



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**CENTRO INTERDISCIPLINARIO DE INVESTIGACIÓN
PARA EL DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL
UNIDAD MICHOACÁN**



**“Estructuración de un modelo trófico como herramienta de análisis del
impacto de la carpa (*Cyprinus carpio*) en diferentes hábitats del lago de
Pátzcuaro”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN CIENCIAS EN:
PRODUCCIÓN AGRÍCOLA SUSTENTABLE**

**PRESENTA:
BLANCA ELIZABETH LÓPEZ RAMOS**

**DIRECTORES DE TESIS
DR. RODRIGO MONCAYO ESTRADA
M.C. CARLOS ESCALERA GALLARDO**

Jiquilpan, Michoacán, México. Noviembre de 2011



SIP-14-BIS

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de Jiquilpan, Mich; siendo las 13:00 horas del día 06 del mes de Octubre del 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CIIDIR – MICH. para examinar la tesis titulada:

Estructuración de un modelo trófico como herramienta de análisis del impacto de la carpa (*Cyprinus carpio*) en diferentes hábitat del Lago de Pátzcuaro.

Presentada por el alumno:

LOPEZ

Apellido paterno

RAMOS

Apellido materno

BLANCA ELIZABETH

Nombre(s)

Con registro:

B	0	9	1	3	3	1
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

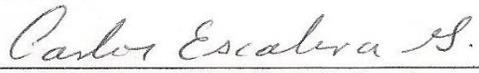
Maestría en Ciencias en Producción Agrícola Sustentable

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

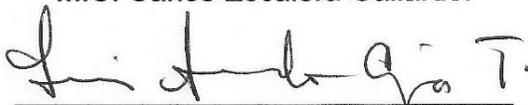
LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis


Dr. Rodrigo Moncayo Estrada.


M.C. Carlos Escalera Gallardo.


M.C. Juan Pablo Ramirez Herrejón


Dr. Luis Fernando Ceja Torres.

Dr. Guillermo Herrera Arreola



PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES


Dr. Guillermo Herrera Arreola



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de Jiquilpan Michoacán el día 18 del mes Noviembre del año 2011, el (la) que suscribe Blanca Elizabeth López Ramos alumno (a) del Programa de Maestría en ciencias en producción agrícola sustentable con número de registro B091331, adscrito al CIIDIR IPN Unidad Michoacán, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dr. Rodrigo Moncayo Estrada y cede los derechos del trabajo intitulado Estructuración de un modelo trófico como herramienta de análisis del impacto de la carpa (*Cyprinus carpio*) en diferentes hábitats del lago de Pátzcuaro, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección elizabeth86_28@hotmail.com, rmoncayo@hotmail.com, zorrry36@hotmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.


Blanca Elizabeth López Ramos

Nombre y firma

INDICE

ÍNDICE DE FIGURAS	6
ÍNDICE DE TABLAS	9
RESUMEN	1
ABSTRACT	3
1.- INTRODUCCIÓN	4
1.1.- Justificación	6
2.1.- Modelos y sus herramientas	8
2.2. Modelos tróficos.....	9
2.3. Aspectos tróficos del Lago de Pátzcuaro.....	11
3. HIPÓTESIS DE TRABAJO.....	12
4.- OBJETIVOS	13
4.1. Objetivo general.....	13
4.2. Objetivos específicos	13
5.- METODOLOGÍA	14
5.1. Descripción del área de estudio.....	14
5.2. Obtención de la información	15
5.3. Criterios para la selección de las especies de peces	15
5.4. Criterios para la selección de alimentos o presas.....	16
5.5. Estructuración del modelo	17
5.6. Datos de entrada	19
5.6.1. Tasa de natalidad o regeneración.....	19
5.6.2. Tasa de mortalidad.....	21
5.7. Fórmula general del modelo	22
5.8. Estructura conceptual del modelo trófico	23

6. RESULTADOS	25
6.1. Productor primario	25
6.1.1. Variable estado	25
6.1.2. Constantes	27
6.1.3. Variables auxiliares	27
6.1.4. Material de transferencia.....	30
6.2. Consumidor primario-presa	31
6.2.1. Variable estado	31
6.2.2. Constantes	32
6.2.3. Variables auxiliares	33
6.2.4. Material de transferencia.....	40
6.3.- Relación consumidor secundario-consumidor primario	41
6.4.- Modelación y simulación.....	43
7. DISCUSIÓN	46
7.1. Modelo estructurado depredador-presa.....	46
7.2. Impacto de la carpa	46
7.3. Relación depredador-presa y medio ambiente	49
7.3.1. Copépodos.....	49
7.3.2. Cladóceros	53
7.3.3. Detritus	56
7.3.4. Restos vegetales.....	58
7.3.5. Diatomeas	60
8. CONCLUSIONES.....	64
9. RECOMENDACIONES	65
10. REFERENCIAS.....	66

ANEXOS	76
A.1. Configuración del modelo en el software Ithink:.....	76
A.2. Configuración de control.....	78
A.3. Introducción del los valores de medio ambiente.....	78
A.4. Configuración de los niveles de intercambio	79
A.5. Configuración de las relaciones	80
A.6. Introducción de los valores de las tasas máximas de consumo y de mortalidad	81
A.7. Configuración de las vulnerabilidades	81
A.8. Configuración de graficas en el modelo	82

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura		Página
1	Localización del lago de Pátzcuaro y los seis sitios de colecta.....	14
2	Diagrama .de los componentes de un modelo que utilizan en Ithink/Stella.....	18
3	Diagrama conceptual de un modelo de una población.....	18
4	Esquema conceptual del modelo trófico del lago de Pátzcuaro...	24
5	Descripción de la variable estado en el productor primario diatomeas ($\text{individuos}\cdot\text{m}^{-2}$).....	26
6	Descripción de la variable del tiempo de retraso en el productor primario diatomeas ($\text{individuos}\cdot\text{m}^{-2}$).....	26
7	Descripción de las constantes.....	27
8	Descripción de las variables auxiliares.....	28
9	Descripción gráfica de los factores de regeneración.....	29
10	Flujos de entrada y salida.....	30
11	Descripción de la variable estado en la interacción consumidor primario.....	32
12	Descripción de las constantes en la interacción copéodos-diatomeas.....	33
13	Descripción de las variables auxiliares de los depredadores, copéodos.....	34
14	Descripción de la variable auxiliar <i>Num Res CopDi</i>	35
15	Descripción gráfica de la respuesta numérica del depredador al cambio de disponibilidad de presa principal.....	36
16	Esquema circular de la interdependencia entre la presa y el depredador en un control de “abajo-hacia-arriba”.....	37
17	Descripción de la variable auxiliar de la vulnerabilidad de las	38

	diatomeas a los copépodos (<i>Vul Cop Dia</i>).....	
18	Descripción gráfica de la relación de la vulnerabilidad.....	39
19	Descripción de las variables auxiliares de control.....	39
20	Descripción de los materiales de transferencia.....	41
21	Descripción de los diferentes componentes que integran la interacción charal-cladóceros y copépodos.....	42
22	Simulación de la interacción charales-cladóceros y copépodos en 20 años.....	43
23	Simulación de la interacción carpa-copépodos en 20 años.....	44
24	Simulación de la interacción detritus-depredador en 20 años....	45
25	Simulación de la interacción copépodo-depredador.....	47
26	Simulación de la interacción restos vegetales-depredador en 20 años.....	48
27	Resultados de 20 años de simulación representando la dinámica poblacional.....	50
28	Escenario de simulación a 20 años teniendo como presa a los copépodos.....	52
29	Escenarios de simulación a 20 años teniendo como presa a los cladóceros.....	55
30	Resultados de 20 años de simulación representando la dinámica poblacional detritus (medio ambiente 0.7, densidad 10).....	57
31	Resultados de 20 años de simulación representando la dinámica poblacional detritus (medio ambiente 0.97, densidad 10).....	58
32	Resultados de 20 años de simulación representando la dinámica poblacional de restos vegetales.....	59
33	Escenario de simulación a 20 años teniendo como presa a diatomeas.....	62

- 34 Resultados de 20 años de simulación de diatomeas planctónicas en condiciones ambientales actuales..... 63
- 35 Resultados de 20 años de simulación representando la dinámica poblacional ($\text{ind}\cdot\text{m}^{-2}$) de diatomeas planctónicas donde se tiene la influencia de los copépodos y cladóceros..... 63

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla		Página
1	Resultado de análisis del contenido estomacal de las diferentes especies de peces.....	17
2	Valores de las tasas de natalidad y mortalidad de los diferentes artículos alimenticios.....	19
3	Valores de las tasas de natalidad y mortalidad de las especies de peces.....	22

Dedicada a:

Eloísa Ramos Rojas y Jesús López Hernández

Mis padres, por su infinito apoyo y confianza.

Agradecimientos

Al Instituto Politécnico Nacional por haberme brindado la oportunidad de estudiar este posgrado con su programa de becas de estudio: beca Institucional y PIFI, que fueron de gran ayuda para mi formación académica.

Al CIIDIR IPN Unidad Michoacán por haberme brindado todo el apoyo para la realización de este trabajo de investigación, haber culminado mis estudios de posgrado.

Al comité tutorial

Especial agradecimiento al Dr. Rodrigo Moncayo Estrada director de esta tesis, por su incansable apoyo en la elaboración de este proyecto, la persistencia, la calidad humana que siempre mostro, las toneladas de paciencia que siempre tuvo, gracias por compartir parte de su formación académica.

Al M.C. Carlos Escalera Gallardo y Miriam, por su apoyo incondicional y permitir ser parte del equipo de acuacultura. Una experiencia grata al permitirme compartir no solo la cuestión académica sino por abrirme las puertas de su casa.

Al Dr. José Teodoro Silva García por mostrarme su apoyo en la revisión del manuscrito e impartición de sus clases.

Al Dr. Guillermo Herrera Arreola por sus ánimos desde el inicio de esta maestría, revisión del manuscrito, su disponibilidad que siempre mostro y la amistad que me brindo desde el inicio.

Al M.C. casi Dr. Juan Pablo Ramírez Herrejón por proporcionarme la información biológica de campo, apoyo en la revisión de tesis, por mostrarme esa parte

humana, confiar y dame ánimos siempre, su buen humor en la revisión de tesis extrañare.

A mi hermano

Porque siempre cree en mí, darme lata cada fin de semana, y aprendiendo de él a vivir la vida siempre con una sonrisa, te quiero mucho manto.

A mis amigos

Que siempre estuvieron en las buenas y en las malas, aprendiendo juntos a madurar, ver la vida con el afán de aprender con todas las subidas y bajadas que se presentan en el transcurso de este maravilloso viaje llamada vida a todos ellos gracias por ser parte de (Lupita, Jesica, Lozano, Dinora).

Especial agradecimiento a los que fueron parte de esta pequeña etapa y que ya son parte mi viaje: Hugo S.R., Rafael Z.V y Alicia O, gracias.

RESUMEN

Los modelos son un instrumento para describir sistemas biológicos, verificar y predecir sus procesos dinámicos. En el presente trabajo se estructuró un modelo trófico bajo los términos depredador-presa incorporando productores, consumidores primarios y consumidores secundarios, con una herramienta informática utilizando el software Ithink/Stella. El propósito fue evaluar de manera directa la influencia que tienen la carpa (*Cyprinus carpio*) sobre distintas especies de peces nativos e introducidos en el lago de Pátzcuaro. Se crearon escenarios de simulación para definir la influencia del ambiente en condiciones favorables y desfavorables para las poblaciones de peces. Los criterios utilizados para la selección de la información en la estructuración del modelo fueron: (1) en el caso de los depredadores, seleccionar especies de peces que tuvieran dietas afines a la carpa y/o una importante representatividad en el lago y (2) en el caso de los artículos alimenticios, incluir aquellos que se presentaran en todos los depredadores y que al menos en dos de ellos tuvieran la categoría de secundarios. Todos estos datos se obtuvieron del trabajo de campo y del análisis de contenido estomacal de los peces en el laboratorio por investigadores de la Facultad de Biología de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo y del Centro de Investigaciones Biológicas del Noroeste, S.C. Los resultados obtenidos en el modelo muestran que la carpa no tiene ningún impacto directo sobre los hábitos alimenticios de las otras especies del lago de Pátzcuaro, dada la gran abundancia de los artículos alimenticios preferenciales. De manera indirecta tampoco se visualizaron efectos tanto por los resultados de la composición de la dieta (no hay consumo de huevos de otras especies) y el tamaño poblacional (población pequeña comparada con otras especies), como por los escenarios de simulación del modelo. Por otra parte, se encontró una importante influencia depredador-presa entre copépodos, cladóceros y *Chirostoma* spp. En el caso de su simulación se tienen dos principales respuestas: (a) en el escenario de condiciones desfavorables, el alimento preferencial disminuye llegando a provocar

el colapso de las poblaciones del depredador y la presa y (b) en el escenario de condiciones favorables, la mayor disponibilidad de alimento ocasiona una falta de control del depredador sobre la presa y las poblaciones están regidas por la capacidad de carga del sistema.

ABSTRACT

Models represent tools to describe biological systems and to verify and to predict their dynamic processes. In the present study we structured a predator-prey trofic model including producers, primary and secondary consumers using the Ithink/Stella software. The main aim was to evaluate the direct influence from carp (*Cyprinus carpio*) on different native and introduced fish in Lake Patzcuaro. We created different simulation scenarios to define the environmental influence on fish and prey in favorable and unfavorable conditions. The criteria to select the information in the model structure included: (1) in the case of predators, those species with diets related to the carp's diet and/or dominant in the ecosystem, and (2) in the case of the food items, those present in all fish diet with the condition that at least they were secondary in two predators. All biological information, from field and laboratory and the analysis of stomach content, was provided by researches from the Facultad de Biología of Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo and Centro de Investigaciones Biológicas del Noroeste, S.C. Results showed no direct impact from the carp on the food habits of the other species in Lake Patzcuaro, according to the high abundance of preferential food items. Similarly, no indirect impacts were estimated, including results from the diet composition (there wasn't any consumption of egg bellowing to other species), carp population size (small densities compared to other fish) and simulation responses. On the other hand, we found an important predator-prey interaction among copepods, cladocerans and *Chirostoma* species. Two main responses were obtained in their simulation: (a) in the scenario of unfavorable conditions, preferential food decreased promoting a collapse of both predator and prey populations and (b) in the scenario of favorable conditions, higher food availability results on the lack of control from predator to prey and their populations were regulated by the carrying capacity of the ecosystem.

1.- INTRODUCCIÓN

Un modelo es una representación matemática y gráfica simplificada de un sistema, que permite responder interrogantes sobre su estructura y dinámica sin recurrir a la experimentación del mismo (Zeigle *et al.*, 2000). El uso de modelos es importante en el análisis y la aproximación de los sistemas dinámicos para determinar los impactos a los que están sujetos y su trascendencia en el tiempo e implementar medidas de control y manejo por medio de la estructuración de escenarios alternativos (Grant *et al.*, 1997).

Los sistemas dinámicos están conformados de procesos y reservorios. Los procesos son entradas y salidas de materia o energía y los reservorios son los lugares donde la materia y la energía residen. Se definen como dinámicos porque existe un flujo de dicha materia y energía y son caracterizados por un cambio continuo de los elementos que conforman el sistema (Luenberger, 1979). Por consecuencia, un sistema puede considerarse como cualquier fenómeno compuesto, al menos de dos elementos, entre los cuales existe interacción en el transcurso del tiempo (Hall y Day, 1977).

Existen diferentes ejemplos de sistemas dinámicos relacionados a distintos aspectos de índole natural, social, económica y tecnológica. Algunos ejemplos son: estructuras celulares, micro dispositivos informáticos, toda las poblaciones (humanas o no), epidemias, plagas, migración, economías en todas las escalas, ciclos biogeoquímicos y ecosistemas (Luenberger, 1979). Debido a la gran importancia que revisten estos y otros sistemas dinámicos, en las actividades humanas y en el entorno natural, es fundamental determinar cómo trabajan. Igualmente, se debe establecer cómo se interrelacionan con otros sistemas y especialmente como responden a los cambios naturales o inducidos que se presentan a través del tiempo, todo esto se logra por medio de su estructuración en modelos.

Ahora bien, los diferentes flujos de información, materia y/o energía que se presentan en los sistemas dinámicos son evaluados no sólo por las características propias del sistema (*i. e.*, tasas de incremento o decremento, interacciones entre los reservorios), sino también por otros criterios y escenarios respecto a la información que se tiene (ciclos a gran escala, alteraciones o impactos inmediatos). En consecuencia la elección de la agregación de preferencias, es decir, de los componentes fundamentales de los modelos, es otra parte importante en la estructuración de los mismos (Beroggi, 2005).

Diferentes líneas de investigación en el ámbito natural como la biología, limnología, ecología, química, entre otras, utilizan los modelos para integrar información relevante. Esta información es obtenida a partir del ensayo y error, opiniones de especialistas y a través del método científico, de tal manera que se facilite la descripción formal de la estructura y dinámica del sistema (Grant *et al.*, 1997). Sin embargo, es importante señalar que la creación de modelos no reemplaza otros métodos, como la estimación precisa y mayor resolución de pocas variables interpretadas por la estadística y las matemáticas (Luenberger, 1979). Este, más bien, provee un marco de referencia que permite la efectiva integración del conocimiento obtenido a partir de la descripción, clasificación y el análisis de las observaciones del objeto de estudio (Ulanowicz, 1993).

En la práctica, el dominio de varios métodos de análisis para abordar distintos objetos de estudio se traslapan (Grant *et al.*, 1997). El método más útil depende de la cantidad y forma de medir la información, la interrelación de sus elementos y la conceptualización del mismo objeto de estudio (Beroggi, 2005). La estructuración de modelos, tienen la habilidad de manipular efectivamente con sistemas dinámicos que presentan muchos componentes, cercanamente interrelacionados (Luenberger, 1979). Dichos sistemas están caracterizados por una complejidad en la organización, en los cuales la estructura es controlada y cambiada por la dinámica del mismo (Steinhorst, 1979; Costanza y Gottlieb, 2001).

Por lo antes mencionado, el tema de estudio que se analizó en este proyecto entra en el contexto de ese tipo de sistemas donde se obtuvo información integral

recientemente, pero se tiene poco entendimiento de algunos procesos. Se trata, por una parte, de modelar las interacciones tróficas de varias especies de peces del lago de Pátzcuaro junto con sus presas mayormente consumidas. Por la otra, se pretende identificar analítica y gráficamente si la carpa (*Cyprinus carpio*) está interactuando de una manera perjudicial en la alimentación de las otras especies. Adicionalmente, se incluye una condicionante ambiental para estructurar escenarios de respuesta temporal de los depredadores y sus presas en condiciones favorables y desfavorables del lago de Pátzcuaro.

1.1.- Justificación

Si bien los registros de la presencia de la carpa en las capturas para el lago de Pátzcuaro datan del año 1970, se teme que la especie esté afectando actualmente de una manera más intensa a los peces nativos (Orbe-Mendoza y Acevedo-García, 1995). Lo anterior en relación a su hábito de resuspender el sedimento en el proceso de su alimentación, lo que incrementa la turbidez y afecta indirectamente los diferentes niveles de energía del ecosistema (Zambrano *et al.*, 2006).

Se tomó la decisión de estructurar un modelo de sistemas dinámicos (modelo trófico), donde se pueda evaluar el impacto de la carpa sobre las especies de peces del lago de Pátzcuaro, para entender de manera integral la forma de cómo se desarrolla. Con la realización de dicho modelo, se pondrá en perspectiva este impacto, brindando argumentos a favor o en contra de la iniciativa reciente para su erradicación utilizando exclusivamente dicho argumento (Comunidad de Pescadores de Urandén, Sr. Ruben Quirino, pescador del Lago de Pátzcuaro, comunicación personal).

Una de las ventajas que presenta el modelo es la integración de la información obtenida por diferentes especialistas en campo y laboratorio y su visualización a un nivel de sistema dinámico. Esto con la finalidad de incrementar la comprensión

de la relación entre el comportamiento del sistema a lo largo del tiempo y su estructura, formas de manejo y reglas de decisión (Colomo *et al.*, 2005). En términos del presente modelo, así como se incorporaron datos de campo, se le puede alimentar con información de la probable tendencia poblacional de la carpa, y predecir posibles escenarios a futuro de su comportamiento e influencia. De tal manera que será posible identificar cambios en la estructura trófica del ecosistema, relacionados con la degradación que experimenta el lago, incorporando sólo información clave actualizada. Esto ayudará porque se pueden hacer de manera más frecuente, sin tener que implementar iniciativas complejas de análisis que resultan costosas.

Otras de las ventajas que brinda el modelo es que no necesariamente se deben hacer experimentos exhaustivos cada determinado tiempo para ver el comportamiento del impacto, más bien un adecuado monitoreo. Esto debido a que la misma herramienta de simulación, a un tiempo determinado, proporciona el comportamiento que se puede tener y que se puede corroborar con dicho monitoreo. Además, los modelos brindan una oportunidad para explorar ideas sobre los sistemas ecológicos que no sea posible probar en terreno por razones logísticas, políticas o financieras (Jakcson *et al.*, 2000).

Finalmente, la importancia de generar un modelo de esta naturaleza es que pueda aplicarse a otros lagos con especies afines o no, para solucionar preguntas similares. Igualmente, se puede tener su aplicación en otros ecosistemas no lacustres u otras áreas de conocimiento. También, se puede reestructurar para atender problemas diferentes como: financieros, sociales, económicos e incluso políticos.

2.- ANTECEDENTES

2.1.- Modelos y sus herramientas

Los modelos son una representación de un sistema físico, diseñados para facilitar su comprensión (Norman 1983). Permiten analizar si los cambios observados en los sistemas son consistentes, con base en un número pequeño de mecanismos representados por ecuaciones con un número determinado de parámetros (Pace, 2003). Implícito en la estructuración de modelos está la simulación. Este es el proceso de utilización de un modelo para imitar, o trazar paso a paso, el comportamiento del sistema que se estudia (Carretero, 2002). La simulación se compone de una serie de operaciones lógicas y aritméticas que en conjunto representan la estructura (estado) y el comportamiento (cambio de estado) del sistema de interés (Patten, 1971).

El avance en los sistemas computacionales ha facilitado el desarrollo de entornos software de modelado y simulación de dinámica de sistemas. Antes de la simulación por la computadora, los resultados matemáticos importantes se limitaron a los casos específicos y no a los sistemas biológicos complejos. Con el advenimiento de la simulación por ordenador, sin embargo, estos modelos produjeron resultados para los sistemas biológicos (Haefner, 2005). En sus inicios, estas herramientas apoyaron la labor de simulación permitiéndole al modelador introducir las ecuaciones diferenciales o sistemas de ecuaciones para poder ser resueltos con sus algoritmos, para luego entregar los resultados de la simulación (Sosa *et al.*, 2009).

En la actualidad existen software que incluyen modelos ya elaborados, los cuales sólo se alimentan con información de campo o de laboratorio (e.g., ECOPATH with ECOSIM; Christensen y Pauly, 1993) o, en su defecto, se tienen los programas para la realización de modelos con criterios propios (ithink/stella, análisis inversos; Savenkoff *et al.*, 2001). Estos últimos tienen la ventaja de redefinir las relaciones

informativas en el proceso de modelado para convertirse en causales de correlación, o condicional (Beroggi, 2005). Todas las herramientas han posibilitado el uso de dinámicas de sistemas complejos con muchos sectores y en la toma de decisiones empresariales, ambientales, sociales y educativas, entre otras (Mersarovic y Pestel, 1974).

En este estudio se utilizó el software ithink/stella porque, en su forma más básica, brinda la oportunidad de comenzar desde la construcción del modelo cuantitativo, su parametrización y exploración de la dinámica del mismo (isee systems, 2009). Ithink fue desarrollado como una herramienta de simulación efectiva de alto rendimiento, es decir, un software de pensamiento inteligente donde se plasma un sistema (Shen *et al.*, 2004).

2.2. Modelos tróficos

En términos biológicos, los modelos se puede definir como descripciones consistentes de los procesos fundamentales (crecimiento, reproducción, mortalidad, entre otros.), haciendo hincapié en determinados aspectos del sistema, según sea necesario, para comprender su función (Christensen y Pauly, 1993). Estos modelos, requieren de un conjunto de elementos que deben ser definidos *a priori*, en base al objetivo de la investigación y al conocimiento que se tenga del sistema a modelar. Dichos elementos corresponden a: variables estado, componentes bióticos y abióticos, flujos de transferencia y factores forzantes (Odum, 1985)

Los modelos depredador-presa han sido y son objeto de estudio en la teoría sobre la dinámica de poblaciones. El primer estudio lo realizan de forma paralela Lotka (1925) y Volterra (1928), que adaptando el principio de acción de masas donde proponen el siguiente modelo.

$$Dn/dt = an \longleftrightarrow bnp$$

$$Dp/dt=anp \longleftrightarrow dp$$

Donde n y p son las densidades poblacionales de presa y depredador, a y d es la tasa de cambio per cápita en ausencia el uno del otro, b y c la tasa de cambio debida a la interacción (Gómez, 1999).

El modelo Lotka-Volterra es poco realista por su sobre simplificación. No hay una retroalimentación entre la presa y su alimento. Además, la tasa de mortalidad del depredador es independiente de su densidad. También el modelo no incluye una temporalidad y asume una correlación lineal entre la tasa de alimentación *per capita* del depredador y la presa.

Otros modelos generales de depredador-presa se basan en los conceptos propuestos por Rosenzweig y MacArthur (1963). Se incluye una autorregulación del depredador y la presa, así como una respuesta funcional del depredador. La tasa de crecimiento del depredador depende de su densidad. Con un incremento en la densidad de la presa la tasa del consumo *per capita* del depredador y la mortalidad de la presa alcanzan una asíntota. El modelo puede incluir además cambios en el comportamiento del depredador debido a variaciones en la densidad de las presas, como el consumo de especies alternativas. Un modelo de esta naturaleza, con funciones que describen los efectos de las condiciones ambientales en sus coeficientes, pueden servir como base para modelos complejos de simulación (Lampert y Sommer, 2007).

Los modelos tróficos en diferentes ecosistemas acuáticos se han desarrollado en el contexto del uso de los recursos en términos pesqueros y acuícolas (Christensen y Pauly, 1993). Por ejemplo, Ruddle y Christensen (1993) crean un modelo para un sistema de cultivo de rápido desarrollo, respecto al promedio de flujos y biomasa, durante el periodo de producción de la carpa. Kolding (1993) compara la estructura eco trófica comunitaria del lago Turkana, en Kenia, durante dos periodos definidos por la presencia de un depredador tope. Pauly et al. (1998) analizan las pesquerías a nivel mundial identificando una reducción en el nivel trófico medio por reducción en las poblaciones de depredadores tope. Souza y

Carvalho (2009) introducen el modelo depredador presa en dos tipos de pesquerías sobre un mismo recurso y considerando los cambios en el ambiente.

2.3. Aspectos tróficos del Lago de Pátzcuaro

En el lago de Pátzcuaro se han realizado una gran cantidad de estudios, que están relacionados a la condición trófica, principalmente en cuanto a variables ambientales y microorganismos (Chacón *et al.*, 1992; Chacón, 1993; Rosas *et al.*, 1993; Bernal-Brooks *et al.*, 2003). Sin embargo, no hay a la fecha la estructuración de un modelo trófico.

Se tienen análisis enfocados a los hábitos alimenticios de las diferentes especies de peces que habitan el lago de Pátzcuaro: La carpa (*Cyprinus carpio*) se define como una especie omnívora con inclinación por insectos, *Goodea atripinnis* como herbívoro ficófago comedor de algas filamentosas, principalmente clorofíceas, *Chirostoma spp* como carnívoro zooplanctófago y *Oreochromis* como hervívoro no estricto (Rosas, 1976). De acuerdo a los índices de amplitud de dietas, se reconoce que las especies del género *Chirostoma* se comportan como organismos especialistas y consumen copépodos y cladóceros (Vital, 2011). *Poeciliopsis infans* se ha descrito en otros cuerpos de agua como planctófago especialista (Armendáriz, 2008). Adicionalmente, se cuenta con el análisis de la abundancia y la estructura trófica de la captura comercial del lago de Pátzcuaro (Berlanga-Robles *et al.*, 2002).

3. HIPÓTESIS DE TRABAJO

La carpa (*Cyprinus carpio*) puede impactar la alimentación de las especies de peces del lago de Pátzcuaro en términos de composición e importancia del alimento, más no interfiere en la obtención de presas dada su disponibilidad.

4.- OBJETIVOS

4.1. Objetivo general

Diseñar un modelo trófico mediante una herramienta informática para evaluar el impacto que tiene la carpa (*Cyprinus carpio*) sobre diferentes especies de peces nativas e introducidas (*Chirostoma spp*, *Goodea atripinnis*, *Poeciliopsis infans* y *Oreochromis spp*).

4.2. Objetivos específicos

- Estructurar un modelo trófico con dos especies nativas y tres introducidas del lago de Pátzcuaro.
- Analizar el impacto de la carpa sobre la alimentación de las especies nativas e introducidas a través del modelo, utilizando datos de campo recientemente obtenidos.
- Crear diferentes escenarios de simulación del modelo en con distintas condiciones ambientales.

5.- METODOLOGÍA

5.1. Descripción del área de estudio

El lago de Pátzcuaro forma parte de una cuenca endorreica del Altiplano Mexicano localizada sobre el Cinturón Volcánico Transmexicano. Se localiza en las coordenadas 19°27' y 19°44' N y 101°26' y 101°53' W, con una altitud de 2,035 msnm (Garduño, 2000) (fig.1). Este lago se divide en cuatro zonas tomando como base las características físicas y químicas del agua. . La región norte, la región central, la región sur y el embarcadero (Alcocer-Durán y Bernal-Books 2002).

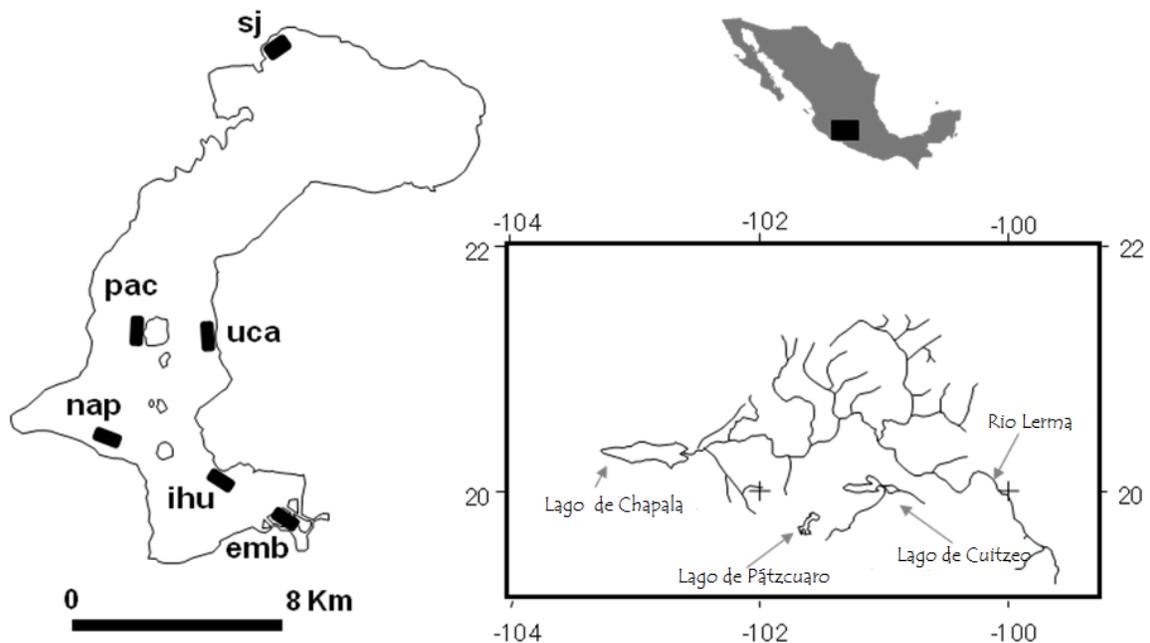


Fig. 1.- Localización del lago de Pátzcuaro y los sitios de colecta donde se obtuvieron las muestras. sj = San Jerónimo, pac = Pacanda, uca = Ucasanastacua, nap = Napízaro, ihu = Ihuatzio y emb = Embarcadero.

5.2. Obtención de la información

El trabajo de campo y procesamiento de muestras lo realizaron investigadores del centro de Investigaciones Biológicas del Noroeste, SC (CIBNOR) y del laboratorio de Biología Acuática de la Facultad de Biología de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, dentro del proyecto: “Evaluación del impacto de una especie íctica invasora *Cyprinus carpio* en el lago de Pátzcuaro, Michoacán”, Dirigido por el Dr. Javier Caraveo Patiño. Este consistió en la elaboración de cuatro campañas de muestreo donde se utilizaron redes de plancton y dos tipos de chinchorros con diferente abertura de malla (cuatro y un cm, respectivamente), para capturar las distintas especies. También se emplearon contenedores y una draga Eckman para muestras de bentos. Las muestras fueron puestas en hielo o fijadas en campo y trasladadas al laboratorio.

En el laboratorio los diferentes especialistas realizaron el análisis de las muestras para cuantificar los organismos. Específicamente, los peces colectados fueron contados, medidos y pesados por especie, por lance y por sitio. En lo que respecta al análisis del contenido estomacal, aspecto medular en la elaboración del modelo, se seleccionaron de cada uno de los sitios al menos 40 individuos por especie, que representaran a todas las escalas de tallas (Rodríguez-Cázares, 2008). Se disectaron los peces y se identificó cada uno de los componentes alimentarios hasta el menor taxón posible. Para el análisis cuantitativo de la dieta se utilizó el método de porcentaje por área (Canto-Meza y Vega-Cendejas, 2008) la frecuencia de ocurrencia (Caillet *et al.*, 1986) y el índice de importancia relativo llevado a porcentaje (Yáñez-Arancibia *et al.*, 1976; Cortés, 1997).

5.3. Criterios para la selección de las especies de peces

Se seleccionaron las cinco especies de peces con base en los siguientes criterios:

- 1) Incluir tanto especies introducidas como nativas
- 2) Dentro de las introducidas además de la carpa, se incluyó a *Oreochromis*, la cual es considerada como uno de los invasores más competitivos por su cuidado parental y territorialidad (FAO, 1996) y a *Poeciliopsis infans* como especie pequeña y translocada (Galindo-Villegas y Sosa-Lima, 2002).
- 3) Los peces nativos incluyen especies con diferentes hábitos alimenticios.

5.4. Criterios para la selección de alimentos o presas

Los criterios que se tomaron en cuenta para considerar las presas o alimentos importantes fueron:

- 1) La clasificación de los artículos alimenticios considerando los preferenciales y secundarios. Los preferenciales, incluyen las presas que presentan un porcentaje de frecuencia de ocurrencia en la dieta del depredador arriba del 40%. Los secundarios son aquellos artículos alimenticios en porcentajes entre el 20 y 40% de la dieta (Yáñez-Arancibia *et al.*, 1976).
- 2) El hábitat y nivel trófico en el que se ubica el artículo alimenticio (plancton, bentos o perifiton; productor, consumidor primario y secundario).
- 3) La presencia de la presa en la dieta de diferentes depredadores. Si se encuentran en las cinco especies de peces, si es importante para una de ellas se incluye, o en su defecto se encuentren en dos depredadores pero con un porcentaje arriba del 20%.

La aplicación de los criterios responde a la necesidad de estructurar un modelo que no sea complejo en su interpretación, pero que a la vez no obvie elementos importantes y genere resultados congruentes. La tabla 1 presenta la composición de la dieta.

Tabla 1. Resultados del análisis del contenido estomacal de las diferentes especies de peces. Los valores representan el índice de importancia relativa porcentual.

Artículos alimenticios	<i>Cyprinus carpio</i>	<i>Poeciliopsis infans</i>	<i>Oreochromis spp</i>	<i>Goodea atripinnis</i>	<i>Chirostoma spp</i>
Restos Vegetales	24.2%	4.5%	16.2%	19.3%	
Detritus	58.2%	51.4%	61.6%	54.9%	
Diatomeas		39.8%	13%	13.5%	
Copépodos	8.5%	2.1%	5%	8.6%	42.8%
Cladóceros	9.1%	2%	4.4%	3.7%	57.2%

5.5. Estructuración del modelo

El primer paso del proceso de modelización es hacer un modelo mental o cognitivo del sistema o situación objeto de investigación (Haefner, 2005). Este modelo cognitivo se traduce en un modelo analítico, que a su vez es verificado, validado y, posiblemente, calibrado (Beroggi, 1999).

Los modelos tienen cuatro elementos generales: (1) acumulador; (2) flujo; (3) convertidor y (4) conector (Mohapatra, 1994; HPS, 1997; Haefner, 2005) (Fig. 2). La estructura básica de un modelo de una población incluye al “stock” (que representa el acumulador), la natalidad y mortalidad (que son la entrada y salida del “stock”, respectivamente) y las tasas de entrada y salidas (que son natalidad y mortalidad como variables auxiliares) (Gamito, 2005) (Fig. 3).

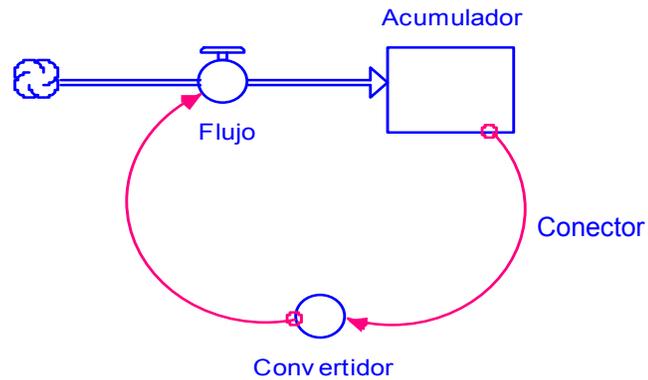


Fig. 2. Diagrama de los componentes de un modelo que se utilizan en Ithink/stella.

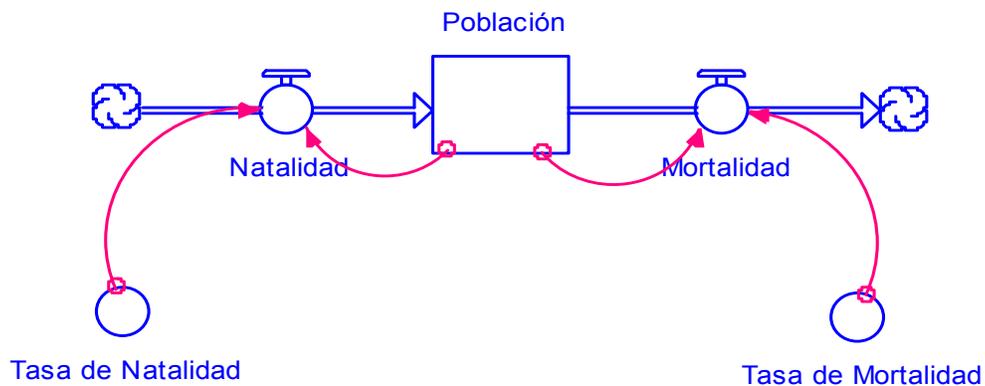


Fig. 3.- Diagrama conceptual de un modelo de una población.

Una vez que la estructura básica del modelo se completa, las condiciones iniciales, valores de los parámetros y relaciones funcionales se pueden especificar y los datos puede ser gráficos o funciones matemáticas (Gamito, 2005). Las salidas del modelo pueden resultar de forma gráfica o en tablas (Gamito, 2005).

Luego de la construcción del modelo, el proceso de modelación con la simulación, requiere de la calibración de los datos (Bachmann, 2009). La calibración corresponde a la etapa de ajuste del modelo, a través de la manipulación de parámetros utilizados, de modo que el modelo se comporte de manera correcta desde la perspectiva del investigador (Oreske et al, 1994). Después viene la validación que consiste en determinar si el modelo creado es aceptable por el investigador, y si este se asemeja al mundo real (Rikyel, 1996).

5.6. Datos de entrada

5.6.1. Tasa de natalidad o regeneración.

Este valor es importante ya que implica la proporción de organismos o elementos que están incorporándose a la población, tanto de presas como de depredadores. Para obtener dicha tasa se partió, en algunos casos buscando información bibliográfica (Tabla 2).

Tabla 2. Valores de las tasas de natalidad y mortalidad de los diferentes artículos alimenticios.

	Tasa de Natalidad	Tasa de Mortalidad	*Densidad (ind•m ²)	Fuentes
Copéodos	0.7	0.5	3333	Bansen y Steven (1980)
Cladóceros	0.7	0.5	2300	Wilfried <i>et al.</i> (1987); Matvee y Wilfried (1994)
Diatomeas Plancton	0.83	0.245	1000000	Cloern <i>et al.</i> (1985)
Diatomeas bentos	0.83	0.245	1000000	Cloern <i>et al.</i> (1985)
Detritus	0.8	0.7	2225 Porción•m ²	Oseguera (2011)
Restos Vegetales	2	0.4	325 Porción•m ²	Miranda y Lot (1999)

* La densidad de los copéodos, cladóceros y restos vegetales— relacionados principalmente al lirio acuático – se obtuvieron en campo.

En el caso de los peces, se utilizó la fórmula de la proporción de la sobrevivencia propuesta por Mugisha y Duman (2007):

$$T2 = \frac{\ln\left(\frac{F + V_3}{N}\right)}{(V_2 - V_1)}$$

Donde, $T2$ es el tiempo que tarda en llegar de una etapa a otra el pez; F es la tasa de mortalidad por pesca; V_1 es la tasa de mortalidad natural de las larvas; V_2 es la

tasa de mortalidad de los juveniles; V_3 es la tasa de mortalidad natural del adulto y N es la tasa de natalidad.

Esta ecuación nos sirve para despejar N , que nos refleja la tasa de natalidad, despejándola queda de la siguiente fórmula:

$$N = \frac{F + V_3}{e^{T^2(V_2 - V_1)}}$$

En el cálculo del tiempo que le toma a los juveniles en llegar a adultos (T_2), para el caso de *Chirostoma* spp, se consideraron los días que tarda en alimentarse con dietas comerciales, el cual se tiene en promedio alrededor de 50 (Martínez Palacios *et al.*, 2006). Esto se consideró porque implica que ya no se tiene una dependencia de presas pequeñas y son capaces de consumir los artículos alimenticios de los adultos. Las especies pequeñas como los poecílidos tienen una longevidad promedio de 2.5 años (*Xiphophorus*, *Lebistes* y *Gambusia*) y pueden alcanzar la madurez sexual a los 2 meses (Finch, 1990). Por lo anterior, se consideró una edad aproximada de 40 días para llegar a incorporarse a la población adulta en *Poeciliopsis infans*. En el caso de los *godeidos* y considerando que *Goodea atripinis* es una especie mediana se tomó como valor cuando alcanza su madurez sexual a los 90 días (Ortiz *et al.*, 2008). Para la especie de *Oreochromis* los tiempos a la etapa de madurez, corresponden a los 80 días en promedio (Mugisha y Dumba, 2007). En el caso de la carpa teniendo en cuenta que es una especie que tienen un estándar de crecimiento en longitud grande, la etapa en la cual llega a la madurez es a los 120 días (López y Espinosa, 2006).

La manera de cómo se obtuvieron los valores de mortalidad se explican en el siguiente apartado. El cálculo de las tasas de natalidad para las distintas especies de peces, se muestran a continuación:

$$N = \frac{0.2 + 0.3}{e^{210/360(0.32-0.34)}} = 0.559, \quad \textit{Cyprinus carpio}$$

$$N = \frac{0.01 + 2.26}{e^{40/360(2.6-2.9)}} = 2.3469, \quad \textit{Poeciliopsis inans}$$

$$N = \frac{0.29 + 0.39}{e^{80/360(0.49-0.59)}} = 0.6953, \quad \textit{Oreochromis}$$

$$N = \frac{0.38 + 0.42}{e^{50/360(0.52-0.62)}} = 0.8112, \quad \textit{Chirostoma}$$

$$N = \frac{0.6 + 0.86}{e^{20/360(0.89-0.92)}} = 1.4710, \quad \textit{Goodea atripinnis}$$

5.6.2. Tasa de mortalidad.

La variable F se consideró a partir de la muerte por pesca que se tiene en el lago de Pátzcuaro para las distintas especies. La V_3 que representa la mortalidad natural de los adultos se obtuvo directamente del programa FISAT II (Fish Stock Assessment Tool) de la FAO a partir de la fórmula empírica propuesta por Pauly (1980):

$$\log(M) = -0.0066 - 0.279\log(L^\infty) + 0.6543\log(K) + 0.4634\log(T)$$

Primero se obtuvieron los parámetros de crecimiento de L^∞ (longitud asintótica medida en la longitud total) y K (constante de crecimiento), utilizando la rutina de "ELEFAN I" (Electronic Length-Frecuency Análisis) (Gayanito *et al.*, 1994). La T representa la temperatura media del hábitat. Las V_1 y V_2 , que también representa tasas de mortalidad pero en larvas y juveniles, se dedujeron de acuerdo al crecimiento y biología de cada pez, considerando el intervalo de tiempo para que una especie cambie de una clase de edad a otra (Mugisha y Dumba, 2007). La tabla 3 muestra los datos de entrada del modelo en el caso de los depredadores.

Tabla 3. Valores de las tasas de natalidad y mortalidad de las especies de peces. La densidad se calculó con información de campo.

Especies	Tasa de Natalidad	Tasa de Mortalidad	Densidad (ind·m ⁻²)
<i>Cyprinus carpio</i>	0.5	0.3	0.0559
<i>Poeciliopsis infans</i>	2.3469	2.26	0.118
<i>Oreochromis spp.</i>	0.6953	0.39	0.19
<i>Goodea atripinnis</i>	1.416	0.86	0.00135
<i>Chirostoma spp.</i>	1.01	0.8	5.4288

5.7. Fórmula general del modelo

La fórmula de la que parte el modelo fue modificada del estudio realizado por Aguiar y Carvalho (2009) en el cual se incluyeron dos depredadores y una presa, en el lago Preto del Amazonas. Los autores utilizaron el modelo clásico de Lotka-Volterra combinado con el modelo logístico de Verhulst.

El comportamiento de la relación depredador-presa corresponde a la siguiente ecuación:

$$\frac{dy}{dt} = ax \left(1 - \frac{x}{k} \right) - \sum b(x)y$$

Donde a es la tasa de natalidad de la población de la presa; x es el tamaño de la población de la presa; k es el nivel de intercambio o capacidad de carga; $b(x)$ es la vulnerabilidad de la presa hacia el depredador; y es el tamaño de la población del depredador.

El valor de la vulnerabilidad de la presa se obtiene de la siguiente manera:

$$b(x) = MN * R * y$$

Donde MN es la muerte natural de la presa; R es el número de presas disponibles por depredador. MN se calculó con la fórmula:

$$MN = tm * x * f$$

Donde tm es la tasa de mortalidad de la presa y f se refiere al factor de mortalidad de la presa, que representa el incremento proporcional en la tasa de mortalidad como el tamaño de la población de la presa se incrementa. Esta última se calcula por presa a partir de que la población se duplica hasta que aumenta dos órdenes de magnitud (Grant *et al.*, 1997). Por ejemplo, en el caso de los copépodos de su valor a partir de la fórmula:

$$f = 2e^{-10*x^3} - 8e^{-7*x^2} + 0.653$$

La relación R se saca de la siguiente forma:

$$R = \frac{\frac{t * x}{x}}{y}$$

Donde t es el tiempo que puede significar meses, días o años y las demás variables ya se han definido anteriormente.

5.8. Estructura conceptual del modelo trófico

La estructura conceptual del modelo trófico del lago de Pátzcuaro fue determinado con base en el trabajo de campo y los criterios para las presas y los depredadores. La figura 4 muestra las cinco especies que funcionaran como depredadores y los cinco artículos alimenticios, dentro de estos últimos se presentan productores y consumidores primarios, así como consumidores secundarios.

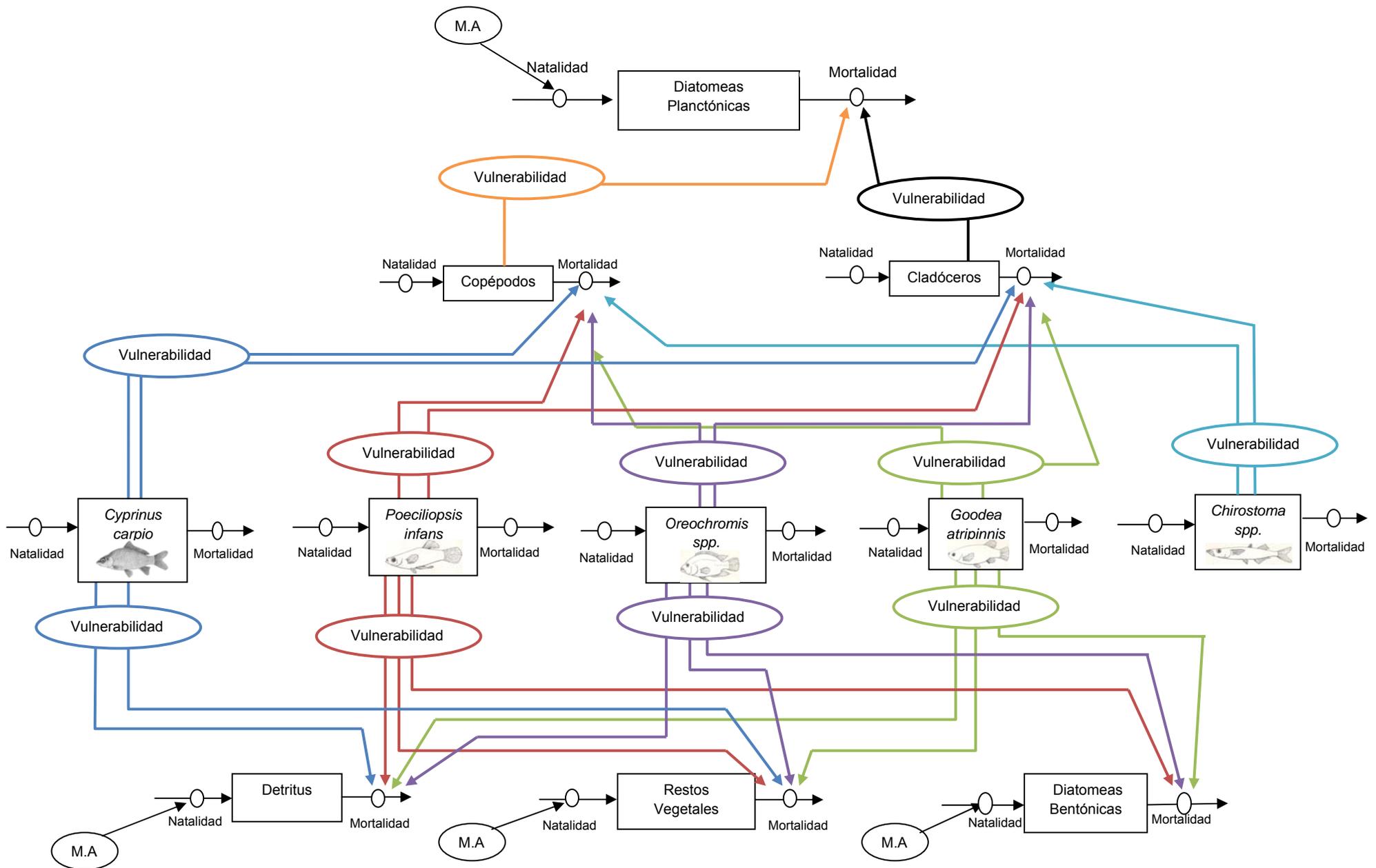


Fig. 4. Esquema conceptual del modelo trófico del lago de Pátzcuaro. Los rectángulos representan las poblaciones de depredadores y presas y los círculos las entradas y salidas dados en tasas de individuos o elementos. MA = Medio ambiente.

6. RESULTADOS

Para la estructuración del modelo, en el contexto del análisis del contenido estomacal, se revisaron por parte del personal de la Facultad de Biología de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo y del Centro de Investigaciones Biológicas del Noroeste, S.C., un total de 1302 individuos de peces de los cuales 403 fueron *Chirostoma* spp., 137 *Oreochromis* spp., 380 *Cyprinus carpio*, 141 *Goodea atripinnis* y 241 *Poeciliopsis infans*. El modelo completo consta de diez stocks que representan las poblaciones de los depredadores y las presas. Cada población o variable estado tiene sus respectivas entradas y salidas dadas por las tasas de natalidad y mortalidad. Adicionalmente, se tiene una variable estado por cada presa que representa la población en el tiempo. También, dentro del modelo se cuenta con cinco constantes, siete variables que nos ayudan con las operaciones y otras siete variables auxiliares. Cada uno de estos componentes se detalla enseguida.

6.1. Productor primario

6.1.1. Variable estado

Representan puntos de acumulación de materia dentro del sistema (Grant *et al.*, 1997) (Fig. 5). Como en este modelo se está interesado en el flujo de energía por parte de algunos elementos del ecosistema, la energía contenida en los productores (*i.e.*, diatomeas), los consumidores primarios (*i.e.*, copépodos y cladóceros) y los consumidores secundarios (*i.e.*, charales) representan tres variables estado en el modelo. La fórmula diferencial que lo describe es:

$$Diatomeas(t) = Diatomeas(t - dt) * (Tasa\ de\ natalidad - Tasa\ de\ mortalidad) * dt$$

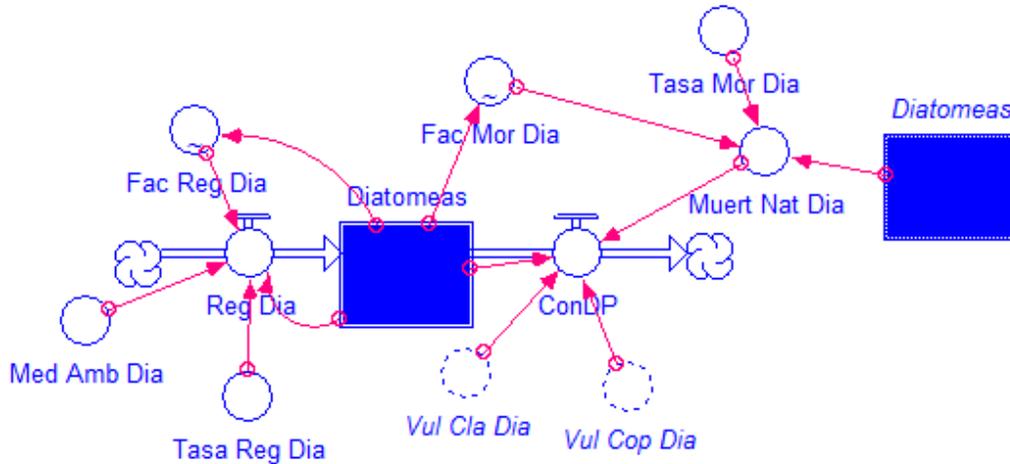


Fig. 5. Descripción de la variable estado en el productor primario diatomeas (individuos·m⁻²). El significado de los nombres de las otras variables y constantes se menciona en la descripción detallada de las mismas.

Otra variable estado introduce el tiempo y es la definida como tiempo de retraso (Fig. 6). Aquí, el modelo promueve el cambio del tamaño poblacional en periodos más cortos de tiempo definidos por el investigador (*i.e.* mensual, trimestral, semestral, o mayores.). Además, se guarda el número de individuos sobrevivientes por metro cuadrado, de hace un mes, dos meses hasta los 12 meses.

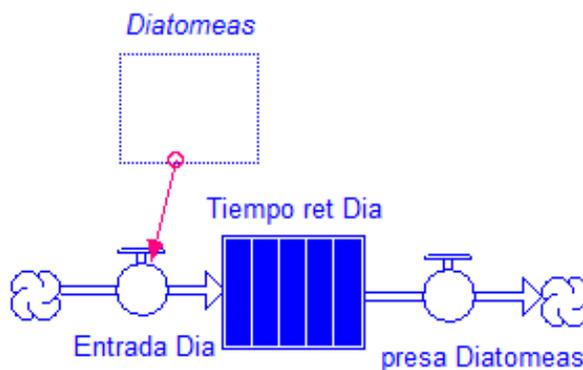


Fig. 6. Descripción de la variable del tiempo de retraso en el productor primario diatomeas (individuos·m⁻²).

6.1.2. Constantes

Las constantes son valores numéricos —cantidad, proporción o porcentaje—, que describen las características de un sistema y que no cambian, bajo todas las condiciones simuladas por el modelo (Grant *et al.*, 1997). En este caso están descritas por las tasas de regeneración y mortalidad (individuos•individuos-mes⁻¹ y proporción de la población que muere por mes, respectivamente). También, incluye el efecto del ambiente que favorece o reduce la regeneración (<1= afecta la población al reducir la tasa de regeneración, 1 = no hay impacto del ambiente, >1 = favorece la tasa de regeneración) (Fig. 7).

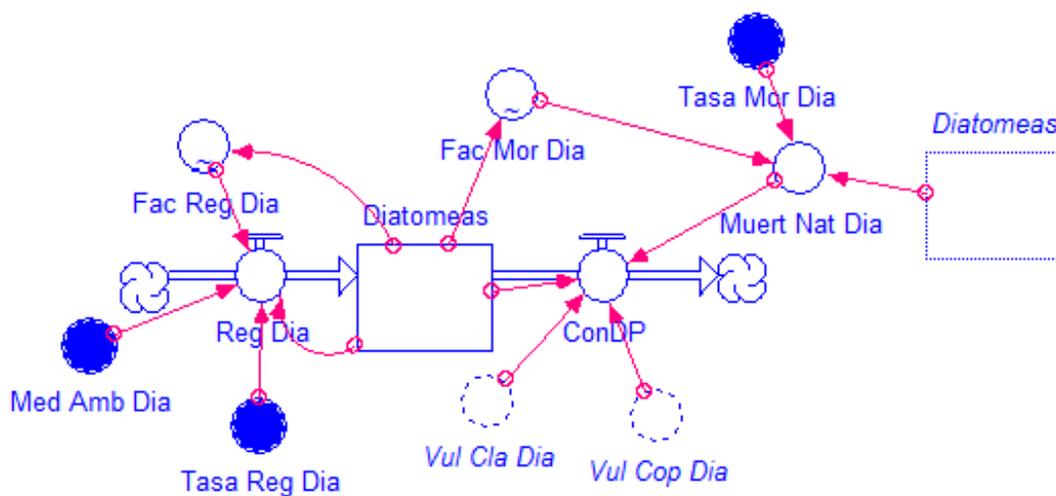


Fig. 7. Descripción de las constantes. *Tasa Reg Dia* = tasa de regeneración, *Tasa Mor Dia* = tasa de mortalidad, *Med Amb Dia* = medio ambiente.

6.1.3. Variables auxiliares

Emergen como parte de los cálculos, influenciando la tasa de transferencia de material o el valor de otra variable (Fig. 8). Estos representan conceptos que se quieren indicar explícitamente en el modelo (Grant *et al.*, 1997). En el caso de los productores y consumidores, se tiene dado gráficamente por el factor de regeneración (decremento proporcional en la tasa de natalidad conforme el

tamaño de la población aumenta) y el factor de mortalidad (incremento proporcional en la en la tasa de mortalidad conforme el tamaño de la población

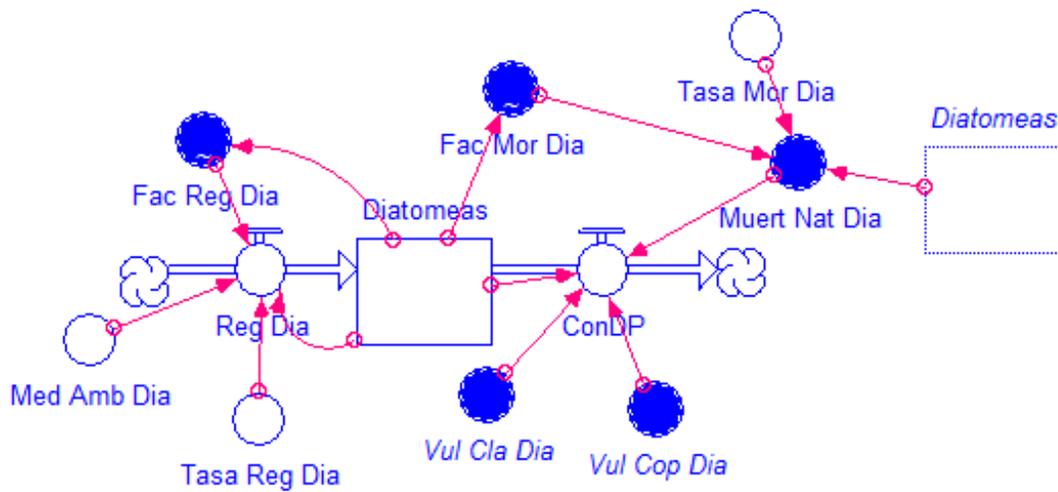


Fig. 8. Descripción de las variables auxiliares. *Fac Reg Dia* = factor de regeneración, *Fac Mor Dia* = factor de mortalidad, *Muert Nat Dia* = muerte natural, *Vul Cla Dia* = vulnerabilidad de las diatomeas a los cladóceros, *Vul Cop Dia* = vulnerabilidad de las diatomeas a los copépodos.

aumenta) (Fig. 9).

Es en estos factores, principalmente el de mortalidad, que se puede condicionar a la población para que llegue a su crecimiento asintótico o alcance la capacidad de carga, que dentro del modelo se estableció como tres veces el tamaño poblacional calculado de información de campo.

De manera adicional, como variable auxiliar, se tiene la muerte natural de diatomeas que se incorpora al modelo a manera de fórmula:

$$\text{Muerte natural diatomeas} = \text{tasa de mortalidad} * \text{factor de mortalidad} * \text{Diatomeas}$$

Se trata del cambio de la tasa de mortalidad condicionada por la población de las diatomeas de acuerdo a la función de cambio que impone el factor (Fig. 9b).

Finalmente, se tienen las variables relacionadas a la vulnerabilidad de la presa, o consumo que tienen los copépodos y cladóceros hacia las diatomeas. Esta se

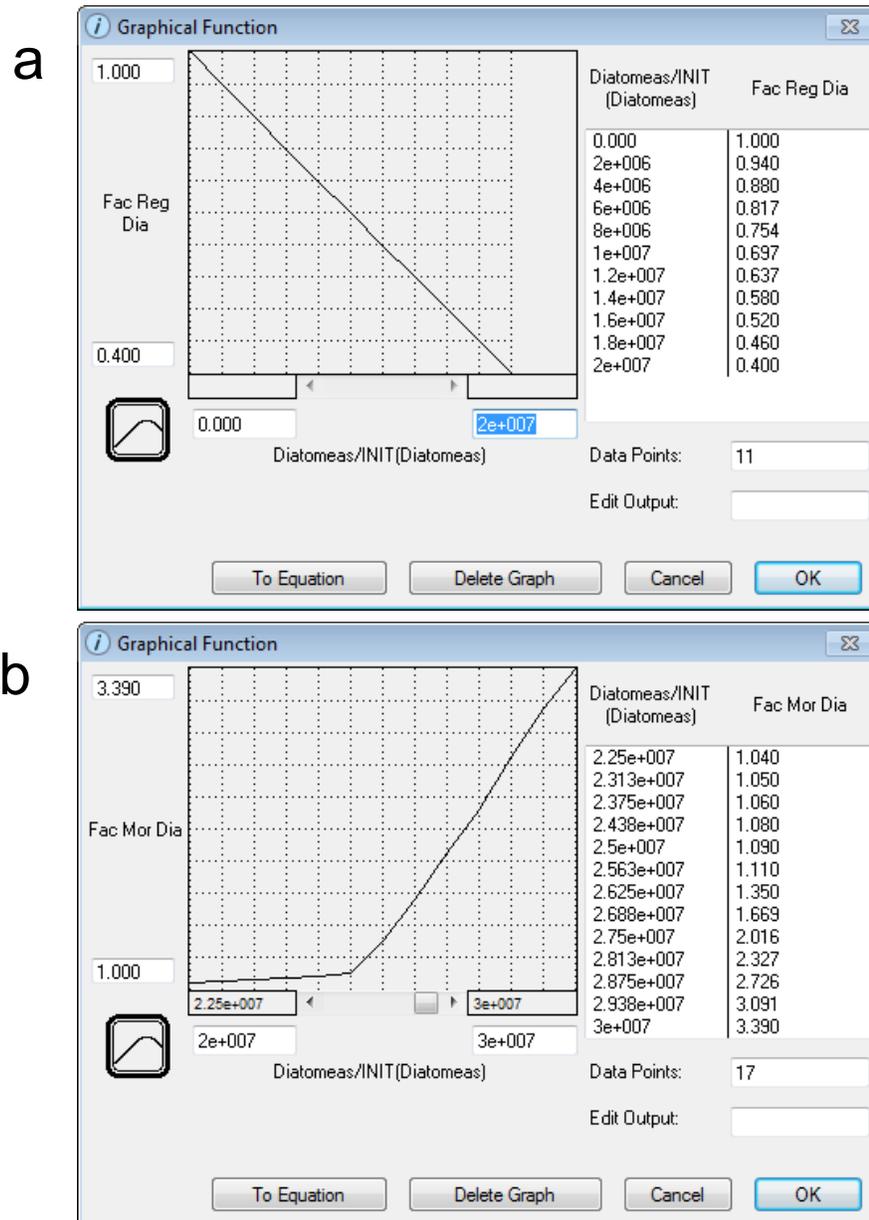


Fig. 9. Descripción gráfica de los factores de regeneración (*Fac Reg Dia*) y el de mortalidad (*Fac Mor Dia*). Cabe destacar la relación lineal negativa en la regeneración (a) y un comportamiento exponencial en el caso de la mortalidad (b).

representa también como una fórmula y para términos prácticos se describe a detalle en el apartado de consumidor primario-presa.

de las diatomeas se deja el valor de las mismas, para evitar la extinción. Por lo tanto, la formula está definida con una condicionante de la siguiente manera:

*IF (MAX(Muert_Nat_Dia,(Vul_Cla_Dia + Vul_Cop_Dia)) < Diatomeas) THEN
MAX(Muert_Nat_Dia,(Vul_Cla_Dia + Vul_Cop_Dia)) ELSE Diatomeas*

6.2. Consumidor primario-presa

6.2.1. Variable estado

Como en el caso anterior, representa a la población, sin embargo en esta parte del modelo se encuentra en tres diferentes segmentos. Utilizando como ejemplo la interacción copépodos-diatomeas, no sólo está en el stock y en la muerte natural de los copépodos, sino que en la vulnerabilidad que afecta la mortalidad de las diatomeas (Fig. 11).

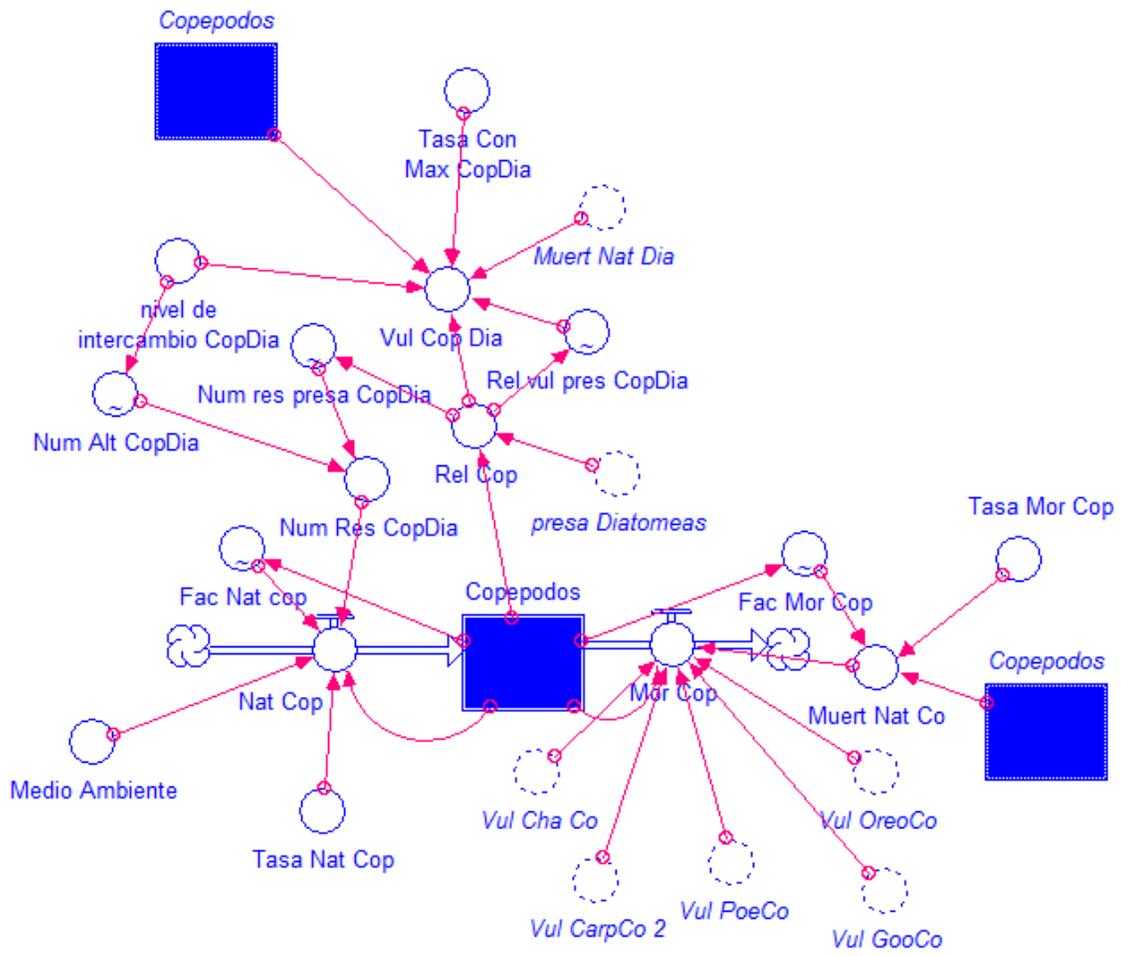


Fig. 11. Descripción de la variable estado en la interacción consumidor primario-presa. Se toma como ejemplo la relación de copépodos con diatomeas (*CopDia*).

6.2.2. Constantes

Además de las constantes descritas en las tasas de natalidad y mortalidad, así como el efecto del ambiente, se tiene la tasa de máximo consumo y el nivel de intercambio. Siguiendo el ejemplo de la interacción copépodos-diatomeas, en el primer caso, se trata del máximo consumo de diatomeas por un individuo de los copépodos, y el nivel de intercambio es el mínimo número poblacional de diatomeas en el que el copépodo cambia su consumo a una presa diferente (Fig. 12).

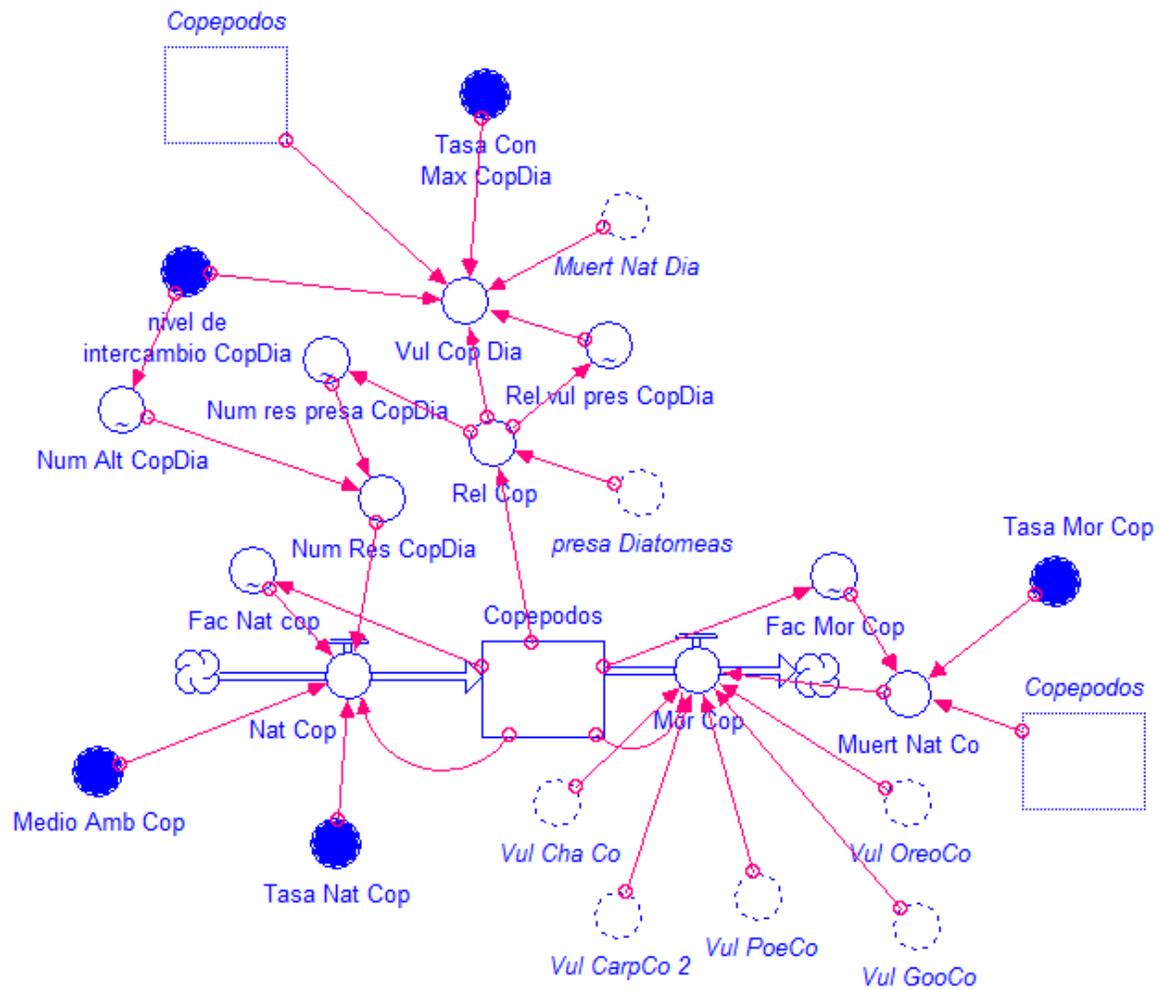


Fig. 12. Descripción de las constantes en la interacción copépodos-diatomeas. *Tasa Con Max CopDia* = tasa de consumo máximo de diatomeas por copépodo.

6.2.3. Variables auxiliares

Además de los factores de natalidad y mortalidad, muerte natural y las vulnerabilidades, entran más variables auxiliares en el caso de los depredadores (Fig. 13).

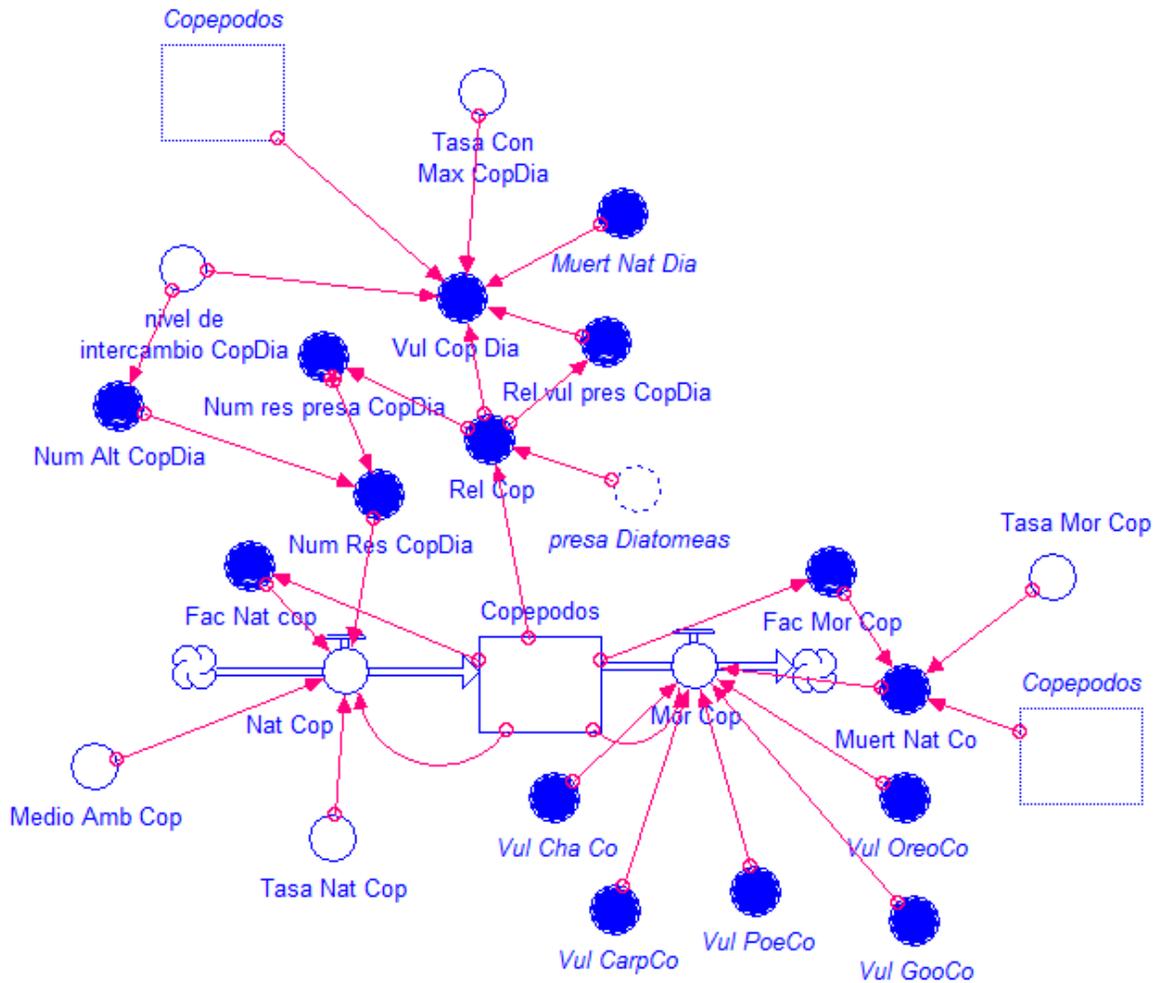


Fig. 13. Descripción de las variables auxiliares de los depredadores, copépodos como ejemplo. *Fac Nat Cop* = factor de natalidad, *Fac Mor Cop* = factor de mortalidad, *Muert Nat Co* = muerte natural, *Vul Cha Co* = vulnerabilidad de los copépodos a los charales, *Vul CarpCo* = vulnerabilidad a las carpas, *Vul PoeCo* = vulnerabilidad a *Poeciliopsis infans*, *Vul GooCo* = vulnerabilidad a *Goodea atripinnis*, *Vul OreCo* = vulnerabilidad a *Oreochromis spp.*, *Vul Cop Dia* = vulnerabilidad de las diatomeas a los copépodos, *Rel Cop* = relación de la presa al depredador, *Rel vul pres CopDia* = respuesta funcional del depredador al cambio de la presa, *Num Alt CopDia* = respuesta numérica del depredador al cambio de la presa alternativa, *Num res presa CopDia* = respuesta numérica del depredador al cambio de la presa principal, *Num Res CopDia* = respuesta numérica en la natalidad del depredador al cambio de la presa.

Aquellas variables que también afectan a la población del depredador, incluyen la respuesta numérica en la natalidad del depredador al cambio en la disponibilidad de la presa (*Num Res CopDia*). Se trata del decremento proporcional en la tasa de natalidad del depredador (copépodo) conforme el número de presas disponibles (diatomea) por depredador disminuye. Se incorpora al modelo como una fórmula en donde se selecciona el valor máximo de dos variables auxiliares que involucran la presa principal y la alternativa (Fig. 14):

$$\text{MAX} (\text{Num_res_presa_CopDia}, \text{Num_Alt_CopDia})$$

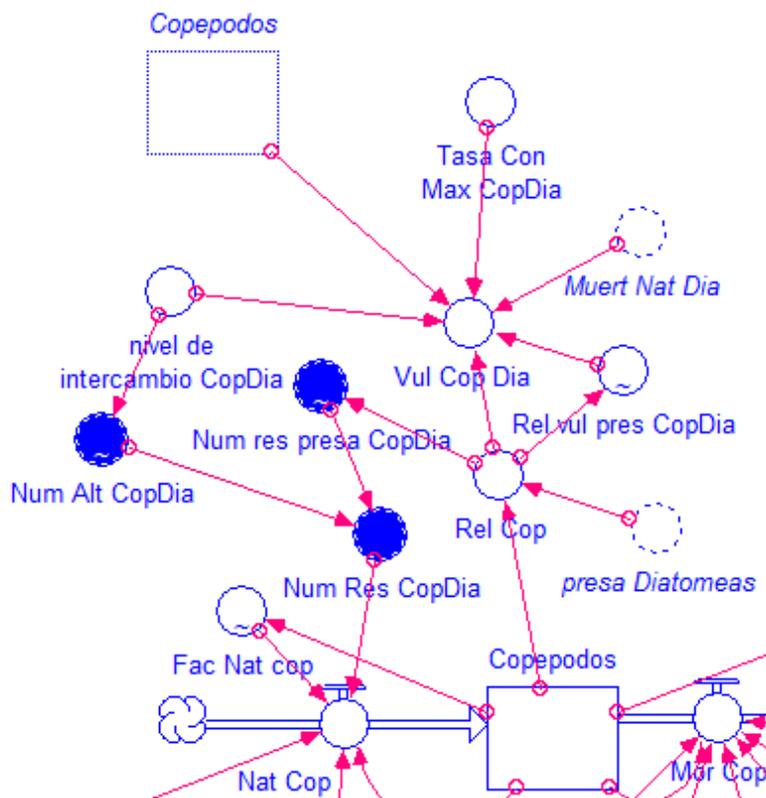


Fig. 14. Descripción de la variable auxiliar *Num Res CopDia* y las variables que la definen.

La respuesta numérica del depredador al cambio en la disponibilidad de la presa principal (*Num res presa CopDia*) y la presa alternativa (*Num Alt CopDia*) son representadas de manera gráfica (Fig. 15). Ambas variables cumplen la misma función, de ahí que se tenga una escala igual, y se trata de disminuir la natalidad

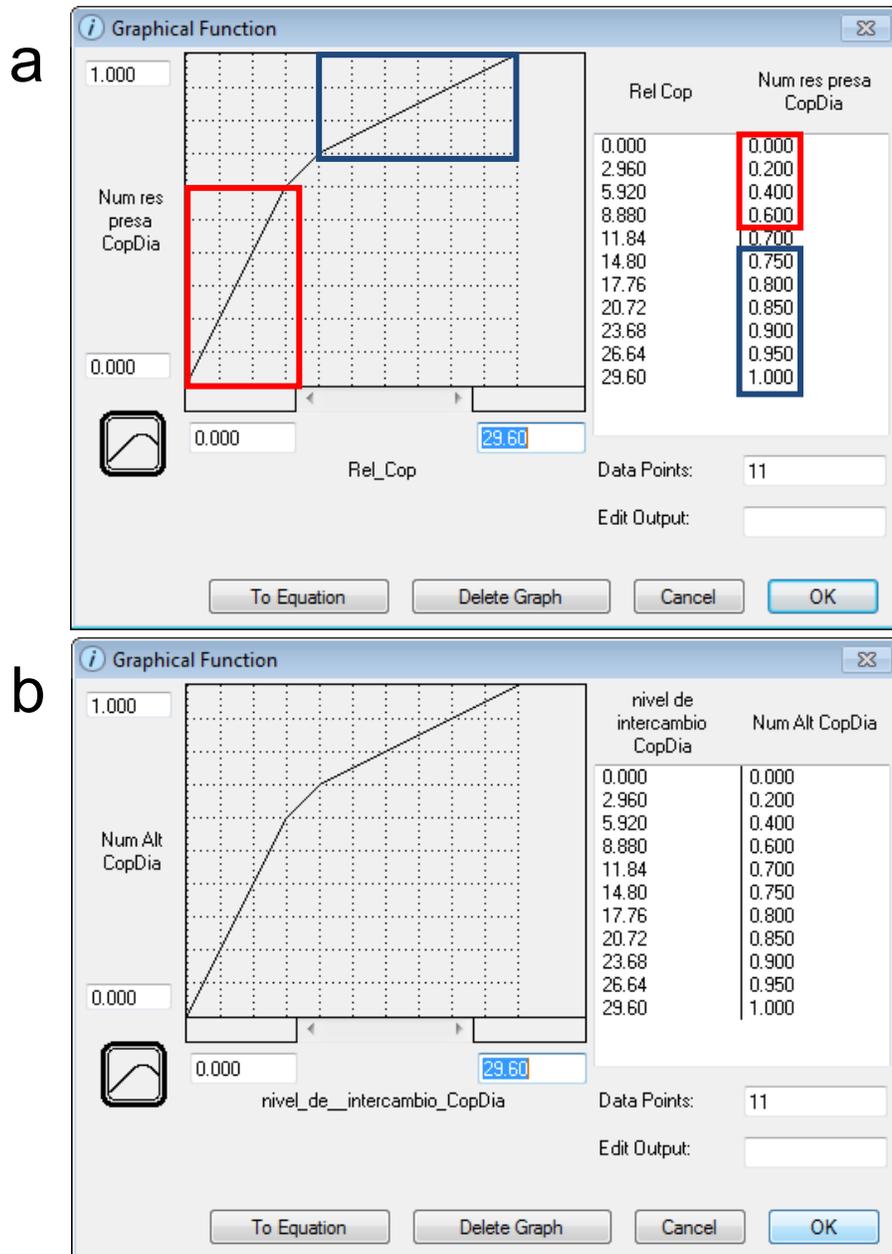


Fig. 15. Descripción gráfica de la respuesta numérica del depredador al cambio de disponibilidad de presa principal (a) y la alternativa (b). *Rel Cop* = relación de la presa al depredador, *Num res presa CopDia* = respuesta numérica del depredador al cambio de la presa principal, *Num Alt CopDia* = respuesta numérica del depredador al cambio de la presa alternativa.

del depredador ante un escenario de reducción o poca disponibilidad de presas.

Interpretando la gráfica 15, cuando hay pocas presas la reducción en la tasa de natalidad es muy rápida en el orden de dos valores (Fig. 15a). Cuando se acerca al nivel de intercambio se reduce a un valor y pasando dicho nivel es en medio punto el efecto multiplicativo en la tasa y cercano a uno (0.75-1.00) (Fig. 15a).

Otra variable auxiliar que interactúa con las anteriores es la relación de la presa con el depredador (*Rel Cop*). Dicha variable describe simplemente la cantidad de presas que hay por depredador:

$$IF (Copepodos = 0) THEN 0 ELSE presa_Diatomeas/Copepodos$$

Recordando que el valor de *presa_Diatomeas* deriva de la variable estado “tiempo de retraso”, indicando el número de diatomeas por mes en el presente modelo (Fig. 6). Todas estas variables describen un elemento circular de la dependencia depredador presa que representa el tipo de control de “abajo-hacia-arriba” (Hairston et al., 1960) (Fig. 16).

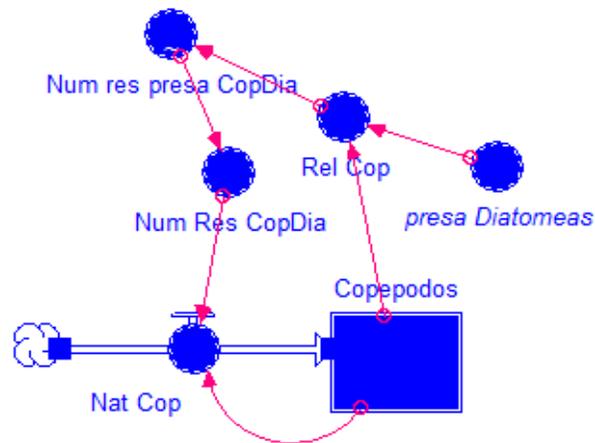


Fig. 16. Esquema circular de la interdependencia entre la presa y el depredador en un control de “abajo-hacia-arriba”.

La variable auxiliar que afecta a la mortalidad de la presa es la relacionada a la vulnerabilidad (*Vul Cop Dia*) (Fig. 17). Se expresa con la siguiente fórmula:

$$IF (Rel_Cop < nivel_de_intercambio_CopDia) THEN 0 ELSE MIN(Muert_Nat_Dia * Rel_vul_pres_CopDia, Tasa_Con_Max_CopDia * Copepodos)$$

La primera parte establece una condicionante en el caso de que la presa tenga una población muy baja, menor al número de individuos consumidos por el

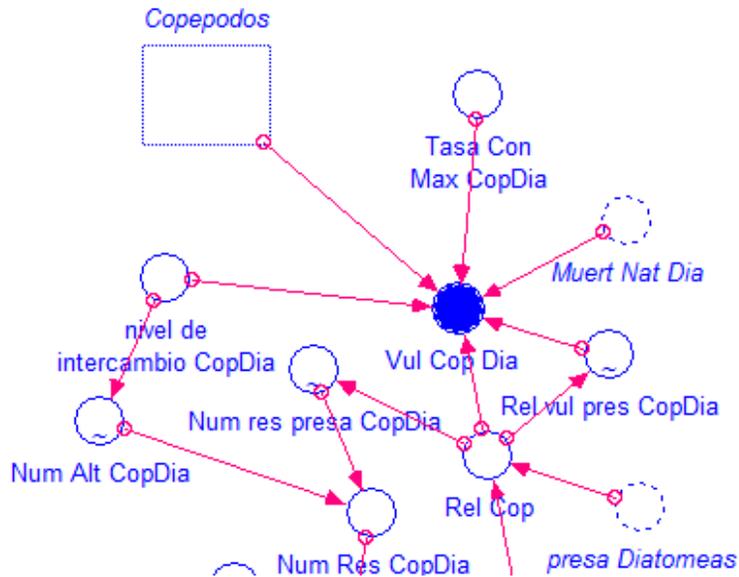


Fig. 17. Descripción de la variable auxiliar de la vulnerabilidad de las diatomeas a los copépodos (*Vul Cop Dia*).

depredador. En la segunda parte, el modelo elige el valor más pequeño entre la mortalidad natural de las diatomeas, la tasa de consumo máximo de los copépodos de acuerdo al tamaño poblacional de los mismos o la relación de la vulnerabilidad. Esta última, se define por medio de un gráfico que tiene en el eje de las abscisas a la variable *Rel Cop* y en el eje de las ordenadas la relación de la vulnerabilidad. El eje de las abscisas toma como inicio el valor mínimo de consumo de presas por el depredador (nivel de intercambio = 6.5 individuos) y termina con tres veces dicho valor lo cual se acerca al consumo medio de la presa por el depredador. La relación de vulnerabilidad en el eje de las ordenadas tiene un incremento conforme aumenta la disponibilidad de presas por depredador (1 a 1.1) (Fig. 18)

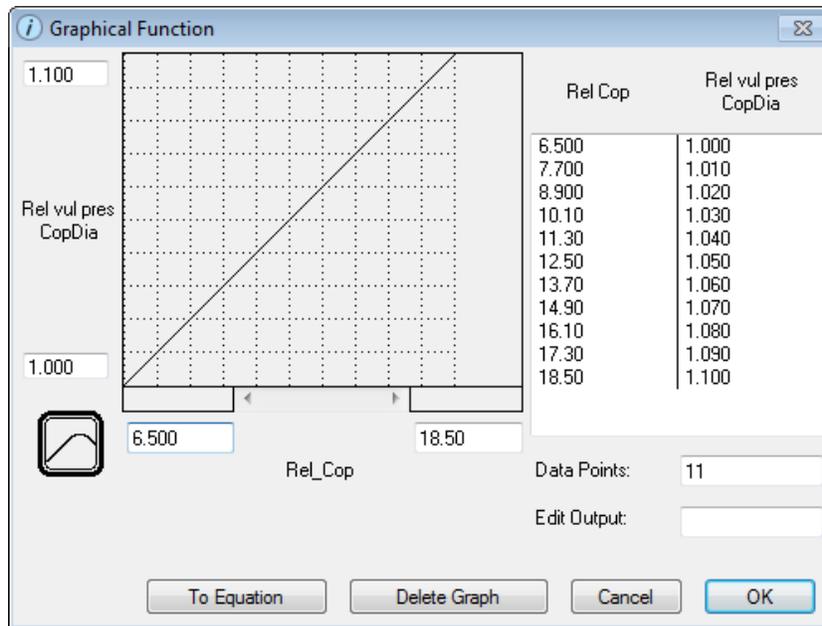


Fig. 18. Descripción gráfica de la relación de la vulnerabilidad (*Rel vul pre CopDia*) a la relación de la presa al depredador (*Rel Cop*).

Finalmente, se tienen tres variables auxiliares no descritas que se relacionan en la parte de control que ejerce el depredador sobre la presa (Fig. 19).

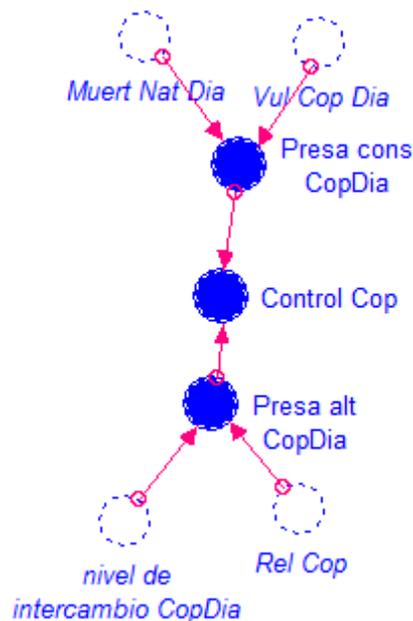


Fig. 19. Descripción de las variables auxiliares de control. *Presa cons CopDia* = presa controlada por el depredador, *Presa alt CopDia* = Depredador utilizando presa alternativa, *Control Cop* = índice indicando el control de la presa por el depredador.

En la variable presa controlada por el depredador (*Presa cons CopDia*) se establece una condicionante:

$$IF(Vul_Cop_Dia > Muert_Nat_Dia)THEN 1 ELSE 0$$

Es un índice que indica dicho control teniendo 1 = control por el depredador, 0 = no control por el depredador. De manera similar, en la variable donde el depredador utiliza la presa alternativa (*Presa alt CopDia*), se condiciona:

$$IF(Rel_Cop < nivel_de_intercambio_CopDia)THEN 1 ELSE 0$$

En este índice, el control establece a 1 como el depredador alimentándose sobre la presa alternativa y 0 como el depredador alimentándose de la presa principal. Dadas las dos respuestas de los índices, al combinarlos en la variable control, la interpretación final es: 1 = el depredador está controlando a la presa principal, 0 = la presa a escapado del depredador debido a una rápida reproducción y -1 = el depredador ha cambiado a la presa alternativa debido a la baja abundancia de la presa principal.

6.2.4. Material de transferencia

En este caso, como se describió anteriormente (variables auxiliares, página 35), en el flujo de entrada se incorpora la variable sobre la respuesta numérica en la natalidad del depredador al cambio en la disponibilidad de la presa (*Num Res CopDia*) (Fig. 20). En cuanto al flujo de salida, aparecen otras vulnerabilidades relacionadas a todas las especies de peces que se incorporaron al modelo. Esto sucede exclusivamente en el caso de los copépodos y cladóceros los cuales se encontraron en la dieta de todas ellas. La vulnerabilidad automáticamente se escala a la proporción de consumo que el depredador tiene sobre la presa (Tabla 1), debido a que en la información proviene de los resultados del contenido estomacal. La fórmula en el caso de los copépodos se presenta de la siguiente manera:

mortalidad y se agregaron a la constante tasa de mortalidad. Por ejemplo, en el caso de los charales la mortalidad natural (M) se definió como 0.42 y la mortalidad por pesca (F) como 0.38, en el modelo se incorporó el valor de la mortalidad total (Z) de 0.8 ($Z=M+F$) (Jiménez y Gracia, 1995). La representación gráfica en los charales se presenta en la figura 21. Natalidad, tasa de mortalidad, charal y nivel de intercambio.

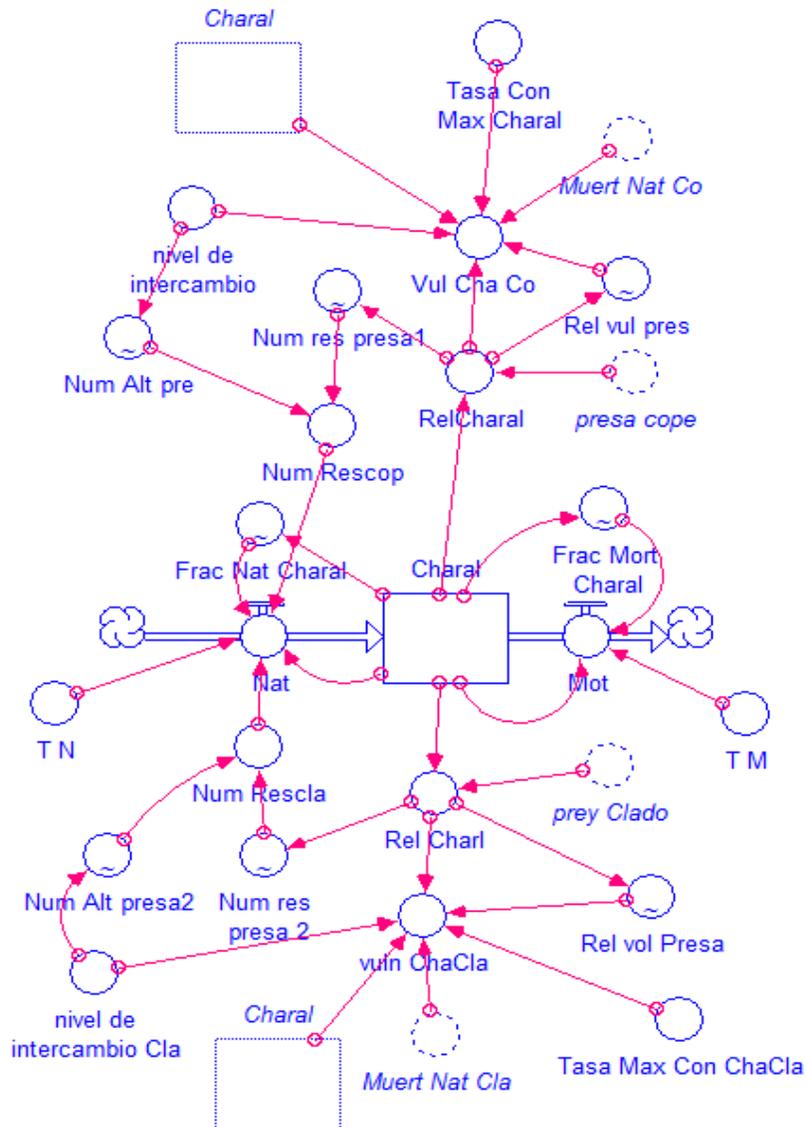


Fig. 21. Descripción de los diferentes componentes que integran la interacción charales- cladóceros y copépodos.

6.4.- Modelación y simulación

En los resultados de la modelación y simulación, se puede identificar una interacción depredador-presa. Esto se presenta más claramente entre los charales, los cladóceros y los copépodos (Fig. 22). Con los cladóceros, la presa preferencial, se tiene un control continuo con una oscilación simultánea. Esto se da por no haber una disminución en la población de la presa que alcance el nivel de intercambio y la presencia de los copépodos que también es importante en la dieta de los peces. En el caso de los copépodos hay una mayor oscilación al nivel de que se tenga una pérdida del control, lo cual puede estar relacionado a que se tiene un mayor consumo de presas por depredador ($1553 \text{ cladóceros} \cdot \text{ind}^{-1}$ de charal, $2095 \text{ copépodos} \cdot \text{ind}^{-1}$ de charal).

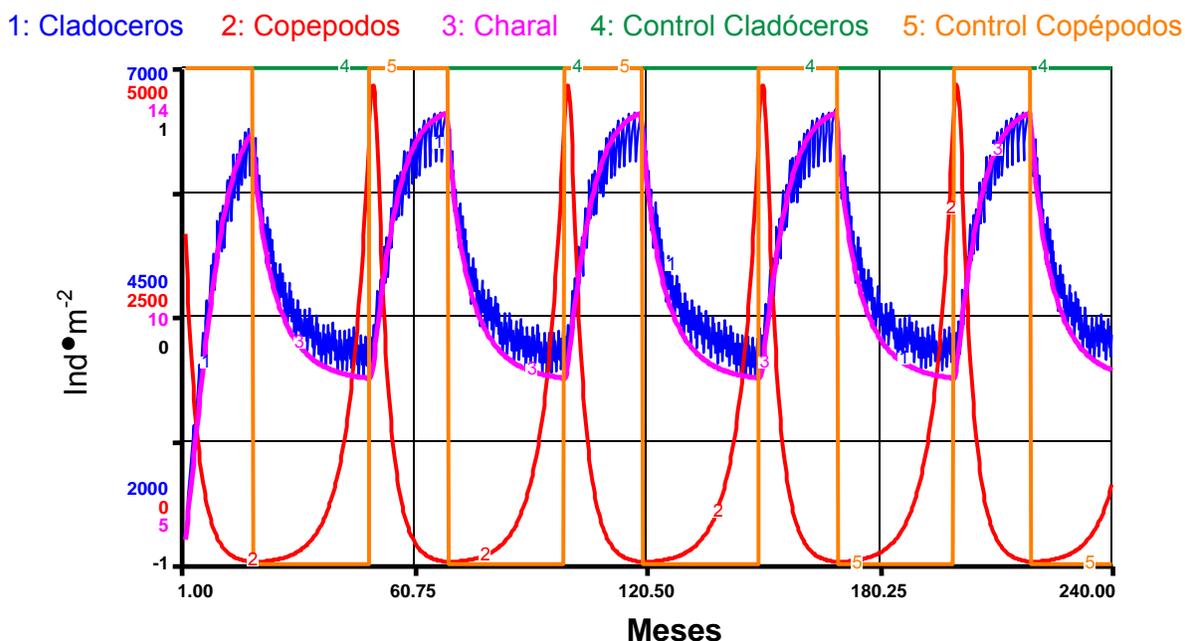


Fig. 22. Simulación de la interacción charales-cladóceros y copépodos en 20 años. Se incluye también el control.

Cuando se compara la carpa con la alimentación de estas presas se identifica: (1) que no existe un control (valor de 0 en control), (2) que la fluctuación de la presa

responde a la interacción con otro depredador (en este caso el charal) y, (3) que la carpa alcanza la capacidad de carga por la asíntota poblacional en lo que es el consumo de una presa alternativa (*i.e.*, detritus) (Fig. 23).

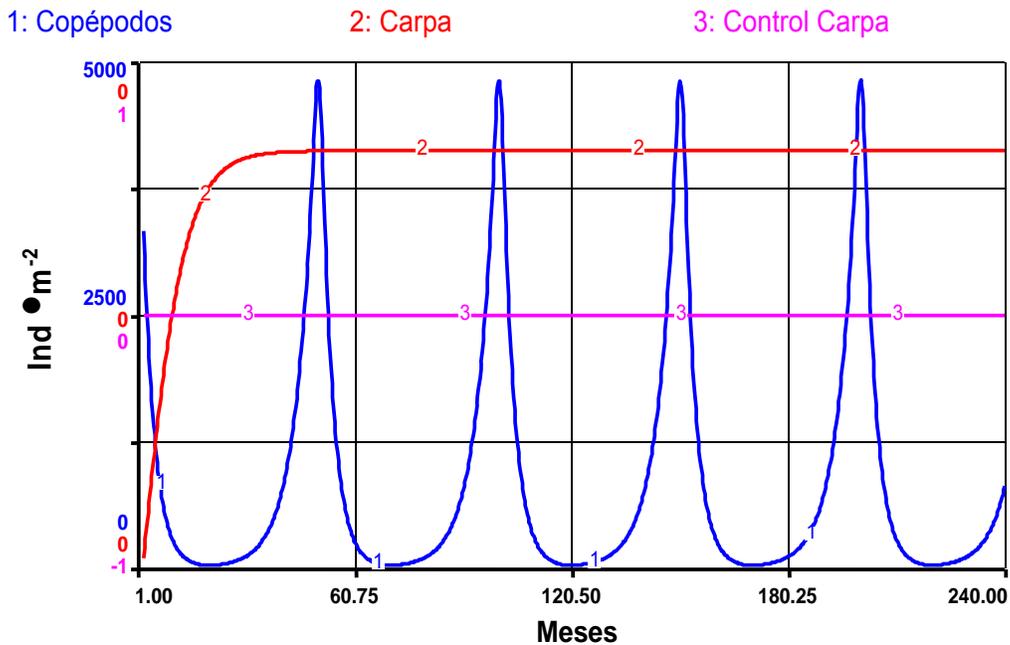


Fig. 23. Simulación de la interacción Carpa-copéodos en 20 años. Se incluye también el control.

En circunstancias de una gran cantidad de alimento desaparece el control del depredador hacia la presa. Esto se puede ejemplificar al analizar al artículo alimenticio detritus y sus diferentes depredadores (Fig. 24). Debido al excedente de este alimento, tanto presa y depredadores crecen hasta alcanzar la asíntota, o capacidad de carga, sin presentarse fluctuación o descenso. Lo mismo se repitió en el caso de los restos vegetales y diatomeas. Cabe destacar que esta interacción cambiará en condiciones de menor degradación o bien poca presencia de alimento, que se puede dar en diferentes zonas del lago de Pátzcuaro o bien como resultado de iniciativas de mejoramiento.

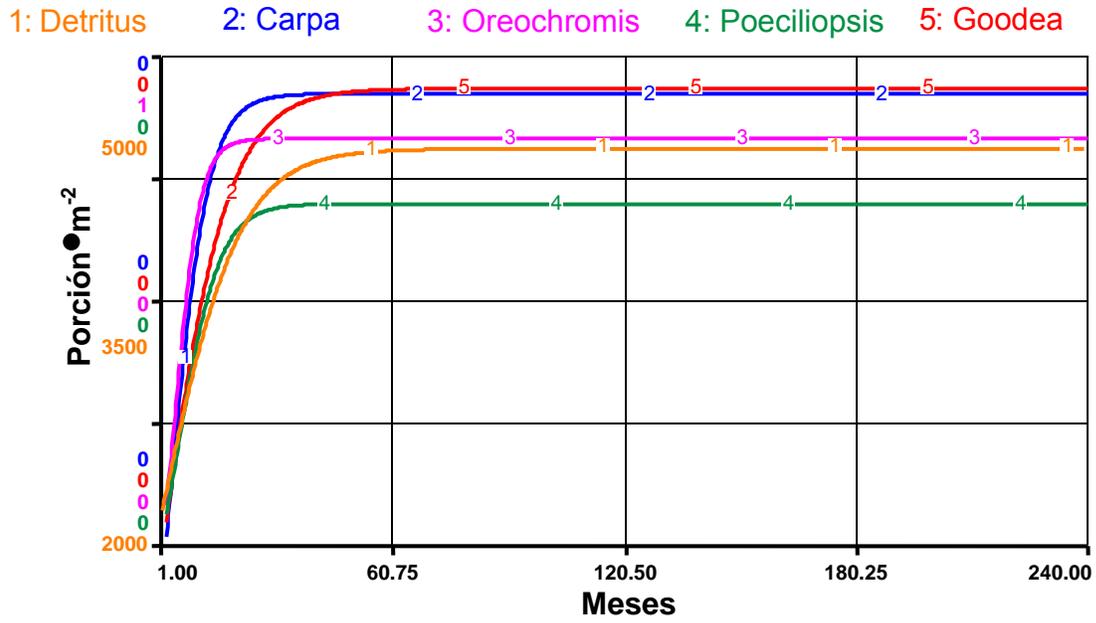


Fig. 24. Simulación de la interacción detritus-depredadores en 20 años.

7. DISCUSIÓN

7.1. Modelo estructurado depredador-presa

De acuerdo a los resultados del presente estudio, el diseño del modelo trófico reflejó de manera adecuada el análisis de la alimentación bajo los términos depredador-presa. Un aspecto particular acerca de la estructuración del modelo, es que se consideraron especies pertenecientes a diferentes familias taxonómicas (Álvarez, 1972). Si bien esto puede implicar diferencias genéticas y ecológicas, cuatro especies se distribuyen hacia la zona litoral y tienen dietas similares (*Cyprinus carpio*, *Oreochromis* spp., *Poeciliopsis infans* y *Goodea atrippinis*), por lo que es de esperarse una interacción en términos de alimentación. En el caso de los charales (*Chirostoma* spp.), que se encuentran principalmente a la zona limnética, se incluyeron por su importancia ecológica (mayor valor poblacional y distribución), económica (pesquería) y sus presas preferenciales son consumidas por el resto de las especies.

La calibración del modelo se trabajó principalmente en el factor de mortalidad porque, a diferencia de la natalidad, las tasas de mortalidad de forma consistente, presentan mayor variación denso-dependiente (Fig. 9) (Nielsen, 1980; Shepherd y Cushing, 1980). La escala se definió al mínimo valor en el cual las poblaciones alcanzaron la asíntota y en el caso de los productores fueron intervalos más amplios (1.0-3.65) que para los depredadores (1.0-1.67).

7.2. Impacto de la carpa

La carpa es una especie omnívora, generalista, con un índice de diversidad alimenticia de 0.9, por lo que se cataloga como eurífaga, cuyo comportamiento alimentario está en función de la disponibilidad de alimento (Navarrete *et al.*, 2007;

2009). En cuanto al impacto que ejerce sobre la alimentación de los peces nativos e introducidos del lago de Pátzcuaro, se corroboró que no se presenta un efecto directo. Lo anterior considerando la información obtenida en campo de acuerdo a la situación actual del lago. En el caso de los copépodos no se tiene interacción (Fig. 23) y lo mismo se presenta para los cladóceros donde el control por parte de la carpa es cero y las fluctuaciones están dadas por otros depredadores (charales)

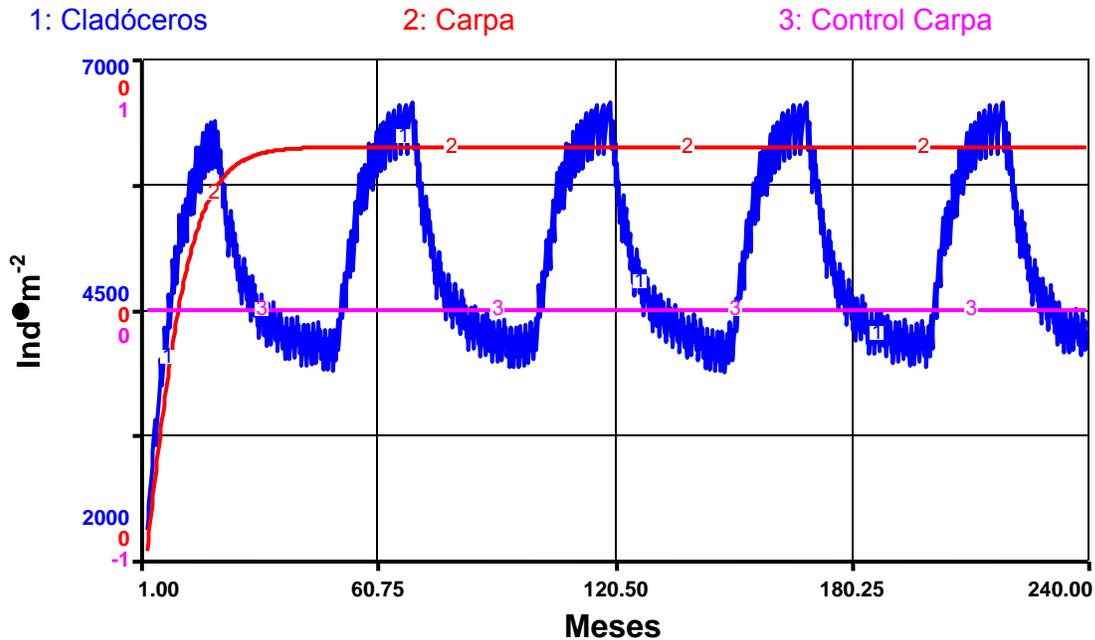


Fig. 25. Simulación de la interacción copépodos-depredadores en 20 años. Se incluyen los controles del charal y la carpa.

(Fig. 25).

En lo que respecta a los artículos alimenticios preferenciales estos son abundante (1×10^6 porciones por m^2), por lo que a pesar de tener la carpa interacción con otros peces al existir dietas muy afines (es de esperarse traslape de dietas grandes) no hay un efecto importante. En los resultados se expone el caso del consumo de detritus (Fig. 24), y de igual manera sucede con los restos vegetales donde se llega a la asíntota por parte de la presa y todos los peces (Fig. 26).

La carpa es considerada perjudicial para las poblaciones de peces nativos, porque aumenta la turbidez del agua de acuerdo a sus hábitos alimenticios (Fletcher *et al.*, 1985; Robertson *et al.*, 1997), además que desarraiga y destruye la vegetación

acuática sumergida (Fletcher *et al.*, 1985; Roberts *et al.*, 1995). Esto se ha establecido desde hace décadas como una amenaza para las especies nativas en el lago de Pátzcuaro, ya que la alteración de los hábitats con vegetación reduce el suministro de alimentación, refugio de larvas y juveniles y áreas de desove (Rosas, 1976). De acuerdo a lo anterior, se podría asumir que la carpa afecta de manera indirecta la interacción depredador-presa. Sin embargo, dado el tamaño de la población que presenta la carpa, pudiera no ser muy significativo dicho impacto indirecto. Esto se deduce ya que en sitios donde se ha evaluado un efecto importante en las poblaciones de otros peces se han alcanzado densidades de carpa superiores a $1000 \text{ individuos} \cdot \text{ha}^{-1}$ (Harris y Gehrke, 1997), mientras que en lago de Pátzcuaro se capturaron $55.9 \text{ individuos} \cdot \text{ha}^{-1}$.

1: Restos Vegetales 2: Carpa 3: Oreochromis 4: Poeciliopsis 5: Goodea

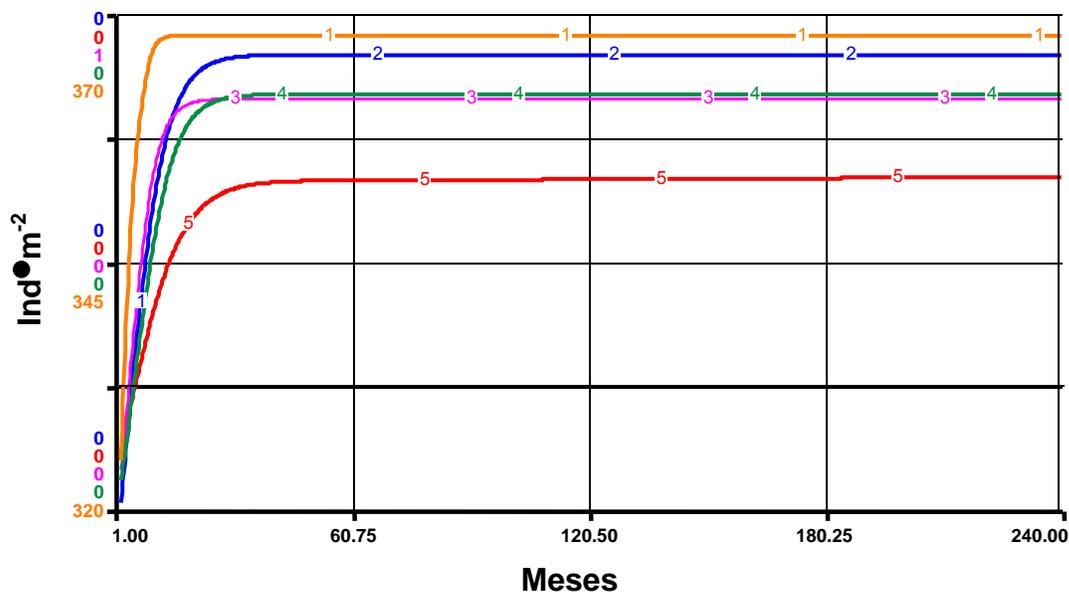


Fig. 26. Simulación de la interacción restos vegetales-depredadores en 20 años. Se incluye el control de la carpa.

Los antecedentes que se tienen de la alimentación de la carpa en el lago de Pátzcuaro son cualitativos. Rosas (1976) analiza la dieta de 189 individuos de carpa y utilizando únicamente la frecuencia de ocurrencia. El autor encuentra que los anfípodos presentaron el mayor porcentaje (66.1%), seguido de los chironómidos (58%) y el detritus (26.4%). En la información que se utilizó en el

presente estudio el detritus tuvo un 97.4% y no se encontraron anfípodos en la dieta.

7.3. Relación depredador-presa y medio ambiente

7.3.1. Copépodos

El resultado que arrojó el modelo para los copépodos indica un gran efecto de depredación por parte de *Chirostoma* spp. Se tiene documentado ampliamente que la alimentación principal de los charales consiste en zooplancton (Moncayo *et al.*, 2010; Vital, 2011). En la figura 22 se muestra como la población de charal tiene el control sobre la población de copépodos, con oscilaciones intercaladas, lo que se asemeja con el ejemplo clásico de depredador-presa (Krebs, 2003).

Para incorporar el efecto del ambiental, se modificó de manera subjetiva el valor de la constante medio ambiente en el modelo creando cuatro escenarios: (1) se introdujo un valor superior a la unidad (1.5 en copépodos) donde se trata de emular condiciones óptimas de desarrollo de las poblaciones, con gran cantidad de alimento y poca o nula presión de depredación. (2) Igualmente, se incorpora un valor superior a la unidad, pero menor que en el escenario uno (1.2 en copépodos), en donde se emula un sistema en el cual se manifiesta la presión de depredación. (3) Este escenario se deriva directamente de los datos de campo sin influencia del medio ambiente (valor de 1.0). (4) Se introdujo un valor menor a la unidad (0.7 en copépodos) en el cual se tiene una reducción de la población emulando condiciones ambientales desfavorables con poco alimento y gran presión de depredación (Fig. 27).

Lo que refleja la figura es la rapidez del crecimiento de la población de copépodos en condiciones más favorables (escenario uno y dos), o en su caso la disminución en condiciones desfavorables (escenario cuatro). Es de gran importancia aclarar que, para términos de discusión, estas condiciones pueden estar vinculadas con la turbidez, sin embargo no surgen de una cuantificación directa, en campo o

laboratorio, del efecto de esta variable en la tasa de natalidad. Se selecciona dicha variable porque: (1) el análisis de la caracterización ambiental del lago la identifica como la que mejor define biotopos (Ramírez-Herrejón, com. pers. 2011) y (2) está documentado que afecta el desarrollo de la población en diferentes ecosistemas. Por ejemplo, se ha encontrado que la densidad poblacional del zooplancton es de 1.4 a 3 veces menores en condiciones de menor transparencia (profundidad de disco de Secchi de 25 cm) comparando condiciones de mayor transparencia (profundidad de disco de Secchi de 35 cm) y no hay un efecto importante por la depredación (Hart, 1987). La sobrevivencia de los juveniles es menor y el crecimiento poblacional bajo, posiblemente por la reducción en el alimento (Hart, 1987).

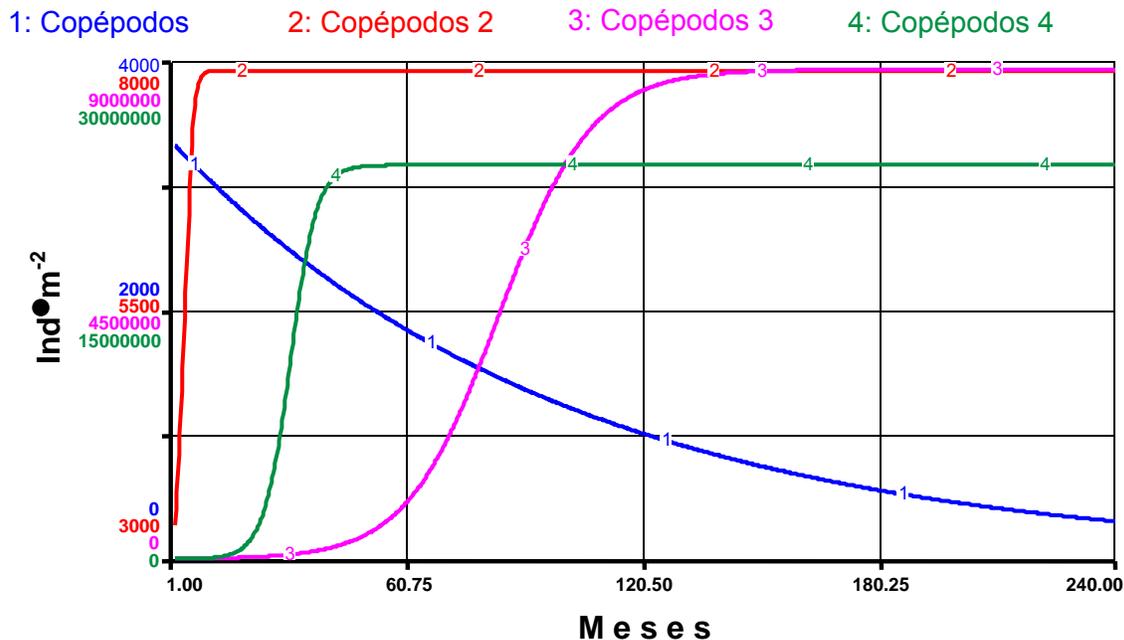


Fig. 27. Resultados de 20 años de simulación representando la dinámica poblacional (individuos•m⁻²) de copéodos en la ausencia de los depredadores en cuatro diferentes condiciones ambientales (medio ambiente igual a (1) 0.7, (2) 1.5, (3) 1.0 y (4) 1.2).

Al momento de añadir al principal depredador (charales) en cada uno de los escenarios se observa una modificación en la población de la presa. En una condición desfavorable la población de la presa baja automáticamente y de la misma forma la población del depredador perdiendo el control total de la presa y

generándose un colapso con el tiempo (Fig. 28a). En el segundo escenario, donde no influye el medio ambiente, se tienen fluctuaciones en periodos de cinco años aproximadamente con intercambios de presas preferenciales sin tener colapso (Fig. 28b).

En el tercer escenario se invierten los intervalos de control del depredador sobre la presa (Fig. 28c). Mientras que en el escenario anterior el control es corto, ahora dicho control abarca lapsos más amplios, lo que indica que la población de los copépodos es más estable. Finalmente, un escenario con condiciones favorables de calidad de agua y alimento genera un crecimiento sostenido de la población de copépodos que sólo es detenida por la capacidad de carga, sin ningún control por parte del depredador (Fig. 28d). Hart (1987) menciona que los valores de producción/biomasa anual prácticamente se pueden duplicar en los copépodos tras la reducción de turbidez.

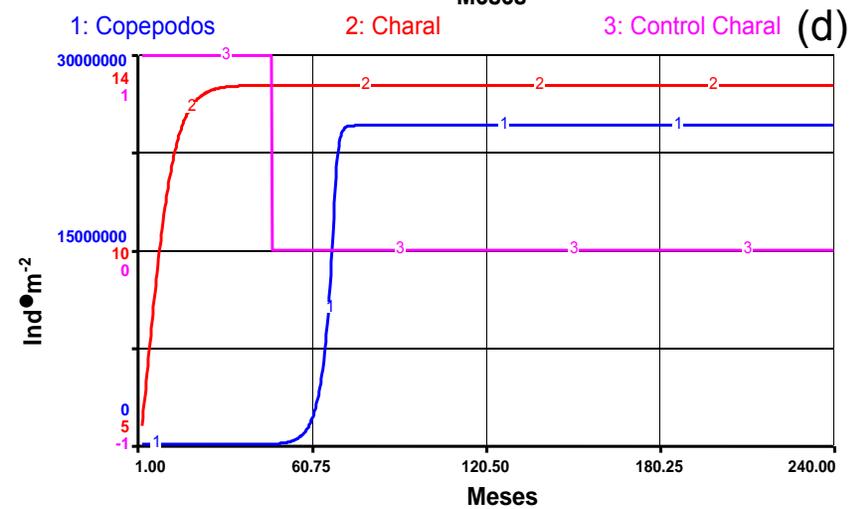
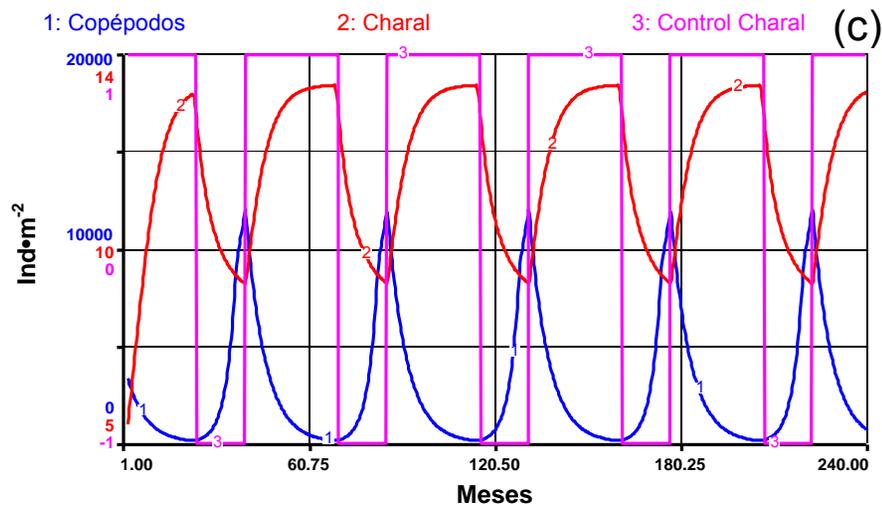
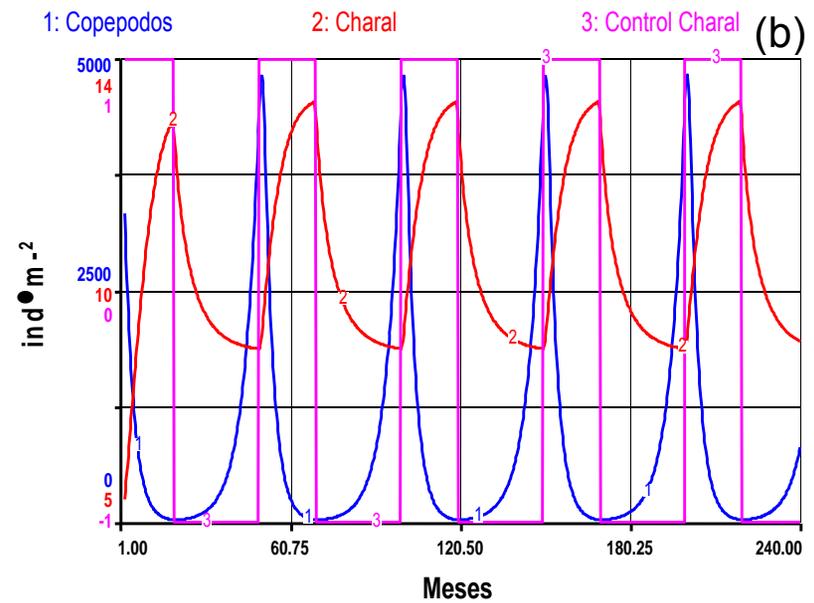
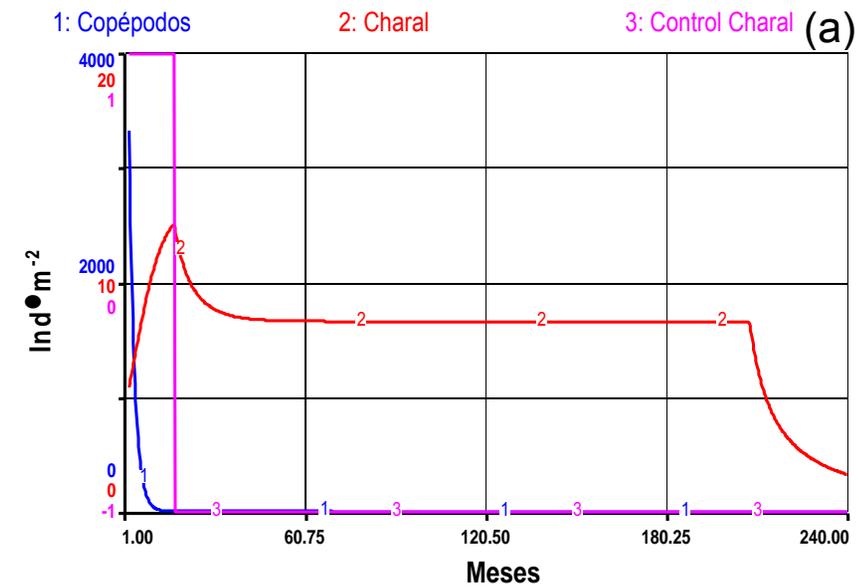


Fig. 28.- Escenarios de simulación a 20 años teniendo como presa a los copépodos (1) y como depredador a los charales (2), además del control de la población del depredador hacia la presa (3). Medio ambiente de 0.7 (a), 1.0 (b), 1.2 (c) y 1.5 (d).

7.3.2. Cladóceros

La respuesta del modelo depredador-presa con respecto a los cladóceros, genera una interacción muy estrecha con los charales. Esto puede estar relacionado al hecho de que representan la presa preferencial del género *Chirostoma* en diferentes lagos (tabla 1) (Rosas, 1976; Moncayo *et al.*, 2011; Vital, 2011). Incluso se ha encontrado que diferentes especies de charales consumen distintas especies de cladóceros (Moncayo *et al.*, 2010).

En cuanto al factor de turbidez, se ha referido que altas concentraciones de arcillas suspendidas causan importantes reducciones en las tasas de crecimiento de las poblaciones de cladóceros (McCabe y O'Brien, 1983; Koenings *et al.*, 1990), disminuyendo por ende su abundancia (Lloyd *et al.*, 2011). La presencia de sedimentos suspendidos en lagos y presas puede favorecer más a los rotíferos sobre los cladóceros e influenciar la estructura de la comunidad del zooplancton (Kirk y Gilbert, 1990).

En la interacción depredador-presa para los cuatro escenarios, si incluyeron los mismos valores de la constante medio ambiente que en el caso de copépodos (Fig. 29). En el primer escenario, que refleja condiciones desfavorables (valor de 0.7), la población de cladóceros cae manteniendo un ritmo continuo hasta que colapsa al ser consumida por los charales, momento en donde se pierde el control del depredador y este también colapsa en 15 años de simulación (Fig. 29a).

En el escenario dos, donde no hay influencia del ambiente (valor de 1.0), se puede describir como una influencia continua de los charales sobre los cladóceros (control=1) con fluctuaciones en tiempos muy cortos de simulación dadas en 2 a 3 meses (Fig. 29b). A diferencia de los copépodos, la población de cladóceros no disminuye a los niveles donde se tiene que hacer el intercambio a una presa alternativa. En el tercer escenario se amplían los tiempos en que las poblaciones permanecen con mayor número de individuos al tener condiciones favorables (Fig. 29c) y en una situación favorable con exceso de alimento y baja o nula

depredación (valor de 1.5), el control del depredador es por un corto tiempo y luego no hay mayor influencia y la poblaciones de ambos aumentan hasta alcanzar la capacidad de carga (Fig. 29d).

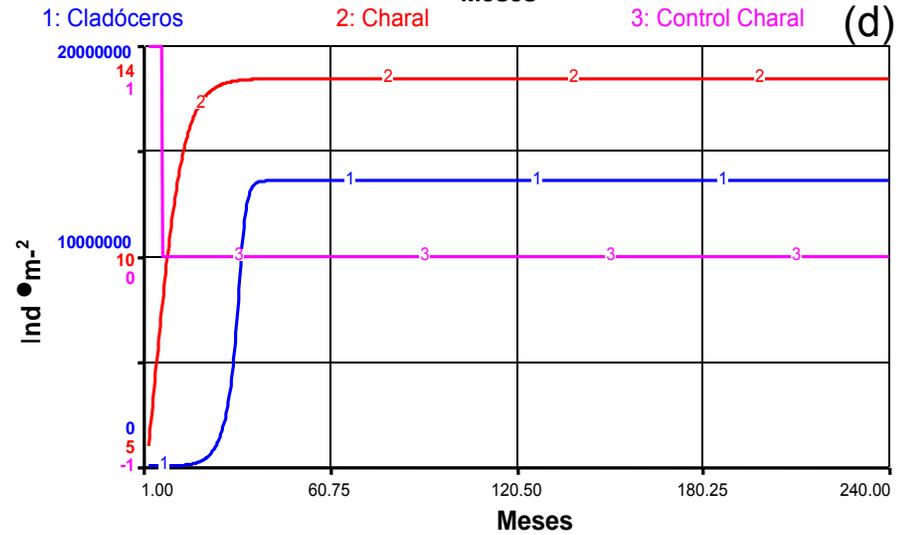
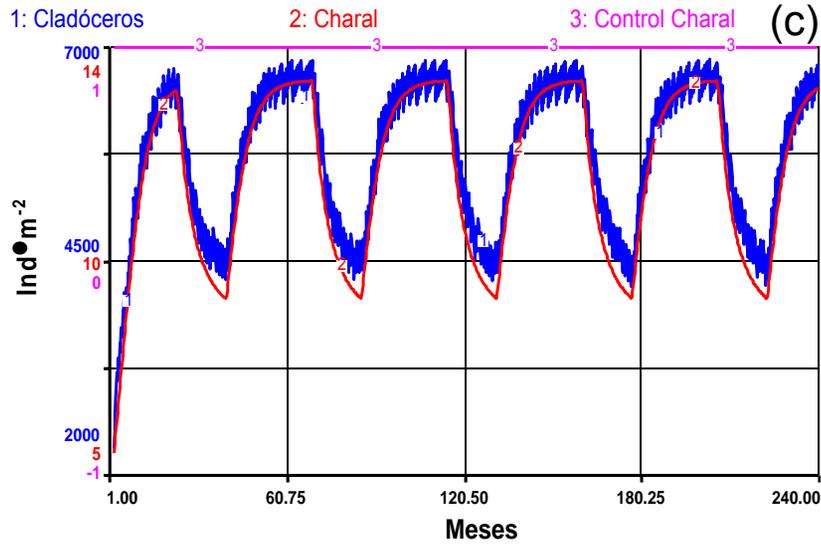
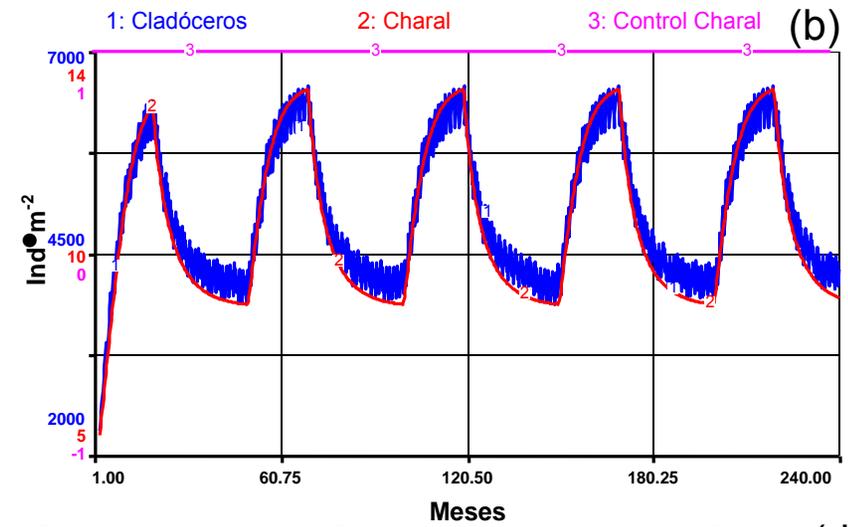
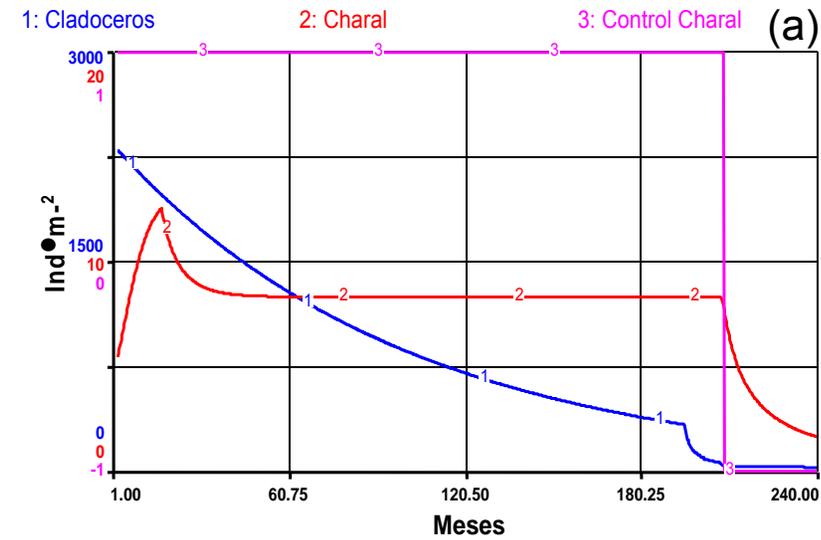


Fig. 29.- Escenarios de simulación a 20 años teniendo como presa a los cladóceros (1) y como depredador a los charales (2), además del control de la población del depredador hacia la presa (3). Medio ambiente de 0.7 (a), 1.0 (b), 1.2 (c) y 1.5 (d).

7.3.3. Detritus

A diferencia de lo que se ha venido discutiendo, la salida que presenta el modelo para el detritus y los peces presenta una situación de cantidad del recurso por lo que no se presenta un control de la presa ni fluctuaciones (Fig. 24). Para todos los depredadores esta presa es importante según el estudio de contenido estomacal y su adecuación de los valores a la estructura del modelo, ya que abarca más del 50% de acuerdo al índice de importancia relativa (tabla 1).

La carpa se ha definido como detritívora en varios cuerpos de agua (Cherry y Guthrie, 1975; Das y Chakrabarty, 2006; Navarrete *et al.*, 2009). Rodríguez (2008) menciona que el detrito registró los porcentajes más altos independientemente del sexo, tamaño y temporada del año para dos especies de *Poeciliopsis*. Las especies del género *Oreochromis* se clasifican como omnívoras y en algunos cuerpos de agua tienen como los alimentos preferenciales al detritus y los restos vegetales (Mol y Van Der Lugt, 1995; Jiménez-Badillo y Nepita-Villanueva, 2000; Kemigabo y Adámek, 2010). La especie *Goodea atrippinis* se definió como omnívora con preferencia por el detritus y algas (Barragán y Magallón, 1994).

De acuerdo al análisis por escenarios, aquí se invierte la interpretación considerando que un aumento en la cantidad de materia orgánica y detritus se relaciona a un problema de deterioro ambiental en lagos (Díaz-Vargas *et al.*, 2005). Este es el caso de Pátzcuaro, ya que se le ha definido como eutrófico-hipertrófico, con la entrada de sedimentos y descargas como la principal fuente de eutrofización (Planas y Moreau, 1990). Por lo tanto, una condición deteriorada es “adecuada” para el desarrollo del detritus.

En el primer escenario, que refleja condiciones donde la cantidad de detritus baja (mejores condiciones para el lago), se tiene un colapso en un periodo de 15 meses de simulación con tiene un pequeño control de la carpa, la cual cambia a una presa alternativa (Fig. 30). Cabe aclarar que en esta presa se manejaron en lugar de individuos por metro cuadrado, ya que no existen elementos individuales

del detritus, porciones por metro cuadrado, las cuales se definieron de acuerdo al área de la cuadrícula utilizada en el análisis de contenido estomacal. También, se redujo la densidad del detritus a un valor de 10, en la perspectiva de que existe un

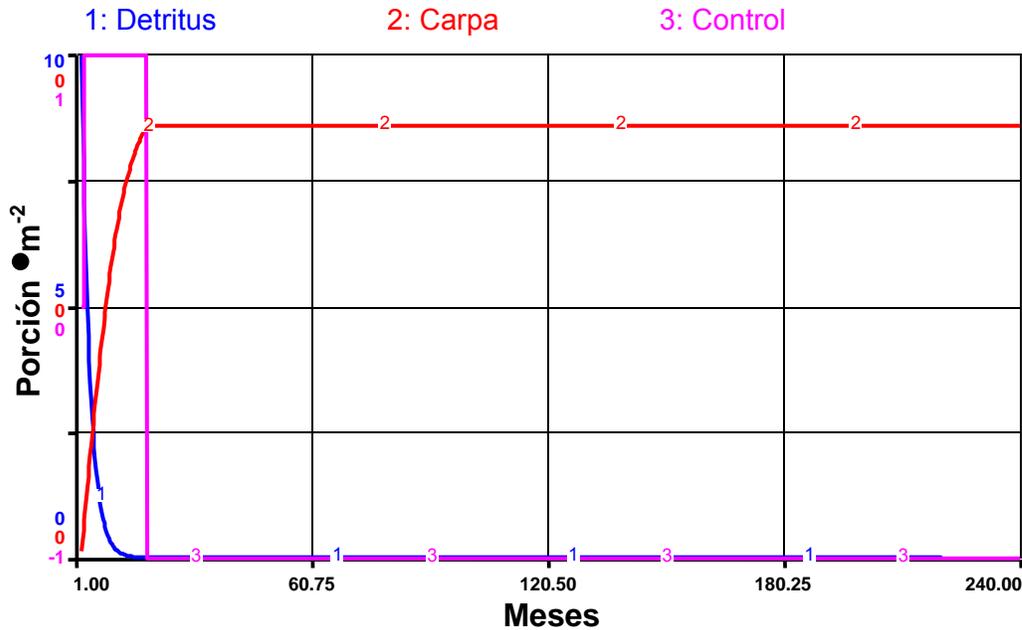


Fig. 30. Resultados de 20 años de simulación representando la dinámica poblacional (porción·m⁻²) de detritus en condiciones ambientales favorables (medio ambiente 0.7, densidad 10)

menor aporte de sedimentos y escorrentías.

En un segundo escenario se incluye un valor menor a la unidad (0.97) en el cual se comienza a tener una interacción depredador-presa dado por la carpa, con fluctuaciones en el tiempo. Aquí se trataría de una situación ambiental en la cual se comienza a tener degradación y más disponibilidad de detritus (Fig. 31). Es importante señalar que estos escenarios también se pueden encontrar de manera espacial considerando las diferentes condiciones ambientales en distintos sitios del lago.

El tercer escenario implica una situación donde no hay efecto de la variable ambiental, que se ha descrito en los resultados como una falta de control de los depredadores a la presa por la abundancia de la misma (Fig. 24). No se incluye un

cuarto escenario ya que se trata sólo del crecimiento más rápido del detritus en el lago.

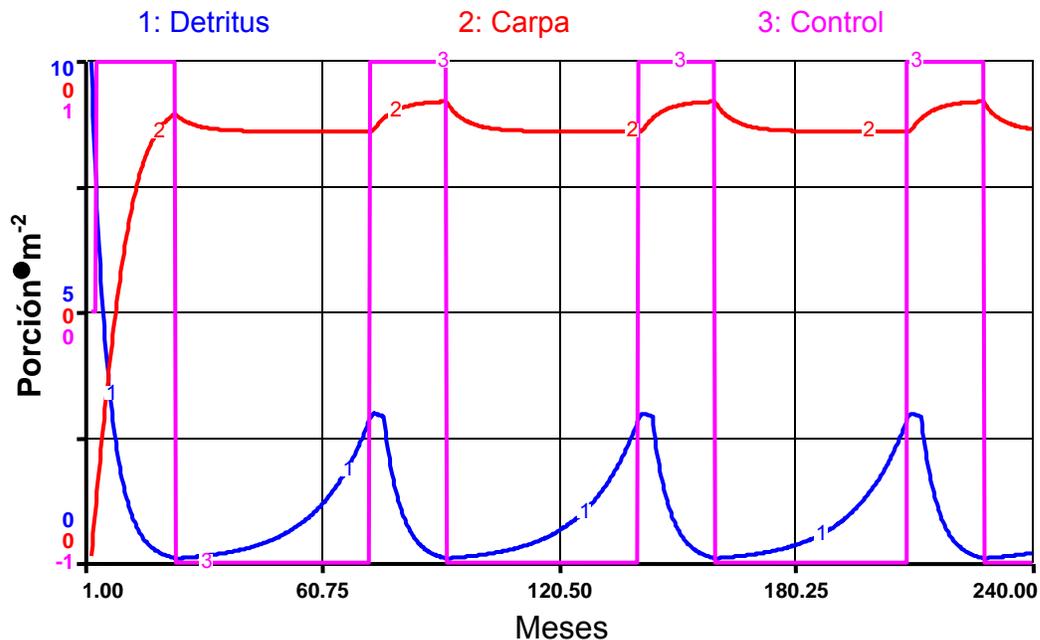


Fig. 31. Resultados de 20 años de simulación representando la dinámica poblacional (porción•m⁻²) de detritus en condiciones ambientales con poca degradación (medio ambiente 0.97, densidad 10)

7.3.4. Restos vegetales

Los restos vegetales se asocian principalmente al lirio acuático (*Eichhornia crassipes*) y las algas. En cuanto a las especies se ha documentado para las carpas, que si bien son omnívoras con una tendencia hacia el consumo de alimento animal, estos peces también consumen los tallos, hojas y semillas de plantas acuáticas y terrestres y plantas acuáticas en descomposición (FAO, 2004).

En el caso de *Oreochromis niloticus* se le ha descrito una tendencia herbívora, consumiendo principalmente algas y en las tallas grandes incluye restos vegetales sobre todo en lugares donde se tiene la presencia del lirio acuático (Njiru *et al.*, 2004). Para *Poeciliopsis infans* en el embalse San Miguel Arco, Soyaniquilpan, Estado de México, las presas numéricamente importantes consistieron en cianobacterias y algas filamentosas (*Mycrosystis* y *Mougeotiopsis*) (Navarrete *et*

al., 2008). Se ha descrito que en algunos embalses, la baja posición trófica de los omnívoros como *Cyprinus carpio*, *Oreochromis spp.* y *Goodea atripinnis*, ha sugerido el incremento del detritus y algas, preferentemente consumidas por estas especies (Mercado-Silva *et al.*, 2009).

Considerando la relación de este artículo alimenticio con el lirio, se tiene la interpretación de los escenarios de la misma manera que con el detritus. En el primer escenario, que refleja condiciones donde baja la población de restos vegetales cambian principalmente las poblaciones de *Oreochromis spp.* y *Poeciliopsis infans* (Fig. 32). En el caso de la carpa y *Goodea atripinnis* no tienen una disminución sobre su población ya que estos depredadores cambian su alimentación consumiendo una presa alternativa.

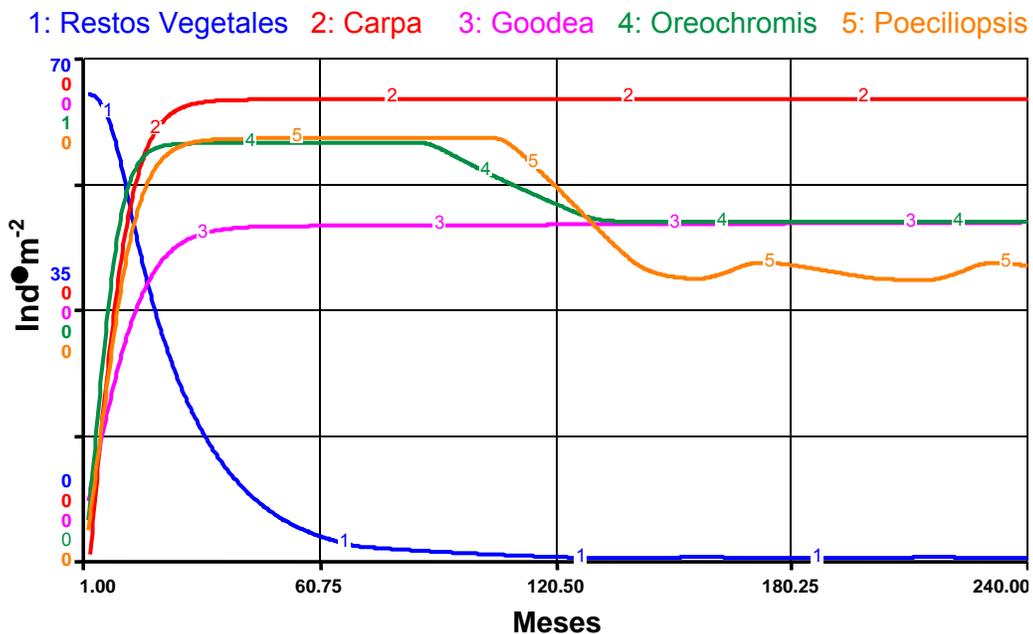


Fig. 32. Resultados de 20 años de simulación representando la dinámica poblacional ($\text{ind}\cdot\text{m}^{-2}$) de de restos vegetales en condiciones ambientales con poca degradación (medio ambiente 0.12).

En otro escenario donde no se tiene influencia por parte de la variable ambiental (valor de 1.0), como se describió en los resultados, hay exceso del recurso y nulo control de los depredadores (Fig. 26).

7.3.5. Diatomeas

7.3.5.1. Diatomeas bentónicas

Las diatomeas bentónicas se presentaron en tres especies y fueron particularmente importantes en la dieta de *Poeciliopsis infans* (tabla 1). Esto también se describe en el lago de Cuitzeo (Duarte, 1981; Zubieta, 1985). De acuerdo a la información en estanques, *Oreochromis niloticus* consume principalmente diatomeas en tallas pequeñas ($<75 \text{ g}\cdot\text{pez}^{-1}$) (Abdel-Tawwab y El-Marakby, 2004). En el caso de *Goodea atripinnis* se relaciona su consumo de diatomeas perifíticas por sus hábitos de ramoneo (Barragán y Magallón, 1994).

En un primer escenario, con condiciones desfavorables para el desarrollo de las diatomeas, se reduce rápidamente su densidad afectando a las poblaciones de *Oreochromis* y *G. atripinnis*. Dado que las diatomeas representan la presa preferencial de *P. infans*, este cambia a una presa alternativa (Fig. 33a). Este escenario puede estar relacionado a una alta turbidez provocando la disminución de la penetración de la luz y limitando la productividad primaria (Santamaría *et al.*, 1996).

Un segundo escenario, que ahora muestra un descenso gradual de las diatomeas, permite el cambio a una presa alternativa, por lo que no se detectan fluctuaciones en las poblaciones de peces (Fig. 33b). El tercer escenario refleja una nula influencia del ambiente (valor de 1.0), donde la población de diatomeas no tiene cambio alguno en su población y todos los peces incrementan su población hasta alcanzar la asíntota o capacidad de carga (Fig. 33c). Finalmente el cuarto escenario, que refleja condiciones favorables para el desarrollo de las diatomeas y que pudiera referirse a menos turbidez, presenta como cambio sólo el crecimiento más rápido de la población de las diatomeas (Fig. 33d).

7.3.5.2. Diatomeas planctónicas

Se incluyeron estas diatomeas como productores primarios en la zona limnética del lago y para tener las presas de los copépodos y cladóceros. En la salida del

modelo y debido a la interacción que tienen sus depredadores con los charales, no presentan fluctuación y su población crece hasta la asíntota (Fig. 34).

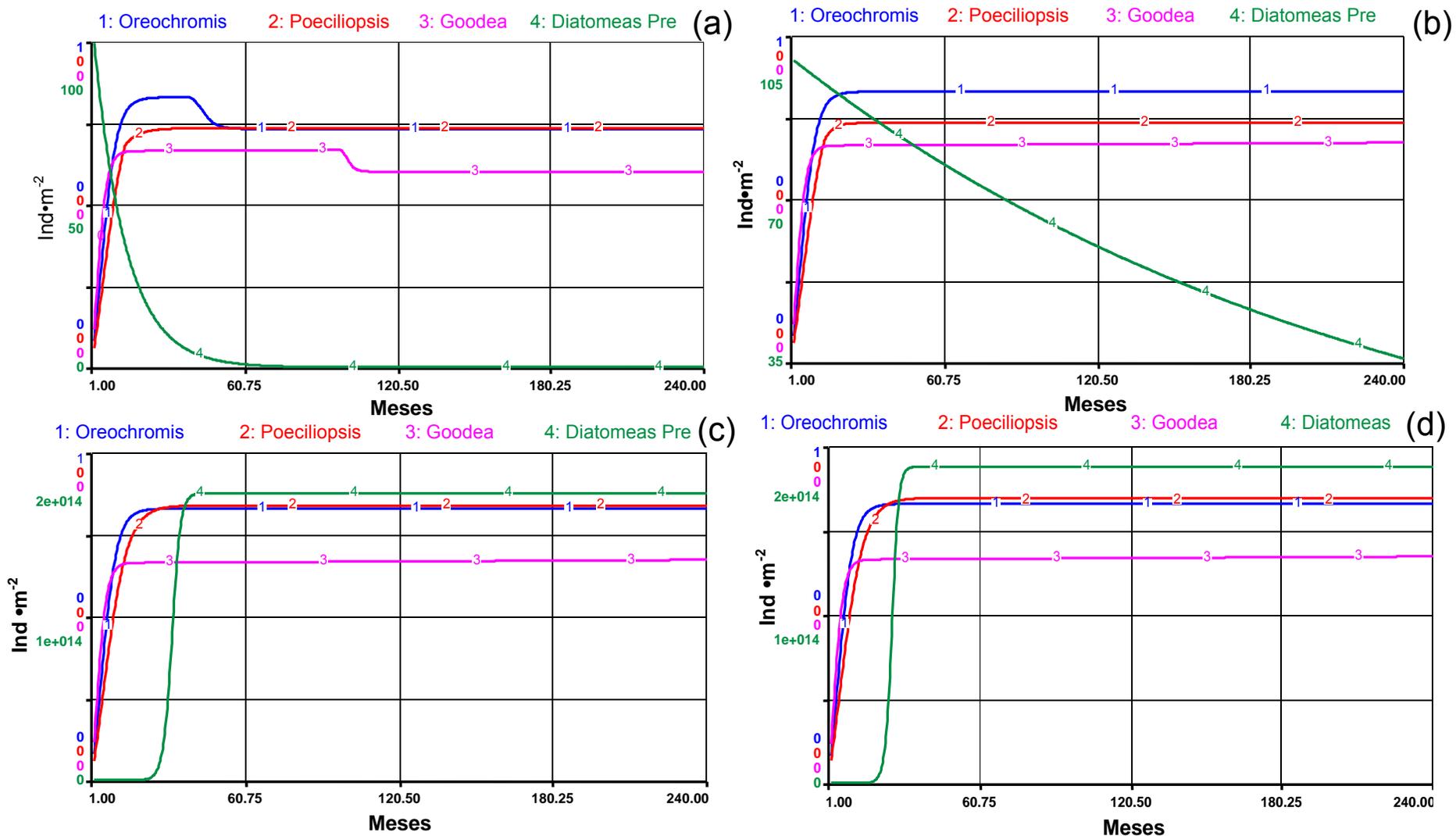


Fig. 33.- Escenarios de simulación a 20 años teniendo como presa a las diatomeas y sus diferentes depredadores. Medio ambiente de 0.2 (a), 0.29 (b), 1.0 (c) y 1.2 (d).

Sin embargo, si reducimos la influencia del charal e imponemos condiciones menos favorables, se comienza a describir la interacción, teniendo fluctuaciones en las poblaciones de la presa y los depredadores (Fig. 35).

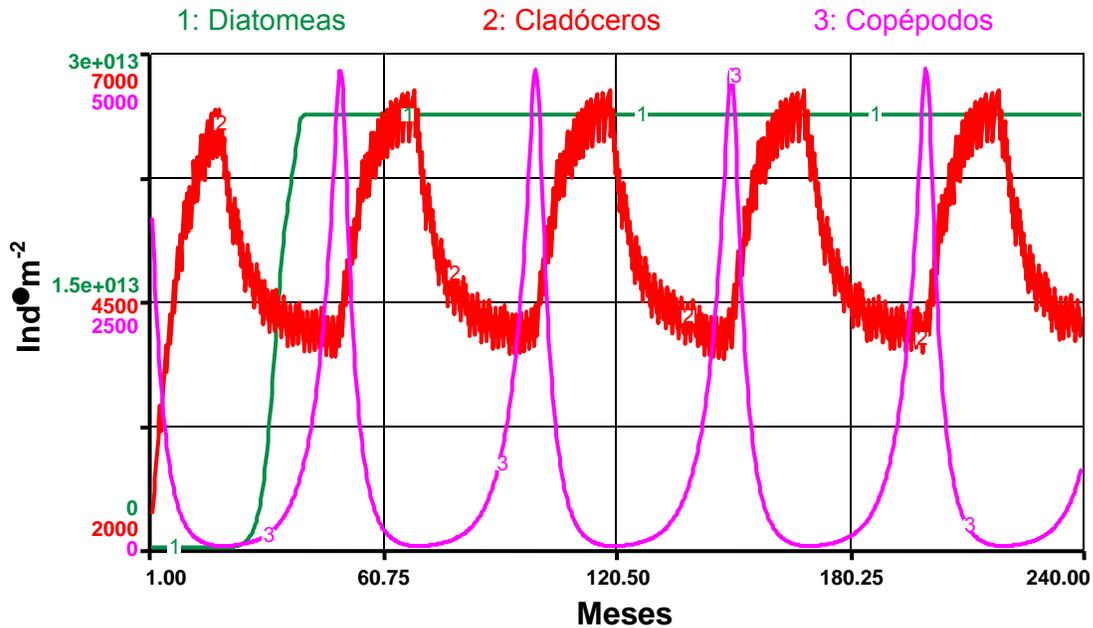


Fig. 34. Resultados de 20 años de simulación representando la dinámica poblacional (ind·m⁻²) de diatomeas planctónicas en condiciones ambientales actuales.

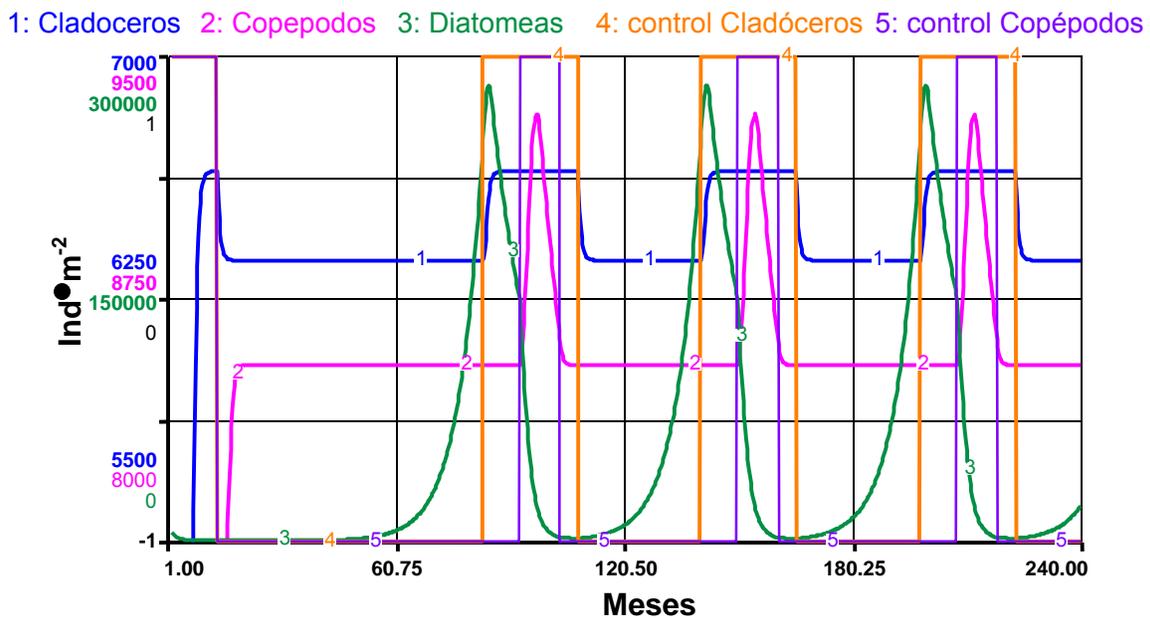


Fig. 35. Resultados de 20 años de simulación representando la dinámica poblacional (ind·m⁻²) de diatomeas planctónicas donde se tiene la influencia de los copéodos y cladóceros debido a poblaciones bajas de charales.

8. CONCLUSIONES

- El modelo bajo los términos depredador-presa realizado en Ithink funcionó para plasmar la interacción que tienen los depredadores (*Cyprinus carpio*, *Chirostoma* spp., *Goodea atripinnis*, *Poeciliopsis infans* y *Oreochromis* spp.) con sus presas (copépodos, cladóceros, detritus, restos vegetales y diatomeas bentónicas y planctónicas).
- El modelo estructurado y calibrado, desde el enfoque biológico, muestra que la carpa (*Cyprinus carpio*) no tiene una interacción directa en las relaciones tróficas con diferentes especies nativas e introducidas del lago de Pátzcuaro.
- La carpa, tiene los hábitos alimentarios más relacionados con las especies de *Goodea atripinnis*, *Poeciliopsis infans* y *Oreochromis* spp. por su consumo de detritus y restos vegetales. Sin embargo, esto no implica necesariamente un efecto negativo de la carpa sobre estas especies por la alta abundancia del alimento.
- La interacción más importante depredador-presa se da entre los charales y los copépodos y cladóceros, creando fluctuaciones temporales.
- Tomando en cuenta el ambiente se establecieron escenarios donde se representan diferentes condiciones favorables o no, para las interacciones depredador-presa. Estas pudieran cambiar de acuerdo a las diferentes zonas del lago.
- La fortaleza del software Ithink radica en su ambiente amigable y dinámica para modelar y simular múltiples relaciones simultáneas sí tanto reales como esperadas.

9. RECOMENDACIONES

1. Para la estructuración de un modelo es importante contar con toda la información necesaria y seleccionada con criterios establecidos, para evitar un modelo muy grande y redundante. Sin embargo, tampoco es conveniente obviar datos o variables que nos puedan ayudar a estructurar el modelo esperado. Se recomienda integrar más información de campo recabada por los especialistas, que de la literatura científica.
2. Se recomienda continuar la calibración y, sobre todo la validación del modelo a partir de monitoreos en el lago.
3. Se recomienda ampliar el modelo, agregando más stocks o reservorios que nos lleven a responder otras preguntas con respecto al mismo ecosistema. Por ejemplo: algunas otras presas para copépodos y cladóceros o agregar más especies de peces.
4. Es importante crear la interfaz para que el usuario final pueda interactuar, cambiando la cantidad de población, las tasas de natalidad y mortalidad e impacto de la variable ambiental. Ya que con esto el usuario crea escenarios, los cuales le permitirán analizar la situación actual o una propuesta alternativa.

10. REFERENCIAS

Abdel-Tawwab M. y El-Marakby H. I. (2004). Length-Weight Relationship, Natural Food and Feeding Selectivity of Nile Tilapia; *Oreochromis niloticus* (L.) in Fertilized Earthen Ponds. New Dimensions on Farmed Tilapia. Proceedings 6th International Symposium on Tilapia in Aquaculture. Session: Pond Management and Production Systems, pp. 500-509.

Aguir, S., L. y Carvalho, F., C., E., (2009). Fishing sustainability via inclusión of man in predator-prey models: A case study in Lago Preto, Manacapuru, Amazonas. Ecological modeling, 1-10 Pp.

Alcocer-Durand J. y Bernal-Brooks F.W. (2002). Spatial and temporal heterogeneity of physical and chemical variables for an endorheic, shallow water body: lake Pátzcuaro, México. Archiv Für hydrobiology 155(2): 239-253.

Andrade-Sosa H.H., Lince-Mercado E., Hernández-Cuadrado A.E. y Monsalve-Quintero J.A. (2009). Evolución herramienta software para modelado y simulación con dinámica de sistemas. Colombia: Séptimo encuentro colombiano de dinámica de sistemas.

Aracil, J. (1995). Dinámica de sistemas. Edición Isdefe, 4. Madrid hall, C.A.S. y Day, J.W. Jr. (1997). Ecosystem Modeling in theory and practice: an introduction with case histories. John Wiley and sons, New York, NY. Pag. 684. United States.

Armendáriz, Y., M., A., Navarrete S., N., A., Fernández E., G., Vázquez G., G., y Urrieta Z., E., S., (2008). Relaciones tróficas de los peces del embalse san miguel arco, de Soyaniquilpan, Estado de México. Revista Chapingo. Serie de ciencias forestales y ambientales vol. 14. Chapingo, México. 33-38 Pp.

Bachmann, V.P.L. (2009). Comparación de la explotación de nitrógeno desde un ecosistema forestal versus un ecosistema pastoril, a través de la aplicación de modelos de simulación. Tesis de maestría. Facultad de ciencia en Chile. 1-86 Pp.

Banse, K., y Mosher S., (1980). Adult body mass and annual production/biomass relationships of field populations. *Ecological monographs* vol. 50. 355-379 Pp.

Barragán J. y Magallón S. (1994). Peces duceacuicolas mexicanos X. *Goodea atrippinis* (Cyprinodontiformes: Goodeidae) *Zoología Informa*, 28:27-36.

Beroggi E.G. (2005). Designing and evaluating E-Management decision tools the integration of decision and negotiation models into internet-multimedia technologies. United Stances of America: ramesh Sharda Oklahoma and Dr. Stefan Vob Universidad Hamburg.

Bradbury, J.P., Y.V. Bezrukova, G.R. Chernyaeva, S.M. Colman, G. Khursevich, J.W. King y Y.V. Likoshway. 1994 .A synthesis of post-glacial diatom records from Lake Baikal. *Journal of Paleolimnology*, 10:213-252.

Cherry D.S. y Guthrie R.K. (1975). Significance of detritus or detritus-associated invertebrates to fish production in a new impoundment. *Journal of the Fisheries Research Board of Canada*, 32:1799-1804.

Christensen V. y Pauly D. (1993). On steady-state Modelling of Ecosystems. 14-19. Christensen V. y Pauly D. eds. *Trophic of aquatic ecosystems*. ICLARM conf. Pag. 26, 390.

Cloern J.E., Cole B.E., Wong R.L.J. y Alpine A. E. 1985, Temporal dynamics of estuarine phytoplankton: A case study of san Francisco bay, *Hydrobiología* 129:153-176 Pp.

Costanza R. y Gottlieb S. (2001). Modelling ecological and economic systems with STELLA: Part III. *Ecological Modelling*, 143:1-7.

Das S.K. y Chakrabarty D. (2006). Utilization and flow of energy in tropical ecosystem: A test case for two Ox-bow lakes. *International Journal of Environmental Science and Technology*, 3:141-146.

Díaz-Vargas M., Elizalde-Arriaga E.E., Quiroz-Castelán H., García-Rodríguez J. y Molina-Estudillo I. (2005). Caracterización de algunos parámetros físicos y

químicos del agua y sedimento del lago Zempoala, Morelos, México. Acta Universitaria, 15:57-65.

Duarte S.P. (1981). Contribución al Conocimiento de los Hábitos Alimentarios de 12 Especies de Peces del Lago de Cuitzeo, Mich. Tesis Profesional, ENCB-IPN, México (Inédita). 63 pp.

Eppley, R.W. 1977. The growth and culture of diatoms. In: Wernwe D. (ed.) The biology of diatoms. Univ. California Press, Berkeley:24-64.

Faegri, K., Finch C.E. (1990). Longevity, Senescence, and the Genome. University of Chicago press. Pag. 938.

FAO (Food and Agriculture Organization of the United Nations) (2004). Programa de información de especies acuáticas. *Cyprinus carpio*. Texto de Peteri, A. In: *Departamento de Pesca y Acuicultura de la FAO* [en línea]. Roma. Actualizado el 1 de Enero de 2004. [Citado 28 October 2011].

http://www.fao.org/fishery/culturedspecies/Cyprinus_carpio/es#tcNA0078

Flajšhans, M., Hulata, G. (2006) Common carp—*Cyprinus carpio* L. Genimpact final scientific report.

Fletcher, A.R., Morison A.K., Hume D.J. (1985). Effects of carp (*Cyprinus carpio* L.) on aquatic vegetation and turbidity of waterbodies in the lower Goulburn River Basin. Australian Journal of Marine & Freshwater Research, 36:311-327.

Galindo-Villegas J. y Sosa-Lima E. (2002). Gonopodial system review and a new fish record of *Poeciliopsis infans* (Cyprinodontiformes:Poeciliidae) for lake Pátzcuaro, Michoacán, Central México. Revista de Biología Tropical, 50:1151-1157.

Gamito S. (2005). Modeling possible impacts of terrorist attacks in coastal Logoon ecosystem with stella. Cap. 12 pag. 259-278. En Gonenc, I.E. Koutitonsky, V.G., Rashleigh, B., Ambrose, R.B., y Wolflin J.P. (eds.) Assessment of the fate and

effects of toxic agents on water resource. Springer, series C. environment security. The Netherlands.

Gómez E.S., Ferre H., Cassará H. y Bordone S. (1997). Cultivo de peces ornamentales (*Carassius auratus* y *Cyprinus carpio*) en sistemas semi-intensivos en la Argentina. Aquatec Boletín Técnico No. 4.

Gómez C.M. (1999). Modelo depredador-presa. Aplicaciones al control biológico. Tesis doctoral, facultad de ciencias experimentales departamento de estadística y matemáticas aplicada.

Grant W.E., Pedersen E.K y Marín S.L. (1997). Ecology and natural resource management: systems analysis and simulation. Jonh Wiley & Sons. New York.

Haefner W.J. (2005). Modeling biological systems: principles and applications. United States of America: springer.

Hairston N.G., Smith F.E. y Slobodkin L.B. (1960). Community structure, population control, and competition. American Naturalist, 94:421-425.

Halfon, E. y Schito, N. (1993). Lake Ontario food web, an energetic mass balance, pag 29-39. En: V. Christensen y D. Pauly eds. Trophic of arquatic ecosystems. ICLARM conf. Philippines.

Harris J.H. y Gehrke P.C. (1997). Fish and Rivers in Stress - The NSW Rivers Survey. NSW Fisheries Office of Conservation & the Cooperative Research Centre for Freshwater Ecology, Cronulla & Canberra.

Hart R.C. (1987). Population dynamics and production of five crustacean zooplankters in a subtropical reservoir during years of contrasting turbidity. Freshwater Biology, 18:287-318.

Hutchinson, G.E. 1967. A treatise on limnology, 2. J. Wiley & Sons, New York, 1115 pp.

Jackson L.J., Trebitz A.S. y Cottingham, K.L. (2000). An introduction to the practice of ecological modeling. *Bioscience*, 50:694-706.

Jagadish S.P. y Chandrashekar A.A. (2008). Temporal variation of diatom benthic propagules in a monsoon influenced tropical estuary. National institute of Oceanography, Dona Paula, Goa, 403, India.

Jiménez-Badillo M.L. y Nepita-Villanueva M. R. (2000). Espectro trófico de la tilapia *Oreochromis aureus* (Perciformes: Cichlidae) en la presa Infiernillo, Michoacán-Guerrero, México. *Revista de Biología Tropical*, 48:2-3

Kemigabo C. y Adámek Z. (2010). Environmental conditions and natural food resources for commercial fish production in the Valley Dams of Mbarara District, Uganda. *Agricultura Tropica Et Subtropica*, 43,248-260.

Kirk K.L. y Gilbert, J.J. (1990). Suspended Clay and the Population Dynamics of Planktonic Rotifers and Cladocerans. *Ecology*, 71:1741-1755.

Koenings J.P., Burkett R.D. y Edmundson J. M. (1990). The exclusion of limnetic cladocera from turbid glacier-meltwater lakes. *Ecology*, 71:57-67.

Koleff P., Gonzalez A.I., y Born- Schmidt G. (2010). Estrategia nacional sobre especies invasoras en México, prevención, control y erradicación. Offset Rebosán, S.A. de C.V.

Krebs, W. (2003). A general predator-prey model. *Mathematical and Computer Modeling of Dynamical Systems*, 9:387-401.

Lampert, W. y Sommer, U. (2007). *Lymnoecology*. Second Edition. Oxford Press, pag . 324.

López, H.L.A y Espinosa, N.R.A (2006). Producción y comercialización de alevinos de carpa común (*Cyprinus carpio*, Linnaeus 1758) en los departamentos de sucre y Córdoba. Tesis de licenciatura, Universidad de Sucre, Facultad de ciencias agropecuarias programa de zootecnia Sincelejo.

Lloyd D.S., Koenings J.P. y Laperriere J.D. (2011). Effects of turbidity in fresh waters of Alaska. *North American Journal of Fisheries Management*, 7:18-33.

Luenberger, D.G. (1979). *Introduction to dynamic systems: theory, models, and applications*. John Wiley & Sons, London.

Martínez-Palacios, C.A., Racotta, I.S., Ríos-Duran, M.G., Palacios, E., Toledo-Cuevas M., y Ross, L.G., (2006). Advances in applied research for the culture of Mexican silversides (*Chirostoma*, Atherinopsidae). *Biocell*, 30:137-148.

Matveev, V., y Gabriel, W., (1994). Competitive exclusion in cladocera thorough elevated mortality of adults. *Journal of Plankton Research*, 16:1083-1094.

McCabe G. y O'Brien W.J. (1983). The effects of suspended silt on feeding and reproduction of *Daphia pulex*. *American Midland Naturalist*, 110:324-337.

Mercado-Silva N., Helmus M.R. y Vander Zanden M. J. (2009). The effects of impoundment and non-native species on a river food web in Mexico's Central Plateau. *River Research and Applications*, 25:1090-1108.

Mesarovicil y Pestel. (1974). *Dinámica de sistemas*. Universidad los Angeles Chimbote, facultad de ingeniería: Fundación Volkswagen.

Miranda A., M., G., y Lot, H., A., (1999). El lirio acuático, ¿Una planta nativa de México? *Ciencias*, Núm. 53. 50-54 Pp.

Mol J. H. y Van Der Lugt F. L. (1995). Distribution and feeding ecology of the african tilapia *Oreochromis mossambicus* (Teleostei, Perciformes, Cichlidae) in Suriname (South America) with comments on the tilapia-kwikwi (*Hoplosternum littorale*) (Teleostei, Siluriformes, Callichthyidae) interaction. *Acta Amazonica*, 25:101-116.

Mugisha J.Y.T., y Ddumba H. (2007). The dynamics of a fisheries model with feeding patterns and harvesting: *Lates niloticus* and *Oreochimis niloticus* in lake Victoria. *Applied Mathematics and Computation* 186: pag. 142-158.

Navarrete S.N., Aguilar A., González D.M. y Elías F.G. (2008). Espectro trófico y trama trófica de la ictiofauna del embalse San Miguel Arco, Soyaniquilpan, Estado de México. *Revista de Zoología*, 18:1-12.

Navarrete S.N., Carlos H.Y., Laureano G.M. y Contreras R.G. (2009). Alimentación de carpas (*Pices*, *Cyprinidae*) en el embalse la Goleta, Estado de México. *Revista Zoología*, 20:7-17.

Nielsen L. A. 1980. Effect of walleye (*Stizostedion vitreum vitreum*) predation on juvenile mortality and recruitment of yellow perch (*Perca flavescens*) in Oneida Lake, New York. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 37:11-19.

Njiru M., Okeyo-Owuor J.B., Muchiri M. y Cowx I. G. (2004). Shifts in the food of Nile tilapia, *Oreochromis niloticus* (L.) in Lake Victoria, Kenya. *African Journal of Ecology*, 42:163-170

Norman D.A. (1983). Some observations on mental models. In Gentner, D. and Stevens, A.L. (Eds.). *Mental models*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Odum, E., P., (1985). *Fundamentos de ecología*. Ed. Interamericana, México. 422 pp.

Orbe, A.A., Acevedo, G.J., y Lyons, J. (2002). Lake Pátzcuaro fishery management plan. *Fish Biology and fisheries*, 207-217.

Oreskes, N., Shader-Frechette, K., y Belitz, K., (1994). Verification, validation, and confirmation of numerical models in the earth sciences. *Sciences*, vol. 263: 641-646 Pp.

Orlandoni, M.G. (1997). Simulación de dinámicas de poblaciones biológicas: Un enfoque de dinámica de sistemas. *Economía* 13: 113-142.

Ortiz O.E., Uría G.E. y Ruiz P.R.A. (2008). Determinación de los daños provocados por el uso del herbicida glifosato (fórmula comercial Yerbitalam) en aspectos reproductivos como fecundidad y desarrollo embrionario en *Goodea atripinnis*. Laboratorio de histología, departamento de Morfología, ENCB, IPN.

Pece M.L. 2003. The utility of simple models in ecosystem science. In: Models in ecosystem science. Canham, C.; Cole, J.; Lauenroth, W. Editors. Princeton University Press.

Planas D. y Moreau I.G. (1990). Natural eutrophication in a warm volcanic lake. Internationale Vereinigung fuer Theoretische und Angewandte Limnologie. Verhandlungen, 24,;554-559.

Pleguezuelos J.M. (2002). Las especies introducidas de anfibios y reptiles. 501-32. In: Pleguezuelos, J.M., Márquez R. & Lizana M. (eds.), atlas y libro rojo de los anfibios y reptiles de España. Ministerio de medio ambiente/asociación Herpetológica España (2ª impresión). Madrid.

Roberts J., Chick L.O., Thompson P. (1995). Effects of carp, *Cyprinus carpio* L., an exotic benthivorous fish, on aquatic plants and water quality in experimental ponds. Marine and Freshwater Research, 46:1171-1180.

Robertson A.I., Healey M.R., King A.J. (1997). Experimental manipulations of the biomass of introduced carp (*Cyprinus carpio*) in billabongs. II. Impacts on benthic properties and processes. Marine and Freshwater Research, 48:445-454.

Rodríguez C. D.G. (2008). Hábitos alimentarios de *Poeciliopsis fasciata* (Meek, 1904) y *Poeciliopsis gracilis* (Heckel, 1948) en la porción oaxaqueña de la reserva de la biosfera Tehuacán-Cuicatlán. Tesis que para obtener el grado de maestro en ciencias. CIIDIR OAXACA, Instituto Politécnico Nacional.

Rojas C.P.M. (2005). El pescado blanco. Revista digital universitaria vol. 6. Pp. 2-18. Colegio de biólogos de México, A.C.

Rosas M.M. (1976). Datos biológicos de la ictiofauna del lago de Pátzcuaro, con especial énfasis en la alimentación de sus especies. Memorias del simposio sobre pesquerías en aguas continentales. Tuxtla Gtz., Chis. 299-366 p.

Rykiel E.J. (1996). Testing ecological models: the meaning of validation. Ecological Modelling, 90:229-244.

Santamaría E.A., Milla N.A. y Peña N.G. (1996). Efecto de la turbidez en la productividad primaria en dos estaciones en el área del delta del río Colorado. *Ciencias marinas*, 22:483-493.

Savenkoff C., Vézina A.F. y Bundy A. (2001). Inverse analysis of the structure and dynamics of the whole Newfoundland-Labrador Shelf ecosystem. *Canadian Technical Report in Fisheries and Aquatic Sciences*, 2354:1-56.

Shen L.Y., Wu Y.Z. y Chan E.W. (2004). Application of system dynamics for assessment of sustainable performance of construction projects. *Journal of Zhejiang University Science*, 1:339-349.

Shepherd J.G. y Cushing D.H. 1980. A mechanism for density-dependent survival of larval fish as the basis of a stock recruitment relationship. *Journal du Conseil International pour l'Exploration de la Mer*, 39: 160-167.

Souza, L.A., de Carvalho Freitas, C.E., 2010 Fishing sustainability via inclusion of man in predator-prey models: A case study in Lago Preto, Manacapuru, Amazonas. *Ecological Modelling*, 221:703-712.

Steinhorst, R.K. (1979). Parameter identifiability, validation, and sensitivity analysis of large system models. In Innis, G.S., and O'neill, R.V.(eds.) *System Analysis of Ecosystems*. Fairland, Maryland: Int'l Cooperative Publishing House, 33-58 pp.

Toth L., Slawin K.L., Pintar J.E. y Nguyen-Huu M.C. (1987). Alga consumption of four dominant planktonic crustaceans in Lake Balaton (Hungary). *Hydrobiologia*, 145:323-332.

Vital, R., B., E., (2011). Hábitos alimentarios del género *Chirostoma* del lago de Pátzcuaro, Michoacán, México. Tesis de Maestría. Universidad de san Nicolás de Hidalgo (Inédita) México. 94 pp.

Vladimir F., Matveev., (1991). Self- maintaining plankton: pelagic cladocera in small microcosms with lake water. *Hydrobiologia*. Vol. 225. 301-307 Pp.

Wilfried G., Taylor B., E., y Kirsch-Prokosch, S., (1987). Cladocera birth and death rates estimates: experimental comparisons of egg-ratio methods. Institute for Limnology, Plon, West Germany. 361-372 Pp.

Zambrano L., Martínez E.M., Menezes N. y Townsend P.A. (2006). Invasive potential of common carp (*Cyprinus carpio*) and Nile tilapia (*Oreochromis niloticus*) in American freshwater systems. Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences, 63:1903-1910.

Zeigler B.P., Praehofer H. y Gon-Kim T. (2000). Theory of Modeling and Simulation. Academic Press.

Zubieta R.T. (1985). Estudio Sobre los Hábitos Alimenticios de Seis Especies de Peces del Lago de Cuitzeo, Mich. Tesis Profesional. Universidad de san Nicolás de Hidalgo (Inédita) México. 55 pp.

ANEXOS

A.1. Configuración del modelo en el software Ithink:

Carpa(t) = Carpa(t - dt) + (Natalidad - Mortalidad) * dt
INIT Carpa = 0.0559
INFLOWS:
Natalidad = Tasa_de__Natalidad*Carpa*Fraccion_d_e_Nat_Carpa*(Num_Res__Carp_CLA+Num_Res__Car_COP+Num_Res__Car_RV+Num_Res__DET)
OUTFLOWS:
Mortalidad = Tasa_de_Mort*Carpa*Fraccion_mort_Carpa
Charal(t) = Charal(t - dt) + (Nat - Mot) * dt
INIT Charal = 0.08
INFLOWS:
Nat = Tasa_de__Nat_Charal*Charal*Frac_Nat_Charal*(Num_Res_CLA+NumRes_COP)
OUTFLOWS:
Mot = Tasa_MorCha*Charal*Frac_Mort_Charal
Cladoceros(t) = Cladoceros(t - dt) + (RegClad - ConClad) * dt
INIT Cladoceros = 2300
INFLOWS:
RegClad = Rango_de_Reg*Cladoceros*Frac_Reg_Cla*Med_Amb_Cla
OUTFLOWS:
ConClad = IF (MAX(Muert_Nat__Clad,(Vuln_CarCla+vuln_ChaCla+Vul_GooCla+Vul_OreoCo+Vul_PoeCla))<Cladoceros) THEN MAX(Muert_Nat__Clad,(Vuln_CarCla+vuln_ChaCla+Vul_GooCla+Vul_OreoCo+Vul_PoeCla)) ELSE Cladoceros
Copepodos(t) = Copepodos(t - dt) + (Regeneración - Consumo) * dt
INIT Copepodos = 3333
INFLOWS:
Regeneración = Tasa_Reg*Copepodos*Frac_Nat_cop*Medio_Ambiente
OUTFLOWS:
Consumo = IF (MAX(Muert_Nat_Co,(Vul_CarpCo*0.09+Vul_ChaCo_3+Vul_GooCo_2+Vul_PoeCo_2+Vul_OreoCo))<Copepodos) THEN MAX(Muert_Nat_Co,(Vul_CarpCo+Vul_ChaCo_3+Vul_GooCo_2+Vul_PoeCo_2+Vul_OreoCo)) ELSE Copepodos
Detritus(t) = Detritus(t - dt) + (RegDet - ConDet) * dt
INIT Detritus = 2225
INFLOWS:
RegDet = Detritus*Rango_de_Reg_Det
OUTFLOWS:
ConDet = IF (MAX(Muert_Nat__Det,(Vul_CarDe_2+Vul_GooDe_2+Vul_OreDe_2+Vul_PoeDe_2))<Detritus) THEN MAX(Muert_Nat__Det,(Vul_CarDe_2+Vul_GooDe_2+Vul_OreDe_2+Vul_PoeDe_2)) ELSE Detritus
Diatomeas_Pre(t) = Diatomeas_Pre(t - dt) + (RegRV_2 - ConDP) * dt
INIT Diatomeas_Pre = 1000000
INFLOWS:
RegRV_2 = Rango_de_Reg_DP*Diatomeas_Pre*Frac_Reg_DP*Med_Amb_DP
OUTFLOWS:
ConDP = IF (MAX(Muert_Nat_DP,(Vul_GooDP_2+Vul_OreDP_2+Vul_PoeDP_2))<Diatomeas_Pre) THEN MAX(Muert_Nat_DP,(Vul_GooDP_2+Vul_OreDP_2+Vul_PoeDP_2)) ELSE Diatomeas_Pre
Goodea(t) = Goodea(t - dt) + (Nat_G - Mort_G) * dt
INIT Goodea = 0.00135
INFLOWS:
Nat_G = Tasa_de_Nat_G*Goodea*Frac_Nat_G*(NumRes_Good_CLA+Num_Res_Good_COP+Num_Res_Good_DIA+Num_Res__Good_RV+Num_Res__Goo_DET)
OUTFLOWS:

Mort_G = Tasa_Mor_Goo*Goodea*Frac_Mort_G
Oreochromis(t) = Oreochromis(t - dt) + (Nat_Oreo - Mort_Oreo) * dt
INIT Oreochromis = 0.0019
INFLOWS:
Nat_Oreo = $Tasa_Nat_Oreo * Oreochromis * Frac_Nat_Oreo * (Num_Res_Ore_CLA + Num_Res_Ore_DIA + Num_Res_Ore_DET + Num_Res_Ore_COPE + Num_Res_Ore_RV)$ =
OUTFLOWS:
Mort_Oreo = Tasa_Mor_Oreo*Oreochromis*Frac_Mort_Oreo
Poeciliopsis(t) = Poeciliopsis(t - dt) + (Nat_Poe - Mort_Poe) * dt
INIT Poeciliopsis = 0.118
INFLOWS:
Nat_Poe = $Tasa_Nat_Poe * Poeciliopsis * Frac_Nat_Poe * (Num_Res_Poe_CLA + Num_Res_Poe_COPE + Num_Res_Poe_DI A + Num_Res_Poe_RV + Num_Res_Poe_DET)$ =
OUTFLOWS:
Mort_Poe = Tasa_Mor_poe*Poeciliopsis*Frac_Mort_Poe
prey_CLA(t) = prey_CLA(t - dt) + (in_3 - prey_Clado) * dt
INIT prey_CLA = 1200
TRANSIT TIME = 12
INFLOW LIMIT = INF
CAPACITY = INF
INFLOWS:
in_3 = Cladoceros
OUTFLOWS:
prey_Clado = CONVEYOR OUTFLOW
prey_Lag_2(t) = prey_Lag_2(t - dt) + (in_2 - prey_Diatomeas_2) * dt
INIT prey_Lag_2 = 1200
TRANSIT TIME = 12
INFLOW LIMIT = INF
CAPACITY = INF
INFLOWS:
in_2 = Diatomeas_Pre
OUTFLOWS:
prey_Diatomeas_2 = CONVEYOR OUTFLOW
prey_Lag_5(t) = prey_Lag_5(t - dt) + (in_5 - prey_RV) * dt
INIT prey_Lag_5 = 1200
TRANSIT TIME = 12
INFLOW LIMIT = INF
CAPACITY = INF
INFLOWS:
in_5 = Restos_Vegetales
OUTFLOWS:
prey_RV = CONVEYOR OUTFLOW
prey_Lag_6(t) = prey_Lag_6(t - dt) + (in_6 - prey_Detritus) * dt
INIT prey_Lag_6 = 1200
TRANSIT TIME = 12
INFLOW LIMIT = INF
CAPACITY = INF
INFLOWS:
in_6 = Detritus
OUTFLOWS:
prey_Detritus = CONVEYOR OUTFLOW
Restos_Vegetales(t) = Restos_Vegetales(t - dt)
INIT Restos_Vegetales = 65
Restos_Vegetales_2(t) = Restos_Vegetales_2(t - dt) + (RegRV - ConRV) * dt
INIT Restos_Vegetales_2 = 65
INFLOWS:
RegRV = Rango_de_Reg_RV*Restos_Vegetales_2*Frac_Reg_RV*Med_Amb_RV
OUTFLOWS:
ConRV = $IF(MAX(Muert_Nat_RV, (Vul_CarRV_3 + Vul_PoeRV_2 + Vul_GooRV_2 + Vul_OreAlg_2)) < Restos_Vegetales_2)$ =

```

THEN    MAX(Restos_Vegetales_2,(Vul_CarRV_3+Vul_PoeRV_2+Vul_GooRV_2+Vul_OreAlg_2))    ELSE
Restos_Vegetales_2
tiempo_trans_COP(t) = tiempo_trans_COP(t - dt) + (in - presa_cope) * dt
INIT tiempo_trans_COP = 12000
      TRANSIT TIME = 12
      INFLOW LIMIT = INF
      CAPACITY = INF
INFLOWS:
in = Copepodos
OUTFLOWS:
presa_cope = CONVEYOR OUTFLOW

```

A.2. Configuración de control

```

control_Carp_COPE = IF(presa_con__x_depred_6=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_dep_Carp=1) THEN -1
ELSE 0
control_cha_COPE = IF(presa_con_x_depred=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre=1) THEN -1 ELSE 0
control_Good = IF(presa_con__x_depred_7=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_dep_Carp_2=1) THEN -1 ELSE 0
control_Good_DIAT = IF(presa_con__x_depred_14=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_9=1) THEN -1
ELSE 0
control_Oreo = IF(presa_con__x_depred_9=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_dep_Carp_4=1) THEN -1 ELSE 0
control_Ore_DIAT = IF(presa_con__x_depred_15=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_10=1) THEN -1
ELSE 0
control_Poe = IF(presa_con__x_depred_8=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_dep_Carp_3=1) THEN -1 ELSE 0
control_Poe_CLA = IF(presa_con__x_depred_5=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_5=1) THEN -1 ELSE 0
control_Poe_DIAT = IF(presa_con__x_depred_16=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_11=1) THEN -1
ELSE 0
control__Carpa_CLA = IF(presa_con__x_depred_2=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_2=1) THEN -1
ELSE 0
control__Carpa_RV = IF(presa_con__x_depred_17=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_10=1) THEN -1
ELSE 0
control__car_DET = IF(presa_con__x_depred_10=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_6=1) THEN -1 ELSE
0
control__Charal_CLA = IF(presa_con__x_depred=1) THEN 1 ELSE IF (presa__alt_depre=1) THEN -1 ELSE 0
control__Good_CLA = IF(presa_con__x_depred_4=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_4=1) THEN -1
ELSE 0
control__Good_RV = IF(presa_con__x_depred_18=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_12=1) THEN -1
ELSE 0
control__Goo_DET = IF(presa_con__x_depred_11=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_7=1) THEN -1
ELSE 0
control__Oreo_CLA = IF(presa_con__x_depred_3=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_3=1) THEN -1 ELSE
0
control__Ore_DET = IF(presa_con__x_depred_12=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_8=1) THEN -1 ELSE
0
control__Ore_RV = IF(presa_con__x_depred_20=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_14=1) THEN -1 ELSE
0
control__Poe_DET = IF(presa_con__x_depred_13=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_9=1) THEN -1
ELSE 0
control__Poe_RV = IF(presa_con__x_depred_19=1) THEN 1 ELSE IF (presa_alt_depre_13=1) THEN -1
ELSE 0

```

A.3. Introducción de los valores de medio ambiente

```

Medio_Ambiente = 1.0
Med_Amb_Cla = 1.0
Med_Amb_DP = 1.0
Med_Amb_RV = 1.0
Muert_Nat_Co = Tasa_de_Mortalidad*Copepodos*Fraccion_de_mort_Cop
Muert_Nat_DP = Tasa_Mor_DP*Diatomeas_Pre*Frac_de_Mor_DP
Muert_Nat__Clad = Tasa_Mor_Clad*Cladoceros*Frac_de_Mor_Clad

```

Muert_Nat__Det = Detritus*Tasa_Mor_Det
Muert__Nat_RV = Tasa_Mor_RV*Restos_Vegetales_2*Frac_de_Mor_RV

A.4. Configuración de los niveles de intercambio

Nivel_de_Int = 10
Nivel_de_Inter__Goo = 6
Nivel_de_Inter__Goo_DET = 6
nivel_de__intercambio = 100
nivel_de__intercambio_2 = 100
nivel_de__intercambio_3 = 10
nivel_de__intercambio_Cla = 52
nivel_inter_Good = 1
nivel_inter_Good_2 = 1
Nivel_Inter_Ore = 1
Nivel_Inter_Ore_2 = 0.5
Nivel_Inter_Poe = 10
Nivel_Inter_Poe_2 = 10
Nivel_Inter_Poe_3 = 4.8
Nivel_intr_Carp = 32
Nivel_intr_Carp_2 = 32
Nivel_intr_Carp_3 = 32
Nivel_Intr_Good = 0.82
Nivel_Intr_Good_2 = 31
Nivel_Intr_Ore = 8.4
Nivel_Intr_Oreo = 1
Nivel_Intr_Oreo_2 = 1
Nivel_Intr_Poe = 30
Nivel_Intr_Poe_2 = 30
Nivel_Intr_Poe_3 = 1
Nivel_Intr__Car = 3
Nivel_Intr__Car_2 = 3
Nivel_Intr__Ore_2 = 8.4
Nivel_Int_Ore = 14
Nivel_Int_Ore_2 = 14
Nivel_Int_Poe = 0.61
Nivel_Int__Carp = 3
Nivel_Int__Good = 1
Nivel_Int__Good_2 = 1
NumRes_COP = MAX(Num_res_presa1,Num_Alt_pre)
NumRes_Good_CLA = MAX(Num_Alt__Good,Num_Res_to_PreGood)
Num_Res_CLA = MAX(Num_res_presa_2,Num_Alt_presa2)
Num_Res_Good_COP = MAX(Num_Alt_Good,Num_Res__PreGoo)
Num_Res_Good_DIA = MAX(Num_Alt_Good_2,Num_Res_to_GooDP)
Num_Res_Ore_DIA = MAX(Alt_Num__Ore,Num_Res_to_OreDP)
Num_Res_Poe_CLA = MAX(Num_Alt__Poe,Num_Res_to__Pre_PoeCla)
Num_Res_Poe_COPE = MAX(Num_Alt__Poe_2,Num_Res_to_Poe)
Num_Res_Poe_DIA = MAX(Num_Alt__Poe_3,Num_Res_to_PreDP)
Num_Res__Carp_CLA = MAX(Num_Alt_Carp,Num__Res_Pres)
Num_Res__Car_2 = MAX(Num_alt__Carp,Num_Res_CarRV)
Num_Res__Car_COP = MAX(Num_Alt_Car,Num_res__presa)
Num_Res__Car_RV = MAX(Num_alt__Carp_2,Num_Res_CarRV_2)
Num_Res__DET = MAX(Num_Res__To_Alt,Num_Res_Pre)
Num_Res__Good_RV = MAX(Num_Alt__Good_2,Num_Res_to__GooRV)
Num_Res__Goo_DET = MAX(Num_Res__ToGoo,Num_Res_to__PreGDe)
Num_Res__Ore_CLA = MAX(Num_Alt_Ore,Num_Res__to_PreOreo)
Num_Res__Ore_DET = MAX(Num_Res_to_PreOreDe,Num_Res__To_Ore)
Num_Res__Ore_RV = MAX(Num_alt_Ore_3,Num_Res__OreAlg)
Num_Res__Poe_DET = MAX(Num_Alt_Poe,Num_Res__to_PrePDe)
Num_Res__Poe_RV = MAX(Num_Alt__Poe_4,Num_Res__to_PrePRV)
Num__Res_Ore_COPE = MAX(Num_Alt_Ore_2,Num_Res__to_PreOreo_2)

```

presa_alt_depre = IF(RelCharal_2<nivel_de__intercambio) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_10 = IF(Rel_CarRV_3<Nivel_intr_Carpa) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_11 = IF(Rel_PoeDP_2<Nivel_Intr_Poe) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_13 = IF(Rel_PoeRV_2<Nivel_Intr_Poe) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_14 = IF(Rel_OreRV_2<Nivel_Intr_Oreo) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_2 = IF(Rel_Carpa<Nivel_Int__Carpa) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_3 = IF(Rel__OreoCo<Nivel_Inter_Ore) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_4 = IF(Rel_GooCla<Nivel_Intr_Good) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_5 = IF(Rel_PoeCla<Nivel_Int_Poe) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_6 = IF(RelCarDe_2<nivel_de__intercambio_3) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_7 = IF(Rel_GooDe_2<Nivel_de_Inter__Goo) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_8 = IF(Rel_OreDe_2<Nivel_Intr_Ore) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_depre_9 = IF(Rel_GooDP_2<Nivel_Intr_Good) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_dep_Carpa = IF(Relación_2<Nivel_Intr__Car) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_dep_Carpa_2 = IF(Rel_GoodCo_2<Nivel_Int__Good) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_dep_Carpa_3 = IF(Rel_PoeCo_2<Nivel_Inter_Poe) THEN 1 ELSE 0
presa_alt_dep_Carpa_4 = IF(Rel__OreoCo<Nivel_Inter_Ore) THEN 1 ELSE 0
presa_alt__depre_10 = IF(Rel_OreDP_2<Nivel_Int_Ore) THEN 1 ELSE 0
presa_alt__depre_12 = IF(Rel_Goo__RV_2<nivel_inter_Good) THEN 1 ELSE 0
presa_alt__depre_9 = IF(Rel_PoeDe_2<Nivel_Inter_Poe) THEN 1 ELSE 0
presa_con_x_depred = IF(Vuln_ChaCo_3>Muert_Nat__Co) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred = IF(vuln_ChaCla>Muert_Nat__Clad) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_10 = IF(Vul_CarDe_2>Muert_Nat__Det) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_11 = IF(Vul_GooDe_2>Muert_Nat__Det) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_12 = IF(Vul_OreDe_2>Muert_Nat__Det) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_13 = IF(Vul_PoeDe_2>Muert_Nat__Det) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_14 = IF(Vul_GooDP_2>Muert_Nat_DP) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_15 = IF(Vul_OreDP_2>Muert_Nat_DP) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_16 = IF(Vul_PoeDP_2>Muert_Nat_DP) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_17 = IF(Vul_CarRV_3>Muert_Nat_RV) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_18 = IF(Vul_GooRV_2>Muert__Nat_RV) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_19 = IF(Vul_PoeRV_2>Muert__Nat_RV) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_2 = IF(Vuln_CarCla>Muert_Nat__Clad) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_20 = IF(Vul_OreAlg_2>Muert__Nat_RV) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_3 = IF(Vul_OreoCo>Muert_Nat__Clad) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_4 = IF(Vul_GooCla>Muert_Nat__Clad) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_5 = IF(Vul_PoeCla>Muert_Nat__Clad) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_6 = IF(Vul_CarpaCo>Muert_Nat__Co) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_7 = IF(Vul_GooCo_2>Muert_Nat__Co) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_8 = IF(Vul_PoeCo_2>Muert_Nat__Co) THEN 1 ELSE 0
presa_con__x_depred_9 = IF(Vul_OreoCo>Muert_Nat__Co) THEN 1 ELSE 0
presa__alt_depre = IF(Rel_Charal<nivel_de__intercambio_Cla) THEN 1 ELSE 0
prey_Cope_2 = 12
prey_Diatomeas = 12
Rango_de_Reg = 0.45
Rango_de_Reg_Det = 0.9
Rango_de_Reg_DP = 0.83
Rango_de_Reg_RV = 2

```

A.5. Configuración de las relaciones

```

Relación_2 = IF (Carpa=0) THEN 0 ELSE presa_cope/Carpa
RelCarDe_2 = IF (Carpa=0) THEN 0 ELSE prey_Detritus/Carpa
RelCharal_2 = if (Charal=0) THEN 0 ELSE presa_cope/Charal
Rel_Carpa = if (Carpa=0) THEN 0 ELSE prey_Clado/Carpa
Rel_CarRV_2 = IF(Carpa=0) THEN 0 ELSE prey_RV/Carpa
Rel_CarRV_3 = IF(Carpa=0) THEN 0 ELSE prey_RV/Carpa
Rel_Charal = IF (Charal=0) THEN 0 ELSE prey_Clado/Charal
Rel_GooCla = IF (Goodea=0) THEN 0 ELSE prey_Clado/Goodea
Rel_GoodCo_2 = IF(Goodea=0) THEN 0 ELSE prey_Cope_2/Goodea
Rel_GooDe_2 = IF(Goodea=0) THEN 0 ELSE prey_Detritus/Goodea
Rel_GooDP_2 = IF (Goodea=0) THEN 0 ELSE prey_Diatomeas/Goodea

```

```

Rel_Goo__RV_2 = IF (Goodea=0) THEN 0 ELSE prey_RV/Goodea
Rel_OreDe_2 = IF (Oreochromis=0) THEN 0 ELSE prey_Detritus/Oreochromis
Rel_OreDP_2 = IF (Oreochromis=0) THEN 0 ELSE prey_Diatomeas/Oreochromis
Rel_OreRV_2 = IF (Oreochromis=0) THEN 0 ELSE prey_RV/Oreochromis
Rel_PoeCla = IF (Poeciliopsis=0) THEN 0 ELSE prey_Clado/Poeciliopsis
Rel_PoeCo_2 = IF (Poeciliopsis=0) THEN 0 ELSE presa_cope/Poeciliopsis
Rel_PoeDe_2 = IF (Poeciliopsis=0) THEN 0 ELSE prey_Detritus/Poeciliopsis
Rel_PoeDP_2 = IF (Poeciliopsis=0) THEN 0 ELSE prey_Diatomeas/Poeciliopsis
Rel_PoeRV_2 = IF (Poeciliopsis=0) THEN 0 ELSE prey_RV/Poeciliopsis
Rel__OreoCo = IF(Oreochromis=0) THEN 0 ELSE prey_Clado/Oreochromis
Rel__OreoCo_2 = IF(Oreochromis=0) THEN 0 ELSE presa_cope/Oreochromis

```

A.6. Introducción de los valores de las tasas máximas de consumo y de mortalidad

```

Tasa_Con__Max_Charal = 2095
Tasa_de_Mort = 0.6
Tasa_de_Mortalidad = 0.5
Tasa_de_Nat_G = 1.4716
Tasa_de__Natalidad = 0.5
Tasa_de__Nat_Charal = 1.01
Tasa_Max_Con_Car = 36
Tasa_Max_Con_ChaCla = 1553
Tasa_Max_Con_GooRV = 6
Tasa_Max_Con_PoeCla = 8
Tasa_Max_OreoCo = 5
Tasa_Max_OreoCo_2 = 4
Tasa_Max_PoeCo = 10
Tasa_Max__Con = 38
Tasa_Max__Con_CaDe = 89
Tasa_Max__Con_CarRV = 91
Tasa_Max__Con_CarRV_2 = 91
Tasa_Max__Con_Goo = 15
Tasa_Max__Con_GooDe = 19
Tasa_Max__Con_GooDP = 154
Tasa_Max__Con_OreDe = 43
Tasa_Max__Con_OreDP = 99
Tasa_Max__Con_OreRV = 4
Tasa_Max__Con_PoeDe = 15
Tasa_Max__Con_PoeDP = 330
Tasa_Max__Con_PoeRV = 7
Tasa_MorCha = 0.8
Tasa_Mor_Clad = 0.21
Tasa_Mor_Det = 0.004
Tasa_Mor_DP = 0.245
Tasa_Mor_Goo = 0.86
Tasa_Mor_Oreo = 0.39
Tasa_Mor_poe = 0.5
Tasa_Mor_RV = 0.33
Tasa_Nat_Oreo = 0.7566
Tasa_Nat_Poe = 0.7
Tasa_Reg = 0.7
Taza_Max_ConGood = 15

```

A.7. Configuración de las vulnerabilidades

```

Vuln_CarCla      =      IF      (Rel_Carpa<Nivel_Int__Carp)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat__Clad*Rel_Vuln_Carpa,Tasa_Max__Con*Carpa)

```

```

vuln_ChaCla      =      IF      (Rel_Char1<nivel_de__intercambio_Cla)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat__Clad*Rel_vol_Presa,Tasa_Max_Con_ChaCla*Charal)
Vul_CarDe_2     =      IF      (RelCarDe_2<Nivel_de_Int)      THEN      0      ELSE      MIN
(Muert_Nat__Det*Rel_Vul_CarDe,Tasa_Max_Con_CaDe*Carpa)
Vul_CarpCo      =      if      (Relación_2<Nivel_Intr_Car_2      )THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_Co*Relacion__de_vul_para_Cop,Tasa_Max_Con_Car*Carpa)
Vul_CarRV_2     =      IF      (Rel_CarRV_2<Nivel_intr_Carp_2)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_RV*Rel_VUI_CarRV,Tasa_Max_Con_CarRV*Carpa)
Vul_CarRV_3     =      IF      (Rel_CarRV_3<Nivel_intr_Carp_3)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_RV*Rel_VUI_CarRV_2,Tasa_Max_Con_CarRV_2*Carpa)
Vul_ChaCo_3     =      IF      (RelCharal_2<nivel_de__intercambio_2)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_Co*Rel_vul_pres,Tasa_Max_Con_Max_Charal*Charal)
Vul_GooCla      =      IF      (Rel_GooCla<Nivel_Intr_Good)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat__Clad*Rel_Vul_Good,Taza_Max_ConGood*Goodea)
Vul_GooCo_2     =      IF      (Rel_GoodCo_2<Nivel_Int_Good_2)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_Co*Rel_Vul_GooCo,Tasa_Max_Con_Goo*Goodea)
Vul_GooDe_2     =      IF      (Rel_GooDe_2<Nivel_de_Inter_Goo_DET)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat__Det*Rel_VUI_GooDe,Tasa_Max_Con_GooDe*Goodea)
Vul_GooDP_2     =      IF      (Rel_GooDP_2<Nivel_Intr_Good_2)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_DP*Rel_VUI_GooDP,Tasa_Max_Con_GooDP*Goodea)
Vul_GooRV_2     =      IF      (Rel_Goo__RV_2<nivel_inter_Good_2)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_RV*Rel_VUI_GooRV,Tasa_Max_Con_GooRV*Goodea)
Vul_OreAlg_2    =      IF      (Rel_OreRV_2<Nivel_Intr_Oreo_2)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_RV*Rel_VUI__OreAlg,Tasa_Max_Con_OreRV*Oreochromis)
Vul_OreDe_2     =      IF      (Rel_OreDe_2<Nivel_Intr__Ore_2)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat__Det*Rel_VUI__OreDe,Tasa_Max_Con_OreDe*Oreochromis)
Vul_OreDP_2     =      IF      (Rel_OreDP_2<Nivel_Int_Ore_2)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_DP*Rel_VUI_OreDP,Tasa_Max_Con_OreDP*Oreochromis)
Vul_OreoCo      =      IF      (Rel__OreoCo<Nivel_Inter_Ore)      THEN      0      ELSE      MIN
(Muert_Nat__Clad*Rel_Vul_OreoCo,Tasa_Max_OreoCo*Oreochromis)
Vul_OreoCo_2    =      IF      (Rel__OreoCo_2<Nivel_Inter_Ore_2)      THEN      0      ELSE      MIN
(Muert_Nat_Co*Rel_Vul_OreoCo_2,Tasa_Max_OreoCo_2*Oreochromis)
Vul_PoeCla      =      IF      (Rel_PoeCla<Nivel_Int_Poe)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat__Clad*Rel_Vul_PoeCla,Tasa_Max_Con_PoeCla*Poeciliopsis)
Vul_PoeCo_2     =      IF      (Rel_PoeCo_2<Nivel_Inter_Poe_2)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_Co*Rel_Vul_PoeCo,Tasa_Max_PoeCo*Poeciliopsis)
Vul_PoeDe_2     =      IF      (Rel_PoeDe_2<Nivel_Inter_Poe_3)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat__Det*Rel_VUI_PoeDe,Tasa_Max_Con_PoeDe*Poeciliopsis)
Vul_PoeDP_2     =      IF      (Rel_PoeDP_2<Nivel_Intr_Poe_2)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_DP*Rel_VUI_PoeDP,Tasa_Max_Con_PoeDP*Poeciliopsis)
Vul_PoeRV_2     =      IF      (Rel_PoeRV_2<Nivel_Intr_Poe_3)      THEN      0      ELSE
MIN(Muert_Nat_RV*Rel_VUI_PoeRV,Tasa_Max_Con_PoeRV*Poeciliopsis)

```

A.8. Configuración de graficas en el modelo

```

Alt_Num__Ore = GRAPH(Nivel_Int_Ore_2)
(0.00, 0.9), (2.40, 0.91), (4.80, 0.92), (7.20, 0.93), (9.60, 0.94), (12.0, 0.95), (14.4, 0.96), (16.8, 0.97), (19.2,
0.98), (21.6, 0.99), (24.0, 1.00)
Fraccion_de_mort_Cop = GRAPH(Copepodos)
(2000, 1.00), (2050, 1.01), (2100, 1.02), (2150, 1.03), (2200, 1.04), (2250, 1.05), (2300, 1.06), (2350, 1.07),
(2400, 1.08), (2450, 1.09), (2500, 1.10), (2550, 1.15), (2600, 1.20), (2650, 1.25), (2700, 1.30), (2750, 1.35),
(2800, 1.40)
Fraccion_d_e_Nat_Carpa = GRAPH(Carpa/INIT(Carpa))
(0.00, 1.00), (0.01, 0.99), (0.02, 0.98), (0.03, 0.97), (0.04, 0.96), (0.05, 0.95), (0.06, 0.94), (0.07, 0.93), (0.08,
0.92), (0.09, 0.91), (0.1, 0.9)
Fraccion_mort_Carpa = GRAPH(Carpa/INIT(Carpa))
(0.00, 1.00), (0.01, 1.01), (0.02, 1.02), (0.03, 1.03), (0.04, 1.04), (0.05, 1.05), (0.06, 1.06), (0.07, 1.07), (0.08,
1.08), (0.09, 1.09), (0.1, 1.10)
Frac_de_Mor_Clad = GRAPH(Cladoceros/INIT(Cladoceros))

```

(800, 1.00), (881, 1.01), (963, 1.02), (1044, 1.03), (1125, 1.04), (1206, 1.05), (1288, 1.06), (1369, 1.07), (1450, 1.08), (1531, 1.09), (1613, 1.10), (1694, 1.15), (1775, 1.20), (1856, 1.25), (1938, 1.30), (2019, 1.35), (2100, 1.40)

Frac_de_Mor_DP = GRAPH(Diatomeas_Pre/INIT(Diatomeas_Pre))

(1e+006, 1.00), (1.4e+006, 1.01), (1.7e+006, 1.02), (2.1e+006, 1.03), (2.4e+006, 1.04), (2.8e+006, 1.05), (3.1e+006, 1.06), (3.5e+006, 1.07), (3.8e+006, 1.08), (4.2e+006, 1.09), (4.5e+006, 1.10), (4.9e+006, 1.15), (5.3e+006, 1.20), (5.6e+006, 1.25), (6e+006, 1.30), (6.3e+006, 1.35), (6.7e+006, 1.40)

Frac_de_Mor_RV = GRAPH(Restos_Vegetales_2)

(25.0, 1.00), (29.7, 1.01), (34.4, 1.02), (39.1, 1.03), (43.8, 1.04), (48.4, 1.05), (53.1, 1.06), (57.8, 1.07), (62.5, 1.08), (67.2, 1.09), (71.9, 1.10), (76.6, 1.15), (81.3, 1.20), (85.9, 1.25), (90.6, 1.30), (95.3, 1.35), (100, 1.40)

Frac_Mort_Charal = GRAPH(Charal)

(0.00, 1.00), (0.02, 1.01), (0.04, 1.02), (0.06, 1.03), (0.08, 1.04), (0.1, 1.05), (0.12, 1.06), (0.14, 1.07), (0.16, 1.08), (0.18, 1.09), (0.2, 1.10)

Frac_Mort_G = GRAPH(Goodea/INIT(Goodea))

(0.00, 1.00), (0.0003, 0.99), (0.0006, 0.98), (0.0009, 0.97), (0.0012, 0.96), (0.0015, 0.95), (0.0018, 0.94), (0.0021, 0.93), (0.0024, 0.92), (0.0027, 0.91), (0.003, 0.9)

Frac_Mort_Oreo = GRAPH(Oreochromis/INIT(Oreochromis))

(0.00, 1.00), (0.004, 1.01), (0.008, 1.02), (0.012, 1.03), (0.016, 1.04), (0.02, 1.05), (0.024, 1.06), (0.028, 1.07), (0.032, 1.08), (0.036, 1.09), (0.04, 1.10)

Frac_Mort_Poe = GRAPH(Poeciliopsis/INIT(Poeciliopsis))

(0.00, 1.00), (0.0024, 1.01), (0.0048, 1.02), (0.0072, 1.03), (0.0096, 1.04), (0.012, 1.05), (0.0144, 1.06), (0.0168, 1.07), (0.0192, 1.08), (0.0216, 1.09), (0.024, 1.10)

Frac_Nat_Charal = GRAPH(Charal)

(0.00, 1.00), (0.02, 0.99), (0.04, 0.98), (0.06, 0.97), (0.08, 0.96), (0.1, 0.95), (0.12, 0.94), (0.14, 0.93), (0.16, 0.92), (0.18, 0.91), (0.2, 0.9)

Frac_Nat_cop = GRAPH(Copepodos/INIT(Copepodos))

(1500, 1.00), (1600, 0.99), (1700, 0.98), (1800, 0.97), (1900, 0.96), (2000, 0.95), (2100, 0.94), (2200, 0.93), (2300, 0.92), (2400, 0.91), (2500, 0.9)

Frac_Nat_G = GRAPH(Goodea/INIT(Goodea))

(0.00, 1.00), (0.0003, 1.01), (0.0006, 1.02), (0.0009, 1.03), (0.0012, 1.04), (0.0015, 1.05), (0.0018, 1.06), (0.0021, 1.07), (0.0024, 1.08), (0.0027, 1.09), (0.003, 1.10)

Frac_Nat_Oreo = GRAPH(Oreochromis/INIT(Oreochromis))

(0.00, 0.9), (0.004, 0.91), (0.008, 0.92), (0.012, 0.93), (0.016, 0.94), (0.02, 0.95), (0.024, 0.96), (0.028, 0.97), (0.032, 0.98), (0.036, 0.99), (0.04, 1.00)

Frac_Nat_Poe = GRAPH(Poeciliopsis/INIT(Poeciliopsis))

(0.00, 1.00), (0.0024, 0.99), (0.0048, 0.98), (0.0072, 0.97), (0.0096, 0.96), (0.012, 0.95), (0.0144, 0.94), (0.0168, 0.93), (0.0192, 0.92), (0.0216, 0.91), (0.024, 0.9)

Frac_Reg_Cla = GRAPH(Cladoceros/INIT(Cladoceros))

(800, 1.00), (900, 0.99), (1000, 0.98), (1100, 0.97), (1200, 0.96), (1300, 0.95), (1400, 0.94), (1500, 0.93), (1600, 0.92), (1700, 0.91), (1800, 0.9)

Frac_Reg_DP = GRAPH(Diatomeas_Pre/INIT(Diatomeas_Pre))

(1e+006, 1.00), (1.6e+006, 0.99), (2.1e+006, 0.98), (2.7e+006, 0.97), (3.3e+006, 0.96), (3.8e+006, 0.95), (4.4e+006, 0.94), (5e+006, 0.93), (5.5e+006, 0.92), (6.1e+006, 0.91), (6.7e+006, 0.9)

Frac_Reg_RV = GRAPH(Restos_Vegetales_2)

(20.0, 0.9), (22.5, 0.91), (25.0, 0.92), (27.5, 0.93), (30.0, 0.94), (32.5, 0.95), (35.0, 0.96), (37.5, 0.97), (40.0, 0.98), (42.5, 0.99), (45.0, 1.00)

Num_Alt_Car = GRAPH(Nivel_Intr_Car_2)

(0.00, 0.6), (0.4, 0.7), (0.8, 0.8), (1.20, 0.85), (1.60, 0.9), (2.00, 0.917), (2.40, 0.933), (2.80, 0.95), (3.20, 0.966), (3.60, 0.983), (4.00, 1.00)

Num_Alt_Carp = GRAPH(Nivel_Int_Carp)

(0.00, 0.9), (0.3, 0.91), (0.6, 0.92), (0.9, 0.93), (1.20, 0.94), (1.50, 0.95), (1.80, 0.96), (2.10, 0.97), (2.40, 0.98), (2.70, 0.99), (3.00, 1.00)

Num_Alt_Good = GRAPH(Nivel_Int_Good_2)

(0.00, 0.6), (0.2, 0.7), (0.4, 0.8), (0.6, 0.85), (0.8, 0.9), (1.00, 0.917), (1.20, 0.933), (1.40, 0.95), (1.60, 0.966), (1.80, 0.983), (2.00, 1.00)

Num_Alt_Good_2 = GRAPH(Nivel_Intr_Good_2)

(0.00, 0.9), (4.00, 0.91), (8.00, 0.92), (12.0, 0.93), (16.0, 0.94), (20.0, 0.95), (24.0, 0.96), (28.0, 0.97), (32.0, 0.98), (36.0, 0.99), (40.0, 1.00)

Num_Alt_Ore = GRAPH(Nivel_Inter_Ore)

(0.00, 0.9), (0.2, 0.91), (0.4, 0.92), (0.6, 0.93), (0.8, 0.94), (1.00, 0.95), (1.20, 0.96), (1.40, 0.97), (1.60, 0.98), (1.80, 0.99), (2.00, 1.00)

Num_Alt_Ore_2 = GRAPH(Nivel_Inter_Ore_2)

(0.00, 0.6), (0.1, 0.7), (0.2, 0.8), (0.3, 0.85), (0.4, 0.9), (0.5, 0.917), (0.6, 0.933), (0.7, 0.95), (0.8, 0.966), (0.9, 0.983), (1, 1.00)

Num_alt_Ore_3 = GRAPH(Nivel_Intr_Oreo_2)
(0.00, 0.9), (0.3, 0.91), (0.6, 0.92), (0.9, 0.93), (1.20, 0.94), (1.50, 0.95), (1.80, 0.96), (2.10, 0.97), (2.40, 0.98), (2.70, 0.99), (3.00, 1.00)

Num_Alt_Poe = GRAPH(Nivel_Inter_Poe_3)
(0.00, 0.6), (0.6, 0.7), (1.20, 0.8), (1.80, 0.85), (2.40, 0.9), (3.00, 0.917), (3.60, 0.933), (4.20, 0.95), (4.80, 0.966), (5.40, 0.983), (6.00, 1.00)

Num_Alt_pre = GRAPH(nivel_de_intercambio_2)
(0.00, 0.00), (12.0, 0.2), (24.0, 0.4), (36.0, 0.6), (48.0, 0.7), (60.0, 0.75), (72.0, 0.8), (84.0, 0.85), (96.0, 0.9), (108, 0.95), (120, 1.00)

Num_Alt_presa2 = GRAPH(nivel_de_intercambio_Cla)
(0.00, 0.2), (7.20, 0.312), (14.4, 0.456), (21.6, 0.6), (28.8, 0.7), (36.0, 0.75), (43.2, 0.8), (50.4, 0.85), (57.6, 0.9), (64.8, 0.95), (72.0, 1.00)

Num_alt_Carp = GRAPH(Nivel_intr_Carp_2)
(0.00, 0.9), (3.20, 0.91), (6.40, 0.92), (9.60, 0.93), (12.8, 0.94), (16.0, 0.95), (19.2, 0.96), (22.4, 0.97), (25.6, 0.98), (28.8, 0.99), (32.0, 1.00)

Num_alt_Carp_2 = GRAPH(Nivel_intr_Carp_3)
(0.00, 0.9), (3.20, 0.91), (6.40, 0.92), (9.60, 0.93), (12.8, 0.94), (16.0, 0.95), (19.2, 0.96), (22.4, 0.97), (25.6, 0.98), (28.8, 0.99), (32.0, 1.00)

Num_Alt_Good = GRAPH(Nivel_Intr_Good)
(0.00, 0.9), (0.092, 0.91), (0.184, 0.92), (0.276, 0.93), (0.368, 0.94), (0.46, 0.95), (0.552, 0.96), (0.644, 0.97), (0.736, 0.98), (0.828, 0.99), (0.92, 1.00)

Num_Alt_Good_2 = GRAPH(nivel_inter_Good_2)
(0.00, 0.9), (0.2, 0.91), (0.4, 0.92), (0.6, 0.93), (0.8, 0.94), (1.00, 0.95), (1.20, 0.96), (1.40, 0.97), (1.60, 0.98), (1.80, 0.99), (2.00, 1.00)

Num_Alt_Poe = GRAPH(Nivel_Int_Poe)
(0.00, 0.9), (0.071, 0.91), (0.142, 0.92), (0.213, 0.93), (0.284, 0.94), (0.355, 0.95), (0.426, 0.96), (0.497, 0.97), (0.568, 0.98), (0.639, 0.99), (0.71, 1.00)

Num_Alt_Poe_2 = GRAPH(Nivel_Inter_Poe_2)
(0.00, 0.6), (1.10, 0.7), (2.20, 0.8), (3.30, 0.85), (4.40, 0.9), (5.50, 0.917), (6.60, 0.933), (7.70, 0.95), (8.80, 0.966), (9.90, 0.983), (11.0, 1.00)

Num_Alt_Poe_3 = GRAPH(Nivel_Intr_Poe_2)
(0.00, 0.9), (4.00, 0.91), (8.00, 0.92), (12.0, 0.93), (16.0, 0.94), (20.0, 0.95), (24.0, 0.96), (28.0, 0.97), (32.0, 0.98), (36.0, 0.99), (40.0, 1.00)

Num_Alt_Poe_4 = GRAPH(Nivel_Intr_Poe_3)
(0.00, 0.9), (0.3, 0.91), (0.6, 0.92), (0.9, 0.93), (1.20, 0.94), (1.50, 0.95), (1.80, 0.96), (2.10, 0.97), (2.40, 0.98), (2.70, 0.99), (3.00, 1.00)

Num_Res_CarRV = GRAPH(Rel_CarRV_2)
(0.00, 0.9), (3.20, 0.91), (6.40, 0.92), (9.60, 0.93), (12.8, 0.94), (16.0, 0.95), (19.2, 0.96), (22.4, 0.97), (25.6, 0.98), (28.8, 0.99), (32.0, 1.00)

Num_Res_CarRV_2 = GRAPH(Rel_CarRV_3)
(0.00, 0.9), (3.20, 0.91), (6.40, 0.92), (9.60, 0.93), (12.8, 0.94), (16.0, 0.95), (19.2, 0.96), (22.4, 0.97), (25.6, 0.98), (28.8, 0.99), (32.0, 1.00)

Num_Res_Pre = GRAPH(RelCarDe_2)
(0.00, 0.6), (1.10, 0.7), (2.20, 0.8), (3.30, 0.85), (4.40, 0.9), (5.50, 0.917), (6.60, 0.933), (7.70, 0.95), (8.80, 0.966), (9.90, 0.983), (11.0, 1.00)

Num_res_presa1 = GRAPH(RelCharal_2)
(0.00, 0.00), (12.0, 0.2), (24.0, 0.4), (36.0, 0.6), (48.0, 0.7), (60.0, 0.75), (72.0, 0.8), (84.0, 0.85), (96.0, 0.9), (108, 0.95), (120, 1.00)

Num_Res_to_GooDP = GRAPH(Rel_GooDP_2)
(0.00, 0.9), (4.00, 0.91), (8.00, 0.92), (12.0, 0.93), (16.0, 0.94), (20.0, 0.95), (24.0, 0.96), (28.0, 0.97), (32.0, 0.98), (36.0, 0.99), (40.0, 1.00)

Num_Res_to_PreOreDe = GRAPH(Rel_OreDe_2)
(0.00, 0.6), (0.9, 0.7), (1.80, 0.8), (2.70, 0.85), (3.60, 0.9), (4.50, 0.91), (5.40, 0.933), (6.30, 0.95), (7.20, 0.966), (8.10, 0.98), (9.00, 1.00)

Num_Res_to_GooRV = GRAPH(Rel_Goo_RV_2)
(0.00, 0.9), (0.2, 0.91), (0.4, 0.92), (0.6, 0.93), (0.8, 0.94), (1.00, 0.95), (1.20, 0.96), (1.40, 0.97), (1.60, 0.98), (1.80, 0.99), (2.00, 1.00)

Num_Res_to_PreGDe = GRAPH(Rel_GooDe_2/INIT(Rel_GooDe_2))
(0.00, 0.6), (0.7, 0.7), (1.40, 0.8), (2.10, 0.85), (2.80, 0.9), (3.50, 0.91), (4.20, 0.933), (4.90, 0.95), (5.60, 0.966), (6.30, 0.98), (7.00, 1.00)

Num_Res_to_Pre_PoeCla = GRAPH(Rel_PoeCla)
 (0.00, 0.9), (0.071, 0.91), (0.142, 0.92), (0.213, 0.93), (0.284, 0.94), (0.355, 0.95), (0.426, 0.96), (0.497, 0.97),
 (0.568, 0.98), (0.639, 0.99), (0.71, 1.00)
 Num_Res_OreAlg = GRAPH(Rel_OreRV_2)
 (0.00, 0.9), (0.3, 0.91), (0.6, 0.92), (0.9, 0.93), (1.20, 0.94), (1.50, 0.95), (1.80, 0.96), (2.10, 0.97), (2.40, 0.98),
 (2.70, 0.99), (3.00, 1.00)
 Num_Res_PreGoo = GRAPH(Rel_GoodCo_2/INIT(Rel_GoodCo_2))
 (0.00, 0.9), (0.2, 0.91), (0.4, 0.92), (0.6, 0.93), (0.8, 0.94), (1.00, 0.95), (1.20, 0.96), (1.40, 0.97), (1.60, 0.98),
 (1.80, 0.99), (2.00, 1.00)
 Num_res_presa = GRAPH(Relación_2/INIT(Relación_2))
 (0.00, 0.9), (0.4, 0.91), (0.8, 0.92), (1.20, 0.93), (1.60, 0.94), (2.00, 0.95), (2.40, 0.96), (2.80, 0.97), (3.20, 0.98),
 (3.60, 0.99), (4.00, 1.00)
 Num_res_presa_2 = GRAPH(Rel_Charl)
 (0.00, 0.2), (7.20, 0.3), (14.4, 0.436), (21.6, 0.6), (28.8, 0.7), (36.0, 0.75), (43.2, 0.8), (50.4, 0.85), (57.6, 0.9),
 (64.8, 0.95), (72.0, 1.00)
 Num_Res_ToGoo = GRAPH(Nivel_de_Inter_Goo_DET)
 (0.00, 0.6), (0.7, 0.7), (1.40, 0.8), (2.10, 0.85), (2.80, 0.9), (3.50, 0.917), (4.20, 0.933), (4.90, 0.95), (5.60,
 0.966), (6.30, 0.983), (7.00, 1.00)
 Num_Res_To_Alt = GRAPH(Nivel_de_Int)
 (0.00, 0.6), (1.10, 0.7), (2.20, 0.8), (3.30, 0.85), (4.40, 0.9), (5.50, 0.917), (6.60, 0.933), (7.70, 0.95), (8.80,
 0.966), (9.90, 0.983), (11.0, 1.00)
 Num_Res_To_Ore = GRAPH(Nivel_Intr_Ore_2)
 (0.00, 0.6), (0.9, 0.7), (1.80, 0.8), (2.70, 0.85), (3.60, 0.9), (4.50, 0.917), (5.40, 0.933), (6.30, 0.95), (7.20,
 0.966), (8.10, 0.983), (9.00, 1.00)
 Num_Res_to_OreDP = GRAPH(Rel_OreDP_2)
 (0.00, 0.9), (2.40, 0.91), (4.80, 0.92), (7.20, 0.93), (9.60, 0.94), (12.0, 0.95), (14.4, 0.96), (16.8, 0.97), (19.2,
 0.98), (21.6, 0.99), (24.0, 1.00)
 Num_Res_to_Poe = GRAPH(Rel_PoeCo_2)
 (0.00, 0.9), (1.10, 0.91), (2.20, 0.92), (3.30, 0.93), (4.40, 0.94), (5.50, 0.95), (6.60, 0.96), (7.70, 0.97), (8.80,
 0.98), (9.90, 0.99), (11.0, 1.00)
 Num_Res_to_PreDP = GRAPH(Rel_PoeDP_2)
 (0.00, 0.9), (4.00, 0.91), (8.00, 0.92), (12.0, 0.93), (16.0, 0.94), (20.0, 0.95), (24.0, 0.96), (28.0, 0.97), (32.0,
 0.98), (36.0, 0.99), (40.0, 1.00)
 Num_Res_to_PreGood = GRAPH(Rel_GooCla)
 (0.00, 0.9), (0.092, 0.91), (0.184, 0.92), (0.276, 0.93), (0.368, 0.94), (0.46, 0.95), (0.552, 0.96), (0.644, 0.97),
 (0.736, 0.98), (0.828, 0.99), (0.92, 1.00)
 Num_Res_to_PrePDe = GRAPH(Rel_PoeDe_2/INIT(Rel_PoeDe_2))
 (0.00, 0.6), (0.6, 0.7), (1.20, 0.8), (1.80, 0.85), (2.40, 0.9), (3.00, 0.917), (3.60, 0.933), (4.20, 0.95), (4.80,
 0.966), (5.40, 0.983), (6.00, 1.00)
 Num_Res_to_PrePRV = GRAPH(Rel_PoeRV_2)
 (0.00, 0.9), (0.3, 0.91), (0.6, 0.92), (0.9, 0.93), (1.20, 0.94), (1.50, 0.95), (1.80, 0.96), (2.10, 0.97), (2.40, 0.98),
 (2.70, 0.99), (3.00, 1.00)
 Num_Res_to_PreOreo = GRAPH(Rel_OreoCo/INIT(Rel_OreoCo))
 (0.00, 0.9), (0.2, 0.91), (0.4, 0.92), (0.6, 0.93), (0.8, 0.94), (1.00, 0.95), (1.20, 0.96), (1.40, 0.97), (1.60, 0.98),
 (1.80, 0.99), (2.00, 1.00)
 Num_Res_to_PreOreo_2 = GRAPH(Rel_OreoCo_2/INIT(Rel_OreoCo_2))
 (0.00, 0.9), (0.1, 0.91), (0.2, 0.92), (0.3, 0.93), (0.4, 0.94), (0.5, 0.95), (0.6, 0.96), (0.7, 0.97), (0.8, 0.98), (0.9,
 0.99), (1, 1.00)
 Num_Res_Pres = GRAPH(Rel_Carpa)
 (0.00, 0.9), (0.3, 0.91), (0.6, 0.92), (0.9, 0.93), (1.20, 0.94), (1.50, 0.95), (1.80, 0.96), (2.10, 0.97), (2.40, 0.98),
 (2.70, 0.99), (3.00, 1.00)
 Relacion_de_vul_para_Cop = GRAPH(Relación_2/INIT(Relación_2))
 (3.00, 1.00), (6.30, 1.01), (9.60, 1.02), (12.9, 1.03), (16.2, 1.04), (19.5, 1.05), (22.8, 1.06), (26.1, 1.07), (29.4,
 1.08), (32.7, 1.09), (36.0, 1.10)
 Rel_vol_Presa = GRAPH(Rel_Charl)
 (50.0, 1.00), (200, 1.10), (351, 1.20), (501, 1.30), (651, 1.40), (802, 1.50), (952, 1.60), (1102, 1.70), (1252,
 1.80), (1403, 1.90), (1553, 2.00)
 Rel_Vuln_Carpa = GRAPH(Rel_Carpa)
 (10.0, 1.00), (12.8, 1.01), (15.6, 1.02), (18.4, 1.03), (21.2, 1.04), (24.0, 1.05), (26.8, 1.06), (29.6, 1.07), (32.4,
 1.08), (35.2, 1.09), (38.0, 1.10)
 Rel_Vul_CarDe = GRAPH(RelCarDe_2)

(10.0, 1.00), (10.1, 1.01), (10.2, 1.02), (10.3, 1.03), (10.4, 1.04), (10.5, 1.05), (10.6, 1.06), (10.7, 1.07), (10.8, 1.08), (10.9, 1.09), (11.0, 1.10)

Rel_VUI_CarRV = GRAPH(Rel_CarRV_2)
(32.0, 0.9), (37.9, 0.91), (43.8, 0.92), (49.7, 0.93), (55.6, 0.94), (61.5, 0.95), (67.4, 0.96), (73.3, 0.97), (79.2, 0.98), (85.1, 0.99), (91.0, 1.00)

Rel_VUI_CarRV_2 = GRAPH(Rel_CarRV_3)
(32.0, 0.9), (37.9, 0.91), (43.8, 0.92), (49.7, 0.93), (55.6, 0.94), (61.5, 0.95), (67.4, 0.96), (73.3, 0.97), (79.2, 0.98), (85.1, 0.99), (91.0, 1.00)

Rel_Vul_GooCo = GRAPH(Rel_GoodCo_2/INIT(Rel_GoodCo_2))
(0.00, 0.9), (1.50, 0.91), (3.00, 0.92), (4.50, 0.93), (6.00, 0.94), (7.50, 0.95), (9.00, 0.96), (10.5, 0.97), (12.0, 0.98), (13.5, 0.99), (15.0, 1.00)

Rel_Vul_Good = GRAPH(Rel_GooCla)
(5.00, 1.00), (6.00, 1.01), (7.00, 1.02), (8.00, 1.03), (9.00, 1.04), (10.0, 1.05), (11.0, 1.06), (12.0, 1.07), (13.0, 1.08), (14.0, 1.09), (15.0, 1.10)

Rel_VUI_GooDe = GRAPH(Rel_GooDe_2)
(8.00, 1.00), (9.10, 1.01), (10.2, 1.02), (11.3, 1.03), (12.4, 1.04), (13.5, 1.05), (14.6, 1.06), (15.7, 1.07), (16.8, 1.08), (17.9, 1.09), (19.0, 1.10)

Rel_VUI_GooDP = GRAPH(Rel_GooDP_2)
(30.0, 1.00), (42.4, 1.01), (54.8, 1.02), (67.2, 1.03), (79.6, 1.04), (92.0, 1.05), (104, 1.06), (117, 1.07), (129, 1.08), (142, 1.09), (154, 1.10)

Rel_VUI_GooRV = GRAPH(Rel_Goo__RV_2)
(1.00, 0.9), (1.50, 0.91), (2.00, 0.92), (2.50, 0.93), (3.00, 0.94), (3.50, 0.95), (4.00, 0.96), (4.50, 0.97), (5.00, 0.98), (5.50, 0.99), (6.00, 1.00)

Rel_VUI_OreDP = GRAPH(Rel_OreDP_2)
(24.0, 1.00), (31.6, 1.01), (39.2, 1.02), (46.8, 1.03), (54.4, 1.04), (62.0, 1.05), (69.6, 1.06), (77.2, 1.07), (84.8, 1.08), (92.4, 1.09), (100.0, 1.10)

Rel_Vul_OreoCo = GRAPH(Rel__OreoCo/INIT(Rel__OreoCo))
(1.00, 1.00), (1.40, 1.01), (1.80, 1.02), (2.20, 1.03), (2.60, 1.04), (3.00, 1.05), (3.40, 1.06), (3.80, 1.07), (4.20, 1.08), (4.60, 1.09), (5.00, 1.10)

Rel_Vul_OreoCo_2 = GRAPH(Rel__OreoCo_2/INIT(Rel__OreoCo_2))
(1.00, 1.00), (1.30, 1.01), (1.60, 1.02), (1.90, 1.03), (2.20, 1.04), (2.50, 1.05), (2.80, 1.06), (3.10, 1.07), (3.40, 1.08), (3.70, 1.09), (4.00, 1.10)

Rel_Vul_PoeCla = GRAPH(Rel_PoeCla)
(2.00, 1.00), (2.60, 1.01), (3.20, 1.02), (3.80, 1.03), (4.40, 1.04), (5.00, 1.05), (5.60, 1.06), (6.20, 1.07), (6.80, 1.08), (7.40, 1.09), (8.00, 1.10)

Rel_Vul_PoeCla = GRAPH(Rel_PoeCla)
(2.00, 1.00), (2.60, 1.01), (3.20, 1.02), (3.80, 1.03), (4.40, 1.04), (5.00, 1.05), (5.60, 1.06), (6.20, 1.07), (6.80, 1.08), (7.40, 1.09), (8.00, 1.10)

Rel_VUI_PoeDe = GRAPH(Rel_PoeDe_2/INIT(Rel_PoeDe_2))
(5.00, 1.00), (5.10, 1.01), (5.20, 1.02), (5.30, 1.03), (5.40, 1.04), (5.50, 1.05), (5.60, 1.06), (5.70, 1.07), (5.80, 1.08), (5.90, 1.09), (6.00, 1.10)

Rel_VUI_PoeDP = GRAPH(Rel_PoeDP_2)
(30.0, 1.00), (60.0, 1.01), (90.0, 1.02), (120, 1.03), (150, 1.04), (180, 1.05), (210, 1.06), (240, 1.07), (270, 1.08), (300, 1.09), (330, 1.10)

Rel_VUI_PoeRV = GRAPH(Rel_PoeRV_2)
(1.00, 0.9), (1.60, 0.91), (2.20, 0.92), (2.80, 0.93), (3.40, 0.94), (4.00, 0.95), (4.60, 0.96), (5.20, 0.97), (5.80, 0.98), (6.40, 0.99), (7.00, 1.00)

Rel_vul_pres = GRAPH(RelCharal_2)
(100, 1.00), (300, 1.10), (499, 1.20), (699, 1.30), (898, 1.40), (1098, 1.50), (1297, 1.60), (1497, 1.70), (1696, 1.80), (1896, 1.90), (2095, 2.00)

Rel_VUI__OreAlg = GRAPH(Rel_OreRV_2)
(1.00, 0.9), (1.30, 0.91), (1.60, 0.92), (1.90, 0.93), (2.20, 0.94), (2.50, 0.95), (2.80, 0.96), (3.10, 0.97), (3.40, 0.98), (3.70, 0.99), (4.00, 1.00)

Rel_VUI__OreDe = GRAPH(Rel_OreDe_2/INIT(Rel_OreDe_2))
(20.0, 1.00), (22.3, 1.01), (24.6, 1.02), (26.9, 1.03), (29.2, 1.04), (31.5, 1.05), (33.8, 1.06), (36.1, 1.07), (38.4, 1.08), (40.7, 1.09), (43.0, 1.10)