos, como las que se muestran en la figura 4, se desarrollaron en unos centros ceremoniales del Altiplano Central, y los aztecas los utilizaron para transmitir sus conocimientos astronómicos. No cualquiera los podía manejar o entender, eran numerales que sólo las personas con conocimientos al respecto podían descifrar. Cada uno de los símbolos utilizados tiene su interpretación astronómica, por ejemplo, el símbolo que se forma con un cuadro con cinco puntos, representa el 8, porque cinco años sinódicos de Venus equivalen a ocho años de 365 días terrestres. Esta vertiente no tiene base numérica alguna, sino que está basada en las observaciones astronómicas; tampoco tiene la característica de ser posicional, aunque los numerales tenían que colocarse en un orden determinado para expresar una serie numérica en particular (Larios, 2000).

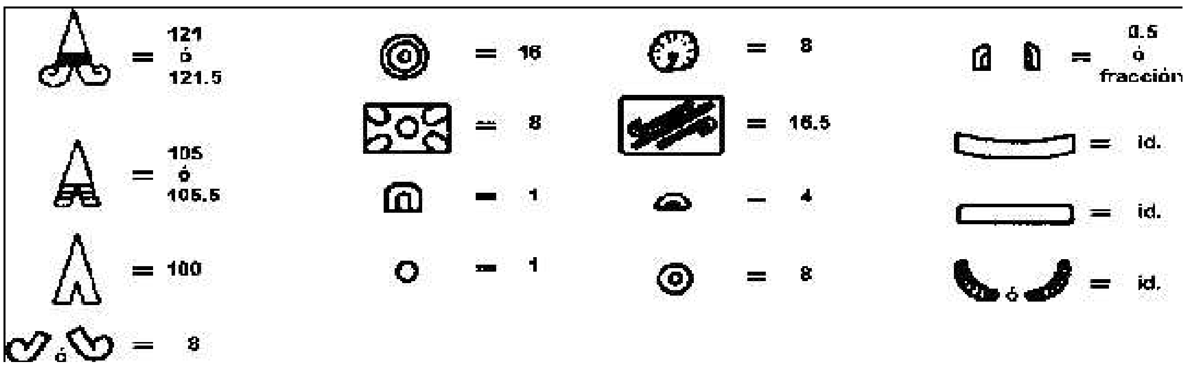

Figura 9. Numerales astronómicos con su valor astronómico (Garcés, 1982) citado en Larios 2000, p. 35.

Asimismo, existen en ocasiones varios símbolos para un mismo número y también ya aparecen símbolos para representar mitades.

La tercera vertiente, es la que se utilizó en las cuestiones mercantiles, comerciales, estadísticas o de la vida cotidiana. La lectura de estos numerales estaba al alcance de todos, por su simplicidad (Larios, 2000)

1.6 Sistema de Numeración Náhuatl

En el mundo cem Anáhuac, nuestros ancestros han usado la noción de números desde épocas muy remotas y continúa siendo una de sus más útiles concepciones, que lo mismo le permiten manejar y resolver problemas rutinarios, que plantear y abordar problemas de extrema dificultad y belleza, desconociéndose así sobre la manera de cómo se adquieren las ideas de número y de medida, que siempre van a la par. Para estructurar y manejar esa noción, inventó lo que llamamos los sistemas de numeración. Cada uno de ellos le permite tener una forma simbólica distinta de la escritura ordinaria, para representar los números. Al símbolo que se le asocia a un número se le llama numeral. El sistema de numeración náhuatl, al igual que otros sistemas de numeración conocidos actualmente, es el fruto de la actividad humana, perfeccionada a través de miles de años, enmarcados en un paradigma específico, en una época y cultura particulares, dentro de una sociedad que le confiere pertinencia y pertenencia.

Este sistema, al igual que la mayoría de los sistemas [de numeración] mesoamericanos, tiene una base vigesimal (Larios, 2000) o base 20; lo que significa que veinte unidades de un orden cualquiera, constituyen una unidad del orden inmediato superior y viceversa.

La principal razón del empleo de la base 20, es el hecho de que todo ser humano posee veinte dedos, diez en las manos y diez en los pies. Para nuestros antepasados era completamente natural el conteo de 20 en 20, ya que el uso de huaraches les permitía utilizar también los dedos de los pies para sus cálculos. De esta manera, la cuenta de 20 significa así mismo un ser completo.

Un sistema de numeración sencillo, en el que se combinan las habilidades del pensamiento matemático avanzado, creativo, cultural y espiritual. El sistema de numeración náhuatl, demuestra que las culturas del México antiguo, contaron con un desarrollo consolidado en la estructura matemática, como saberes validados social y culturalmente. El sistema de numeración Náhuatl, cuenta con progresiones aritméticas y geométricas, que pueden emplearse para el diseño de situaciones y secuencias didácticas de algunos temas en matemáticas. La relación entre las progresiones aritméticas y geométricas, es un elemento que puede resultar útil en la graficación de ecuaciones, etc. La construcción geométrica de segmentos con las progresiones aritmética y geométrica (Farfán y Ferrari, 2001).

1.7 La escritura y representación de los números en Náhuatl

Los números, su representación y su desarrollo simbólico, se ha producido prácticamente a la par con el desarrollo del ser humano, encontrándose presente, en las correspondencias entre cantidades trabajadas en la antigüedad, hasta su uso y presencia en la actualidad en los pueblos que han resistido más de quinientos de la invasión española.

Según las investigaciones que se han realizado sobre el calendario azteca, en ella, se han encontrado por lo menos cinco diferentes formas de lenguaje, que se autocomprueban: el numérico absoluto, cromatográfico, posicional, ideográfico, icónico (González, 2001) y verbal. El calendario azteca, originalmente lució los colores rojo, amarillo, blanco, azul, y morado (Joseph, 1965). Siendo esto así, significa que empleaban más lenguajes que las reportadas en la matemática escolarizada, ya que sólo se mencionan el algebraico, geométrico, numérico, icónico y verbal (Cantoral y Farfán, 1995).

De la representación de los numerales de la tercera vertiente de los aztecas (Larios, 2000), en el siglo XVI, los españoles encontraron jeroglíficos que son numerales en la llamada Tira de los Tributos y en el códice Mendoza, donde el 1 era representado con un dedito (Meza, 2005) o dedo, utilizado principalmente en cuestiones estadísticas (Larios, 2000), o un punto, utilizado por lo general en cuestiones relacionadas con fechamientos y nombres; el 20 (Meza, 2005) o veintenas se utilizaba una bandera llamada cempoalli (se poali)

(Larios, 2000); para los 400 (20x20) una pluma (Meza, 2005), también se utilizaba un símbolo que algunos interpretan como una rama de pino y otros como un abeto, utilizándose éste por ser "numeroso como el cabello" y se llama *tzontli*; para los 8000 (20x20x20) se utilizaba un morralito (Meza, 2005) o una bolsa de incienso o costal denominado *xiquipilli* (Vaillant, 1960, citado en Larios, 2000), cantidad usada para el manejo de la moneda en los mercados, algo similar a los millones o miles de pesos actuales (Figura 5).

FIGURA 10. Numerales de la tercera vertiente utilizados por los aztecas (Vaillant, 1960), citado en Larios, 2000, p.36.

Los aztecas escribían los símbolos de los numerales usando la escritura pictórica, cada uno de los símbolos eran dibujos e ideogramas, que expresan tanto a la cantidades, los numerales, la naturaleza del objeto contado, así como ideas relacionadas y subyacentes.

Existen varios manuscritos posteriores a la conquista en los que se representan otros símbolos y diversos artificios para expresar numerales y fracciones. Uno de estos símbolos lo menciona Vaillant (1960, citado en Larios, 2000) en su obra e incluye expresiones de fracciones por medio del oscurecimiento de mitades o cuartas partes de punto; denotación del 5, el 10 y el 15 poniendo partes de un *cempoalli* (se poali); y la representación de centenas menores al 400 mediante la presentación incompleta del *tzontli* (Figura 11). Sin embargo, no es considerado nativo, sino que posee adaptaciones europeas.

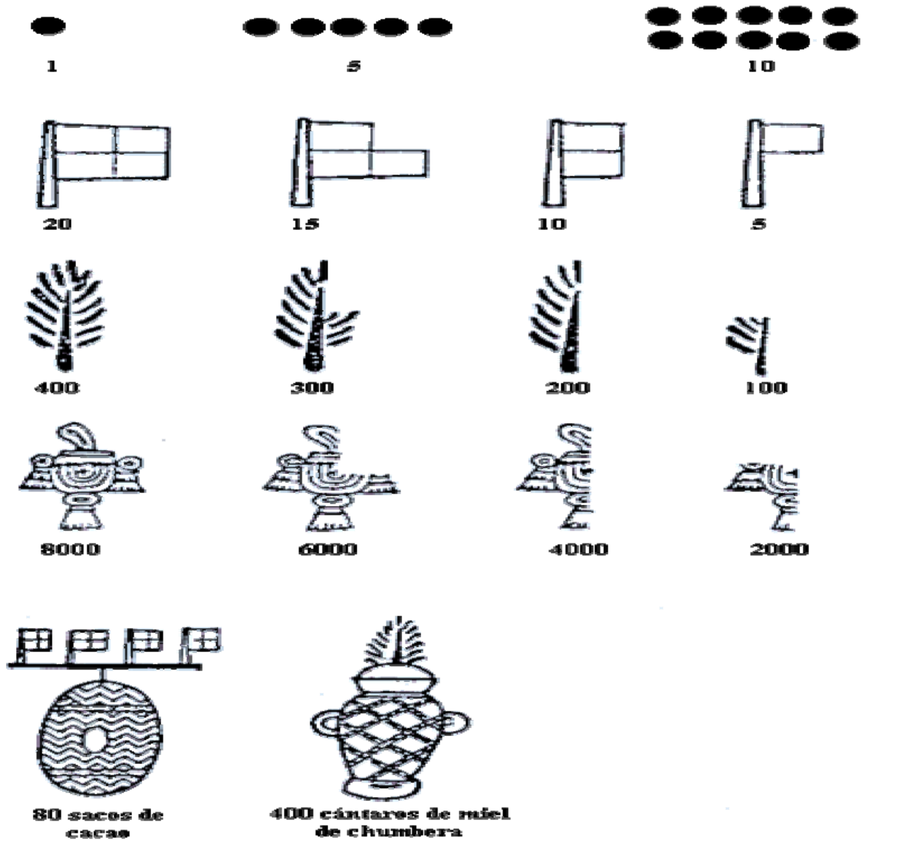

FIGURA 11. Representación de numerales y fracciones

1.8 Sistema posicional

Para Larios (2000) como los aztecas no presentan, o no se ha encontrado, un símbolo que represente el cero, el sistema no presenta valor posicional, sino que se utiliza el principio de adición y, al parecer no existe un orden específico en el se deben poner. En este trabajo de investigación, sostenemos la hipótesis "el sistema de numeración náhuatl" es un sistema vigesimal posicional, tal como se analizará y demostrará más adelante en el capítulo 6.

1.9 El dualismo como base de la existencia de todo el cosmos

La dualidad representa para el mundo mesoamericano un verdadero latido que rebasa los límites espacio-temporales vitales (Patrick, 1998). Teotihuacan fue la verdadera cuna de los dioses mesoamericanos: en ella cobraron forma el pensamiento dualístico, la concepción cardinal del universo y muchas de la figuras de deidades que permanecieron hasta la llegada de los españoles (Serra, 1988). Los mexicas compartieron con sus contemporáneos el pensamiento más profundo y estructurante. La base era el dualismo que concebía todo lo existente como compuesto por dos sustancias opuestas. Éstas se manifestaban en múltiples oposiciones binarias que formaban dos campos. Uno agrupaba la vida, el calor, la luz, la sequedad, lo alto, lo masculino, la fuerza, el día, etcétera; otro, la muerte, la oscuridad, la humedad, lo bajo, lo femenino, la debilidad, la noche y otras correspondencias. Al combinarse ambas sustancias, la proporción y el predominio de una u otra, determinaban la naturaleza de cada ser, otorgándole sus propiedades inherentes. De esta ley no escapan los dioses, pertenecientes en mayor o menor grado a uno de los campos opuestos del cosmos, pero todos ellos provistos de una doble naturaleza, susceptible de expresarse como el desdoblamiento en una pareja divina (López, 2003).

1.10 Operaciones aritméticas

Existe poca información sobre las operaciones aritméticas y algebraicas que desarrollaban los aztecas; para resolver este detalle, en este trabajo, iniciamos con el análisis de nombres de los números, para inferir sobre algunas de las operaciones básicas que realizaban.

Hay evidencias que demuestran del uso de un computador manual semejante al ábaco entre los aztecas (Larios, 2000), llamado *nepohualtzitzin*, el cual estaba constituido por un mecanismo móvil de siete hileras con 13 elementos cada una, divididas por una regleta central, de madera, con 39 elementos en la parte superior (parte derecha, resultado de 3*13=39 cuentas) y 52 en la parte inferior (parte izquierda, resultado de 4*13=52), que estaban hechos de jade, oro o madera. En la parte de la izquierda se tienen cuatro cuentas, que en la primera hilera tiene valores unitarios (1, 2, 3, 4), y del lado derecho hay tres cuentas con valores de 5, 10, 15 respectivamente. El nepohualtzitzin es una computadota prehispánica, cuya concepción engloba no sólo el cálculo matemático, sino también interpretaciones astronómicas y de gestación. Su uso era enseñado en el Calmecac a los tonalpouhkeh (tonalpojkej), dedicados a llevar las cuentas de los cielos, desde niños. Desgraciadamente, el *nepohualtzitzin* y su enseñanza estuvieron entre las víctimas de la destrucción conquistadora, al atribuirle origen del diablo después de observar sus tremendas propiedades de representación, precisión y velocidad de cálculo. Pero sabemos con certidumbre que no sólo fue un instrumento inducido por el demonio en la mente de nuestros ancestros, sino que es una muestra palpable del gran desarrollo científico y tecnológico que ya tenían en esos tiempos la mayoría de las culturas autóctonas (Esparza, 1978, citado en Larios, 2000).

Con la matemática azteca, maya, olmeca, incas, etc, es posible realizar cálculos sólo con tres símbolos, el punto, la raya y el cero de cada cultura. Von respecto al cero, en la cultura azteca es representado con una mazorca; una concha, caracol o un ojo abierto, para los mayas y olmecas, y un colgante sin nudos para los incas. Los números se representaban uniendo estos símbolos de tal manera que no se podían poner más de una veintena de un mismo tipo juntos (Larios, 2000).

A diferencia de lo que comúnmente se cree, los numerales escritos con puntos y rayas, no fueron inventados por los mayas, tal como creyó el antropólogo Kirkof (Meza, 2005), pues hay evidencias de su uso, en por lo menos dos monumentos de La Venta (en el estado de tabasco), que se desarrolló entre el 800 a.C. y el 400 a.C. (Haberland, 1974, citado por Larios, 2000), antes del periodo en que se desarrolló la cultura maya. Estos vestigios antiguos son olmecas, la evidencia de esto es la lápida de Tres Zapotes ahora llamada la placa de Leiden, que es completamente Olmeca y fabricada en jade. En ella se encuentra una fecha de la cronología Olmeca. Su antigüedad se determinó con carbono 14, que actualmente se encuentra en Leiden Holanda. La fecha está formada por números que se leen de abajo hacia arriba, calculando su valor numérico con potencias de 20 en cada nivel. En estos numerales, el punto representa al sol que es una unidad y la raya es el horizonte (Meza, 2005).

1.11 La cultura Inca

Los incas, es una de las tres culturas que alcanzaron un elevado nivel de cultura, practicaban la suma haciendo nudos en unas cuerdas de vivos colores que iban juntando hasta formar el llamado quipo (Baldor, 2002).

CAPÍTULO

2

●●

Ome

Delimitación del problema, justificación y objetivos

En este capítulo, analizaremos la razón del porqué en la actualidad, la enseñanza de las matemáticas es de poco interés por el estudiante; la justificación así como los objetivos que se pretendemos alcanzar con esta investigación.

2.1 ¿Cuál es el estado del problema?

¿Cómo los seres humanos aprenden a construir conocimientos matemáticos en contextos socioculturales? ¿Dónde y cómo se originan los conocimientos matemáticos que se enseñan en los contextos escolares? Éstas son las interrogantes centrales que guiarán este trabajo de investigación.

A pesar de los numerosos intentos que se realizan en el mundo por tratar de que el aprendizaje sea efectivo, en muchos casos, se observa poca solidez de los conocimientos y reducidas las posibilidades de aplicación por parte de los alumnos a la vida cotidiana, insuficiente desarrollo de habilidades e insuficiencias en la formación de los valores que requiere la sociedad (Zilberstein, 2000). Dada la complejidad que representa el estudio del problema educativo en la enseñanza aprendizaje de los conocimientos matemáticos, tanto de los que enseñan como de los que aprenden, resultan insuficientes las prácticas arraigadas de "capacitar" o "entrenar" a los docentes y la formación de profesores. Una mejoría sustancial en la enseñanza de los conocimientos matemáticos, no ocurrirá si no articulamos los saberes actuales con la forma de la construcción social de conocimientos a través de prácticas sencillas por las culturas de mayor esplendor.

Al estudiar la efectividad del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, se aprecia que los propios docentes lo describen como poco productivo, mecánico y repetitivo, en el cual el alumno tiende a realizar poco esfuerzo mental, participa muy poco, poco independiente, que se aburre y muchas veces, desea que pronto termine el turno de clases (Zilberstein 2000). El fracaso en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en nuestros días, es un fenómeno que llama mucho la atención. Este fracaso en la mayoría de los casos, constituye un problema potencial en el fracaso de la escuela y en la vida. Los problemas de educación son problemas de la vida, que surgen de necesidades variables, modos y caprichos de una sociedad en transformación (Freudenthal, 1981), por tanto ¿Cómo, qué y para qué aprende matemáticas un estudiante? Son las preguntas claves que deben guiar cualquier investigación que desea contribuir a la solución de este problema.

¿Para qué aprender matemáticas? Para responder esta pregunta, revisaremos las actividades sociales como los nuevos escenarios para la construcción de conocimientos matemáticos.

2.2 Justificación

En nuestro país, el artículo tercero constitucional señala "la educación deberá ser integral", que deberá considerar el desarrollo armónico de todos los aspectos del ser humano. Esto compromete a considerar al estudiante en su totalidad, como un ser emocional, cognitivo, estético, social, corporal y espiritual, ninguna de estas seis dimensiones puede ser sustraída del proceso educativo sin afectar seriamente la formación integral del estudiante (Gallegos, 2000).

La educación constituye un instrumento indispensable para que la humanidad pueda progresar hacia los ideales de paz, libertad y justicia social, …, recalcar la función esencial de la educación en el desarrollo continuo de la persona y las sociedades, al servicio de un desarrollo humano más armonioso, más genuino, para hacer retroceder la pobreza, la exclusión, las incomprensiones, las opresiones, las guerras, etc. (Delors, 1997); para que nadie piense por nosotros, ni vea por nosotros, ni hable por nosotros ni -finalmente- actúe por nosotros (Freire, 1971). Dar valor a la enseñanza práctica para el estudiante, tal como lo expresó Enrique José Varona: "Enseñar a trabajar es la tarea del maestro, a trabajar con las manos, con los oídos, con los ojos, y después, y sobre todo, con la inteligencia" (Zilberstein, 2000). Cuando las cosas carecen de significado, de sentido para nosotros, es imposible recordarlas (Michelle, 2000). (…) el proceso de enseñanza nunca es una mera transmisión de conocimiento, objetivos o de destrezas prácticas, sino que se acompaña de una idea de vida y un proyecto de sociedad (…) (Savater, F. 1999); (…) si un alumno aprende cosas en los libros de texto simplemente en conexión con las lecciones escolares y para repetir lo aprendido, cuando se le pida, entonces el conocimiento no tendrá efecto sobre alguna conducta, a saber, repetir afirmaciones a petición de los demás. No es nada sorprendente que tal conocimiento no tenga mucha influencia en la vida fuera de la escuela (…). El aprender en la escuela debería continuarse fuera de ella (Dewey, 1995). Se requiere una educación que no sólo fomenten aprender a vivir, aprender a conocer, aprender a hacer y aprender a ser (Delors, J, 1997), sino también aprender a valorar la educación , aprender a evolucionar y trascender la personalidad del ser humano, tal como lo fue en las culturas del Anáhuac.

El estudio estructural, conceptual y aritmético de los nombres de los números de la cultura Náhuatl (sistema de numeración), así como el desarrollo de objetos y conocimientos matemáticos, hasta el momento ha sido subestimado, no por su inutilidad e inaplicabilidad, sino sencillamente por su desconocimiento. El aprendizaje de los nombres de los números en náhuatl, emerge mediante actividades sociales que se realiza en ámbitos no escolares, un sistema de aprendizaje que no requiere grandes esfuerzos debido a la utilidad que éstas presentan en las actividades sociales cotidianas.

La actividad social es el modo mediante el cual, el ser humano se relaciona con el mundo externo. Es un proceso guiado por una necesidad fundamental del ser humano, quién transforma creadoramente la naturaleza, en cada una de ellas, él mismo transforma y se autotransforma, construyendo diferentes tipos de conocimientos. En las actividades sociales, está presente la abstracción teórica de toda la práctica humana universal, desde el modo de existencia, cambio, transformación y desarrollo de la realidad social.

Actualmente, se ha reconocido que las culturas del mundo del Anáhuac, aportaron una enorme cantidad de conocimientos al mundo moderno, como la herbolaria, filosofía, agronomía, astronomía y matemáticas, entre otros. La edificación de templos, grandes edificaciones, los monumentos, palacios, esculturas y pinturas (León, 2002), contó con buen número de especialistas, desde arquitectos que dirigían hasta albañiles, peones, escultores y pintores, asesorados seguramente por sacerdotes (Matos, 2002); en el caso del templo mayor, realizada por Moctezuma Xokoyotzin, impactó a los españoles por su majestuosidad y altura (Matos, 2003). Existen pruebas irrefutables del desarrollo cognitivo matemático en la arquitectura, la astronomía, los calendarios, las figuras geométricas, la ingeniería biogenética (cultivo del maíz), los números astronómicos, los métodos de conteo y cálculos, entre otros.

Por otra parte, el cálculo es un producto cultural y no sólo una colección de teoremas y algoritmos. Es un fruto de la actividad humana (Cantoral, 1997). Siendo esto una verdad irrefutable, los conocimientos de tipo matemático desarrollados por las culturas del mundo del Anáhuac, deben ser analizados para detectar algunos elementos que resuelvan en parte el problema planteado por la matemática educativa; para promover una enseñanza que no sólo cumpla las funciones instructiva, educativa y desarrolladora, sino un aprendizaje que tenga en cuenta el valor del ser humano, aprender a trascender como ser humano, que permita formar una generación de hombres que contribuyan a la transformación creadora de la humanidad y el mundo; que sean más sabios no sólo porque tengan más conocimientos, sino también porque amen y respeten a sus semejantes, que protejan el medio ambiente y transformen creativamente la naturaleza. Reforzar el objetivo de la educación para la vida, para la trascendencia del ser humano, es decir, el ¿Para qué enseñar y para qué aprender matemáticas? como categorías rectoras del proceso de enseñaza aprendizaje (Zilberstein, 2000).

2.3 Principales hipótesis de investigación

La hipótesis que asumimos en esta investigación: la ansiedad matemática se genera en los ámbitos escolares por la forma de la enseñanza de la matemática, siendo una enseñanza totalmente descontextualizada de las ciencias, desvinculada con la práctica y con la naturaleza, con la vida y la trascendencia del ser humano. Es una educación que privilegia el desarrollo instruccional, formativo y científico que el desarrollo espiritual y la trascendencia del ser humano, tal como lo practicaron las culturas del Anáhuac.

En este sentido, sostenemos que el estudio de las prácticas sociales en el contexto de las actividades cotidianas, nos permitirá orientar estudios sobre la construcción social del conocimiento matemático avanzado, que por su naturaleza práctica y funcional en los diferentes contextos socioculturales, presentarán una utilidad para la vida la enseñanza de este tipo de conocimientos matemáticos; de esta manera, estaremos iniciando un viraje a los contextos socioculturales como los nuevos escenarios donde emergen conocimientos matemáticos funcionales, prácticos, útiles y validados por la sociedad a través de las diferentes actividades que realizan cotidianamente. Consideramos que los escenarios socioculturales, son los nuevos ambientes que incorpora la matemática educativa para que realmente sea una matemática educativa y para retomar algunos de los eslabones perdidos en la educación, tales como el reencuentro con las prácticas sociales como la fuente donde se generan los conocimientos matemáticos útiles y funcionales, que permiten no sólo el desarrollo intelectual, sino un desarrollo armónico del ser humano con la naturaleza.

La imitación procedimental de la forma de la construcción social de los conocimientos matemáticos altamente especializados que emergen de las prácticas sociales, nos permitirá mejorar nuestras acciones docentes, al identificar los elementos no previstos por la didáctica fundamental, pero que dichos elementos son parte integral de los procesos de construcción social de conocimientos, que sin duda alguno, éstos favorecerán la construcción social de conocimientos matemáticos en contextos escolares.

En el proceso de construcción de conocimientos matemáticos, las actividades y la comunicación empleando el idioma que domina la sociedad, son dos de los procesos inseparables e indispensables que permiten una construcción efectiva de los conocimientos en sociedad.

2.4 Objetivo General

Aspiramos profundizar el análisis de la construcción conceptual y aritmética los nombres de los números en náhuatl, para fundamentar científicamente el sistema de numeración y divulgar entre sectores amplios de la población, la otra faceta de la matemática educativa y trascendente, desarrollados y forjados en diferentes contextos socioculturales miles de años en el México antiguo, que a pesar de la conquista y de lo que a ella siguió durante cerca de 500 años, perduran aún entre los nahuas de hoy en cerca de dos millones de ciudadanos en nuestro país.

Demostrar que los conocimientos del sistema de numeración Náhuatl, son tanto constructos sociales como culturales, emergentes de las diferentes prácticas sociales. Por tanto, los saberes matemáticos institucionalizados, no sólo son sujetos de una transposición didáctica sino también de una transposición cultural y transcultural (Cantoral, 2003). El estudio del sistema de numeración Náhuatl nos permitirá buscar las relaciones constructivas de los mismos y transponerlos al sistema didáctico tradicional para la enseñanza de la matemática.

No es objetivo ni es interés de este trabajo, analizar la cronología del desarrollo del sistema de numeración náhuatl, sino únicamente aprovechar la forma en que se aprenden los nombres de los números que se usan actualmente por las personas que dominan y hablan el náhuatl; que desafortunadamente, no existe ninguna escuela que enseñe la construcción aritmética y conceptual los nombres de los números en Náhuatl, pero que sin duda alguna, en tiempos antiquísimos, fueron construidos con mucha sapiencia y que éstas se formalizaban en las escuelas de conocimiento que existían en épocas remotas, y que ahora únicamente se transmiten de manera oral por las personas que aún conservan su identidad cultural en nuestro país.

2.4.1 Objetivo específico

Analizar los nombres de los números en Náhuatl desde su estructura conceptual y aritmética, para demostrar y fundamentar científicamente, que dichos nombres están constituidos por diversas operaciones, que dependiendo de la sencillez o complejidad del número, es el tipo de operaciones mentales que se realizan para estructurar el nombre del número correspondiente. En cada uno de los procesos mentales implicados en la construcción de los números en náhuatl, requieren elevados niveles de desarrollo cerebral, así como el desarrollo de los conocimientos y capacidades discursivas, declarativas, cognitivas, procedimentales, actitudinales-valorales y metacognitivas, es decir, hasta la acción sobre los procesos del pensamiento complejo y transversal.

Demostrar que los nombres de los números en náhuatl, se aprenden en contexto familiar mediante las actividades que desempeñan con los padres, y familiares cercanos, posteriormente, el proceso de aprendizaje de nombres de los números en Náhuatl, se amplía a diversos contextos a través de la socialización, sin perder de vista nunca, que la construcción de todo tipo de conocimientos ocurre siempre a través de múltiples actividades socioculturales. Por tanto, las actividades que se desarrollan en cada una de las prácticas sociales, constituyen la fuente de nuevos saberes altamente especializados, como aquellos que conciernen a la matemática avanzada.

CAPÍTULO

3

●●●

Yeyi

Marco Teórico y Metodológico

En este capítulo, exponemos el marco teórico así como la metodología empleada en el trabajo de investigación.

3.1 Marco Teórico

La postura teórica que asumimos en esta investigación, es la consideración de que la Matemática Educativa es una disciplina del conocimiento cuyo origen se remonta a la segunda mitad del siglo veinte, preocupada por discernir los problemas de la formación de los conocimientos matemáticos, tanto de los que enseñan como de los que aprenden matemáticas. Según Cantoral (2002), se ocupa del estudio de los fenómenos didácticos ligados al saber matemático, como el producto de una de reflexión profunda, que trata de impactar al sistema educativa nacional, mediante la búsqueda de diferentes estrategias para una mejor enseñanza de las matemáticas, y que demuestren resultados fructíferos notorios en el aumento de aprovechamiento, así como la reducción de los altos índices de repitencia y reprobación escolar en todos los niveles educativos.

La didáctica de las matemáticas o Matemática Educativa como se le conoce en México, es un campo de conocimiento relativamente joven, que ha sufrido importantes cambios tanto en su objeto de estudio como los métodos con que lo aborda (Gascón, 1988; Cantoral y Farfán, 2003, citado en Lezama, 2005).

El nombre de matemática educativa, da a la disciplina una ubicación geográfica y conceptual; digamos que geo-social. En el mundo anglosajón, el nombre que le han dado a la práctica social asociada es el de Mathematics education, mientras que en la Europa continental le han llamado didactique des mathematiques o didaktil der mathematik, por citar algunos de los grupos mas dinámicos. En esta época, se acepta como premisa funcional, la matemática educativa estudia los procesos de transmisión y adquisición de los diferentes contenidos matemáticos en situación escolar, describe y explica los fenómenos relativos a la enseñanza y aprendizaje (Cantoral y Farfán, 2003), el estudio del sistema didáctico (los saberes, la institución-profesor y el alumno) y a los fenómenos (didácticos) que en él suceden (Martínez, 2002); que acoge en su seno, al igual que sucede en otras disciplinas, distintas escuelas de pensamiento y matices en la construcción de significados respecto a cómo comprender, aprehender y aprender un concepto matemático (Farfán y Ferrari, 2001), e identificar una confrontación entre la obra matemática y la matemática escolar (Cordero, 2001).

La Matemática Educativa como teoría reciente, se apoya en la tesis de la aproximación Socioepistemológica para explicar el origen y la forma en que se construye el conocimiento matemático; la socioepistemología, como metodología de investigación, recibe diferentes nombres, destacándose los siguientes: socioepistemología (Cantoral, 2000; Cordero, 2001, 2002; Cantoral y Farfán, 2002; Arrieta, 2003), acercamiento socioepistemológico (Cantoral y Farfán, 1998), aproximación socioepistemológica (Cantoral y Ferrari, 2003) y epistemología de las prácticas sociales. El acercamiento socioepistemológico atiende todos los aspectos inherentes a la construcción del conocimiento y al sujeto que aprende, profundizando el análisis del saber incorporando no sólo el origen conceptual o procedimental, sino su origen social, al examinar las prácticas de referencia y las formas de su aproximación en una cultura (Farfán y Ferrari, 2001); con esto, se fundamenta, que todo conocimiento matemático cuentan con un componente socio-cultural, que contempla una serie de prácticas sociales de referencia compartidas por un grupo social (Lezama, 2005); además, incluye y estudia los diferentes planos de lo cognitivo desde la perspectiva de la psicología social, trabajando las ideas de Vigostky, Brunner, entre otros, en tanto se considera que el conocimiento matemático se construye interactuando con una realidad (Farfán y Ferrari, 2001), a través de diferentes prácticas sociales relativas al saber.

La socioepistemología (Cantoral y Farfán, 2004) es una aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar en forma articulada con las cuatro componentes fundamentales de la construcción social del conocimiento, a saber: la naturaleza epistemológica, al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento; los procesos cognitivos que le son asociados, los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza y la dimensión sociocultural del saber (Ferrari, 2001; Cordero, 2001; Ferrari, 2003) siendo ésta última, la base fundamental para el desarrollo del presente trabajo de investigación.

Tradicionalmente, las aproximaciones epistemológicas asumen que el conocimiento es resultado de la adaptación de las experiencias teóricas con las evidencias empíricas, ignorando, sobremanera, el papel que los escenarios históricos, culturales e institucionales desempeñan en la actividad. La socioepistemología, por su parte, plantea el examen del conocimiento social, histórica y culturalmente situado, problematizándolo a la luz de las de las circunstancias de su construcción y difusión (Cantoral y Farfán, 2004, citado por Lezama, 2005). Uno de los supuestos básicos de la socioepistemología: el conocimiento se construye, siendo tal construcción de carácter social, donde las prácticas sociales, como acción con intencionalidad, cobran un papel relevante (Ferrari, 2003).

Dentro de la perspectiva de la socioepistemología de la matemática educativa, se considera la dimensión cognitiva, con relación a las interacciones que da lugar el proceso de aprendizaje, las interacciones entre los actores y las interacciones con el mundo. La dimensión social, da prioridad al ser humano y su actividad “haciendo matemáticas”, en lugar de considerar la producción matemática hecha por el humano; por tanto, el ser humano y su actividad, se convierten en elementos primarios en las teorizaciones de la matemática educativa, constituyendo una nueva plataforma para la organización, construcción, reconstrucción y reorganización social, una fuente donde se construye conocimiento y que tiene significados propios, contextos, historia e intención, (Cordero, 2001); el conocimiento matemático es considerado como una actividad propia de los intereses del estudiante y el profesor, cuyo valor principal en que organiza y da sentido a una serie de prácticas útiles, a cuyo dominio hay dedicar esfuerzo individual y colectivo (Rico, 1998), es a través de la actividad que los seres humanos modificamos la naturaleza, las condiciones de vida, se autotransforman, expresan la síntesis de lo ideal y espiritual del hombre. En la actividad humana tiene lugar la transición del objeto a su forma subjetiva, a la imagen,…, la actividad tiene una estructura propia: necesidades, motivos, condiciones en las que se desarrollan, medios, acciones y operaciones; en la actividad humana, que se manifiesta en procesos de comunicación y socialización (Silvestre y Zilberstein 2000). Es en la dimensión social, donde se debe retomar la dimensión cultural, como la nueva plataforma para la construcción, modificación y reconstrucción de significados. Para no perder de vista, que todos los conocimientos matemáticos son constructos socioculturales y las prácticas de referencia que le dan origen (Farfán y Ferrari, 2001); además, la cultura crea formas especiales de conducta, cambia el tipo de actividad de las funciones psíquicas (Silvestre y Zilberstein 2000). Educar es crear una realidad a futuro. Directamente de la cantidad y calidad de la educación que impartimos en nuestras aulas, dependerá de la clase de personas que manejarán al país. Lo que hoy nos acontece es un claro resultado del tipo de educación y formación moral que recibimos en el pasado, en lo positivo y en lo negativo (Cornejo, 1996).

Esta nueva línea de investigación que iniciamos en este trabajo, consiste en retomar los conocimientos matemáticos que son empleadas en expresiones por parte de diversas personas que dominan la lengua náhuatl, como parte de la construcción social del conocimiento matemático avanzado y que Cantoral (2003) define como al conjunto de las interacciones explícitas o implícitas, que se establecen entre los siguientes aspectos: Los procesos avanzados del pensamiento, la epistemología de la matemática avanzada y las prácticas humanas altamente especializadas.

3.2 Metodología

La metodología que empleamos en esta investigación, es una combinación de los métodos histórico, etnográfico y el acercamiento socioepistemológico de la matemática educativa.

Predominando la investigación etnográfica, realizado por el autor en su propia lengua (Náhuatl), al recurrir y tomar en cuenta las fuentes directas, mediante la comunicación con las personas de edad avanzada y el autor de esta tesis para tener más información sobre este tema.

El primer paso, consistió anotar los nombres de los números tal como lo hablan las personas que dominan esta lengua, posteriormente, analizamos la estructura conceptual-aritmética, es decir, la forma que está constituido el nombre de los números en Náhuatl. De este análisis, deducimos las propiedades generalizadas, que en cada nombre de los números predominan.

CAPÍTULO

4

●●●●

Naui

Sistema de numeración náhuatl

En este capítulo nos enfocamos a escribir y a analizar la estructura aritmética-conceptual los nombres de los números en náhuatl, así como las propiedades que emergen de éstos.

4.1 Del contar a las cantidades

Hace unos doscientos años, Lacroix (1850) escribió: […] confieso mi ignorancia sobre la manera como se adquieren las ideas de número y de medida; y me propongo aquí examinar cómo estos materiales ya elaborados […] (citado en Cantoral, 1997)

No cabe duda, que todos los seres humanos, construimos diferentes tipos de conocimientos cuando entramos en contacto con los órganos de los sentidos con la naturaleza (Rojas, 2000), de esta manera, nos familiarizamos con los números, con las formas y figuras, hasta constituirse en conocimientos de ciertas ramas de la matemática, como la aritmética, la geometría, el álgebra, y otras. Al principio en forma de ideas, y las ideas van tomado forma, consistencia, realidad a partir de fantasmas formados por nuestros sueños y nuestras imaginaciones, hasta llegar a simbolizar los pensamientos de nuestra inteligencia. Al respecto, Marx decía justamente: los productos del cerebro humano tienen el aspecto de seres independientes dotados con cuerpos particulares en comunicación con los humanos y entre ellos, (citado en Morin, 1999).

Entre las diversas aportaciones que se ponen de manifiesto de las culturas del mundo del Anáhuac, es la parte filosófica.

La primera operación revolucionaria que resolvió el ser humano, fue sin duda, la operación de contar con los sentidos, específicamente con la vista y apoyándose del dedo índice. Después, a través de los años, la otra operación que revolucionó la sociedad, fue el habla, con esto, ya empezó a contar las cosas, objetos y seres con palabras. Sin embargo, la primera operación aritmética que se conoció, según describe Baldor (2002) fue la suma. Para resolver esta operación siempre se recurría a elementos concretos, puesto que no se había llegado a un grado suficiente de abstracción matemática.

Posteriormente, surge la necesidad de representar lo que ha contado, tanto con la mente, la vista y con palabras. En esta representación de las cosas, objetos y seres contados, mediante imágenes, emerge el concepto abstracto de cantidad y número.

El concepto abstracto de número, emerge en la comunicación en ausencia de las cosas, objetos y seres, donde sólo se menciona la cantidad, y las personas hacen uso de conocimientos previos de manera mental. En todo el proceso, que inicia desde el acto de contar visual (numeración visual), verbal (numeración verbal o hablada), y mentalmente (numeración mental), hay una fuerte construcción de conocimientos funcionales y elevados niveles de abstracción. Es decir, que en el proceso de construcción de conocimientos matemáticos, está fuertemente ligado a elevados niveles de abstracción.

La simbolización de las actividades sociales, del proceso de contar las cosas, objetos y seres, emerge otro concepto, que parecería que son sinónimos de contar, pero que son totalmente diferentes, aunque describen coherentemente al mismo proceso. Contar y medir fueron las primeras actividades matemáticas del hombre primitivo (Baldor, 2002; Baldor, 1997), posteriormente, emerge la necesidad de medir.

¿Kexkich, kexkichmej, Cuánto, Cuántos? ¿Kexkich ka ueyi, de qué tamaño? y ¿Kenon ka uejka kajki, A qué distancia?, es decir, contar, medir y calcular, son las operaciones más importantes del ser humano que logró resolver desde épocas antiquísimas.

4.2 Los números "Tlapoualmej"

Los números han surgido a lo largo de la historia, como herramienta para resolver problemas de conteo, medición, ordenación, etc. Actualmente, los vemos como algo ya terminado y tendemos a creer que siempre existieron así; sin embargo, en cada época, cuando se introdujo algún número o grupo de números nuevos, a menudo se suscitaban polémicas muy fuertes y estos números tardaban muchos años en ser aceptados por la comunidad en general. Tales son los casos del cero, de los números negativos, los números irracionales, etc. (Oteyza, 2003). La mayoría surgió para cuantificar cosas, seres y fenómenos de la naturaleza.

Los números son conceptos emergentes del proceso intelectual, mediante el cual, separamos mentalmente las cualidades particulares de las cosas, objetos o seres de una situación concreta, al plano de las ideas mediante la socialización del conocimiento. Por tanto, los números son conceptos abstractos.

Según el diccionario de matemática (1977), número es la “indicación de la cuantía de una multiplicidad; dicho de palabra, como ***numeral***, y escrito, como ***cifra***”.

En náhuatl, se emplean los vocablos “Tlapoali” y “Tlapoalmej” para referirse a número y números, respectivamente. El significado de estos vocablos “que está contado” y “que están contados”, es decir, significa sencillamente **“lo que una persona cuenta de las cosas contadas”**. En el acto de contar está implícita la construcción sociocultural de los conocimientos matemáticos y la abstracción como procesos elevados del desarrollo del pensamiento.

La definición de número en el sistema de numeración náhuatl, es una descripción de la cantidad existencial de un objeto conocido a través de los sentidos. La interpretación o filosofía de la numeración náhuatl, revela lo profundo de su conocimiento, significado y la identificación con la naturaleza (Pardiñaz, F., et al, 1996).

Los primeros números que surgieron históricamente, fueron los números naturales 1, 2, 3, 4, 5,… que nos sirven para contar (Oteyza, 2003), principalmente, las cosas de la naturaleza.

Los números han surgido a lo largo de la historia, como herramienta para resolver problemas de conteo, medición, ordenación, etc. Actualmente, los vemos como algo ya terminado y tendemos a creer que siempre existieron así; sin embargo, en cada época, cuando se introdujo algún número o grupo de números nuevos, a menudo se suscitaban polémicas muy fuertes y estos números tardaban muchos años en ser aceptados por la comunidad en general. Tales son los casos del cero, de los números negativos, los números irracionales, etc. (Oteyza, 2003). La mayoría surgió para cuantificar cosas, seres y fenómenos de la naturaleza.

Los números son conceptos emergentes del proceso intelectual, mediante el cual, separamos mentalmente las cualidades particulares de las cosas, objetos o seres de una situación concreta, al plano de las ideas mediante la socialización del conocimiento. Por tanto, los números son conceptos abstractos.

Según el diccionario de matemática (1977), número es la "indicación de la cuantía de una multiplicidad; dicho de palabra, como ***numeral***, y escrito, como ***cifra***".

En náhuatl, se emplean los vocablos "Tlapoali" y "Tlapoalmej" para referirse a número y números, respectivamente. El significado de estos vocablos "que está contado" y "que están contados", es decir, significa sencillamente **"lo que una persona cuenta de las cosas contadas"**. En el acto de contar está implícita la construcción sociocultural de los conocimientos matemáticos y la abstracción como procesos elevados del desarrollo del pensamiento. La definición de número en el sistema de numeración náhuatl, es una descripción de la cantidad existencial de un objeto conocido a través de los sentidos. La interpretación o filosofía de la numeración náhuatl, revela lo profundo de su conocimiento, significado y la identificación con la naturaleza (Pardiñaz, F., et al, 1996).

Los primeros números que surgieron históricamente, fueron los números naturales 1, 2, 3, 4, 5,… que nos sirven para contar (Oteyza, 2003), principalmente, las cosas de la naturaleza.

4.3 Escritura de los números

Los hombres han empleado los símbolos numéricos escritos desde hace siete mil años, aproximadamente. Con el transcurso del tiempo, inventaron nuevos y mejores métodos de escribir los números. Al principio, haciendo marcas en los troncos de los árboles lograban, estos primeros pueblos, la medición del tiempo y el conteo del número de animales que poseían (Baldor, 1997); los representaban también por medio de incisiones en pedazos de madera, o de líneas dibujados en el suelo, este es el caso de los pueblos mesopotámicos que representaban los números con marcas en forma de cuña de acuerdo con su escritura cuneiforme; así, una marca para el uno; dos para el dos, hasta el nueve. Para el diez, cien, etc., usaban signos convencionales (Baldor, 2003). Después, empezaron a usarse como conjuntos de rayitas separadas. Posteriormente, al escribirse las rayitas rápidamente, se unieron en diferentes símbolos (…). Pasaron cientos de siglos para que el hombre alcanzara el concepto abstracto del número, base indispensable para la formación de la ciencia algebraica (Baldor, 1997). En el caso de la cultura Náhuatl, tal como ya se describió anteriormente, los números se representaban mediante imágenes y símbolos especiales.

4.4 Las cantidades y los Números en Náhuatl

Para hablar de los números en náhuatl, nos basaremos en los nombres de los números, que representan a una cantidad, y no simplemente en un símbolo. En Náhuatl, no se habla de cantidades, sino de cantidades concretas, es decir, la cantidad de cosas, objetos y seres reales tangibles e intangibles. Así, cuando persona menciona una determinada cantidad, no se está refiriendo a un número o al símbolo del número, sino a una cantidad de cosas, objetos, seres o cualquier sustancia real, concreta, capaz de percibirse por cualquiera de los sentidos ordinarios y no ordinarios con características propias.

Con el constructo “cantidad concreta” nos referimos a las cantidades de cosas, objetos y seres que existen, ya sean tangibles e intangibles, que se expresan a través de un conjunto de lenguajes, desde el lenguaje Icónico, lenguaje real concreta, lenguaje ideográfico, y lenguaje cromatográfico.

En el concepto de Tlapoali “lo que está contado (a) número” y Tlapoalmej “los que están contados (as) Números”, implican un nivel de abstracción elevado. En el mismo acto de contar, están combinados los procesos mentales y visuales, que indican las veces que se agrega de uno en uno la unidad base o especie.

Así, cuando un campesino menciona tres venados, tiene en la memoria grabado la imagen de lo que son los venados y lo asocia con la cantidad. Pero de ninguna manera, sabe la representación del número.

En las prácticas sociales de comunicación y socialización, se usan cotidianamente los números que a continuación se describen:

1. Se
2. Ome
3. Yeyi
4. Naui
5. Makuili
6. Chikuase
7. Chikome
8. Chikueyi
9. Chiknaui
10. Majtlaktli
11. Majtlaktli uan se
12. Majtlaktli uan ome

13. Majtlaktli uan yeyi
14. Majtlaktli uan naui
15. Kaxtoli
16. Kaxtoli uan se
17. Kaxtoli uan ome
18. Kaxtoli uan yeyi
19. Kaxtoli uan naui
20. Se poali (sempoali, cempoali)
21. Se poali uan se
22. Se poali uan ome
23. Se poali uan yeyi
24. Se poali uan naui
25. Se poali uan makuili
26. Se poali chikuase
27. Se poali uan chikome
28. Se poali uan chikueyi
29. Se poali uan chiknaui
30. Se poali uan majtlaktli
31. Se poali uan majtlaktli uan se
32. Se poali uan majtlaktli uan ome
33. Se poali uan majtlaktli uan yeyi
34. Se poali uan Majtlaktli uan naui
35. Se poali uan kaxtoli
36. Se poali uan kaxtoli uan se
37. Se poali uan kaxtoli uan ome
38. Se poali uan kaxtoli uan yeyi
39. Se poali uan kaxtoli uan naui
40. Ome poali
41. Ome poali uan se
42. Ome poali uan ome
43. Ome poali uan yeyi
44. Ome poali uan naui
45. Ome poali uan makuili
46. Ome poali uan chikuase
47. Ome poali uan chikome
48. Ome poali uan chikueyi
49. Ome poali uan chiknaui
50. Ome poali uan majtlaktli

51. Ome poali uan majtlaktli uan se
52. Ome poali uan majtlaktli uan ome
53. Ome poali uan majtlaktli uan yeyi
54. Ome poali uan majtlaktli uan naui
55. Ome poali uan kaxtoli
56. Ome poali uan kaxtoli uan se
57. Ome poali uan kaxtoli uan ome
58. Ome poali uan kaxtoli uan yeyi
59. Ome poali uan kaxtoli uan naui
60. Yeyi poali
61. Yeyi poali uan se
62. Yeyi poali uan ome
63. Yeyi poali uan yeyi
64. Yeyi poali uan naui
65. Yeyi poali uan makuili
66. Yeyi poali uan chikuase
67. Yeyi poali uan chikome
68. Yeyi poali uan chikueyi
69. yeyi poali uan chiknaui
70. Yeyi poali uan majtlaktli
71. Yeyi poali uan majtlaktli uan se
72. Yeyi poali uan majtlaktli uan ome
73. Yeyi poali uan majtlaktli uan yeyi
74. Yeyi poali uan majtlaktli uan naui
75. Yeyi poali uan kaxtoli
76. Yeyi poali uan kaxtoli uan se
77. Yeyi poali uan kaxtoli uan ome
78. Yeyi poali uan kaxtoli uan yeyi
79. Yeyi poali uan kaxtoli uan naui
80. Naui poali
90. Naui poali uan majtlaktli
100. Makuili poali
110. Makuilpoali uan majtlaktli
120. Chikuase poali
150. Chikome poali uan majtlaktli
200. Majtlaktli poali
210. Majtlaktli poali uan majtlaktli
300. Kaxtoli poali

400. Se tsontli

1000. Ome tsontli uan majtlaktli poali

2000. Makuili poali tsontli

5000. Majtlaktli uan ome tsontli uan majtlaktli poali

8000. Se xikipili

3, 200, 000. Se tsontli xikipili

CAPÍTULO

5

—

Makuili

Análisis del Sistema de Numeración Náhuatl

Centramos nuestra atención en la estructura aritmética-conceptual del sistema de numeración Náhuatl, basándonos en los nombres de los números en náhuatl.

5.1 Números fundamentales: 1 y 1

Los números fundamentales en náhuatl la constituyen los números 1 y 1, éstas representan la base de la dualidad de vida en el cosmos; en el caso del ser humano, representan al varón y a la mujer, al macho y la hembra, en los animales, como dos seres complementarios que pueden dar origen a otro ser u otros seres, es decir, el 1 o más impares. Los números fundamentales representan el origen de los seres vivos (dioses, seres humanos, animales y vegetales) y de las cosas y representan las unidades pilares para la construcción de números concretos y abstractos. Comprender los números fundamentales constituye la clave para entender claramente el sistema de numeración náhuatl así como gran parte de las operaciones que se emplean en la matemática institucionalizada en contextos escolares. Es decir, la base de cualquier operación aritmética o algebraica, es binaria, es decir, se requieren dos términos para operar matemáticamente, la base y lo que se debe operar, ya sea agregar (suma), multiplicar (multiplicación), dividir, etc.

5.2 El principio de aditividad progresiva en la construcción de los números

El número uno (**se**) que se usa como la unidad de aditividad base, emerge de los dos números fundamentales 1 y 1. En la naturaleza, aprendemos que de los mismos números fundamentales se obtienen los números dos, tres, cuatro o cinco.

Ya en los niveles de abstracción, los números uno (**se**), dos (**ome**), tres (**yeyi**), cuatro (**naui**) y cinco (**makuili)** se obtienen por adiciones progresivas. Con estos cinco números, se forman todos los números que el ser humano pueda imaginarse.

5.3 Unidades de aditividad

Las unidades de aditividad, son los números ya construidos en un primer nivel, y que se adicionan progresivamente para formar otros más complejos. En el cuadro siguiente se anotan las cinco unidades de aditividad.

Tabla 2: Unidades de aditividad						
Números	En Español	1	2	3	4	5
	En Náhuatl	Se	Ome	Yeyi	Naui	Makuili

Etimología del constructo numeral "Makuili" cinco

Ma de **Ma**itl "mano" empleado como unidad de medida, a su vez, de matli "mano" como extremidad superior.

Makui, es una orden que significa "recibe con la mano"; **Kui:** verbo usar y **makuili:** es una frase imperativa "que le recibe con la mano". Este significado concuerda parcialmente, con lo que dice Siméon en (2004, p. XLIV), **macuilli** proviene de ***maitl***, mano, y ***cui***, tomar, los cinco dedos de la mano tomados como cuenta.

5.4 Unidades y Subunidades base

En este sistema de numeración, las unidades base son los números que se emplean para formar otros números que son diferentes de 20. En el cuadro 3 se muestran las unidades y subunidades que se emplean como base en el sistema de numeración Náhuatl.

Tabla 3: Unidades y subunidades base en el sistema de numeración Náhuatl		
Tipo de unidad	**Números en español**	**Números en náhuatl**
Unidad fundamental	1(uno)	**Uno**
Subunidad	5 (cinco)	**Makuili**
Subunidad	10 (diez)	**Majtlaktli**
Subunidad	15 (quince)	**Kaxtoli**
Unidad fundamental	20 (veinte)	**Se poali**
Unidad fundamental	400 (cuatrocientos)	**Se tsontli**
Unidad fundamental	8000 (ocho mil)	**Se xikipili**

5.5 Ley de la distribución progresiva

La ley de la distribución que se emplea en este trabajo, se vuelve notorio cuando analizamos detenidamente, la forma en que se construyen los números del 1 al 5, del 6 al 10, del 10 al 15, del 15 al 20, etc. Donde cada subunidad se le agrega los números en orden creciente los números 1, 2, 3, 4 y 5. Tal como mostramos en el cuadro 4.

Tabla 4: Ley de la distribución progresiva					
20+5	15+5	10+5	5+5	5	20^5
20+4	15+4	10+4	5+4	4	20^4
20+3	15+3	10+3	5+3	3	20^3
20+2	15+2	10+2	5+2	2	20^2
20+1	15+1	10+1	5+1	1	20^1
20	15	10	5	0	20^0

5.6 Construcción aditiva progresiva de los números 6 al 10

Aunque makuili corresponde al número cinco, no se usa como subunidad para la construcción de los números seis al diez, sino que se sustituye por "chika" "en verdad" que no es equivalente a cinco, sino a dos, refiriéndose a las dos manos, a este subunidad se le agrega 1, 2, 3, 4 y 5, para formar los nombres de los números 6 al 10. Cuando se agrega la unidad aditiva 5, se forma otra unidad diferente.

Tabla 5: Construcción aditiva y progresiva de los números 6 al 10			
Números		Definición	
En español	en náhuatl	Conceptual en náhuatl	Aritmética en náhuatl
6 (seis)	**Chikuase**	**Chik uan se**	**5+1**
7 (siete)	**Chikome**	**Chik uan ome**	**5+2**
8 (ocho)	**Chikueyi**	**Chik uan yeyi**	**5+3**
9 (nueve)	Chiknaui	**Chik** uan **naui**	**5+4**
10 (diez)	**Majtlaktli**		**5+5= 10**

Etimología del término ***Majtlaktli*** (Neluayotlajtoltomilistli)

Siméon (2004, p. XLIV), explica, matlactli, proviene de ***maitl***, mano, en comparación ***ma***, y de ***tlactli***, busto, torso del hombre, es decir, las dos manos.

Sin embargo, ***Majtlaktli*** está formada de las palabras **Majpilmej**: dedos, **Mamej**: manos, el plural de matli "mano", y **Tlaktli**: torso; a su vez, Majpilmej, está constituido por pilmej "hijos" plural de pili "hijo". Es decir, dedos de la mano de los hijos.

De esto podemos deducir, que la construcción de conocimientos matemáticos, iniciaban con un estudio completo del ser humano, es decir, tal como lo dijo de manera escueta el filósofo Sócrates "hombre, conócete a ti mismo". Todos sabemos que las manos contienen diez dedos, por eso están formando parte de la numeración náhuatl. Aunque en otros sistemas de numeración se designan con el nombre genérico "números dígitos" a los diez primeros números; esto forma parte de las cegueras, error e ilusión del conocimiento del paradigma que se ha adoptado actualmente (Morin, 1999, pp. 5-9), porque todos sabemos que el ser humano contiene 20 dedos, que los grandes maestros del Anáhuac, sí lo notaron. Con esto concluimos, que los números dígitos no son diez sino 20.

5.7 Construcción aditiva progresiva de los números 11 al 15

Majtlaktli como subunidad combinado con las unidades de adición.

Tabla 6: Construcción aditiva progresiva de los números 11 al 15			
Números		**Definición**	
En español	**En náhuatl**	**Conceptual de los números**	**Aritmética**
11 (once)	Majtlaktli uan se	10+**1**	10+**1**
12 (doce)	Majtlaktli uan ome	10+**2**	10+**2**
13 (trece)	Majtlaktli uan yeyi	10+**3**	10+**3**
14 (catorce)	Majtlaktli uan naui	10+**4**	10+**4**
15 (quince)	**Kaxtoli**	**10+5**	**10+5**

5.7.1 Análisis etimológico (Neluayotlajtoltlatomilistli) de la palabra "Kaxtoli"

Esta palabra está formada por la contracción de las palabras: Ka: no, Xtoliui: arquea (de arquear), que no cierra. Por tanto, kaxtoli, significa "cuenta incompleta". La cuenta es incompleta porque hace falta contar los dedos de uno de los pies. Kaxtoli es la tercera unidad para formar los números del dieciséis al 20.

5.8 Construcción aditiva progresiva de los números 16 al 20

Tabla 7 : Construcción aditiva progresiva de los números 11 al 15			
Números		**Definición**	
En español	**En náhuatl**	**conceptual de los números**	**Aritmética**
16	Kaxtoli uan se	15 + 1	15+1
17	Kaxtoli uan ome	15 + 2	15+2
18	Kaxtoli uan yeyi	15 + 3	15+3
19	Kaxtoli uan naui	15 + 4	15+4
20	**Se poali**	**1(20)**	**15+5**

5.8.1 Análisis etimológico (Neluayotlajtoltlatomilistli) de se poali

Siméon (2004, p. XLIV) explica, ***poa***, contar; de donde se derivan las palabras ***tlapoalli***, contado; ***tlapoaliztli***, acción de contar, enumeración; ***tlacempoaliztli***, suma, total, etc.

El término "***se poali***" y sus variantes "***cempoalli*** o ***sempoali***", es el que se emplea para designar al número veinte, constituida por las palabras: **Se**: uno, una, un; p**oua**: verbo regular en náhuatl, contar, cuenta, contada; **li**: referente a.

Literalmente significa "una cuenta o una contada", pero ésta palabra tiene un significado más profundo, en el que están contenidos los veinte dedos de las manos y de los pies. Por tanto, cuando se cuenta hasta el veinte, indica que se realizó una cuenta completa.

A medida que avanzamos en el estudio del sistema de numeración náhuatl, notamos que la cuenta de veinte, forma parte de unos conocimientos al que le podremos llamar la matemática humana, como un sistema entero de tres subunidades base, que representan las dos manos (diez dedos) y los dos pies (otros diez dedos) del ser humano; cada base cuenta con cinco contadas, es decir, cinco nombres de números.

5.9 Los veinte Números Dígitos

En el mundo del Anáhuac, se conocían veinte números dígitos, contrario a lo que comúnmente se conoce en otras culturas, que consideran sólo diez. Los veinte dígitos están basados en los veinte dedos de las manos y de los pies, mencionados anteriormente. Lo valioso del sistema de numeración náhuatl estriba en la formación de constructos numerales a partir de un autoconocimiento del ser humano, siendo esto una muestra del tipo de conocimientos practicaban, en el que no sólo se educaba para aprender a aprender, para vivir, sino para evolucionar y trascender, y esto está totalmente excluido en todos los sistemas educativos.

En los constructos numerales, se observa tanto la construcción aditiva-progresiva así como un proceso de refinación y exaltación de la lengua náhuatl, tal como lo describe Jóseph (1965) “la historia del mundo establece que la perfección de una lengua sólo se alcanza con muchos siglos de hablarla y fundamentalmente, por el refinamiento espiritual que da la cultura”.

5.10 Formación de los números 20 al 40

En los nombres de estos números, se poali es común en todos los nombres, manifestándose el principio de aditividad progresiva, tal como se muestra en el cuadro siguiente:

Tabla 8: Construcción progresiva de los números 21 al 40			
Números en		**Definición conceptual**	**Definición operacional**
español	**Náhuatl**		
21	Se poali uan se	1(20) + 1	20 + 1
22	Se poali uan ome	1(20) + 2	20 + 2
23	Se poali uan yeyi	1(20) + 3	20 + 3
24	Se poali uan naui	1(20) + 4	20 + 4
25	Se poali uan makuili	1(20) + 5	20 + 5
26	Se poali uan chikuase	1(20) + 5+1	20 + 6
27	Se poali uan chikome	1(20) + 5+2	20 + 7
28	Se poali uan chikueyi	1(20) + 5 + 3	20 + 8
29	Se poali uan chiknaui	1(20) + 5 + 4	20 + 9
30	Se poali uan majtlaktli	1(20) + 10	20 +10
31	Se poali uan majtlaktli uan se	1(20) + 10 + 1	20 + 11
32	Se poali uan majtlaktli uan ome	1(20) + 10 + 2	20 + 12
33	Se poali uan majtlaktli uan yeyi	1(20) + 10 + 3	20 + 13
34	Se poali uan majtlaktli uan naui	1(20) + 10 + 4	20 + 14
35	Se poali uan kaxtoli	1(20) + 15	20 + 15
36	Se poali uan kaxtoli uan se	1(20) + 15 + 1	20 + 16
37	Se poali uan kaxtoli uan ome	1(20) + 15 + 2	20 + 17
38	Se poali uan kaxtoli uan yeyi	1(20) + 15 + 3	20 + 18
39	Se poali uan kaxtoli uan naui	1(20) + 15 + 4	20 +19
40	Ome poali	2(20)	2*20

5.11 Formación de los números mayores que 40

En la formación de estos números, es notoria la construcción progresiva de los números, después de una cuenta completa de 20, sigue en orden creciente del número siguiente, hasta completarse otra cuenta completa de 20, continua con otro número del orden creciente, tal como mostramos en el cuadro siguiente:

Tabla 9: Construcción progresiva de los números 41 al 400			
Números		Definición	
En español	En náhuatl	Conceptual proveniente del náhuatl	operacional
41	Ome poali uan se	2(20) +1	40+1
42	Ome poali uan ome	2(20) + 2	40+2
43	Ome poali uan yeyi	2(20) + 3	40+3
44	Ome poali uan naui	2(20) + 4	40+4
45	Ome poali uan makuili	2(20) + 5	40+5
46	Ome poali uan chikuase	2(20) + 5 +1	40+6
47	Ome poali uan chikome	2(20) + 5 + 2	40+7
48	Ome poali uan chikueyi	2(20) + 5 + 3	40+8
49	Ome poali uan chiknaui	2(20) + 5 + 4	40+9
50	Ome poali uan majtlaktli	2(20) + 10	40+10
51	Ome poali uan majtlaktli uan se	2(20) + 10 + 1	50+1
52	Ome poali uan majtlaktli uan ome	2(20) + 10 + 2	50+2
53	Ome poali uan majtlaktli uan yeyi	2(20) + 10 + 3	50+3
54	Ome poali uan majtlaktli uan naui	2(20) + 10 + 4	50+4
55	Ome poali uan kaxtoli	2(20) + 15	50+5
56	Ome poali uan kaxtoli uan se	2(20) + 15 + 1	50+6
57	Ome poali uan kaxtoli uan ome	2(20) + 15 + 2	50+7
58	Ome poali uan kaxtoli uan yeyi	2(20) + 15 +3	50+8
59	Ome poali uan kaxtoli uan naui	2(20) + 15 +4	50+9
60	Yeyi poali	3(20)	60

61	Yeyi poali uan se	3(20) +1	60+1
62	Yeyi poali uan ome	3(20) + 2	60+2
63	Yeyi poali uan yeyi	3(20) + 3	60 + 3
64	Yeyi poali uan naui	3(20) + 4	60 + 4
65	Yeyi poali uan makuili	3(20) + 5	60 + 5
66	Yeyi poali uan chikuase	3(20) + 5 + 1	60 + 6
67	Yeyi poali uan chikome	3(20) + 5 +1	60+ 7
68	Yeyi poali uan chikueyi	3(20) + 5+ 3	60 + 8
69	Yeyi poali uan chiknaui	3(20) + 5 + 4	60 + 9
70	Yeyi poali uan majtlaktli	3(20) + 10	60 + 10
71	Yeyi poali uan majtlaktli uan se	3(20) + 10 + 1	60 +11
72	Yeyi poali uan majtlaktli uan ome	3(20) 10 + 2	60 + 12
73	Yeyi poali uan majtlaktli uan yeyi	3(20) + 10 + 3	60 + 13
74	Yeyi poali uan majtlaktli uan naui	3(20) + 10 + 4	60 + 14
75	Yeyi poali uan kaxtoli	3(20) + 15	60 + 15
76	Yeyi poali uan kaxtoli uan se	3(20) + 15 + 1	60 + 16
77	Yeyi poali uan kaxtoli uan ome	3(20) + 15 + 2	60 + 17
78	Yeyi poali uan kaxtoli uan yeyi	3(20) + 15 + 3	60 + 18
79	Yeyi poali uan kaxtoli uan naui	3(20) + 15 + 4	60 + 19
80	Naui poali	4(20)	4*20
81	Naui poali uan se	4(20) + 1	80 +1
82	Naui poali uan ome	4(20) + 2	80 + 2
83	Naui poali uan yeyi	4(20) + 3	80 + 3
84	Naui poali uan naui	4(20) + 4	80 + 4
85	Naui poali uan makuili	4(20) + 5	80 + 5
86	Naui poali uan chikuase	4(20) + 5+1	80 + 6
87	Naui poali uan chikome	4(20) + 5 +2	80 + 7
88	Naui poali uan chikueyi	4(20) + 5 + 3	80 +8

89	Naui poali uan chiknaui	4(20) + 5 + 4	80 + 9
90	Naui poali uan majtlaktli	4(20) + 10	80 + 10
91	Naui poali uan majtlaktli uan se	4(20) + 10 + 1	80 + 11
92	Naui poali uan majtlaktli uan ome	4(20) + 10 + 2	80 + 12
93	Naui poali uan majtlaktli uan yeyi	4(20) + 10 + 3	80 + 13
94	Naui poali uan majtlaktli uan naui	4(20) + 10 + 4	80 +14
95	Naui poali uan kaxtoli	4(20) + 15	80 + 15
96	Naui poali uan kaxtoli uan se	4(20) + 15 + 1	80 + 16
97	Naui poali uan kaxtoli uan ome	4(20) + 15 + 2	80 + 17
98	Naui poali uan kaxtoli uan yeyi	4(20) + 15 + 3	80 + 18
99	Naui poali uan kaxtoli uan naui	4(20) + 15 + 4	80 + 19
100	Makuili poali	5(20)	5*20
101	Makuili poali uan se	5(20) + 1	100 + 1
102	Makuili poali uan ome	5(20) + 2	100 + 2
103	Makuili poali uan yeyi	5(20) + 3	100 + 3
104	Makuili poali uan naui	5(20) + 4	100 + 4
105	Makuili poali uan makuili	5(20) + 5	100 + 5
106	Makuili poali uan chikuase	5(20) + 5+ 1	100 + 6
107	Makuili poali uan chikome	5(20) + 5 + 2	100 + 7
108	Makuili poali uan chikueyi	5(20) + 5 + 3	100 + 8
109	Makuili poali uan chiknaui	5(20) + 5 + 4	100 + 9
110	Makuili poali uan majtlaktli	5(20) + 10	100+ 10
111	Makuili poali uan majtlaktli uan se	5(20) + 10 + 1	100 + 11
112	Makuili poali uan majtlaktli uan ome	5(20) + 10 + 2	100 + 12
113	Makuili poali uan majtlaktli uan yeyi	5(20) + 10 + 3	100 + 13
114	Makuili poali uan majtlaktli uan naui	5(20) + 10 + 4	100+ 14
115	Makuili poali uan kaxtoli	5(20) + 15	100 + 15
116	Makuili poali uan kaxtoli uan se	5(20) + 15 + 1	100 + 16

117	Makuili poali uan kaxtoli uan ome	5(20) + 15 + 2	100 + 17
118	Makuili poali uan kaxtoli uan yeyi	5(20) + 15 + 3	100 + 18
119	Makuili poali uan kaxtoli uan naui	5(20) + 15 + 4	100 + 19
120	Chikuase poali	(5+1)(20)	120
121	Chikuase poali uan se	(5+1)(20) + 1	120 + 1
122	Chikuase poali uan ome	(5+1)(20) + 2	120 + 2
123	Chikuase poali uan yeyi	(5+1)(20) + 3	120 +3
124	Chikuase poali uan naui	(5+1)(20) + 4	120 + 4
125	Chikuase poali uan makuili	(5+1)(20) + 5	120 + 5
126	Chikuase poali uan chikuase	(5+1)(20) + 5 + 1	120 + 6
127	Chikuase poali uan chikome	(5+1)(20) + 5 + 2	120+7
128	Chikuase poali uan chikueyi	(5+1)(20) + 5+3	120+8
129	Chikuase poali uan chiknaui	(5+1)(20) + 5+ 4	120+ 9
130	Chikuase poali uan majtlaktli	(5+1) (20) + 10	120 +10
131	Chikuase poali uan majtlaktli uan se	(5+1)(20) + 10 +1	120+11
132	Chikuase poali uan majtlaktli uan ome	(5+1) (20) + 10 + 2	120 + 12
133	Chikuase poali uan majtlaktli uan yeyi	(5+1) (20) +10 + 3	120 +13
134	Chikuase poali uan majtlaktli uan naui	(5+1) (20) + 10 +14	120 + 14
135	Chikuase poali uan kaxtoli	(5+1) (20) + 15	120 + 15
136	Chikuase poali uan kaxtoli uan se	(5+1) (20) + 15 +1	120+ 16
137	Chikuase poali uan kaxtoli uan ome	(5+1)(20) + 15 + 2	120 + 17
138	Chikuase poali uan kaxtoli uan yeyi	(5+1) (20) + 15 + 3	120 + 18
139	Chikuase poali uan kaxtoli uan naui	(5+1) (20) + 15 + 4	120 + 19
140	Chikome poali	(5+2) (20)	140
141	Chikome poali uan se	(5+2) (20) + 1	140 +1
142	Chikome poali uan ome	(5+2)(20) + 2	140+ 2
143	Chikome poali uan yeyi	(5+2) (20) + 3	140 +3
144	Chikome poali uan naui	(5+2)(20) + 4	140 +4

145	Chikome poali uan makuili	(5+2)(20) + 5	140 + 5
146	Chikome poali uan chikuase	(5+2)(20) + 5 + 1	140 + 6
147	Chikome poali uan chikome	(5+2)(20) + 5 + 2	140 + 7
148	Chikome poali uan chikueyi	(5+2)(20) + 5 + 3	140 + 8
149	Chikome poali uan chiknaui	(5+2)(20) + 5 + 4	140 + 9
150	Chikome poali uan majtlaktli	(5+2)(20) + 10	140 + 10
151	Chikome poali uan majtlaktli uan se	(5+2)(20) + 10 + 1	140 + 11
152	Chikome poali uan majtlaktli uan ome	(5+2)(20) + 10 + 2	140 + 12
153	Chikome poali uan Majtlaktli uan yeyi	(5+2)(20) + 10 + 3	140 + 13
154	Chikome poali uan majtlaktli uan naui	(5+2)(20) + 10 + 4	140 + 14
155	Chikome poali uan kaxtoli	(5+2)(20) + 15	140 + 15
156	Chikome poali uan kaxtoli uan se	(5+2)(20) + 15 + 1	140 + 16
157	Chikome poali uan kaxtoli uan ome	(5+2)(20) + 15 + 2	140 + 17
158	Chikome poali uan kaxtoli uan yeyi	(5+2)(20) + 15 + 3	140 + 18
159	Chikome poali uan kaxtoli uan naui	(5+2)(20) + 15 + 4	140 + 19
160	Chikueyi poali	(5+3)(20)	8*20
161	Chikueyi poali uan se	(5+3)(20) + 1	160+ 1
162	Chikueyi poali uan ome	(5+3)(20) + 2	160 + 2
163	Chikueyi poali uan yeyi	(5+3)(20) + 3	160 + 3
164	Chikueyi poali uan naui	(5+3)(20) + 4	160 + 4
165	Chikueyi poali uan makuili	(5+3)(20) + 5	160+ 5
166	Chikueyi poali uan chikuase	(5+3)(20) + 5+1	160 + 6
167	Chikueyi poali uan chikome	(5+3)(20) + 5 + 2	160 + 7
168	Chikueyi poali uan chikueyi	(5+3)(20) + 5 + 3	160 + 8
169	Chikueyi poali uan chiknaui	(5+3)(20) + 5+ 4	160 + 9
170	Chikueyi poali uan majtlaktli	(5+3)(20) + 10	160+ 10
171	Chikueyi poali uan majtlaktli uan se	(5+3)(20) + 10 + 1	160 + 11
172	Chikueyi poali uan majtlaktli uan ome	(5+3)(20) + 10 + 2	160 + 12

173	Chikueyi poali uan majtlaktli uan yeyi	(5+3)(20) + 10 + 3	160 + 13
174	Chikueyi poali uan majtlaktli uan naui	(5+3)(20) + 10 + 4	160+ 14
175	Chikueyi poali uan kaxtoli	(5+3)(20) + 15	160 +15
176	Chikueyi poali uan kaxtoli uan se	(5+3)(20) + 15 + 1	160 + 16
177	Chikueyi poali uan kaxtoli uan ome	(5+3)(20) + 15 + 2	160 + 17
178	Chikueyi poali uan kaxtoli uan yeyi	(5+3)(20) + 15 + 3	160 + 18
179	Chikueyi poali uan kaxtoli uan naui	(5+3)(20) + 15 + 4	160 + 19
180	Chiknaui poali	(5+4)(20) + 15 + 4	180
181	Chiknaui poali uan se	(5+4)(20) + 1	180+ 1
182	Chiknaui poali uan ome	(5+4)(20) + 2	180 + 2
183	Chiknaui poali uan yeyi	(5+4)(20) + 3	180 + 3
184	Chiknaui poali uan naui	(5+4)(20) + 4	180+ 4
185	Chiknaui poali uan makuili	(5+4)(20) + 5	180 + 5
186	Chiknaui poali uan chikuase	(5+4)(20) + 5 + 1	180 + 6
187	Chiknaui poali uan chikome	(5+4)(20) + 5+ 2	180 + 7
188	Chiknaui poali uan chikueyi	(5+4)(20) + 5 + 3	180 + 8
189	Chiknaui poali uan chiknaui	(5+4)(20) + 5+ 4	180 + 9
190	Chiknaui poali uan majtlaktli	(5+4)(20) + 10	180 + 10
191	Chiknaui poali uan majtlaktli uan se	(5+4)(20) + 10 + 1	180 + 11
192	Chiknaui poali uan majtlaktli uan ome	(5+4)(20) + 10 + 2	180 + 12
193	Chiknaui poali uan majtlaktli uan yeyi	(5+4)(20) + 10 + 3	180 + 13
194	Chiknaui poali uan majtlaktli uan naui	(5+4)(20) + 10 + 4	180 + 14
195	Chiknaui poali uan kaxtoli	(5+4)(20) + 15	180 + 15
196	Chiknaui poali uan kaxtoli uan se	(5+4)(20) + 15 + 1	180+ 16
197	Chiknaui poali uan kaxtoli uan ome	(5+4)(20) + 15 + 2	180 + 17
198	Chiknaui poali uan kaxtoli uan yeyi	(5+4)(20) + 15 + 3	180+ 18
199	Chiknaui poali uan kaxtoli uan naui	(5+4)(20) + 15 + 4	180 + 19
200	Majtlaktli poali	10(20)	10* 20

201	Majtlaktli poali uan se	10(20) + 1	200 + 1
202	Majtlaktli poali uan ome	10(20) + 2	200 + 2
203	Majtlaktli poali uan yeyi	10(20) + 3	200+ 3
204	Majtlaktli poali uan naui	10(20) + 4	200 + 4
205	Majtlaktli poali uan makuili	10(20) + 5	200 + 5
206	Majtlaktli poali uan chikuase	10(20) + 5 + 1	200 + 6
207	Majtlaktli poali uan chikome	10(20) + 5 + 2	200 + 7
208	Majtlaktli poali uan chikueyi	10(20) + 5 + 3	200 + 8
209	Majtlaktli poali uan chiknaui	10(20) + 5 + 4	200 + 9
210	Majtlaktli poali uan majtlaktli	10(20) + 10	200 + 10
211	Majtlaktli poali uan majtlaktli uan se	10(20) + 10 + 1	200 + 11
212	Majtlaktli poali uan majtlaktli uan ome	10(20) + 10 + 2	200 + 12
213	Majtlaktli poali uan majtlaktli uan yeyi	10(20) + 10 + 3	200 + 13
214	Majtlaktli poali uan majtlaktli uan naui	10(20) + 10 + 4	200 + 14
215	Majtlaktli poali uan kaxtoli	10(20) + 15	200 + 15
216	Majtlaktli poali uan kaxtoli uan se	10(20) + 15 + 1	200 + 16
217	Majtlaktli poali uan kaxtoli uan ome	10(20) + 15 + 2	200 + 17
218	Majtlaktli poali uan kaxtoli uan yeyi	10(20) + 15 + 3	200 + 18
219	Majtlaktli poali uan kaxtoli uan naui	10(20) + 15 + 4	200 + 19
220	Majtlaktli uan se poali	(10+1)(20)	11*20= 220
221	Majtlaktli uan se poali uan se	(10+1)(20) + 1	220 + 1
222	Majtlaktli uan se poali uan ome	(10+1)(20) + 2	220 + 2
223	Majtlaktli uan se poali uan yeyi	(10+1)(20) + 3	220 + 3
224	Majtlaktli uan se poali uan naui	(10+1)(20) + 4	220 + 4
225	Majtlaktli uan se poali uan makuili	(10+1)(20) + 5	220 + 5
226	Majtlaktli uan se poali uan chikuase	(10+1)(20) + 5 + 1	220 + 6
227	Majtlaktli uan se poali uan chikome	(10+1)(20) + 5 + 2	220 + 7
228	Majtlaktli uan se poali uan chikueyi	(10+1)(20) + 5 + 3	220 + 8

229	Majtlaktli uan se poali uan chiknaui	(10+1)(20) + 5 +4	220 + 9
230	Majtlaktli uan se poali uan majtlaktli	(10+1)(20) + 10	220 + 10
231	Majtlaktli uan se poali uan majtlaktli uan se	(10+1)(20) + 10 + 1	220 + 11
232	Majtlaktli uan se poali uan majtlaktli uan ome	(10+1)(20) + 10 + 2	220 + 12

5.12 El número 20 como unidad base para formar los números 20 al 400

Según Siméon (2004, p. XLIV), "***cempoalli (se poali)***, es decir, una cuenta, la cuenta completa, se toma como una nueva especie de unidades y se cuenta por veintenas como por unidades simples, a partir de ***cempoalli (se poali)***, un veinte, hasta ***caxtolli onnauhpoalli (kaxtoli uan naui poali),*** 380 o diecinueve veintes, haciendo preceder a la palabra ***poalli*** de los nombres de los diecinueve primeros números".

En este estudio, tal como analizamos en 5.10, ***se poali*** o en una de las variantes, ***sempoali*** o ***cempoalli***, es el número que sirve de base para la construcción de los números veintiuno al cuatrocientos, de lo que se deducirá posteriormente, es el número que sirve de base para el Sistema de Numeración que estamos estudiando.

5.13 Generalización para la construcción mental de los números comprendidos entre 20 y 400.

Según Siméon (2004, p. XLV), para enunciar los números superiores a veinte que no pasen de las diecinueve veintenas y diecinueve unidades, basta con poner a continuación de los adjetivos cempoalli, ompoalli, eipoalli, etc., los nombres de los diecinueve primeros números.

En esta investigación, adoptamos la forma vigente que emplean las personas en la región de la Montaña del estado de Guerrero, para ello escribiremos tal como se pronuncia, siguiendo el orden siguiente: mencionamos los primeros diecinueve números seguidos de la palabra poali, a continuación el conector uan y finalmente, cualquiera de los primeros diecinueve números naturales. Tal como se ha mostrado en párrafos anteriores.

5.14 El principio de Aditividad Progresiva

El principio de aditividad, emerge de la adición progresiva, que al completarse una cuenta completa, se vuelve a repetir el proceso para dar origen a otro número mayor. La aditividad progresiva, está compuesto de la Ley de la Distribución aditiva y la construcción aditiva progresiva. Este principio muestra cómo se clasifican las órdenes en el Sistema de Numeración Náhuatl que se analiza en 5.19

5.15 El principio de "Multiplicidad progresiva"

En esta investigación, emerge el principio de multiplicidad progresiva, para resaltar la construcción de los números múltiplos de 20, es decir, números del tipo $n20^1$, $n20^2$, $n20^3$, $n20^4$, etc. donde n puede adquirir valores desde 1 hasta 20

En el principio de la multiplicidad progresiva, los veinte números dígitos, aparecen multiplicando en orden progresiva a "POALI", es decir, la cuenta de veinte.

Tabla 10: El principio de multiplicidad			
Números en español	Números en náhuatl	Construcción conceptual proveniente del náhuatl	Definición operacional
20	se poali	1(20)	1*20
40	Ome poali	2(20)	2*20
60	Yeyi poali	3(20)	3*20
80	Naui poali	4(20)	4*20
100	Makuili poali	5(20)	5*20
120	Chikuase poali	(5+1)(20)	6*20
140	Chikome poali	(5+ 2)(20)	7*20
160	Chikueyi poali	(5 + 3)(20)	8*20
180	Chiknaui poali	(5 + 4)(20)	9*20
200	Majtlaktli poali	(10)(20)	10*20
220	Majtlaktli uan se poali	(10 +1)(20)	11*20
240	Majtlaktli uan ome poali	(10 + 2)(20)	12*20
260	Majtlaktli uan yeyi poali	(10 + 3)(20)	13*20
280	Majtlaktli uan naui poali	(10 + 4) (20)	14*20
300	Kaxtoli poali	15(20)	15*20
320	Kaxtoli uan se poali	(15+1) (20)	16*20
340	Kaxtoli uan ome poali	(15 +2) (20)	17*20
360	kaxtoli uan yeyi poali	(15 + 3) (20)	18*20
380	Kaxtoli uan naui poali	(15 + 4)(20)	19*20
400	Se tsontli	1(20)20)= 1(400)	20*20

El término 400 se designa con la palabra se tsontli, que significa “un cabello”, “algo que se llena hasta el tope”. También es el nombre del ave denominado “cenzontle”, que Netzahualkoyotl menciona en uno de sus bellos poemas “el ave de 400 voces” que aparece en los billetes de 100. Existe otra palabra en náhuatl que se usa frecuentemente durante la cosecha del maíz, “sentsontli” “cabello de mazorca”, que proviene de sentli “Mazorca”y tsontli “cabello”.

Para continuar con la formación de otros números, analicemos los múltiplos de 400, donde se vuelve cada más notorio el principio “multiplicidad progresiva”.

Tabla 11: Construcción de los múltiplos de 400			
Números en español	Números en náhuatl	Definición conceptual en náhuatl	Definición operacional
400	Se tsontli	1(400)	1*400
800	Ome tsontli	2(400)	2*400
1, 200	Yeyi tsontli	3(400)	3*400
1, 600	Naui tsontli	4(400)	4*400
2, 000	Makuili tsontli	5(400)	5*400
2, 400	Chikuase tsontli	6(400)	6*400
2, 800	Chikome	7(400)	7*400
3, 200	Chikueyi tsontli	8(400)	8*400
3, 600	Chiknaui tsontli	9(400)	9*400
4, 000	Majtlaktli tsontli	10(400)	10*400
4, 400	Majtlaktli uan se tsontli	(10+1)(400)	11*400
4, 800	Majtlaktli uan ome tsontli	(10+2)(400)	12*400
5, 200	Majtlaktli uan yeyi tsontli	(10+3)(400)	13*400
5, 600	Majtlaktli uan naui tsontli	(10+4)(400)	14*400
6, 000	Kaxtoli tsontli	15(400)	15*400
6, 400	Kaxtoli uan se tsontli	(15+1) (400)	16*400
6, 800	Kaxtoli uan ome tsontli	(15+2)(400)	17*400
7, 200	Kaxtoli uan yeyi tsontli	(15+3)(400)	18*400
7,600	Kaxtoli uan naui tsontli	(15+4)(400)	19*400
8, 000	Se xikipili	20(400) = 1(8000)	20*400

Se xikipili equivale a ocho mil. La palabra xikipili es la misma que ayatl (ayate), elaborado de ixtle, una fibra natural que se obtenía de diferentes tipos de la familia del maguey. El ayate presenta diferentes nombres según el uso que se le dé. Cuando se ata de sus cuatro puntas para llevar carga en los hombros se le denomina "xikipili".

Tabla 12: Construcción conceptual y operacional de los Múltiplos de 8000			
Números en español	Números en náhuatl	Construcción conceptual	Definición operacional
8, 000	Se xikipili	1(8, 000)	1*800
16, 000	Ome xikipili	2(8, 000)	2*8000
24, 000	Yeyi xikipili	3(8, 000)	3*8000
32, 000	Naui xikipili	4(8, 000)	4*8000
40, 000	Makuili xikipili	5(8, 000)	5*8000
48, 000	Chikuase xikipili	(5+1)(8, 000)	6*8000
56, 000	Chikome xikipili	(5+2)(8, 000)	7*8000
64, 000	Chikueyi xikipili	(5+3)(8, 000)	8*8000
72, 000	Chiknaui xikipili	(5+4)(8, 000)	9*8000
80, 000	Majtlaktli xikipili	10(8, 000)	10*8000
88, 000	Majtlaktli uan se xikipili	(10+1)(8, 000)	11*8000
96, 000	Majtlaktli uan ome xikipili	(10+2)(8, 000)	12*8000
104, 000	Majtlaktli uan yeyi xikipili	(10+3)(8, 000)	13*8000
112, 000	Majtlaktli uan naui xikipili	(10+4)(8, 000)	14*8000
120, 000	Kaxtoli xikipili	15(8, 000)	15*8000
128, 000	Kaxtoli uan se xikipili	(15+1)(8, 000)	16*8000
136, 000	Kaxtoli uan ome xikipili	(15+2)(8, 000)	17*8000
144, 000	Kaxtoli uan yeyi xikipili	(15+3)(8, 000)	18*8000
152, 000	Kaxtoli uan naui xikipili	(15+4)(8, 000)	19*8000
3, 200,000	Se tsontli xikipili	1(400)(8, 000)	400*8000

6,400, 000	Ome tsontli xikipili	2(400)(8, 000)	800*8000
9, 600, 000	Yeyi tsontli xikipili	3(400)(8, 000)	1200*8000
12, 800, 000	Naui tsontli xikipili	4(400)(8, 000)	1600*8000
16, 000, 000	Makuili tsontli xikipili	5(400)(8, 000)	2000*8000
19, 200, 000	Chikuase tsontli xikipili	6(400)(8, 000)	2400*8000
22, 400, 000	Chikome tsontli xikipili	7(400)(8, 000)	2800*8000
25, 600, 000	Chikueyi tsontli xikipili	8(400)(8, 000)	3200*8000
28, 800, 000	Chiknaui tsontli xikipili	9(400)(8, 000)	3600*8000
32, 000, 000	Majtlaktli tsontli xikipili	10(400)(8, 000)	4000*8000
35, 200, 000	Majtlaktli uan se tsontli xikipili	(10+1)(400)(8, 000)	4400*8000
38, 400, 000	Majtlaktli uan ome tsontli xikipili	(10+2)(400)(8, 000)	4800*8000
41, 600, 000	Majtlaktli uan yeyi tsontli xikipili	(10+3)(400)(8, 000)	5200*8000
44, 800, 000	Majtlaktli uan naui tsontli xikipili	(10+4)(400)(8, 000)	5600*8000
48, 000, 000	Kaxtoli tsontli xikipili	(15)(400)(8, 000)	6000*8000
51, 200, 000	Kaxtoli uan se tsontli xikipili	(15+1)(400)(8, 000)	6400*8000
54, 400, 000	Kaxtoli uan ome tsontli xikipili	(15+2)(400)(8, 000)	6800*8000
57, 600, 000	Kaxtoli uan yeyi tsontli xikipili	(15+3)(400)(8, 000)	7200*8000
60, 800, 000	Kaxtoli uan naui tsontli xikipili	(15+4)(400)(8, 000)	7600*8000

5.16 El principio de Divisibilidad

Como la base del sistema de numeración posicional Náhuatl, es vigesimal, es fácil deducir, que los maestros del Anáhuac, manejaban a la perfección la divisilidad. De los números múltiplos de 20 y sus nombres correspondientes, es notorio el uso común de la división para asignar los nombres de los números en Náhuatl.

Para una mejor comprensión de este tema, es necesario realizar uno cálculos previos.

Tabla 13: El principio de divisibilidad					
Dividendo	Divisor	cociente	Residuo	Cociente mas residuo	Nombre en náhuatl del cociente
20	20	1	0	1(20)+0	Se poali: 1(20)
40	20	2	0	2(20)+0	Ome poali: 2(20)
60	20	3	0	3(20) + 0	Yeyi poali: 3(20)
65	20	3	5	3(20)+5	Yeyi poali uan makuili: 3(20)+5
110	20	5	10	5(20)+10	Makuili poali uan majtlaktli: 5(20)+10
275	20	13	15	13(20)+15	Majtlaktli uan yeyi poali uan kaxtoli: 13(20)+15
400	$400=20^2$	1	0	1(400)+0	Se tsontli: 1(400)
456	400	1	56	1(400)+56	Se tsontli uan ome poali uan kaxtoli uan se: 1(400)+2(20)+15+1

En este último ejercicio, $456 = 22(20) + 15 + 1$, el cociente 22(20), es equivalente a (20+2)(20)= 20(20)+2(20), el producto 20(20)=400 recibe un nombre especial, de esto se deduce que 456 debe ser primero dividido entre 400 y al residuo dividirlo entre 20.

Al dividir el residuo entre 20, obtenemos $56 = 2(20) + 15 + 1$.

Al usar los dos cocientes más el residuo, obtenemos el nombre correspondiente de número en Náhuatl.

De estos ejemplos deducimos, que los nombres correspondientes de los números en Náhuatl, representan el cociente más el residuo, de una división de números generalizados.

5.17 El principio de Complementariedad

En la construcción de los nombres de los números cada vez más complejos, los grandes maestros del Anáhuac, combinaron a la perfección los principios de aditividad, multiplicidad y divisibilidad, para formar el principio de complementariedad, con el cual, lograron formar una infinidad de números y sus nombres correspondientes.

Tabla 14: Principio de complementariedad			
Números		Definición	
En español	En náhuatl	Conceptual	Aritmética
41	Ome poali uan se	2(20) +1	40+1
42	Ome poali uan ome	2(20) + 2	40+2
43	Ome poali uan yeyi	2(20) + 3	40+3
44	Ome poali uan naui	2(20) + 4	40+4
45	Ome poali uan makuili	2(20) + 5	40+5
46	Ome poali uan chikuase	2(20) + 5 +1	40+6
47	Ome poali uan chikome	2(20) + 5 + 2	40+7
48	Ome poali uan chikueyi	2(20) + 5 + 3	40+8
49	Ome poali uan chiknaui	2(20) + 5 + 4	40+9
50	Ome poali uan majtlaktli	2(20) + 10	40+10
51	Ome poali uan majtlaktli uan se	2(20) + 10 + 1	50+1
52	Ome poali uan majtlaktli uan ome	2(20) + 10 + 2	50+2
53	Ome poali uan majtlaktli uan yeyi	2(20) + 10 + 3	50+3
54	Ome poali uan majtlaktli uan naui	2(20) + 10 + 4	50+4
55	Ome poali uan kaxtoli	2(20) + 15	50+5
56	Ome poali uan kaxtoli uan se	2(20) + 15 + 1	50+6
57	Ome poali uan kaxtoli uan ome	2(20) + 15 + 2	50+7
58	Ome poali uan kaxtoli uan yeyi	2(20) + 15 +3	50+8
59	Ome poali uan kaxtoli uan naui	2(20) + 15 +4	50+9
60	Yeyi poali	3(20)	60

61	Yeyi poali uan se	3(20) +1	60+1
62	Yeyi poali uan ome	3(20) + 2	60+2
63	Yeyi poali uan yeyi	3(20) + 3	60 + 3
64	Yeyi poali uan naui	3(20) + 4	60 + 4
65	Yeyi poali uan makuili	3(20) + 5	60 + 5
66	Yeyi poali uan chikuase	3(20) + 5 + 1	60 + 6
67	Yeyi poali uan chikome	3(20) + 5 +1	60+ 7
68	Yeyi poali uan chikueyi	3(20) + 5+ 3	60 + 8
69	Yeyi poali uan chiknaui	3(20) + 5 + 4	60 + 9
70	Yeyi poali uan majtlaktli	3(20) + 10	60 + 10
71	Yeyi poali uan majtlaktli uan se	3(20) + 10 + 1	60 +11
72	Yeyi poali uan majtlaktli uan ome	3(20) 10 + 2	60 + 12
73	Yeyi poali uan majtlaktli uan yeyi	3(20) + 10 + 3	60 + 13
74	Yeyi poali uan majtlaktli uan naui	3(20) + 10 + 4	60 + 14
75	Yeyi poali uan kaxtoli	3(20) + 15	60 + 15
76	Yeyi poali uan kaxtoli uan se	3(20) + 15 + 1	60 + 16
77	Yeyi poali uan kaxtoli uan ome	3(20) + 15 + 2	60 + 17
78	Yeyi poali uan kaxtoli uan yeyi	3(20) + 15 + 3	60 + 18
79	Yeyi poali uan kaxtoli uan naui	3(20) + 15 + 4	60 + 19
80	Naui poali	4(20)	4*20
81	Naui poali uan se	4(20) + 1	80 +1
82	Naui poali uan ome	4(20) + 2	80 + 2
83	Naui poali uan yeyi	4(20) + 3	80 + 3
84	Naui poali uan naui	4(20) + 4	80 + 4
85	Naui poali uan makuili	4(20) + 5	80 + 5
86	Naui poali uan chikuase	4(20) + 5+1	80 + 6
87	Naui poali uan chikome	4(20) + 5 +2	80 + 7
88	Naui poali uan chikueyi	4(20) + 5 + 3	80 +8

89	Naui poali uan chiknaui	4(20) + 5 + 4	80 + 9
90	Naui poali uan majtlaktli	4(20) + 10	80 + 10
91	Naui poali uan majtlaktli uan se	4(20) + 10 + 1	80 + 11
92	Naui poali uan majtlaktli uan ome	4(20) + 10 + 2	80 + 12
93	Naui poali uan majtlaktli uan yeyi	4(20) + 10 + 3	80 + 13
94	Naui poali uan majtlaktli uan naui	4(20) + 10 + 4	80 +14
95	Naui poali uan kaxtoli	4(20) + 15	80 + 15
96	Naui poali uan kaxtoli uan se	4(20) + 15 + 1	80 + 16
97	Naui poali uan kaxtoli uan ome	4(20) + 15 + 2	80 + 17
98	Naui poali uan kaxtoli uan yeyi	4(20) + 15 + 3	80 + 18
99	Naui poali uan kaxtoli uan naui	4(20) + 15 + 4	80 + 19
100	Makuili poali	5(20)	5*20
101	Makuili poali uan se	5(20) + 1	100 + 1
102	Makuili poali uan ome	5(20) + 2	100 + 2
103	Makuili poali uan yeyi	5(20) + 3	100 + 3
104	Makuili poali uan naui	5(20) + 4	100 + 4
105	Makuili poali uan makuili	5(20) + 5	100 + 5
106	Makuili poali uan chikuase	5(20) + 5+ 1	100 + 6
107	Makuili poali uan chikome	5(20) + 5 + 2	100 + 7
108	Makuili poali uan chikueyi	5(20) + 5 + 3	100 + 8
109	Makuili poali uan chiknaui	5(20) + 5 + 4	100 + 9
110	Makuili poali uan majtlaktli	5(20) + 10	100+ 10
111	Makuili poali uan majtlaktli uan se	5(20) + 10 + 1	100 + 11
112	Makuili poali uan majtlaktli uan ome	5(20) + 10 + 2	100 + 12
113	Makuili poali uan majtlaktli uan yeyi	5(20) + 10 + 3	100 + 13
114	Makuili poali uan majtlaktli uan naui	5(20) + 10 + 4	100+ 14
115	Makuili poali uan kaxtoli	5(20) + 15	100 + 15
116	Makuili poali uan kaxtoli uan se	5(20) + 15 + 1	100 + 16

117	Makuili poali uan kaxtoli uan ome	5(20) + 15 + 2	100 + 17
118	Makuili poali uan kaxtoli uan yeyi	5(20) + 15 + 3	100 + 18
119	Makuili poali uan kaxtoli uan naui	5(20) + 15 + 4	100 + 19
120	Chikuase poali	(5+1)(20)	120
121	Chikuase poali uan se	(5+1)(20) + 1	120 + 1
122	Chikuase poali uan ome	(5+1)(20) + 2	120 + 2
123	Chikuase poali uan yeyi	(5+1)(20) + 3	120 +3
124	Chikuase poali uan naui	(5+1)(20) + 4	120 + 4
125	Chikuase poali uan makuili	(5+1)(20) + 5	120 + 5
126	Chikuase poali uan chikuase	(5+1)(20) + 5 + 1	120 + 6
127	Chikuase poali uan chikome	(5+1)(20) + 5 + 2	120+7
128	Chikuase poali uan chikueyi	(5+1)(20) + 5+3	120+8
129	Chikuase poali uan chiknaui	(5+1)(20) + 5+ 4	120+ 9
130	Chikuase poali uan majtlaktli	(5+1) (20) + 10	120 +10
131	Chikuase poali uan majtlaktli uan se	(5+1)(20) + 10 +1	120+11
132	Chikuase poali uan majtlaktli uan ome	(5+1) (20) + 10 + 2	120 + 12
133	Chikuase poali uan majtlaktli uan yeyi	(5+1) (20) +10 + 3	120 +13
134	Chikuase poali uan majtlaktli uan naui	(5+1) (20) + 10 +14	120 + 14
135	Chikuase poali uan kaxtoli	(5+1) (20) + 15	120 + 15
136	Chikuase poali uan kaxtoli uan se	(5+1) (20) + 15 +1	120+ 16
137	Chikuase poali uan kaxtoli uan ome	(5+1)(20) + 15 + 2	120 + 17
138	Chikuase poali uan kaxtoli uan yeyi	(5+1) (20) + 15 + 3	120 + 18
139	Chikuase poali uan kaxtoli uan naui	(5+1) (20) + 15 + 4	120 + 19
140	Chikome poali	(5+2) (20)	140
141	Chikome poali uan se	(5+2) (20) + 1	140 +1
142	Chikome poali uan ome	(5+2)(20) + 2	140+ 2
143	Chikome poali uan yeyi	(5+2) (20) + 3	140 +3
144	Chikome poali uan naui	(5+2)(20) + 4	140 +4

145	Chikome poali uan makuili	(5+2)(20) + 5	140 + 5
146	Chikome poali uan chikuase	(5+2)(20) + 5 + 1	140 + 6
147	Chikome poali uan chikome	(5+2)(20) + 5 + 2	140 + 7
148	Chikome poali uan chikueyi	(5+2)(20) + 5 + 3	140 + 8
149	Chikome poali uan chiknaui	(5+2)(20) + 5 + 4	140 + 9
150	Chikome poali uan majtlaktli	(5+2)(20) + 10	140 + 10
151	Chikome poali uan majtlaktli uan se	(5+2)(20) + 10 + 1	140 + 11
152	Chikome poali uan majtlaktli uan ome	(5+2)(20) + 10 + 2	140 + 12
153	Chikome poali uan majtlaktli uan yeyi	(5+2)(20) + 10 + 3	140 + 13
154	Chikome poali uan majtlaktli uan naui	(5+2)(20) + 10 + 4	140 + 14
155	Chikome poali uan kaxtoli	(5+2)(20) + 15	140 + 15
156	Chikome poali uan kaxtoli uan se	(5+2)(20) + 15 + 1	140 + 16
157	Chikome poali uan kaxtoli uan ome	(5+2)(20) + 15 + 2	140 + 17
158	Chikome poali uan kaxtoli uan yeyi	(5+2)(20) + 15 + 3	140 + 18
159	Chikome poali uan kaxtoli uan naui	(5+2)(20) + 15 + 4	140 + 19
160	Chikueyi poali	(5+3)(20)	8*20
161	Chikueyi poali uan se	(5+3)(20) + 1	160+ 1
162	Chikueyi poali uan ome	(5+3)(20) + 2	160 + 2
163	Chikueyi poali uan yeyi	(5+3)(20) + 3	160 + 3
164	Chikueyi poali uan naui	(5+3)(20) + 4	160 + 4
165	Chikueyi poali uan makuili	(5+3)(20) + 5	160+ 5
166	Chikueyi poali uan chikuase	(5+3)(20) + 5+1	160 + 6
167	Chikueyi poali uan chikome	(5+3)(20) + 5 + 2	160 + 7
168	Chikueyi poali uan chikueyi	(5+3)(20) + 5 + 3	160 + 8
169	Chikueyi poali uan chiknaui	(5+3)(20) + 5+ 4	160 + 9
170	Chikueyi poali uan majtlaktli	(5+3)(20) + 10	160+ 10
171	Chikueyi poali uan majtlaktli uan se	(5+3)(20) + 10 + 1	160 + 11
172	Chikueyi poali uan majtlaktli uan ome	(5+3)(20) + 10 + 2	160 + 12

173	Chikueyi poali uan majtlaktli uan yeyi	(5+3)(20) + 10 + 3	160 + 13
174	Chikueyi poali uan majtlaktli uan naui	(5+3)(20) + 10 + 4	160+ 14
175	Chikueyi poali uan kaxtoli	(5+3)(20) + 15	160 +15
176	Chikueyi poali uan kaxtoli uan se	(5+3)(20) + 15 + 1	160 + 16
177	Chikueyi poali uan kaxtoli uan ome	(5+3)(20) + 15 + 2	160 + 17
178	Chikueyi poali uan kaxtoli uan yeyi	(5+3)(20) + 15 + 3	160 + 18
179	Chikueyi poali uan kaxtoli uan naui	(5+3)(20) + 15 + 4	160 + 19
180	Chiknaui poali	(5+4)(20) + 15 + 4	180
181	Chiknaui poali uan se	(5+4)(20) + 1	180+ 1
182	Chiknaui poali uan ome	(5+4)(20) + 2	180 + 2
183	Chiknaui poali uan yeyi	(5+4)(20) + 3	180 + 3
184	Chiknaui poali uan naui	(5+4)(20) + 4	180+ 4
185	Chiknaui poali uan makuili	(5+4)(20) + 5	180 + 5
186	Chiknaui poali uan chikuase	(5+4)(20) + 5 + 1	180 + 6
187	Chiknaui poali uan chikome	(5+4)(20) + 5+ 2	180 + 7
188	Chiknaui poali uan chikueyi	(5+4)(20) + 5 + 3	180 + 8
189	Chiknaui poali uan chiknaui	(5+4)(20) + 5+ 4	180 + 9
190	Chiknaui poali uan majtlaktli	(5+4)(20) + 10	180 + 10
191	Chiknaui poali uan majtlaktli uan se	(5+4)(20) + 10 + 1	180 + 11
192	Chiknaui poali uan majtlaktli uan ome	(5+4)(20) + 10 + 2	180 + 12
193	Chiknaui poali uan majtlaktli uan yeyi	(5+4)(20) + 10 + 3	180 + 13
194	Chiknaui poali uan majtlaktli uan naui	(5+4)(20) + 10 + 4	180 + 14
195	Chiknaui poali uan kaxtoli	(5+4)(20) + 15	180 + 15
196	Chiknaui poali uan kaxtoli uan se	(5+4)(20) + 15 + 1	180+ 16
197	Chiknaui poali uan kaxtoli uan ome	(5+4)(20) + 15 + 2	180 + 17
198	Chiknaui poali uan kaxtoli uan yeyi	(5+4)(20) + 15 + 3	180+ 18
199	Chiknaui poali uan kaxtoli uan naui	(5+4)(20) + 15 + 4	180 + 19
200	Majtlaktli poali	10(20)	10* 20

201	Majtlaktli poali uan se	10(20) + 1	200 + 1
202	Majtlaktli poali uan ome	10(20) + 2	200 + 2
203	Majtlaktli poali uan yeyi	10(20) + 3	200+ 3
204	Majtlaktli poali uan naui	10(20) + 4	200 + 4
205	Majtlaktli poali uan makuili	10(20) + 5	200 + 5
206	Majtlaktli poali uan chikuase	10(20) + 5 + 1	200 + 6
207	Majtlaktli poali uan chikome	10(20) + 5 + 2	200 + 7
208	Majtlaktli poali uan chikueyi	10(20) + 5 + 3	200 + 8
209	Majtlaktli poali uan chiknaui	10(20) + 5 + 4	200 + 9
210	Majtlaktli poali uan majtlaktli	10(20) + 10	200 + 10
211	Majtlaktli poali uan majtlaktli uan se	10(20) + 10 + 1	200 + 11
212	Majtlaktli poali uan majtlaktli uan ome	10(20) + 10 + 2	200 + 12
213	Majtlaktli poali uan majtlaktli uan yeyi	10(20) + 10 + 3	200 + 13
214	Majtlaktli poali uan majtlaktli uan naui	10(20) + 10 + 4	200 + 14
215	Majtlaktli poali uan kaxtoli	10(20) + 15	200 + 15
216	Majtlaktli poali uan kaxtoli uan se	10(20) + 15 + 1	200 + 16
217	Majtlaktli poali uan kaxtoli uan ome	10(20) + 15 + 2	200 + 17
218	Majtlaktli poali uan kaxtoli uan yeyi	10(20) + 15 + 3	200 + 18
219	Majtlaktli poali uan kaxtoli uan naui	10(20) + 15 + 4	200 + 19
220	Majtlaktli uan se poali	(10+1)(20)	11*20= 220
221	Majtlaktli uan se poali uan se	(10+1)(20) + 1	220 + 1
222	Majtlaktli uan se poali uan ome	(10+1)(20) + 2	220 + 2
223	Majtlaktli uan se poali uan yeyi	(10+1)(20) + 3	220 + 3
224	Majtlaktli uan se poali uan naui	(10+1)(20) + 4	220 + 4
225	Majtlaktli uan se poali uan makuili	(10+1)(20) + 5	220 + 5
226	Majtlaktli uan se poali uan chikuase	(10+1)(20) + 5 + 1	220 + 6
227	Majtlaktli uan se poali uan chikome	(10+1)(20) + 5 + 2	220 + 7
228	Majtlaktli uan se poali uan chikueyi	(10+1)(20) + 5 + 3	220 + 8

229	Majtlaktli uan se poali uan chiknaui	(10+1)(20) + 5 +4	220 + 9
230	Majtlaktli uan se poali uan majtlaktli	(10+1)(20) + 10	220 + 10
231	Majtlaktli uan se poali uan majtlaktli uan se	(10+1)(20) + 10 + 1	220 + 11
232	Majtlaktli uan se poali uan majtlaktli uan ome	(10+1)(20) + 10 + 2	220 + 12
400	Se tsontli	1(20)20)= 1(400)	20*20
420	Se tsontli uan se poali	1(20)(20) + 1(20)	21*20
440	Se tsontli uan ome poali	1(20)(20) + 2(20)	22*20
460	Se tsontli uan yeyi poali	1(20)(20) + 3(20)	23*20
480	Se tsontli uan naui poali	1(20)(20) + 4(20)	24*20
500	Se tsontli uan makuili poali	1(20)(20) + 5(20)	25*20

5.18 El principio de exponenciabilidad

En párrafos anteriores, se han mencionado los números como unidades de aditividad, como unidades base, y que mediante la combinación de los principios de aditividad progresiva, se construyen todos los nombres de los números; sin embargo, una observación importante, consiste en el número de veces que se repiten los números base para generar otro. De esta manera, los números base 1, 5, 10 y 15, se repiten hasta cinco veces, después, forman otro número base; pero esta observación, no cumple con el número base 20 “poali”, sino que se repite hasta 20 veces; cuando nuevamente aparece otro nombre nuevo número base, el se tsontli (400), ésta, se repite hasta 400 veces, cuando aparece el nombre de otro número base, el se xikipili (8000) y así sucesivamente. Es decir, la construcción de los números 1, 20, 400, 8000, etc., que forman la progresión 20^n, donde n representa cualquier número incluyendo el cero del sistema decimal.

Un análisis minucioso, de lo que lograron los grandes maestros del Anáhuac, y que no requiere más explicación, es que ellos no solo combinaron los principios de aditividad y multiplicidad progresivas, sino también, incluyeron en los nombres de los números en náhuatl, otro principio al que en este trabajo la denominamos “Principio de exponenciabilidad”. Este principio se observa en el orden de los nombres asignados en náhuatl para cada uno de los números base, tal como se muestra en el siguiente cuadro.

Tabla 15: Principio de exponenciabilidad progresiva				
Orden de los números base	Números en español	Números en náhuatl	Construcción conceptual proveniente del náhuatl	Definición aritmética
1	1	Se	1(1)=1	1
2	20	Se poali	1(20)=20	1*20
3	400	Se tsontli	1(400)=20*20	1*400
4	8000	Se xikipili	1(8000)=20*20*20	1*8000

En estos nombres “se” va precedido a los nombres asignados para los números base

5.19 El cero en el Sistema de Numeración Náhuatl

Es un hecho conocido que no todas las culturas desarrollaron la noción del cero. Particularmente, el cero fue inventado en aquellos escenarios socio culturales en los que el imaginario colectivo y el tratamiento que éste hacía de las representaciones de ausencia como la muerte, el vacío como complementariedad del espacio infinito- o la transición de estado contiguos y continuos, permitió la elaboración teórica del cero como una representación dinámica particular (Cantoral, R. 2003, p. 5).

En las culturas del mundo del Anáhuac, se sabe que sólo las culturas maya, inca y la azteca, son tres de las culturas que desarrollaron el símbolo del cero. En estas culturas, el cero es un objeto, algo concreto, es decir, un número más. En la cultura Náhuatl, se representaba con la mazorca(o un elote (Ortiz, 2004), que representa el sustento de la vida.

Del principio de exponenciabilidad tratado en 5.16, se sobreentiende que la cultura Náhuatl, si emplearon el cero como un número más.

5.20 Las órdenes en el Sistema de Numeración Náhuatl

La numeración náhuatl cuenta con órdenes, que vienen determinados por los nombres a los números construidos por el principio de exponenciabilidad.

El "se, uno" como se ha mencionado anteriormente, es la unidad de primer orden y por adiciones sucesivas de la unidad formamos los números 2, 3, 4,…, 20. El número 20 forma una veintena, que es la unidad de segundo orden. El 400 es la de tercer orden, el 8, 000 es el de cuarto orden creciente, y así sucesivamente. Algo similar con las decenas, centenas, milésimas, etc. en el sistema decimal.

5.21 La numeración Náhuatl: Un Sistema de Numeración Complejo

Un análisis cuidadoso del sistema de numeración náhuatl, demuestra categóricamente, que los maestros del conocimiento de Anáhuac, fueron excelentes constructores de conocimientos matemáticos. Siendo los nombres de los números, una prueba irrefutable de ello, que como lo estamos analizando en esta investigación, mediante una elegante combinación de las operaciones básicas de la adición, multiplicación, división, y exponenciación, lograron complementar para formar todos los nombres de los números así como su relación con la teoría de los exponentes donde aparece implícito otro número más, el cero como algo concreto. Este desarrollo sapiencial numérico, es único en su género.

5.22 Los números enteros “Tlapoualsejsentemej”

Neluayotlajtoltomilistli (etimología)

Tla: artículo definido, “el que, la que”; Poua: cuenta, numera, contar; Sejsentemej: término plural que denota los enteros de uno en uno; Sentemej: plural de sentetl, que significa alguna cosa u objeto entero, completo, plenitud, todo.

Sen: una variante de se “uno”; tetl: piedra; la palabra sentetl, significa una piedra completa.

En esta palabra se intuye que los primeros seres humanos primero aprendieron a contar a partir de las dos manos y los dos pies, que en conjunto contienen veinte dedos. Posteriormente, el aprendizaje del conteo, las cuentas o conteos, continuó usando otro recurso, en este caso, las piedras, a través de un juego divertido y emocionante, denominado en náhuatl “mo tlatlanij” y que este juego es conocido en español como Matatena.

Por tanto, “tlapoualsejsentemej” significa “el (la) que cuenta cosas o seres completos o enteros”, con todas sus características. Una descripción total.

Los números enteros se diferencian de los números ordinarios, al mencionar el número ordinario correspondiente más un adjetivo adecuado. Se emplea el adjetivo “**sentetl**” entero (completo), sólo para indicar un entero, en tanto que el adjetivo **“sentemej”** se usa para el resto de los números enteros. En la tabla xxxxx, se muestra en forma sintetizada la forma en que se expresan los números enteros en náhuatl así como el uso correcto de los adjetivos "sentetl o sentemej".

Tabla 16: Números enteros en náhuatl	
Números enteros	Números enteros en náhuatl
Uno entero	Se sentetl
Dos enteros	Ome sejsentemej
Tres enteros	Yeyi sejsentemej
Cuatro enteros	Naui sentemej
Cinco enteros	Makuili sejsentemej
seis enteros	Chikuase sejsentemej
Siete enteros	Chikome sejsentemej
Ocho enteros	Chikueyi sejsentemej
Nueve enteros	Chiknaui sejsentemej
Diez enteros	Majtlaktli sejsentemej
Once enteros	Majtlaktli una se sentetl
Doce enteros	Majtlaktli una ome sejsentemej
Trece enteros	Majtlaktli una yeyi sejsentemej
Catorce enteros	Majtlaktli una naui sejsentemej
Quince enteros	Kaxtoli sejsentemej
Dieciséis enteros	Kaxtoli una se sentetl
Diecisiete enteros	Kaxtoli una ome sejsentemej
Dieciocho enteros	Kaxtoli una yeyi sejsentemej
Diecinueve enteros	Kaxtoli una naui sejsentemej
Veinte enteros	Se poali sejsentemej
Cuarenta enteros	Ome poali sejsentemej

5.23 Los números racionales “Tlapoualtlajtlapankej”

Los números fraccionarios en náhuatl, se forman al partir una cosa u objeto en las partes que se desea, así cuando una fruta se divide para compartir entre dos personas, las personas dicen: xi ome kixti, cuyo significado “divide en dos partes iguales o saca en dos partes iguales”. A cada una de las partes obtenidas, se le llama “tlajko, mitad”

Tabla 17: Números fraccionarios		
Números fraccionarios	Tlapoualtlapankej	Significado en español
½	Se tlajkokixtili, se tlajkotika	La mitad de uno
2/2	Ome tlajkokixtili	Dos medios
3/2	Yeyi tlajkokixtili	Tres medios
7/2	Chikomej tlajkokixtili	Siete medios
1/3	Se yeyikixtili	Un tercio de uno
2/3	Ome yeyitikixtili	Dos tercios
5/4	Makuili nauitikixtili	Cinco cuartos
2/11	Ome majtlaktli uan se kixtili	Dos onceavos

La formación de nombres de los números fraccionarios, se menciona el numerador junto con la parte en que se divide el entero agregándole kixtili, que significa las partes en que se divide un entero.

5.24 Los números impares “Tlapoualxixnamikyejkej”

“Tlapoalxixnamikyejkej” es el término que se emplea para designar a los números impares.

Etimología

Tla: el que, la que, los que, las que; Poua: contar tanto de conteo como de cuenteo; Ix de ixtli: rostro, imagen, cara; Namik: pareja, iguales, su semejante; Yejkej: pluralidad

La x antepuesta a sustantivos, modifica el sentido de la frase, transformándolo a un significado opuesto, así xix: que no son de la misma cara o rostro, es decir, que no tienen pareja.

Los números de manera natural, se observan en los seres de sexo opuesto, se dice que una persona no tiene pareja o es impar, cuando no está casado (a). En este caso particular, aparecen los primeros números impares, 1 y 1, es decir, que se trata de dos números impares diferentes, uno que le corresponde al varón soltero, y otro, a la varona soltera, aunque matemáticamente sólo se reconozca al 1 como el número impar. Los otros números impares, se obtienen de manera general, cuando se habla de varios varones (as) solteros (as). De esto, se obtiene que de la suma de dos números impares, se obtenga un número par.

En base a esto, tlapoalxixnamiyejkej significa cosas o seres contados que no tienen pareja o imagen. En la enseñanza formal de los números impares en el Kalmekak", empleaban un recurso didáctico en el que se observaba claramente la posición de los números pares impares. Para fundamentar en lo que concierne a ese recurso didáctico, es necesario retomar el nombre de una de las escuelas que existían en la cultura azteca el "Kalmekak"

En el kalmekak, empleaban una especie de red que servía para hacer cálculos, y para la enseñanza del sistema de numeración. Esta especie de red, en la era moderna corresponde a las hojas cuadriculadas o milimétricas.

Existen dos tipos de números impares, los números impares que se aplica a las cosas y objetos y a aquellos que se aplica a los seres vivos. Los números impares que se aplican a las cosas y objetos, concuerda con lo que se enseña en la matemática escolarizada; pero los impares que se aplica a los seres vivos, es diferente. La diferencia estriba en que dos jóvenes varones solteros, no forman un número par, sino que el dos es un número impar, porque ambos no tienen a su imagen o pareja, es decir, sus esposas respectivas. Este mismo fenómeno se observa con el 2, 4, 6,…, son números pares, en las prácticas sólo son pares cuando un ser cuenta con su pareja, hasta entonces es un número par.

En el siguiente cuadro aparecen los números impares tanto para las cosas y objetos como para los seres vivos.

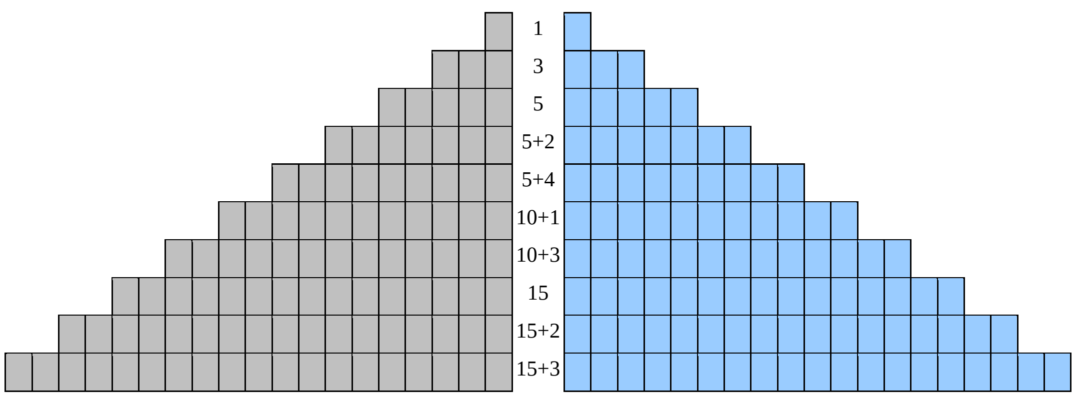

Figura 12: Números impares para las cosas, objetos y seres vivos

5.25 Los números impares como base para los números pares "Tlapoualixnamikyejkej"

Del mismo recurso anterior, usaremos para mostrar que la suma de dos impares es siempre otro número par, del tipo 2n.

De este esquema observamos que la suma de los números impares tanto de las cosas, objetos y seres vivos, siempre es par.

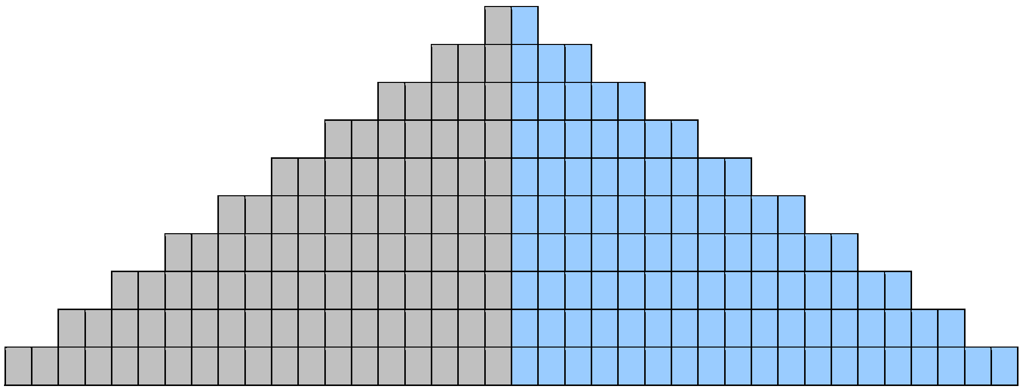

Figura 13. Suma de los números impares

Al sumar progresivamente los números impares del lado derecha, obtenemos los números 1, 4, 9, 16, 25, 36, 42¸ etc. Si reordenamos, los números impares y la cantidad de números impares que sumamos, obtenemos

Cuadro 18: Suma de los números impares											
Orden del número impar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Números impares	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
Suma progresiva	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121
Notación especial	1	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	11^2

Notación clásica en la matemática institucionalizada de la suma progresiva de los números impares de los seres humanos de los dos lados de la figura 13, obtenemos

Cuadro 19: Suma progresiva de los números impares								
Números impares	1	3	5	7	9	11	13	15
Suma de impares homólogos	2	6	10	14	18	22	26	30
Suma progresiva acumulada	2	8	18	32	50	36	49	64
Notación especial	2(1)	$2(2^2)$	$2(3^2)$	$2(4^2)$	$2(5^2)$	$2(6^2)$	$2(7^2)$	$2(8^2)$

De la cual deducimos $2n^2$, donde n=1, 2, 3, 4,…como la suma progresiva de los números impares para los seres humanos.

5.26 Los números negativos

Basándose en el recurso didáctico empleado por los educadores del México antiguo en el Calmecak, se sobreentiende que no conocían los números negativos. En este sistema de numeración se manejaban los números que están a la derecha, a la izquierda, hacia arriba, hacia abajo y en diagonal. Es probable, que ellos resolvieron este problema al emplear un lenguaje cromático, es decir, que representaban con un color diferente para cada número según su posición.

CAPÍTULO

6

Chikuase

Sistema de numeración posicional

En el presente capítulo, demostramos que el sistema de Numeración Náhuatl es un sistema posicional de base 20 (vigesimal).

6.1 Sistema Numeración Náhuatl posicional y de base 20

En el capítulo anterior analizamos los principios de aditividad progresiva, multiplicidad progresiva, la de la divisibilidad y el de exponenciabilidad como parte estructurales del sistema de numeración hablado en Náhuatl.

La estructura conceptual y aditiva (hablada) del sistema de numeración Náhuatl, presenta una estructura posicional. Para esclarecer más esta idea, usaremos la propiedad de exponenciabilidad, analizado en 5.17, siguiendo el orden ascendente siguiente:

Cuadro 20: Unidades de Orden en el sistema de Numeración Náhuatl		
Notación compleja	Notación común	INDICADOR DE ORDEN
$1(20)^3$	8, 000	Unidad de millares
$1(20)^2$	400	Unidad de centenas
$1(20)^1$	20	Unidad de Veintenas
$1(20)^0$	1	Unidad de Unidades

A partir de la notación compleja de las unidades de orden, iniciaremos con algunos ejemplos sencillos, para demostrar que el sistema de Numeración Náhuatl es un sistema que además de vigesimal es posicional.

En náhuatl 21, tal como ya analizamos en el capítulo 4 y 5, respectivamente, se dice

Se poali uan se

Al traducirlo al modelo en lenguaje matemático usual, es equivalente a

20 + 1

Sin embargo, usando la notación vigesimal compleja del sistema de numeración Náhuatl, esta notación se escribirá:

$1(20)^1 + 1(20)^0 = 20 + 1 = 21$

El siguiente ejemplo es 425

En náhuatl decimos ***se tsontli una se poali uan makuili***

De la misma manera, al usar la notación vigesimal compleja del sistema de numeración, tendremos:

$1(20)^2 + 1(20)^1 + 5(20)^0 = 400 + 20 + 5 = 425$

Otro número a analizar es el 8528, que en Náhuatl se dice ***se xikipili uan se tsontli uan makuili uan se poali uan chikueyi***

La notación vigesimal compleja es

$1(20)^3 + 1(20)^2 + 5(20)^1 + 1(20)^1 + (5+3)(20)^0 = 8000+400+100+20+8=8528$

Con estos ejemplos sencillos, se deduce fácilmente que la estructura conceptual y aritmética, corresponde a un sistema de numeración posicional de base 20.

Reconocemos que el sistema de Numeración Náhuatl, es un sistema complejo, en que hacen falta muchos estudios más para demostrar su complejidad y su utilidad en los contextos escolares.

CAPÍTULO

7

Chikome

La transposición didáctica no convencional (TDNC) para la construcción social del conocimiento

En este capítulo, analizaremos cómo los seres humanos construyen todo tipo conocimiento a través de las prácticas sociales, y que la reproducibilidad de éstas, en contextos escolares, no será posible mediante la transposición didáctica, sino a través de lo que he denominado la "**TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA NO COMVENCIONAL (TDNC)"** término que he acuñado en esta Tesis.

7.1 La transposición Didáctica no Convencional

La Transposición Didáctica No Convencional (**TDNC**) es un nuevo concepto en Matemática Educativa y un referente teórico, que explica la génesis del conocimiento mediante la reproducción de las prácticas sociales selectas que favorecen la construcción de conocimientos situados en contextos socioculturales en contextos escolares.

De esta manera, consideramos que la **TDNC**, centra su atención en el sujeto que aprende a través de las actividades sociales que desarrolla y situados en contextos socioculturales, y de grupos homogéneos de individuos específicos; tomando en cuenta, los individuos quienes construyen sus conocimientos en sociedad, donde el lenguaje (idioma), la comunicación, la actividad, la ideología, la cultura, la espiritualidad, y los diferentes tipos de registros de los hechos y fenómenos, son factores determinantes para la construcción social de conocimientos. Construcción social de conocimientos que se produce de manera natural, sin tanto esfuerzo, como el que se requiere para la construcción de conocimientos matemáticos institucionalizados. Por tanto, el tratar de reproducir este mecanismo de aprendizaje para la construcción de conocimientos validados socialmente, será posible mediante la TDNC.

La TDNC es el referente Teórico-práctico de la génesis del conocimiento humano, situada en contextos socioculturales, incluyendo el conocimiento científico.

Las desventajas que presentan las teorías del conocimiento, con respecto a la ***TDNC***, estriban principalmente en la consideración nula o parcial de los elementos que intervienen en la construcción social del conocimiento matemático de manera práctica, donde la comunicación, socialización, ideología, el desarrollo histórico, cultural, espiritual y las actividades, forman parte del mismo proceso de aprendizaje y construcción de conocimientos de la sociedad organizada; dichos elementos, tampoco forman parte del triángulo didáctico de la didáctica fundamental. Aunque este problema se ha tratado de resolver desde diferentes perspectivas, como la eliminación de los elementos negativos de una enseñanza tradicional, la forma mecánica y repetitiva en que se organiza la enseñanza, la falta de laboratorios de trabajo práctico con los estudiantes (Zilberstein, 2000), y aún con el uso de las nuevas tecnologías de la comunicación e información, las clases siguen impartiéndose sólo dentro del salón de clases, sin vínculo con la naturaleza, con el entorno, con las prácticas sociales, con el desarrollo trascendente del ser humano, unida a la insuficiente preparación de algunos docentes, hacen que en la escuela, la mayoría de los contenidos matemáticos estén desvinculados de la práctica y de la vida cotidiana. Una total fragmentación de los conocimientos matemáticos con la construcción social de los conocimientos en la realidad.

La tesis que sostenemos en este trabajo, es la posibilidad de reproducir los procesos de aprendizaje y construcción de conocimientos matemáticos que emergen a través de las actividades sociales.

El reconocimiento del papel de la actividad social, la comunicación y la socialización como partes integrales de un mismo proceso, la unidad entre lo cognitivo, lo afectivo y lo volitivo, dotan al ser humano de un bagaje intelectual suficiente para afrontar los retos de la vida real y de la edad adulta.

Cuando los individuos aprenden a realizar las actividades, éstos construyen conocimientos basándose en la historia personal, en el discurso y saberes frente a la realidad social. A través de las diferentes actividades emerge la solidez de la asimilación de los conocimientos, habilidades, normas de relación emocional, de comportamiento y valores, legados por la humanidad. Es en la actividad, en la comunicación con el adulto y los procesos de socialización, el ser humano construye conocimientos, de esta manera, pasan de lo externo (material, con objetos), a lo verbal (lenguaje interno y externo) y posteriormente al plano interno (mental), es entonces cuando el ser humano llega a apropiarse del conocimiento auténtico.

Esta propuesta didáctica, emerge del análisis de la forma sencilla en que los seres humanos aprenden los nombres de los números en náhuatl, a través de actividades que los seres humanos desarrollan para construir sus conocimientos útiles en la vida cotidiana. Un aprendizaje que se produce de manera natural, a la par que el aprendizaje de la lengua materna mediante las actividades que los niños, jóvenes y adultos realizan cotidianamente con objetos reales.

7.2 Objetivo General de las actividades sociales propuestas

En los capítulos anteriores, mencionamos cómo de las prácticas sociales emergen diversos conocimientos matemáticos, así como la forma en que se construyen dichos conocimientos. Ahora describimos y proponemos la reproducción de la construcción social de conocimientos altamente especializados, que emergen de las actividades sociales cotidianos y retomar los elementos que no forman parte de la didáctica fundamental, para promover la construcción significativa de conocimientos en contextos escolares, conocimientos que puedan ser aplicados para resolver problemas de la vida cotidiana.

7.2.1 Objetivos específicos de las actividades sociales propuestas

Demostrar que en las prácticas sociales, se desarrollan actividades concretas, donde existe una sólida construcción de conocimientos altamente especializados, susceptibles de ser transpuestos a contextos escolares, retomar los elementos y procesos implícitos para que sean considerados en la transposición didáctica no convencional.

Iniciar estrategias innovadoras para realizar exploraciones en los Nuevos Escenarios, para la construcción, adquisición, resignificación y aprendizaje de conocimientos matemáticos, y la creación de situaciones de aprendizaje de las matemáticas con actividades concretas, que tienen sentido y una utilidad funcional en la vida, es decir, vinculados con la práctica y la vida, para el desarrollo del ser humano.

Promover el uso de las prácticas sociales, especialmente aquellas actividades donde se construyen conocimientos matemáticos significativos con un uso práctico para la vida cotidiana

Analizar y comprender que los conocimientos matemáticos, en esencia son productos socioculturales, emergentes de actividades sociales, de las cuales se obtienen satisfactores sociales básicas; además, los conocimientos matemáticos que se construyen socialmente, son conocimientos y legados universales, funcionales, validados e institucionalizados socialmente a través de las aplicaciones prácticas y útiles en diferentes contextos, tanto sociales como culturales.

Involucrar a la contemplación que forma parte de las actividades sociales, como un elemento potencial que favorece la construcción de conocimientos matemáticos prácticos, útiles y funcionales.

7.3 Desarrollo de las actividades sociales propuestas

A continuación, presentamos una descripción parcial de algunas de las actividades sociales de uso frecuente, donde emergen conocimientos matemáticos.

El ser humano, es por excelencia un ser social desde el nacimiento. De esta manera, desde los primeros días, niños y las niñas, reciben de sus padres, una serie de enseñanzas que son básicas para la vida; entre éstas, destacan los hábitos, costumbres, la lengua o idioma, la comunicación, la socialización, la observación, contemplación y realización de las actividades, los procedimientos y las formas de trabajar, aprender con la vista y el resto de los sentidos, aprenden a conocer, a hacer, a vivir, a convivir y cooperar en la familia, a ser útiles, a respetar a los padres, familiares y a la sociedad en general, y maneras para resolver situaciones cotidianas, es decir, reciben una educación integral para la vida.

Desde la niñez, a través de las actividades, comunicación y socialización, sin darse cuenta, uno aprende la aritmética y la naturaleza del ser humano. Desde la niñez, todo ser humano aprende que posee **un** cuerpo (**se** nakayotl) con **una** cabeza (**se** tsontekomatl), **un** cerebro (**se** kuatetextli), **un** corazón (**se** yoltsin), **un** rostro (**se** ixtli), **una** nariz (**se** yekajtsoli**)** con **dos** fosas nasales (**ome** kojkoyonkej), **una** boca (**se** kamaktli), **un** cuello (**se** kechkojyoktli)**,** **un** ombligo (**se** xiktli); **dos** labios (**ome** tenxipali) constituido por **un** labio superior (**se** tlakpak tenxipali) y **un** labio inferior (**se** tlatsintla tenxipali); **dos** ojos (**ome** ixtololojmej), dos cejas (**ome ixkuatejmoli), dos** manos (**ome** matli), **dos** pies (**omej** ikxitli), y que cada mano y pie, posee **cinco** dedos (**makuili** majpilli), con total de veinte dedos (**se pouali** majpilmej) que le son útiles para realizar las actividades; **dos** hombros (**ome** ajkoli), **dos** muñecas (**ome** matlapostektli), **dos** piernas (**ome** metskojyotli), etc.

También desde la educación familiar, el niño aprende la simetría corporal, tomando como referencia una línea imaginaria que inicia en la cabeza y pasa por el ombligo; cuando aprende que posee **dos** manos (**ome** matlij), uno a la derecha (**se** yekmatli) y uno a la izquierda (**se** opochmatli), que al juntarles al frente, cada uno de ellos es la imagen especular de la otra; de esta manera, el ser humano, es completamente simétrico en sus dos manos, dos hombros, dos ojos, cejas, dos fosas nasales, dos tetas, dos costados, dos pies, los labios son simétricos, tanto horizontal como vertical, todos los dedos son simétricos, etc.

A partir de los seis años, inicia una atención y un proceso de aprendizaje diferenciado para los niños y las niñas. El padre es el responsable de la educación del niño, quién lo lleva al campo, para que aprenda las labores del campo para escardar, labrar y cultivar la tierra. El niño le entra la curiosidad por seguir los pasos del padre, durante el cual, el padre aprovecha la ocasión para instruir al niño, sobre la importancia de realizar cada una de las actividades que le corresponde como varón para tener el sustento cotidiano de la familia.

El niño inicia su actividad en el campo con dos actividades clásicas: la siembra y el pastoreo que consiste en cuidar, ya sea el ganado caprino, ovino o bovino.

7.3.1 Construcción social de conocimientos a través del cultivo de maíz

Para sembrar se requiere de **4** maíz (**Naui** tlayoli, literalmente significa **cuatro** maíz), que se debe sembrar, a una distancia de **un** pie de avance, es decir, por cada avance, se repite el proceso de sembrar **4** maíz.

Al niño se le instruye que debe empezar por el **primer** surco (**Kachtopa** apantli), seguir hasta que termine, al término de este surco, debe iniciar desde ahí para el segundo surco.

La medida que se emplea para el cultivo del maíz, es una unidad convencional pero muy práctica, llamada **un pie de avance.** Por cada avance de un pie, se deben sembrar 4 maíz (no cuatro maíces), en la casa de tierra (tlalkali), que es el donde se deposita el maíz, y cubrir superficialmente con tierra dos veces (opa, dos veces) con el pie derecho, y avanzar con el otro pie. Cada vez que avanza, se repite el proceso.

Al término de la actividad, el niño ya sabe perfectamente que tiene emplear cuatro maíz por cada casa de tierra (tlalkali). Este proceso se repite periódicamente una vez al año. Al pasar de la infancia a la juventud, éste adquiere nuevas obligaciones, que aunque no sepa leer y/o escribir, sabe perfectamente contar las cosas reales y que tienen sentido para él. Éste joven no sabe si los conocimientos que posee, son de tipo matemático, sino que, lo más valioso es su uso práctico y utilidad en la vida.

También aprende que existen cuatro tipos de maíz, clasificándolos según el color, a saber: el maíz blanco (istak tlayoli), el maíz rojo (chichiltek tlayoli), el maíz amarillo (koskostik tlayoli) y el maíz azul (ayauitl tlayoli).

El joven, aprende (construye sus conocimientos, desarrollo intelectual) y sabe (desarrollo de la capacidad sensitiva y cognitivo) perfectamente, que según la cantidad de maíz sembrada (desarrollo de la capacidad para contar), y de los cuidados intensivos (desarrollo valoral: dedicación, tolerancia, paciencia) que se le deben dar, es la cantidad y calidad del maíz que obtendrá (desarrollo de la capacidad de predicción real y concreta). Con el desarrollo de estas actividades, el joven aprende y vive los valores (responsabilidad, la tolerancia, la dedicación, la templanza, paciencia, etc.)

7.3.2 Construcción social de conocimientos a través del pastoreo

Un campesino joven, aprende a contar mediante la práctica diaria con su ganado caprino, bovino u ovino, es decir, con seres reales, y que siempre cuenta las cosas y los seres, por su naturaleza. Cuando cuenta su ganado, siempre empieza con uno de ellos, y va agregando, de uno en uno (desarrollo de la capacidad aditiva). En el acto de contar, siempre va ligado con la vista (desarrollo de la capacidad visual) y el señalamiento (desarrollo de la capacidad concreta) de cada ganado con el dedo índice. Cuando termina la actividad, es decir, el proceso de conteo concreto, se da cuenta si están completos o no su ganado (desarrollo de la memoria). En el mismo proceso, nunca mezcla una especie de ganado con otra. Para un campesino, no tiene sentido al decir, 1, 2, 3, etc., porque hace falta lo que se cuenta.

De esta actividad social, un campesino aprende que cada ganado se multiplica (reproducción) de manera natural en un periodo determinado (predicción y periodicidad) en una cantidad fija. De esta manera, sabe que cuando se multiplica el ganado caprino, siempre lo hace con **una** (**se**) cría, o a lo más **dos** (**ome**) crías (desarrollo de la capacidad de predicción acotada). De la observación de este fenómeno natural, jamás esperará tener de manera natural (límite), que una cabra que engendre 3 chivitos.

La observación de la periodicidad en la cantidad de multiplicación de la especie bovina, caprina u ovina, así como la reproducibilidad natural de este fenómeno, el joven desarrolla las capacidades de la contemplación de la predicción, observación de la periodicidad, multiplicación y reproducción de las cosas reales y concretas. Además, desarrolla la capacidad del sentido a la vida, el desarrollo de la vida del ganado con el desarrollo de la vida del ser humano. El mismo u otro joven, puede predecir que de su ganado vacuno, una vaca engendrará un becerro o una becerra, en dos años, pero nunca predecirá que una vaca engendre tres becerros a la vez, porque la experiencia desarrollada a través de la contemplación del mismo fenómeno, sólo le dice que debe tener a lo más en un periodo de gestación un becerro o una becerra. ***Las predicciones emergentes de las actividades sociales, están acotadas naturalmente.***

Las predicciones de reproducibilidad, periodicidad y multiplicación de los fenómenos emergentes de las actividades sociales, siempre son reales y concretas. Nunca esperan transformar una realidad fuera de lo normal, ya que estas predicciones están sujetas a las experiencias de varias generaciones, transmitidos de manera oral, a través del desarrollo de las actividades o a través de la observación de la reproducibilidad de los fenómenos de manera natural. En cada una de las actividades, el ser humano adquiere y desarrolla aprendizajes, tanto por el desarrollo en sí de las actividades como por la experiencia, que se da generalmente por la repetición de las actividades sociales. El joven desarrollo una capacidad para valorar las actividades, ya que dependiendo de la calidad de las actividades, será cantidad de cosecha que tendrá.

De esto se deduce, que las actividades que desarrolla el ser humano en sociedad, siempre tienen alguna utilidad, de igual manera, los conocimientos que emergen de estas actividades, tienen un valor práctico, funcional y una utilidad para la sociedad en general.

7.3.3 Contemplación y visualización: la realidad e imagen de la realidad

Una de las características principales de la construcción social del conocimiento, es la contemplación de los hechos y fenómenos en cada una de las actividades que realiza el ser humano

7.3.4 Contemplación y visualización

La contemplación es la observación de las cosas reales, en tanto que la visualización, es la reproducción mental de las actividades o fenómenos de lo que en la contemplación se observó, es decir, la realidad de los hechos y fenómenos. Por tanto, la contemplación es una práctica social más compleja que la visualización. La contemplación está limitada por la naturaleza de la realidad, en tanto que la visualización está limitada por la naturaleza ideal.

La contemplación exige demandas cognitivas y sensitivas superiores a la visualización. En la contemplación, se precisa de atención, concentración y análisis del hecho o fenómeno, lo que favorece el desarrollo de las inteligencias intrapersonal (plano interno), interpersonal (socialización), la capacidad verbal y lingüística, es decir, la comunicación, argumentación, la socialización y predicción, acciones, operaciones, análisis, participación, entre otros, es decir, una construcción social de conocimientos matemáticos mediados por las prácticas sociales; lo que no se logra en la visualización.

Las actividades sociales se realizan siempre con objetos reales, de las cuales emerge la imagen que se usa en la visualización.

En las actividades sociales, se privilegia la contemplación y posteriormente la visualización, a través de recuerdos; por tanto, en la construcción social de conocimientos matemáticos que emergen de las actividades sociales, favorecen el desarrollo de las actividades cerebrales superiores y quinestésicas sobre los procesos visuales y algorítmicos. La visualización y algoritmia en este caso, se desarrollan a través de la experiencia, la observación de la periodicidad y reproducibilidad de las actividades o fenómenos.

En la realidad está el objeto de estudio, lo que no se enseña en matemática, de la realidad surge la imagen de la realidad. En la escuela se enseñan imágenes que no corresponden a la realidad, sino a la idealidad, es decir, algo que no existe en la naturaleza, ni tampoco corresponde a lo que existe en la naturaleza. Una imagen por más vívida que se tenga, nunca representará la realidad, porque una imagen evocada en la visualización, siempre tendrá deficiencias en su interpretación. En la visualización se promueven algoritmias mentales, que no resuelve el problema de la enseñanza de los conocimientos matemáticos.

7.3.5 De la visualización a la simulación

La simulación de un objeto, fenómeno o un proceso, ocurre cuando es imposible reproducir la actividad en la realidad concreta. La desventaja que presenta un proceso de simulación, es que éste está más controlado. A diferencia de los fenómenos que ocurren en la realidad concreta, nunca están controlados por el ser humano, sino por la propia naturaleza de la realidad concreta.

El uso de la tecnología en la enseñanza del lenguaje visual, en cierto punto, mejora la enseñanza, pero presenta un grave problema. El problema consiste en que sustituye la actividad que el estudiante debe realizar para comprender el concepto. En este proceso, el estudiante permanece inactivo físicamente, a diferencia de las actividades sociales, donde el estudiante es el actor principal de sus propios conocimientos.

7.4 Análisis de las actividades sociales

La construcción social de conocimientos, descritos en párrafos anteriores, inician con el autoconocimiento del ser humano, y después, aprende a conocer el mundo exterior. Desde la infancia, cada ser humano aprende a contar en su ***idioma*** con los objetos y seres reales, es decir, empieza a emplear las cantidades mediante la ***comunicación***, posteriormente aparecen las representaciones mentales de los objetos y seres reales, a través de la narración y descripción de hechos y fenómenos reales, donde por primera vez, aparece la representación mental concreta para la persona que describe el hecho o fenómeno, es decir, reproduce mentalmente los hechos y fenómenos, que para él tienen un sentido real. Sin embargo, para la persona que escucha la reproducción pero que no participó en la actividad, aparece la representación mental ideal, es decir, sólo se imagina cómo probablemente es el hecho o fenómeno. Entre estas dos personas, hay una construcción de conocimientos pero de diferente manera, con sentidos y aplicaciones diferentes. Sólo hasta cuando la persona participa en la reproducción de los hechos o fenómenos, entonces la persona comprenderá y construirá conocimientos sólidos, es decir, hasta que la persona actúe sobre el objeto de conocimiento, entonces realmente aprenderá y construirá conocimientos nuevos, útiles, funcionales y prácticos en la vida. Para la persona que describe el hecho o fenómeno, después que participa en el mismo, desarrollo otros niveles de conocimiento, tales como la especialización, la visualización, la capacidad verbal y lingüística, la socialización y divulgación de la construcción del conocimiento, el conocimiento de la periodicidad (no intencional) y repetición (intencionalidad), y la capacidad de predicción, entre otros. Cuando el ser humano desarrolla la capacidad predictiva, surgen los niveles de abstracción cognitiva, así como la propuesta para transformar la naturaleza.

Sólo mediante las prácticas sociales, existe la construcción de conocimientos, manifestándose en ellas, ***elementos*** y ***procesos que no forman parte de la didáctica fundamental para la construcción de conocimientos matemáticos***. ***La construcción social del conocimiento, se produce siempre en sociedad y en un determinado contexto cultural***, es decir, a través de una ***socialización***, donde la ***comunicación***, la ***actividad***, y los ***procesos de socialización, son parte intrínsecos del proceso***.

A través de las actividades sociales, los seres humanos construyen conocimientos altamente especializados, y desarrollan diversas habilidades, hábitos, desarrollo de la capacidad cognitiva, formativa, instructiva, predictiva, reproductiva, abstractiva, volitiva, sensitiva, y educativa.

CONCLUSIÓN GENERAL

Todas las estrategias que se han propuesto actualmente para resolver el problema de la enseñanza de los conocimientos matemáticos, presentan una enorme desventaja al privilegiar los conocimientos y algoritmias matemáticos. Con la investigación realizada del sistema de Numeración Náhuatl, deducimos que la mejor forma que el ser humano aprende a construir sus conocimientos, es a través de las actividades sociales, donde el contexto sociocultural y el lenguaje, es decir, el idioma, son factores determinantes para la construcción de conocimientos.

Todo tipo de conocimiento, emerge a través de las actividades de una sociedad organizada, en interacción del sujeto con la transformación de la realidad a través de la actividad humana, manifestándose en ellas, procesos de comunicación y de socialización. Es mediante la actividad que los seres humanos modifican la naturaleza, las condiciones de vida y su propio autotransformación.

En el desarrollo de las actividades sociales, el ser humano nunca está inmovilizado, siempre está activo, y es el inmediato responsable para conseguir el satisfactor social.

Estos conocimientos son susceptibles de ser movilizados a otros contextos culturales, lo que no sucede con los conocimientos matemáticos aprendidos en contextos escolares, y tampoco se aplican a la vida real.

La ausencia de este tipo de actividades sociales en el quehacer educativo, marcan y constituyen un obstáculo didáctico para el aprendizaje.

Las prácticas sociales situados en los contextos socioculturales, actualmente deben constituir los nuevos escenarios para el aprendizaje de contenidos declarativos, procedimentales y actitudinales-valorales, en el que se articulan las prácticas, las actividades, la comunicación, y la socialización de las personas que intervienen en todo proceso de aprendizaje vivencial, y que gracias a estos fenómenos, se da la solidez de la asimilación de los conocimientos, habilidades y hábitos, el carácter consciente y activo de los seres humanos.

A través de las actividades sociales, se demuestra que el aprender es mucho más que saber. Aprender es un complejo proceso de transformación e incorporación de novedades, por el que cada sujeto se apropia de objetos y conocimientos con los que constituye su realidad y amplía el campo de sus conocimientos.

En general, para contribuir en la solución de los fenómenos didácticos e impactar el sistema educativo, es imprescindible incluir los fenómenos involucrados en el proceso de construcción social de conocimientos, y que están ausentes en la didáctica tradicional. Esta, carece de la parte sociocultural, es decir, que la construcción de conocimientos se da principalmente en la sociedad y para la sociedad, en tanto que la transposición didáctica, privilegia los saberes sabios de un grupo, y su transposición a contextos escolares, no se transmite tal como fue construido, ni el fin para lo que fue concebido. Sin embargo, los saberes sabios construidos por la sociedad y para la sociedad, son construidos para la subsistencia de la sociedad así como su evolución. La transposición de estos saberes sabios construidos y situados en contextos socioculturales, a contextos escolares, requiere necesariamente una nueva forma de transposición, a lo que le denominamos en este trabajo "La transposición Didáctica no Convencional".

La “***Transposición Didáctica no Convencional*** (**TDNC**)” es la transposición de las formas, los procesos y los elementos inherentes en la construcción de conocimientos altamente especializados situados en los contextos socioculturales, mediados por las prácticas sociales. En éstas, el sujeto que aprende, participa activamente en el desarrollo de las actividades para construir sus propios conocimientos, siendo éstos útiles y prácticos, para resolver problemas de la vida cotidiana.

Una alternativa para resolver el problema fundamental en la construcción de conocimientos matemáticos, es la exploración de nuevos escenarios basados en las prácticas sociales, y seleccionar a aquellas actividades sociales susceptibles de ser transpuestas a contextos escolares. Dichas actividades sociales deben contar con los elementos fundamentales que permitan el desarrollo integral de la personalidad del ser humano (alumno), en el que se exprese la unidad entre la actividad, contemplación, comunicación, visualización, socialización, instrucción, enseñanza, aprendizaje y educación para la autotransformación y trascendencia del mismo en un contexto dado, y no solamente para la transformación del mundo exterior a través de la construcción, adquisición, resignificación y aprehensión sólida de conocimientos.

De esta manera, las prácticas sociales corresponden a los nuevos centros de atención, no solo como los Nuevos Escenarios de significación y construcción de conocimientos matemáticos altamente especializados, sino que constituyen también los Nuevos Medios y Recursos didácticos con esperanzas prometedoras, donde el estudiante encuentra una utilidad en la vida del porqué debe aprender matemáticas con objetivos rediseñados. Un proceso de construcción de conocimientos que permita el desarrollo potencial del ser humano para aprender a aprender, aprender a actuar sobre lo que se desea aprender,

aprender a desaprender, aprender a educar, aprender a ser, aprender a hacer, aprender a valorar, aprender a tener, aprender a desarrollar la personalidad y a trascender.

Es decir, una educación que promueva a través del ejemplo, el respeto y el desarrollo de la plenitud de la inteligencia, de los sentidos, los intereses, las actividades sociales, la ideología, la lengua, la cultura de un pueblo, las trascendencia del ser humano, en fin, una educación para la vida, que inicie con la educación patriarcal y complementada por la educación escolar, vivencial y utilitaria. Ese el fin último de los nuevos escenarios para la construcción de conocimientos y abrir un nuevo camino hacia aprendizaje significativo para el estudiante y la sociedad en general.

El sistema de numeración Náhuatl que permanece vigente hoy en día, prevalece principalmente, por las actividades sociales que desarrollan diversas comunidades, que dominan la lengua Náhuatl, poseedores de una de las mejores técnicas de aprendizaje "***la construcción de conocimientos milenarios a través de las prácticas sociales***"**.**

El sistema de Numeración Náhuatl, es un sistema posicional de base 20 o vigesimal. Un sistema basado en los veinte dedos del ser humano y desconocido hasta hoy, tal como mostramos en este trabajo, cuenta con todas las características de una matemática avanzada. El análisis de la construcción conceptual y aritmética del nombre de los números, demuestra categóricamente, que para la construcción de los nombres de los números, incluyeron no solo las operaciones básicas como la suma, multiplicación, división, sino que están implícitas diversas leyes Aditividad y multiplicidad progresivas, respectivamente), propiedades (aditividad, multiplicidad, divisibilidad, potenciabilidad) y operaciones de potenciación aditiva. La presencia de estos operadores conceptuales en el Sistema de Numeración Náhuatl, demuestra una construcción activa de diferentes conocimientos matemáticos. Este sistema de numeración, cuenta con dos unidades fundamentales: el 1 y 20, y tres subunidades: el 5, 10 y 15, con estas unidades y subunidades, se construye la infinitud del Sistema de Numeración Náhuatl.

Las órdenes del sistema de numeración Náhuatl, están determinados por los nombres especiales: se (1), se poali (20), se tsontli (400), se xikipili (8000), etc., es decir, que las órdenes de este sistema de numeración, presentan un crecimiento exponencial de tipo 20^n.

Con el estudio del Sistema de Numeración Náhuatl, demostramos que la construcción de conocimientos a través de las prácticas sociales, se promueve una matemática vinculada con la vida, con la práctica y con la naturaleza, donde los padres, la familia, los maestros del conocimiento, la actividad, la sociedad, la comunicación y el medio son los constituyentes principales de la educación para la vida; es decir, una enseñanza que cumpla las funciones instructiva, comunicativa, gnoseológica, valorativa, filantrópica, formativa, educativa, desarrolladora y trascendente, en cuyo proceso debe manifestarse la unidad entre la instrucción, educación, desarrollo y trascendencia del ser humano.

En esta línea de investigación, proponemos que basándose en los conocimientos matemáticos de nuestro pasado, nos permitirán diseñar y rediseñar nuevas estrategias para la enseñanza de los mismos. Es un reto iniciar la búsqueda de estrategias didácticas naturales que funciona para el aprendizaje en sociedad.

“Yejkos tonali, kuak oksepa ni kin mo nextilis uan ni kin notsas on to ikniuan, uan kuak on ni kin mititis miek tlamachilistli, ixtlamachilistli, iuan nemilistli”

“Llegará el día, cuando nuevamente me apareceré y hablaré a nuestros hermanos, y entonces les enseñaré abundante sabiduría, entendimiento y vida”

Pedro Marcelino Espinoza Ocotlán

Referencias Bibliográficas

Baldor, A. (1997). Algebra. México: Publicaciones Cultural.

Baldor, A. (2000). Aritmética. México: Publicaciones Cultura.

Cantoral, R. (1997). Los textos de cálculo: Una visión de las reformas y contrarreformas. *Revista EMA. Investigación e innovación en Educación Matemática*. Universidad de los Andes, Colombia. Vol. 2, Núm. 2, 115 – 131.

Cantoral, R. (2003). La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa: una mirada emergente. [CD-ROM] *XI Conferencia Interamericana de Educação Matemática*. Tema: Educación Matemática & Desafíos y Perspectivas. Blumenau, Brazil: Universidade Regional de Blumenau. [PDF]. Pp. 1-15.

Cantoral, R. 2002. Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Conversus donde la ciencia se convierte en cultura. Revista del Instituto Politécnico Nacional*, México. Octubre, Número 44, 26 – 34.

Cantoral, R. Farfán R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon*. Sociedad Thales, España. Núm. 42, Vol. 14(3), 353 – 369.

Delors, J. (1997). La educación encierra un tesoro. México: El correo de la UNESCO.

Dewey, J. (1995). Democracia y educación. Versión electrónica. [En línea] Disponible en: http://www.correodelmaestro.com/anteriores/2005/abril/incert107.htm.

Ferrer, (2000). Estudios de Cultura Náhuatl. México: UNAM

Freire, P. (1971). *La educación como práctica de la libertad.* México: Siglo XXI.

Freudenthal, H. (1981). Major Problems of Mathematics education. Conferencia dada en Sesion Plenaria de ICME. Versión al español de Alejandro López Yáñez, revisada por Rodrigo Cambray Núñez.

Gallegos, Ramón. (2000). El Espíritu de la Educación. Integridad y esencia de la Educación Holista. Fundación Internacional para la Educación Holista. México.

Garibay, A. (1994). La llave del náhuatl: Colecciones de trozos clásicos, con gramática y vocabulario Náhuatl-castellano, para utilidad de los principiantes. México: Editorial Porrúa.

González, P. (1989). Estudios de lingüística y filología nahuas. México: UNAM.

Ibarra, L. (1999). Estudios de cultura náhuatl. El concepto prehispánico del espacio. México: UNAM.

Ibarra, L. (2003). Aprende mejor con gimnasia cerebral. 2003. México: Garnik ediciones.

Jiménez, M. (2000). Sociología del conocimiento.

Joseph, J. (1965). México, Cuna de la Civilización Universal. Primera Edición. México.

Larios, V. (2000). Sistemas numéricos en México prehispánico. Revista Eureka, 15 (14). Recuperado de http://www.uaq.mx/ingeniería/publicaciones/eureka/n15/en1507.pdf

León, M. (1995). LECTURAS UNIVERSITARIAS. De Teotihuacan a los Aztecas, Antología de Fuentes e interpretaciones Históricas. México: UNAM

León, M. (1999). Estudios de Cultura Náhuatl. *Pensando en el destino del náhuatl*. México:UNAM.

León-Portilla, M. (2002). Quetzalcoatl y su época. Pasajes de la historia VI. p. 8.

León-Portilla, M. (2005). El tonalámatl de los Pochtecas. Arqueología Méxicana. Edición especial CÓDICES, 18 (2), 8-15.

López, (2003). … p.30

López, A., Martínez, H., Hernández, D. (1983). Nauatlajtolmelaualislti makuili xiuitl tlamachtilistli. Gramática náuatl-Quinto grado. México. INI-SEP.

Marín, G. (1997). Historia Verdadera del México Profundo. México: Asociación Nacional de Promotores de Cultura, A. C.

Marín, G. (2002). Nuestras raíces. Vista California. [En línea] Disponible en: http://www.toltecayotl.org/libros.htm

Marín, G. (2005). Aquí Oaxaca. Nahuas. [En línea] Disponible en: http://www.aquioaxaca.com/indigenas/nahuas.htm

Martínez, G. (2002). Explicación sistémica de fenómenos didácticos ligados a las convenciones matemáticas de los exponentes. *Revista Latinoamericana en Matemática Educativa 5(1) 45-78*

Matos, E. (2002). Teotihuacan: Guías arqueológicas. México Desconocido, 1, 21-80.

Matos, E. (2003). El templo mayor. El templo mayor. México Desconocido. X, 33-48.

Matos, E. (2003). El templo mayor. La cosmovisión de los Aztecas. México desconocido. X, 23-32.

Matos, E., Solís O. (2003). Aztecas. Londres: Royal Academy of Arts.

Michelle, G. (2000). Aprender a aprender. México: Ed. Trillas.

Morin, E. (1999). Los siete saberes necesarios para la educación del futuro. UNESCO.

Ortiz, L. (2004). Prolegómenos a las etnomatemáticas en Mesoamérica. Versión electrónica. [En línea] Disponible en: http://www.clame.org.mx/bdigital/relime/pdf/2004-7-2/4.pdf

Oteyza, E. Et al. (2003). Álgebra. México. Prentice Hall.

Outram, (1999). Estudios de cultura náhuatl. México. UNAM.

Pardiñaz, F. (1996). Etimología y filosofía de la numeración azteca. Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Puerto Rico.

Patrick, J. (1998). ESTUDIOS DE CULTURA NÁHUATL, VOL.28. UNAM

Rojas, R. (2000). El proceso de la investigación científica. México. Trillas.

Sahagún, B. (1999). Historia general de las cosas de Nueva españa. México. Ed. Porrúa.

Savater, F. (1997). El valor de educar. Barcelona. Ariel

Serra, M. (1988). El mundo azteca "Antecesores de los aztecas". Vol. 37, p. 24

Siméon, R. (2004). Diccionario de la lengua NÁHUATL o mexicana. Buenos Aires, Argentina: Siglo XXI editores.

Solís, F. (1988). El mundo azteca. Religión y ceremonial en México-Tenochtitlan. Guía México Desconocido, 37, 39-48,

Solís, F. (1989). EL MUNDO AZTECA. Guía México desconocido. Num. 37

Strobl, W. (1977). Diccionarios Rioduero. Matemática. Madrid, España: Ediciones Rioduero.

Villela, S. (2004). Nahuas de Guerrero. Monografías de los pueblos indígenas de México. [En línea] Disponible en: http://www.cdi.gob.mx/conadepi/index.php?option=articles&task=viewarticle&artid=407&Itemid=3

Villoro, L. (1999). Estudios de cultura náhuatl. México: UNAM

Vygostky, L. (1900). Pensamiento y lenguaje. Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas. México. Quinto Sol.

Zilberstein, J. (1999). Didáctica integradora de las ciencias Vs Didáctica tradicional. Experiencia CUBANA. Cátedra UNESCO en ciencias de la educación.