Estudio sobre las nociones Básicas de Probabilidad con estudiantes de nivel Medio Superior

Elena Fabiola Ruiz Ledesma
CECyT 11, "Wilfrido Massieu", IPN
Av. De los Maestros 217 C.P.
11340 Col. Casco de Santo Tomás
elen_fruiz@yahoo.com.mx

Resumen

El presente trabajo muestra la fase exploratoria, con sus resultados, del proyecto de investigación con No. de registro en CGPI 20060713, desarrollado de febrero a diciembre de 2006. Dicha fase estuvo centrada en realizar un diagnóstico del pensamiento probabilístico de los estudiantes de nivel medio superior, frente a tareas que involucran situaciones de azar. Para ello se diseñó un cuestionario que fue aplicado a 228 estudiantes de segundo, tercero y sexto semestres del CECyT 11 Wilfrido Massieu, Para el análisis se tomó en cuenta la categorización de las respuestas de los estudiantes basada en los niveles cognitivos del modelo SOLO[1]. Con base en lo obtenido se determinó que la posición que asumen los estudiantes frente a situaciones de aleatoriedad está basada, generalmente, en sus intuiciones personales. Los resultados mostraron la necesidad de emplear distintos recursos, como el uso de simulaciones, para la enseñanza de la Probabilidad y Estadística.

Palabras Claves: Probabilidad, pensamiento probabilístico, situaciones de azar.

Antecedentes

El problema de la enseñanza de la probabilidad en el bachillerato

Batanero (en prensa) menciona que aunque la enseñanza de la probabilidad ha estado presente en los currículos escolares en los últimos años, se ha encontrado una tendencia reciente a renovar su enseñanza, haciéndola más experimental, de tal forma que pueda proporcionar a los alumnos una experiencia estocástica desde su infancia. Estos cambios nos hacen reflexionar sobre la naturaleza de la probabilidad, y los componentes de su comprensión.

El problema que manifiestan los maestros con la enseñanza de la probabilidad

La enseñanza de temas probabilísticos se realiza tradicionalmente de manera teórica, definiendo conceptos y manipulando fórmulas. Sin embargo, resulta necesario enfrentar al alumno con sucesos aleatorios, buscando actividades adecuadas para suscitar su curiosidad y conducirlo para que se enfrente con las ideas falsas que pueda tener (Batanero, 2001).

Resulta importante considerar el papel que desempeña tanto el profesor como el alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El papel que desempeña el profesor es de gran relevancia para el logro de los objetivos en la enseñanza de la probabilidad en el nivel medio superior, ya que en gran parte, de él depende la elección de las estrategias o actividades idóneas para promover en los alumnos el desarrollo de su pensamiento probabilístico; así como, las habilidades y competencias para enfrentar situaciones cotidianas en las que interviene el azar o cuya ocurrencia sea incierto (Alarcón, Bonilla, Nava, Rojano y Quintero, 2001).

Además, Garfield y Ahlgren (1988) mencionan que la enseñanza de la comprensión conceptual en probabilidad todavía parece ser una tarea difícil, cargada de ambigüedad e ilusión.

[1] Structure of the Observed Learning Outcome

Por lo anterior, es necesario que el maestro involucre actividades que le permitan conocer el nivel cognitivo y los procesos de pensamiento de sus alumnos, de tal forma que pueda implementar tareas para desarrollar en ellos su pensamiento probabilístico.

Delimitación del problema

De lo anterior surge la pregunta que fue guía en la fase de diagnóstico de la investigación: ¿Cuáles son las nociones básicas que tienen los estudiantes de nivel medio superior acerca de la probabilidad? Para contestarnos esta pregunta, se elaboró un cuestionario de exploración, se concentraron los resultados en una tabla y se hizo un análisis cualitativo.

Marco Teórico

Desarrollo cognitivo de los estudiantes

Biggs & Collis (1991), en su Modelo de Desarrollo Cognitivo, describen cinco modos de funcionamiento como niveles de abstracción. De acuerdo con dicho modelo, los estudiantes de nivel medio superior están ubicados en el Modo Formal, donde los alumnos resuelven problemas con las herramientas obtenidas en la escuela e incluso por la misma experiencia.

Taxonomía SOLO.

El marco conceptual del trabajo está constituido por la taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome), "Estructura de los Resultados de Aprendizaje Observados", ya que permite interpretar los niveles de pensamiento del estudiante y evaluar su calidad de aprendizaje.

Esta taxonomía permitió explorar los niveles de pensamiento de los estudiantes y ubicarlos, de acuerdo a las respuestas dadas en el instrumento de indagación, en los niveles que a continuación se mencionan

Nivel	Explicación General
Pre Estructural	• Realiza la tarea, pero el estudiante esta distraído o equivocado en aspectos irrelevantes, pertenece a un estado o modo previo. • Ideas que se alejan totalmente de los resultados esperados.
Uni Estructural	• El estudiante se enfoca en el dominio de un aspecto y trabaja con él. • Se manifiesta al menos un elemento que se considera en el resultado esperado.
Multi Estructural	• El estudiante muestra muchas características correctas y relevantes, pero no son integradas. • Presenta ideas más pertinentes o correctas pero no las integra.
Relacional	• Ahora el estudiante integra una parte con otras, pero de manera completa en una estructura coherente y con significado.

Tabla 1. Descripción de los niveles de la Taxonomía SOLO

Componentes

A continuación se describen las componentes importantes que guían nuestro trabajo.

- *El azar no es más que la medida de nuestra ignorancia. Los fenómenos fortuitos son, por definición aquellos cuyas leyes ignoramos* (Poincaré, citado en Batanero, 2001, p. 12)
- *Llamaremos experimento azaroso o aleatorio a todo aquel suceso en el que interviene el azar… La probabilidad es la rama de las matemáticas que estudia los experimentos aleatorios… Se llama probabilidad al número que mide el azar* (Almaguer, Bazaldúa, Cantú y Rodríguez, 1993, p. 343).
- *Si se conoce el total de posibles resultados, podríamos determinar la probabilidad, mediante la razón formada entre el total de casos favorables y el total de casos*

posibles. A la probabilidad así obtenida se llama probabilidad teórica (Almaguer, Bazaldúa, Cantú y Rodríguez, 1993, p. 348).

Metodología

Participantes.

Los sujetos de este estudio fueron 226 alumnos correspondientes a segundo, cuarto y sexto semestres, elegidos al azar de los distintos grupos y de las cuatro carreras que se dan en el CECyT 11.

Instrumento.

Para explorar algunas de las nociones que los estudiantes tienen sobre probabilidad, se diseñó un cuestionario que consta de 11 preguntas; el cuestionario está dividido en cuatro secciones: *Suerte (reactivos 1 y 2), Imparcialidad (4 y 5), Lenguaje (7 y 8)* y *Comparación de Probabilidades (9 y 10)*. Algunas preguntas se tomaron de distintas fuentes: Jones, Langrall, Thornton & Mogill (1997) y Green (1982) y se realizaron algunas modificaciones.

Procedimiento.

Se aplicó el cuestionario de indagación a principios del mes de febrero del 2006 debido a que iniciaba el semestre de Probabilidad y Estadística y los estudiantes no habían revisado nada en relación a la Probabilidad durante el nivel Medio Superior. Los antecedentes con los que contaban eran los conocimientos que traían en niveles educativos previos. Tuvieron 50 minutos para su resolución.

Se concentraron los resultados, se hizo la categorización de acuerdo a lo establecido en la taxonomía de SOLO, se elaboraron las gráficas correspondientes y se realizó el análisis cualitativo.

Presentación y Análisis de la Información.

A continuación se presentan 3 preguntas del cuestionario, a manera de ejemplificar el tratamiento de la información, el cual se hizo de manera similar para cada una de las 11 preguntas

Pregunta 2

2.- Si lanzas un dado ¿A que número apostarías?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 f) 6 g) Cualquiera de las anteriores.

*¿Por ué?*_____

En esta cuestión, se ubicó en un nivel *Pre-Estructural*, a estudiantes cuyas respuestas no son las esperadas y se encuentran fuera de contexto, así mismo, hacen referencia a experiencias personales o simplemente no responden; por ejemplo, inciso e), "Por que el número cinco es de mi suerte, b), "es mi número de lista".

En el nivel *Uni-Estructural* se consideran estudiantes que eligen la opción adecuada, pero dan una justificación sin mencionar alguna de las componentes de estudio (probabilidad o azar); por ejemplo, inciso g), "hay algunas veces que siempre cae ese número"; o viceversa, inciso c), "por que es al Azar".

En *Multi-Estructural*, a estudiantes que eligen la opción adecuada e integran en su justificación alguna de las componentes, pero sin relacionarlas de manera conveniente, por ejemplo, g), "Por que también es un juego de azar y podría caer en cualquier numero" ó "porque todos los Números tienen las mismas posibilidades"

Dentro del nivel *Relacional* ubicaríamos a aquellos estudiantes que coordinan la probabilidad y el azar, estableciendo una relación conveniente entre ellas; además, que mencionen en su justificación el valor de la probabilidad. Sin embargo, no indicamos ejemplos ya que no hubo estudiantes dentro de este nivel cognitivo.

La tabla siguiente muestra los resultados correspondientes a esta pregunta.

Grado	Nivel Cognitivo				Total
	Pre-estructural	Uni-estructural	Multi-estructural	Relacional	
Segundo	38.78	50.00	11.22	0	100
Terecro	38.46	53.85	7.69	0	100
Sexto	46.08	42.16	11.76	0	100
Total	42.04	46.90	11.06	0	100

Tabla 4. Categorización de la pregunta 2, datos proporcionados en %

En esta tabla podemos observar que del total de estudiantes la mayoría se encuentran en los niveles Pre-estructural y Uni-estructural con un 42.04% y 46.90% respectivamente, sin embargo en el nivel relacional no hubo ningún estudiante y es importante resaltar que en el nivel Multi-estructural únicamente contamos con un 11.06%.

Pregunta 4

4. *Pedro y Juan lanzan un dado: Pedro gana si sale 1, 2 o 3 y Juan gana si sale 4, 5 o 6 ¿Consideras que el juego es justo?*

a) Si b) No

*¿Por qué?*_____

Para esta pregunta se consideró en un nivel *Pre-Estructural* a estudiantes con respuestas fuera de contexto, haciendo referencia a experiencias personales o simplemente sin contestar; por ejemplo, inciso b) "Pedro escogió Números chicos y Juan grandes" o "Porque los números de Juan son mayores que los de Pedro".

Se consideran en el nivel *Uni-Estructural*, aquellos que eligen la opción adecuada pero dan una justificación sin mencionar la componente equiprobable (igual probabilidad o posibilidad); por ejemplo, inciso a) "porque tienen la misma cantidad de caras del dado"; o viceversa, inciso b) "No se sabe, puede que gane Pedro o Juan".

Dentro de *Multi-Estructural*, a estudiantes que eligen la opción adecuada e integran en su justificación la componente, pero sin relacionarla de manera conveniente, por ejemplo, inciso a) "porque tienen las mismas oportunidades de ganar" ó "por que los dos tienen la misma posibilidad de ganar".

Ubicamos en *Relacional* aquellos que justifican con la equiprobabilidad estableciendo una relación coherente; además de mencionar el valor de la probabilidad. No mencionamos ejemplos ya que se carecen de ellos dentro de este nivel.

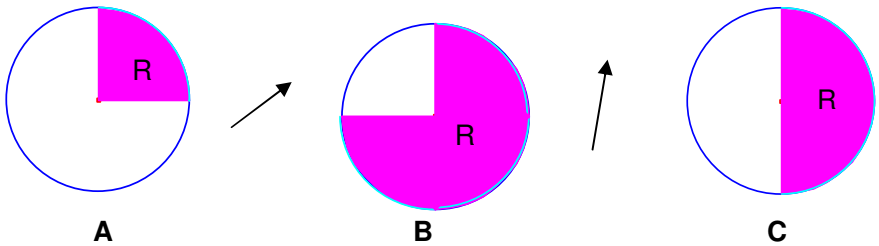
A continuación mostramos los resultados correspondientes a esta pregunta en la siguiente tabla.

Grado	Nivel Cognitivo				Total
	Pre-estructural	Uni-estructural	Multi-estructural	Relacional	
Segundo	30.61	58.16	11.22	0	100
Terecro	30.77	50.98	7.69	0	100
Sexto	31.37	61.54	17.65	0	100
Total	30.97	55.31	13.72	0	100

Tabla 6. Categorización de la pregunta 4, datos proporcionados en %

En esta pregunta, la tabla anterior nos permite observar que un 55.31% del alumnado se encuentra ubicado en el nivel Uni-estructural, el cual representa un porcentaje mayor con relación a los otros niveles.

Pregunta 5 *Alicia, Rocío y Karla ganan un premio si cada una gira estas ruletas y la flecha apunta al color Rosa: Alicia gira la ruleta A, Rocío la ruleta B y Karla la ruleta C. ¿Consideras que estas ruletas hacen que el juego sea justo?*



a) Sí [ ]
b) No [ ]

¿Por qué? _____

En el nivel *Pre-Estructural*, ubicamos en esta pregunta a estudiantes con respuestas inconsistentes, haciendo referencia a experiencias personales o simplemente sin respuesta; por ejemplo, inciso a) "sí por que se ve divertido" o "Porque si no tuvieran las flechas no se sabria quien ganó".
Se consideran en el nivel *Uni-Estructural*, aquellos que eligen la opción adecuada pero dan una justificación sin mencionar la probabilidad de cada ruleta; por ejemplo, inciso b) "porque si le giran rápido no podrían saber si caería en rosa u otro color" o "porque las ruletas no tienen el mismo espacio marcado por el color rosa".
Dentro del *Multi-Estructural*, a estudiantes que eligen la opción adecuada e integran en su justificación la componente antes mencionada, pero sin relacionarla adecuadamente, por ejemplo, inciso b) "Rocío tiene más oportunidad de pues su ruleta tiene más rosa que los demas" ó "rocio tiene mas probabilidades de ganar que Karla y Alicia".
Ubicamos en *Relacional*, a aquellos que mencionan la probabilidad de cada ruleta y establecen una relación o medición conveniente, por ejemplo, inciso b, "por que una tiene más que la otra, una 1/4 la otra 1/2 y la otra 3/4" ó "Alicia tiene de proporción de color rosa 1/4, Rocío tiene 3/4 de rosa y Karla tiene 1/2 rosa. injusto"

	Nivel Cognitivo				
Grado	**Pre-estructural**	**Uni-estructural**	**Multi-estructural**	**Relacional**	***Total***
Segundo	27.55	59.18	11.22	2.04	100
Cuarto	11.54	47.06	15.38	3.85	100
Sexto	43.14	69.23	7.84	1.96	100
Total	32.74	54.87	10.18	2.21	100

Tabla 7. Categorización de la pregunta 5, datos proporcionados en %

Conclusiones

En este apartado se dan conocer las conclusiones generales por cada tópico, obtenidas con base en el análisis de los resultados, tratando de responder la pregunta formulada al inicio.
Abocándonos al tema de *Suerte*, en general, la mayoría del estudiantado responde las preguntas considerando sus experiencias o intuiciones personales. Son pocos aquellos que consideran éstas como situaciones de juegos de azar equiprobables.
Con relación al tema de *Imparcialidad*, se tiene un mayor porcentaje en el nivel Uni-Estructural; esto debido a que el estudiante contestaba adecuadamente en el inciso, pero en su justificación hacía referencia a la cardinalidad del evento (pregunta 4) y al área o

proporción coloreada del círculo (pregunta 5), sin destacar la probabilidad de que sucediera el evento en cuestión.

Con respecto al tema de *Comparación de probabilidades*, la mayor parte de los estudiantes responde las preguntas relacionándolas con la cardinalidad o intuiciones personales, se concentra un mayor porcentaje en el nivel Pre-Estructural; siendo esto preocupante, ya que nos orienta a pensar que el estudiantado carece de bases necesarias con relación a este tema.

Cabe destacar que en los tres tópicos que aborda esta exploración, el nivel cognitivo de los estudiantes no aumenta, considerablemente, conforme avanza el grado escolar.

Respecto a las nociones básicas de probabilidad, considerando las componentes que guiaron este trabajo, se puede concluir que fueron pocos los estudiantes que pudieron identificar los fenómenos aleatorios o azarosos, y la relación de la probabilidad de ocurrencia de éstos.

Recomendaciones

Es recomendable que la simbolización y la formulación explícita de las propiedades matemáticas se lleve a cabo de forma paulatina, como una manera de sintetizar la expresión de los conceptos y facilitar el acceso a comprensión de los procedimientos inmersos.

Se considera importante implementar actividades de enseñanza-aprendizaje, que le permitan al alumno iniciarse en el estudio de la probabilidad y enfatizar en aquellas que le den la oportunidad, en forma empírica y teórica, de obtener los posibles resultados de una experiencia aleatoria y así poder comparar sus expectativas con los resultados observados.

Así mismo, sería conveniente promover discusiones en clase sobre la idea de azar, diferenciar entre las experiencias aleatorias y deterministas, y reconocer los fenómenos cuya ocurrencia no se tiene certidumbre.

Bibliografía

Alarcón, J.; Bonilla, E.; Nava, R.; Rojano, T. y Quintero, R. (2001). *Libro para el Maestro, Educación Secundaria*. México, D.F.: SEP.

Almaguer, G.; Bazaldúa, J.; Cantú, F. y Rodríguez L. (1993). Matemática 1. México, D.F.: Limusa.

Batanero, C. (En prensa). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. En R. Farfán y cols. (Eds.). I*nvestigaciones sobre enseñanza del aprendizaje de las matemáticas. Un reporte Iberoamericano.* Comité Latino Americano de Matemática Educativa.

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada, España: GEEUG.

Biggs, J. B.; Collis, K. F. (1991). Multimodal learning and the quality if intelligence behavior. H. A. Rowe (ed). *Intelligence, reconceptualization and measurement.* Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publisher. [Traducción de fragmentos por Dr. Ernesto A. Sánchez]

Garfield, J. and Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistic: Implications for research. *Journal for research in Mathematics Education,* Vol. 19, No. 1. pp. 44-63. [Traducción del Dr. Román Hernández]

Green, D. (1982). *Probability concepts in 11-16 years old pupil, report of research sponsored by the social sciencie research council.* Longhborough, England: University of Technology. [Se cuenta con el reporte y el cuestionario]

Jones, G.; Langrall, C.; Thornton, C. & Mogill, A. (1997). A framework for assessing young children's thinking in probability. Educational Studies in Mathematics, 32, 101-125.[Se cuenta con la traducción del cuestionario]

Watson, J. (2005) The Probabilistic Reasoning of Middle School Students. In Graham A. Jones (Ed). *Exploring Probability in school: Challenges for teaching and learning*. (pp 145-169). Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.

Título: "Estudio sobre las nociones Básicas de Probabilidad con estudiantes de nivel Medio Superior".

Autores: Elena Fabiola Ruiz Ledesma
Institución: CECyT 11, "Wilfrido Massieu Pérez", IPN
Dirección: Av. De los Maestros 217, CP 11340, Col Casco de Santo Tomás, Del. Miguel Hidalgo.
Teléfono: 57 29 60 00 ext. 63646.
Correo Electrónico: elen_fruiz@yahoo.com.mx

Cañón.

Currículo resumido

PROFESIÓN: PROFESORA DE EDUCACIÓN PRIMARIA. (1985)

LICENCIADA EN EDUCACIÓN MEDIA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS (1991)

MAESTRA EN CIENCIAS. ESPECIALIDAD MATEMÁTICA EDUCATIVA.

EGRESADA DEL CINVESTAV-IPN. (1992)

DOCTORA EN CIENCIAS. ESPECIALIDAD MATEMÁTCA EDUCATIVA.

EGRESADA DEL CINVESTAV-IPN. (2002)

ESTANCIA EN MADRID ESAPAÑA DURANTE EL AÑO DE 1986 PARA UN CURSO DE PERFECCIONAMIENTO PROFESIONAL. Ministerio de Educación y Ciencia de Madrid, España.

ESTANCIA PARA TERMINAR ESTUDIOS DE DOCTORADO EN EL EXTRANJERO
Julio- Agosto 2000 Universidad de Montreal, Canadá

DIPLOMADO EN "USOS EDUCATIVOS DE LA COMPUTADORA"
1993 CICE-UNAM

DIPLOMADO EN HABILIDADES DIRECTIVAS
Oct. 2002- marzo2003. ITESM-CEM

INTEGRANTE DEL SISTEMA NACIONAL DE INVESTIGADORES DESDE ENERO DE 2005

DIPLOMADO EN FORMACIÓN DOCENTE
Abril 2005 -Mayo 2006. Tesina : La Modelación matemática de Fenómenos Determinísticos a través de funciones, bajo un enfoque constructividta". Examen final para obtención del diploma el 3 de mayo de 2006 CECyT Wilfrido Massieu. IPN.

SEMINARIO DE SENSIBILIZACIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS LICEOS FRANCESES Y CLASES TERMINALES PREPARATORIAS. Del 19 al 25 de noviembre de 2005 en Lyon Francia.

ESCUELA DE VERANO : MATEMÁTRICAS PARA INGENIEROS: FINALIDADES, CONTENIDOS Y PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS. LYON, FRANCE, 26 DE JUNIO – 13 DE JULIO DE 2006

PRODUCTOS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO

A. 8 Artículos en extenso, con arbitraje, publicados en Memorias de Congresos Internacionales.
B. 3 Artículos originales de Investigación publicados en extenso en revistas internacionales con arbitraje estricto
C. 24 Conferencias Impartidas
D. Dirección para la elaboración de 16 tesis de licenciatura y 2 de maestría.
E. **Revisión y participación como sinodal en exámenes 16 exámenes para obtener el grado de licenciatura, 4 de maestría y 1 de doctorado.**

2. Eje temático: Didáctica Disciplinaria

3. Modalidad: Oral