Optimal Marketing Strategies For Modeling Real Settings: Improving The Multichannel in Banking

J. B. Clempner

***Abstract*— This paper presents a dynamic model approach to analyze the utility generated by a customer's buying behavior dynamics. The dynamic of the model is represented by a class of controllable finite Markov Decision Process (MDP). The MDP model the trajectory of the vendor across their states (segments) governed by transition probabilities. We show that the system and the trajectory dynamics converge. For representing the properties of the dynamics we introduce optimal policies to maximize the one-step ahead increment of the utility function. At each time period the system state provides all the information necessary for choosing an action. We model the vendor in terms of the customer behavior over time considering the actions proposed by the vendor in the marketing campaigns. Strategies dictate how the customer makes his decisions (choose a strategy). As a result of choosing a strategy the customer moves to a new (possibly different) state whose probability distribution depends on the previous state and the actions chosen. Validity of the proposed method is successfully demonstrated both, theoretically and by a simulated experiment related to multichannel for a bank.**

***Keywords*— marketing, Markov decision process, optimization, customer lifetime value, bank marketing.**

I. Introducción

A. Resumen

Una de las ventajas que las empresas tienen en el desarrollo de campañas publicitarias radica en la capacidad de predecir el comportamiento de compra futuro de los consumidores (antes que sus rivales lo hagan), no solamente en responder a las necesidades de los consumidores. Como consecuencia, las empresas requieren de invertir recursos para construir una relación de largo plazo con sus consumidores [10],[13]. Definir una campaña de publicidad, ajustar los parámetros, evaluar los gastos y calcular las ganancias es un proceso bien definido y relativamente sencillo. Sin embargo, evaluar la eficiencia y efectividad de la inversión de recursos del presupuesto de publicidad no es una tarea trivial. Uno de los mayores retos que encaran los ejecutivos de mercadeo es desarrollar campañas óptimas de publicidad capaces de atraer consumidores y retenerlos en el largo plazo. La inversión en una campaña de publicidad y la periodicidad de la misma son evaluadas basadas en la ganancia producida por un consumidor a lo largo de su tiempo de vida en la empresa.

En respuesta a las presiones competitivas ejercidas por las demandas de los consumidores y los constantes cambios en las condiciones del mercado, las compañas están "repensando" la manera en que planean las campañas de publicidad y seleccionan las mejores iniciativas de mercadeo. Las compañas están buscando modelos predictivos que puedan evolucionar y adaptarse a las estrategias cambiantes de mercadeo con el propósito de invertir eficientemente los recursos de publicidad maximizando la ganancia financiera generada por las inversiones en mercadeo.

Una clase muy amplia de procesos estocásticos controlables de Markov (usualmente llamados Modelos de Decisión de Markov) han sido estudiados por practicantes en las áreas de matemáticas, investigación de operaciones, ingenieros eléctricos y economistas matemáticos [9],[7],[11],[2],[3]. El diseño de controles óptimos ha sido usualmente basado en la obtención de ecuaciones de Bellman estocásticas (Programación Dinámica [1]), las cuales, en casos simples de procesos finitos, se ha demostrado que pueden ser transformadas en un problema de programación lineal de horizonte de tiempo infinito. Las ecuaciones de Bellman relacionan la función objetivo, por s misma, con un problema dinámico. Para los problemas de horizonte con tiempo finito esta aproximación requiere de la aplicación un procedimiento "backward" específico que, en general, es una tarea difícil de ejecutar. Por el contrario, la aplicación de políticas óptimas no requiere de ningún procedimiento "backward" (inclusive aplicando cualquier tipo de optimización local) y utilizan solamente la información actual en el pasado y la información actual de los estados del proceso que deberán ser optimizados. Los resultados más avanzados relacionados con los problemas de optimización han sido obtenidos para una clase específica de procesos finitos de Markov, donde el comportamiento futuro depende en solamente el estado actual del proceso y es independiente de su prehistoria [12].

Los procesos de decisión de Markov proveen un entorno matemático adecuado para estudiar problemas relacionados con sistemas probabilísticos [8]. Consisten de una conjunto de estados, acciones, probabilidades de transición y una función de utilidad. Un proceso de decisión de Markov es útil en el modelado de sistemas dinámicos para pronosticar comportamiento de compra de un consumidor. El objetivo de un proceso de decisión de Markov es maximizar la probabilidad de alcanzar un estado objetivo en un período de tiempo finito. Para alcanzar el objetivo, en cada período de tiempo el sistema provee la información necesaria para escoger una acción. Nosotros modelamos el comportamiento del consumidor considerando las acciones de mercadeo propuestas por el vendedor en las campañas de publicidad. Luego, como resultado de escoger una acción el sistema evoluciona a un estado (posiblemente diferente) con una probabilidad dada. Es importante hacer notar que en un proceso de decisión de Markov el siguiente estado depende del estado y acción anterior, y no depende de los estados o acciones del pasado.

J. B. Clempner, National Polytechnic Institute, Mexico City, Mexico, julio@clempner.name

B. Principales resultados esperados

Se considera una clase específica de cadenas controlables de Markov soportadas por una función de utilidad dada. Las políticas óptimas son definidas para minimizar el decremento "un-paso adelante" de la función de utilidad. Para formalizar la premisa, se propone una función no convergente que se incrementa y decrementa entre los estados del proceso de decisión. Entonces demostramos que es posible representar esa función en un formato recursivo usando políticas óptimas [4],[5],[6].

C. Organización del Artículo

El artículo está estructurado de la siguiente manera. La siguiente sección presenta los antecedentes matemáticos y la terminología necesaria para entender el resto del artículo. La sección III presenta el modelo de decisión para la formulación de la dinámica de comportamiento de compra de un consumidor. La sección IV presenta un ejemplo de aplicación relacionado con préstamos bancarios. Finalmente, en la sección V se presentan la conclusión y trabajos futuros.

II. Antecedentes

Denotemos con $\mathbb{R}$ al conjunto de los números reales y sea $\mathbb{N}$ el conjunto de enteros no negativos. Sea S un conjunto finito, llamado el *espacio de estados*, que consiste de todos los enteros positivos $N \in \mathbb{N}$ de estados $\{s(1),...,s(N)\}$. Una cadena de Markov estacionaria [6] es una secuencia de S-valores de variables aleatorias s_n, $n \in \mathbb{N}$, que satisfacen la siguiente condición de Markov:

Sea X un conjunto contable, llamado el *espacio de estado*, que consiste de todos lo posible enteros $N \in \mathrm{N}$ de estados $\{x(1),...,x(N)\}$. Una *cadena de Markov* es una secuencia de X-valores de variables aleatorias x_n, $n \in \mathrm{N}$, que satisfacen la siguiente condición de *Markov*:

$$
\begin{aligned}
P(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i), s_{n-1} = s(i_{n-1}),...,s_1 = s(i_1)) = \\
P(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i)) = \pi(ij)
\end{aligned} \tag{1}
$$

Una cadena de Markov puede ser representada por una gráfica completa cuyos nodos son los estados y cada $(x(i),x(j)) \in X^2$ es etiquetado por la probabilidad de transición (1). La matriz $\Pi = (\pi(ij))_{(x(i),x(j)) \in X} \in [0,1]^{X \times X}$ y determina la evolución de la cadena: para cada $k \in \mathrm{N}$, la potencia Π^k tiene en cada entrada $(x(i),x(j))$ la probabilidad de ir desde el estado $x(i)$ al estado $x(j)$ en exactamente k pasos.

Definición 1: Un proceso de *Decisión de Markov* es una 5-tupla

$$
PDM = \{S, A, \mathrm{K}, \Pi, U\} \tag{2}
$$

donde:

- S es un conjunto finito de estados, $S \subset \mathbb{N}$, dotado de una topología discreta;
- A es un conjunto de acciones, el cual es un espacio métrico. Para cada $s \in S$, $A(s) \subset A$ es un conjunto no vaco de acciones permitidas en el estado $s \in S$. Sin perder generalidad podemos tomar $A = \cup_{s \in S} A(s)$;
- $\Upsilon = \{(s,a) \mid s \in S, a \in A(s)\}$ es el conjunto de pares estado-acción permitidos, el cual es un subconjunto medible de $S \times A$;
- $\Pi(k) = [\pi(ij \mid k)]$ es una matriz estacionaria de transición controlada, donde
$$
\pi(ij \mid k) \equiv P(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i), a_n = a(k)) \tag{3}
$$
que representa la probabilidad asociada con la transición del estado $s(i)$ a el estado $s(j)$ bajo una acción $a(k) \in A(s(i))$, $k = 1,...,M$, and $i, j = 1,...,N$;
- $U : S \to \mathbb{R}$ es una función de utilidad, que asocia a cada estado un valor real.

Se dice que la propiedad de Markov del proceso de decisión en (2) es satisfecha si

$$
\begin{aligned}
&P(s_{n+1} \mid (s_1, s_2,...,s_{n-1}), s_n = s(i), a_n = a(k)) \\
&= P(s_{n+1} \mid s_n = s(i), a_n = a(k))
\end{aligned}
$$

La estrategia (política)

$$
d_n(k \mid i) \equiv P(a(k) \mid s_n = s(i))
$$

representa la medida de probabilidad asociada con la ocurrencia de una acción a_n desde el estado $s_n = s(i)$.

Los elementos de la matriz de transición para la cadena de Markov controlable puede ser expresada como

$$
P\{s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i)\}
$$

$$
\sum_{k=1}^{M} P\{s_{n+1} = s(j) \mid s_n a_k = a(k)\} d_n(k \mid i)
$$

Denotemos el conjunto $\{d_n(k \mid i)\}$ por Δ_n de la siguiente manera

$$
\Delta_n = \{d_n(k \mid i)\}_{k=\overline{1,M},\ i=\overline{1,N}}
$$

En este artículo vamos a investigar la clase de las llamadas políticas (estrategias) óptimas definidas a continuación.

Definición 2 *Una política* $\{\Delta_n^{loc}\}_{n \geq 0}$ *se dice que es localmente óptima si para cada* $n \geq 0$ *maximiza la esperanza matemática condicional de la función de utilidad* $U(s_{n+1})$ *bajo la condición que la prehistoria del proceso*

$$
\begin{aligned}
F_n := \{&\Delta_0, P\{s_0 = s(j)\}\ j = \overline{1,N}; ...; \Delta_{n-1}, \\
&P\{s_n = s(j)\}\ j = \overline{1,N}\}
\end{aligned}
$$

está fijada y no puede ser cambiada posteriormente, esto es, realiza la regla condicional de optimización " un-paso adelante"

$$
\Delta_n^{oc} := \arg\max_{\Delta_n} \mathrm{E}\{U(s_{n+1}) \mid F_n\} \tag{4}
$$

donde $U(s_{n+1})$ es la función de utilidad en el estado s_{n+1}.

Denotemos por $\mathbf{U}_{n+1}^{d}$ la función de utilidad promedio en el estado s_{n+1} y tiempo $(n+1)$, específicamente,

$$\mathbf{U}_{n+1} := \mathrm{E}(U(s_{n+1}) \mid d_n)$$

donde $U(s_{n+1})$ es la función de utilidad en el estado s_{n+1} y, $\mathrm{E}(\cdot \mid d_n)$ es el operador de la esperanza matemática condicional sujeto a la restricción que en tiempo n la estrategia mixta d_n ha sido aplicada.

III. Formulación de la Dinámica de Comportamiento de Compra de un Consumidor

A. La Función Estado-Valor

Definamos la probabilidad de estar en el siguiente estado de la siguiente manera:

$$P(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i)) =$$
$$\sum_{k=1}^{M} P(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i), a(k)) d_n(k \mid i) =$$
$$\sum_{k=1}^{M} \pi(ij \mid k) d_n(k \mid i)$$

La función de utilidad U de toda política fija d está definida sobre todas las posibles combinaciones de estados y acciones, e indica el valor esperado considerando la acción a en el estado s y siguiendo la política d a partir de *a*. Los *U*-valores para todos los estados de (2) pueden ser expresado por

$$\mathrm{E}(U(s_{n+1}) \mid d_n) := \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{M} U(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i), a_n = a(k))\, \pi(ij \mid k) d_n(k \mid i) P(s_n = s(i)) \tag{5}$$

donde $U(s_{n+1} = s(i) \mid s_n = s(i), a_n = a(k))$ es una constante en el estado $s(i)$ cuando la acción $a(k)$ es aplicada (sin perder generalidad puede ser considerada positiva) y $P(s_n)$ para cada $P(s_0)$ dada está definida de la siguiente manera

$$P(s_{n+1} = s(j)) = \sum_{i=1}^{N} P(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i))$$
$$= \sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{k=1}^{M} \pi(ij \mid k) d_n(k \mid i)\right) P(s_n = s(i))$$

en formato matricial tenemos

$$\mathbf{p}_{n+1} = (\mathbf{\Pi}_n)^{\mathrm{T}} \mathbf{p}_n$$
$$(\mathbf{\Pi}_n)_{ij} := \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{M} \pi(ij \mid k) d_n(k \mid i)$$

Comentario 1 *Vamos a asumir que* $U(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i), a_n = a(k))) > 0$ *. De hecho, por la identidad*

$$\mathrm{E}(U(s_{n+1}) \mid d_n) = \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{M} U(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i), a_n = a(k)) \pi(ij \mid k) d_n(k \mid i) P(s_n = s(i))$$
$$= \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{M} [U(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i), a_n = a(k)) - c] \pi(ij \mid k) d_n(k \mid i) P(s_n = s(i)) + const$$

la maximización de la función de estado-valor $\mathrm{E}^d(U(s_n)$ es equivalente a la maximización de la función $\mathrm{E}(U(s_{n+1}) \mid d_n)$ donde $U(s_n) = U(s_n) - const$ la cual es estrictamente positiva si tomamos

$$0 < const < \max_{1 \le i \le N, 1 \le k \le M} U(s_n = s(i) \mid s_n = s(i), a_n = a(k)) \tag{6}$$

B. Política Óptima

En formato vectorial la fórmula (5) puede ser expresada como

$$\mathbf{U}_{n+1} := \mathrm{E}(U(s_{n+1}) \mid d_n) = \sum_{i=1}^{N}[\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{M} U(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i), a_n = a(k)) \pi(ij \mid k) d_n(k \mid i)] P(s_n = s(i))) = \langle \mathbf{w}_n, \mathbf{p}_n \rangle \tag{7}$$

donde

$$(\mathbf{w}_n)_i := \sum_{k=1}^{M}\left[\sum_{j=1}^{N} U_n(ij \mid k) \pi(ij \mid k)\right] d_n(k \mid i)$$
$$U_{n+1}(ij \mid k) := U(s_{n+1} = s(j) \mid s_n = s(i), a_n = a(k)) \tag{8}$$

Introduzcamos la siguiente Proposición.

Proposición 1 *Sea* S *un simplex en* $\mathbf{R}^M$ *, esto es,*

$$\mathsf{S} = \{u \in \mathbf{R}^M \mid \sum_{k=1}^{M} u(k) = 1, u(k) \ge 0\} \tag{9}$$

Entonces,

$$\max_{u \in \mathsf{S}} \sum_{k=1}^{M} v(k) u(k) = \max_{k=1,\ldots,M} v(k) = v(\alpha) \tag{10}$$

y el mínimo es alcanzado por lo menos para $u = \left(\underbrace{0,0,\ldots,0,1}_{\alpha},0,\ldots,0\right)$.

Como resultado tenemos

$$\mathbf{U}_{n+1} = \langle \mathbf{w}_n, \mathbf{p}_n \rangle = \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{w}_n)_i (\mathbf{p}_n)_i \le$$
$$\sum_{i=1}^{N} \max_{d_n(k|i) \in \Delta} (\mathbf{w}_n)_i (\mathbf{p}_n)_i = \tag{11}$$
$$\sum_{i=1}^{N} (\mathbf{p}_n)_i \max_{k=1,\ldots,M}\left[\sum_{j=1}^{N} U_{ij|k} \pi(ij \mid k)\right]$$

Entonces, dada una prehistoria fija de procesos $(\mathbf{p}_0, d_0, d_1, \ldots, d_{n-1})$

$$\max_{d_n} \mathbf{U}_{n+1} = \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{p}_n)_i \left[\sum_{j=1}^{N} U_{ij|k} \pi(ij \mid k) \right] \tag{12}$$

La identidad en (12) es alcanzada por la política estacionaria óptima

$$d_n^*(k^* \mid i) = \delta_{k^*(i),i} \quad for\ all\ \ n = 0,1,.. \tag{13}$$

donde $\delta_{k^*(i),i}$ es el símbolo de Kronecker y $k^*(i)$ es una índice para el cual

$$\sum_{j=1}^{N} U_n(ij \mid k^*) \pi(ij \mid k^*(i)) \geq$$
$$\sum_{j=1}^{N} U_n(ij \mid k) \pi(ij \mid k) := W_n(ik) \tag{14}$$
$$\forall k = 1,\ldots,M$$

Como resultado podemos establecer el siguiente Lema.

Lema 1 *Dada una política óptima, los U-valores para todos los pares estado-acción de (5) en formato matricial recursivo se transforma en*

$$\mathbf{U}_{n+1} = \left\langle \mathbf{w}^*, \mathbf{p}_n \right\rangle \tag{15}$$

Donde

$$\mathbf{w}^* := \left((\mathbf{w}^*)_1, \ldots, (\mathbf{w}^*)_N \right) \tag{16}$$

Entonces

$$(\mathbf{w}^*)_i := \sum_{j=1}^{N} U(ij \mid k) \pi(ij \mid k^*(i)) = \max_{k=1,M} W(ik) \tag{17}$$

Comentario 2 *Bajo la estrategia óptima (13) la probabilidad del vector de estado* $\mathbf{p}_n$ *satisface la siguiente relación*

$$\mathbf{p}_{n+1} = \left(\mathbf{\Pi}^* \right)^{\mathrm{T}} \mathbf{p}_n = \left(\left(\mathbf{\Pi}^* \right)^{\mathrm{T}} \right)^{n+1} \mathbf{p}_0 \tag{18}$$

donde

$$(\mathbf{\Pi}^*)_{ij} := \sum_{k=1}^{M} \pi(ij \mid k) \delta_{k^*(i),i} = \pi(ij \mid k^*(i)) \tag{19}$$

Comentario 3 *Bajo la estrategia óptima (13) la probabilidad del vector de estado* $\mathbf{p}_n$ *satisface la siguiente relación*

C. Verificación de Ergodicidad

En esta sección se presentan dos teoremas para la verificación de ergodicidad en cadenas de Markov y el cálculo del coeficiente de ergodicidad (ver [6]).

Teorema 1 (Teorema de ergodicidad) *Para un estado* $j_0 \in (1,\ldots,N)$ *de una cadena Markov (estacionaria) con matriz de transición* $\mathbf{\Pi}$ *y un* $n > 0$, $\xi \in (0,1)$ *para todo* $i \in \mathsf{G}$

$$\pi_n(ij_0) := P(s_n = s(j_0) \mid s_0 = s(i)) \geq \xi. \tag{20}$$

Entonces, para cualquier distribución inicial $P\{s_0 = s(i)\}$ y cualquier $i, j = 1,\ldots,N$ existe el límite

$$p^*(j) := \lim_{t \to \infty} \pi_t(ij) \tag{21}$$

tal que para cualquier $t \geq 0$ este límite es alcanzable con una razón exponencial dada por

$$\left| \pi_t(ij) - p^*(j) \right| \leq (1-\xi)^t = e^{-\alpha t} \tag{22}$$

donde $\alpha := \left| \ln(1-\xi) \right|$.

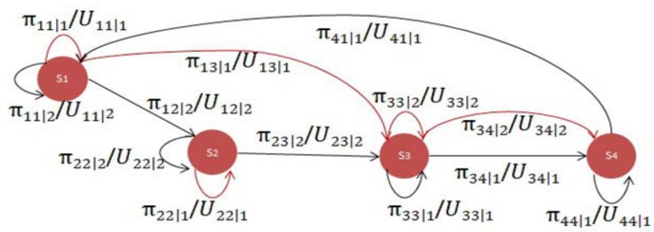

Figure 1: Segmentos del Banco

Teorema 2 *Si para una cadena finita de Markov controlable por la política óptima dada en (13), la cota inferior estimada del coeficiente de ergodicidad dada por*

$$\chi_{erg} := \min_{n_0} \max_{j=1,\ldots,N} \min_{i=1,\ldots,N} \tilde{\pi}_{n_0}^*(ij) \tag{23}$$

es estrictamente positiva, esto es, $\chi_{erg} > 0$, entonces se satisfacen las siguientes propiedades:

1) existe una única distribución estacionaria

$$\mathbf{p}^* = \lim_{n \to \infty} \mathbf{p}_n \tag{24}$$

2) la convergencia del estado actual de distribución al estado estacionario final es exponencial y está dada por:

$$\left| \mathbf{p}_n(i) - \mathbf{p}^*(i) \right| \leq C \exp\{-Dn\}$$
$$C = \frac{1}{1-\chi_{erg}^t}, \quad D = \frac{1}{n_0^{t*}} \ln C, \tag{25}$$
$$n_0^* = \arg\min_{n_0} \left[\max_{j=1,\ldots,N} \min_{i=1,\ldots,N} \tilde{\pi}_{n_0}^*(ij) \right]$$

IV. Ejemplo de Aplicación

Un banco decide enviar publicidad a través de tres diferentes canales (teléfono móvil, correo electrónico, radio) y desea establecer que canal es el más adecuado para cada tipo de cliente. Los clientes están segmentados en cuatro grupos: Alto Valor, Potenciales, Esporádicos, Frecuentes (ver Fig. 1).

Sea $N = 4$ el número de estados y sea $M = 3$ el número de acciones. La función de utilidad es definida por

$$U(ij \mid 1) = \begin{bmatrix} 4 & 15 & 19 & 14 \\ 2 & 12 & 9 & 6 \\ 1 & 16 & 11 & 12 \\ 18 & 5 & 13 & 1 \end{bmatrix} \quad U(ij \mid 2) = \begin{bmatrix} 60 & 16 & 19 & 7 \\ 6 & 14 & 11 & 15 \\ 9 & 16 & 11 & 8 \\ 14 & 6 & 83 & 18 \end{bmatrix}$$

$$U(ij \mid 3) = \begin{bmatrix} 23 & 38 & 30 & 19 \\ 16 & 37 & 8 & 18 \\ 37 & 16 & 18 & 14 \\ 12 & 14 & 9 & 15 \end{bmatrix}$$

y sea la matriz de transición queda definida de la siguiente manera

$$\pi(ij\,|\,1)=\begin{bmatrix}0.0121 & 0.0000 & 0.8981 & 0.0898\\ 0.2992 & 0.6522 & 0.0447 & 0.0038\\ 0.4324 & 0.5405 & 0.0000 & 0.0270\\ 0.7149 & 0.0948 & 0.0875 & 0.1028\end{bmatrix}$$

$$\pi(ij\,|\,2)=\begin{bmatrix}0.3836 & 0.0836 & 0.5328 & 0.0000\\ 0.1212 & 0.1441 & 0.7204 & 0.0144\\ 0.8344 & 0.0003 & 0.0000 & 0.1652\\ 0.8742 & 0.0993 & 0.0165 & 0.0099\end{bmatrix}$$

$$\pi(ij\,|\,3)=\begin{bmatrix}0.0127 & 0.0013 & 0.9658 & 0.0202\\ 0.0149 & 0.0000 & 0.9851 & 0.0000\\ 0.8117 & 0.0901 & 0.0089 & 0.0893\\ 0.3971 & 0.0793 & 0.5153 & 0.0083\end{bmatrix}$$

El vector de estado inicial se supone es uniforme, esto es, $P(s_0 = j) = 0.33$. Para la estrategia óptima d^* (13), y la estrategia óptima k^* los siguientes resultados han sido obtenidos:

$$\pi^*=\begin{bmatrix}0.0121 & 0.0000 & 0.8981 & 0.0898\\ 0.0149 & 0.0000 & 0.9851 & 0.0000\\ 0.8344 & 0.0003 & 0.0000 & 0.1652\\ 0.3971 & 0.0793 & 0.5153 & 0.0083\end{bmatrix} \qquad d^*=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$n_0 = 2, \chi_{erg} = 0.8222\ ,\ w^* = [18.3690, 8.1196, 8.8371, 10.6375]$$

El En la Fig. 2 el comportamiento de la función de estado-valor muestra la utilidad óptima para el banco.

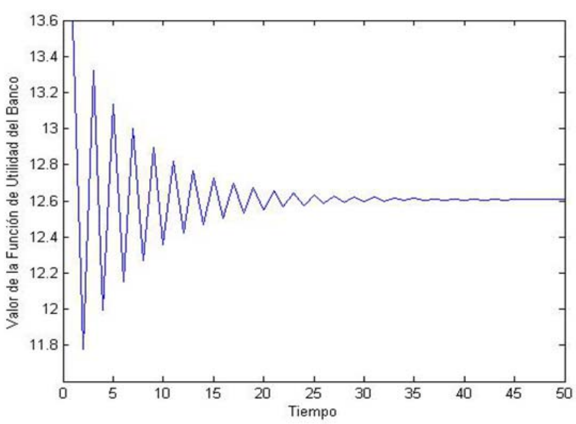

Figure 2: Utilidad Óptima del Banco

V. Conclusión y Trabajos Futuros

En este artículo se presenta un modelo dinámico que la analiza la utilidad generada por el comportamiento de compra de un consumidor. Un proceso de decisión de Markov es utilizado para modelar el comportamiento del consumidor y obtener la utilidad óptima. Es importante hacer notar que las probabilidades de transición pueden ser estimadas a partir de los datos transaccionales de una empresa. Las acciones asociadas a los estados corresponden con las acciones de las campañas de mercadeo. El marco de optimización propuesto y los formalismos proveen una diferencia significativa en la conceptualización del dominio del problema en el área de mercadeo. Con la introducción de este método se propone un modelo que es natural y que garantiza convergencia de la función de utilidad y, además, es computacionalmente tratable.

Sin duda existen varios retos teóricos que requieren ser considerados en trabajos futuros relacionados con la optimización del portafolio de clientes, la optimización de los programas de publicidad y la optimización de la canasta de mercadeo. Este artículo tiene implicaciones interesantes en modelos con varios participantes y pude ser mejorado utilizando técnicas inspiradas en modelos dinámicos basados en teoría de juegos.

Reconocimiento

El autor desea agradecer al Dr. Alexander Poznyak por su invaluable aportación en el desarrollo de este artículo.

Referencias

[1] R. E. Bellman, “Dynamic Programming. Princeton”, Univ. Press, Princeton N.J., 1957.
[2] D. P. Bertsekas, “Dynamic Programming: Deterministic and Stochastic Models”, Prentice--Hall, Englewood Cliffs, N.Y., 1987.
[3] D. P. Bertsekas and J. N. Tsitsiklis, “Parallel and Distributed Computation: Numerical Methods”, Prentice--Hall, Englewood Cliffs, N.Y., 1989.
[4] J. B. Clempner and A. S. Poznyak, “Convergence Properties and Computational Complexity Analysis for Lyapunov Games”, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, vol. 21, no. 2, pp. 349-361, 2011.
[5] J. B. Clempner. Mono-Objective Function Analysis Using an Optimization Approach. IEEE Latin America Transactions, vol. 12, no. 2, pp. 300-305, 2014.
[6] J. B. Clempner and A. S. Poznyak. Simple Computing of The Customer Lifetime Value: A Fixed Local-Optimal Policy Approach. Journal of Systems Science and Systems Engineering. vol. 23, no. 4, pp. 439-459, 2014.
[7] C. Derman, “Finite State Markovian Decision Processes”, Academic Press, N.Y., 1970.
[8] O. Hernández-Lerma and J.B. Lasserre, “Discrete-Time Markov Control Process: Basic Optimality Criteria”--- Berlin, Germany : Springer, 1996.
[9] R. A. Howard, “Dynamic Programming and Markov Processes”, MIT Press, Cambridge, 1960.
[10] M. D. Johnson and F. Selnes. Customer Portfolio Management: Toward a Dynamic Theory of Exchange Relationship. Journal of Marketing, vol. 68, pp. 1-17. 2004.
[11] H. Kushner, “Introduction to Stochastic Control”, Holt, Rinehart, and Winston, N.Y., 1971.
[12] A. S. Poznyak, K. Najim and E. Gomez-Ramirez, “Self-learning control of finite Markov chains”, Marcel Dekker, Inc., New York, 2000.
[13] J. S. Thomas, W. Reinartz and V. Kumar. Getting The Most Out of All Your Customers. Harvard Business Review, pp. 116-123, July-August, 2004.

Dr. Julio Clempner holds a Ph.D. in Computer Science from the Center for Computing Research at the National Polytechnic Institute. Dr. Clempner research interests are focused on game theory and optimization. This interest has lead to several streams of research. One stream is on the use of Markov decision processes for formalizing the previous ideas. A second stream is on the use of Petri nets as a language for modeling decision process and game theory introducing colors, hierarchy, etc. The final stream examines the possibility to meet modal logic, decision processes and game theory. He is a member of the Mexican National System of Researchers, and of North American and European professional organizations. Dr. Julio Clempner also is working for the Editorial Board of journals with JCR impact factor.