# El software dinámico como herramienta cognitiva en el desarrollo de habilidades para la construcción de conjeturas

Alma Alicia Benítez Pérez
CECYT 11-IPN
*abenper@yahoo.com*
Olivia de los Ángeles Jardón Arreola
ESIME-IPN
*joliemoi_11@hotmail.com*
Lorena Ruth Hernández Galicia
ESIME-IPN

**Eje temático: Aprendizaje y Desarrollo Humano**

*El presente trabajo plantea la posibilidad de explorar diversas situaciones que concedan el reconocimiento e interpretación del significado asociado a los aspectos figurales (Unidades Figurales), permitiendo fomentar y fortalecer habilidades para identificar el invariante en figuras, lo que resulta fundamental en el desarrollo de conjeturas, ya que son parte esencial en las afirmaciones que van a ser verificadas durante el proceso de validación, en un ambiente de comunicación y colaboración para discutir ideas, comentar errores, y ejercer una crítica constructiva.*

**Palabras clave**: **Unidades Figurales, Representación Gráfica**

## Introducción

Los programas de estudio a nivel bachillerato y particularmente los programas de los CECyT´s (Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos, área Físico- Matemáticas), mencionan la importancia de promover las habilidades del pensamiento tales como: análisis, interpretación y síntesis, así como las perceptuales, las de comunicación y también las de elaboración de conjeturas, argumentación, abstracción y generalización. En este proceso de la matematización, adquieren un papel importante, pues de ellas depende las estructura cognitiva en el estudiante.

El presente trabajo identifica y analiza las diferentes unidades figurales elementales en las representaciones del triángulo, círculo y cuadriláteros. El estudio de las unidades figurales elementales, permitió explorar las construcciones de algunas figuras geométricas. Este dinamismo permitió visualizar su contenido e identificar invariantes visuales, lo cual contribuyó a desarrollar las bases intuitivas para justificaciones formales de conjeturas.

La Geometría, a diferencia de otras ramas de la Matemática, está íntimamente ligada a las representaciones gráficas que se utilizan no sólo para ejemplificar algunas posiciones, sino para representar dichas proposiciones y a los objetos manejados. Incluso algunos geómetras como Klein, expresaron la necesidad de utilizar dibujos o diagramas para el estudio de la Geometría, o bien como menciona Mariotti (1995, pág.101) “no es posible presentar un concepto geométrico sin ejemplos proporcionados, lo que significa dibujar figuras o mostrar modelos”. En este sentido, no se debería tomar a tales ejemplos (dibujos o modelos) como los objetos geométricos en sí, pero existe la confusión muy común de hacerlo, incluso en el contexto escolar.

Esta confusión proviene en gran medida de que los objetos geométricos, y sus combinaciones llamadas construcciones geométricas o figuras geométricas, no sólo son objetos con propiedades conceptuales, que rigen de manera lógica su comportamiento y sus relaciones, sino que también está íntimamente relacionados con su representación, que puede estar a un nivel de representación mental o plasmada en un medio físico (hoja de papel).

Fischbein (1992), en su Teoría de los Conceptos Figurales, establece que las figuras geométricas poseen ambos aspectos: los conceptuales y los figurales.

“Los objetos de investigación y manipulación en el razonamiento geométrico son entonces entidades mentales, llamadas por nosotros conceptos figurales, que reflejan

propiedades espaciales (forma, posición y tamaño), y al mismo tiempo, poseen cualidades conceptuales como idealidad, abstracción, generalidad y perfección." (Fischbein, 1992, pág, 143)

Es importante mencionar que, ampliando lo que menciona Fischbein, comúnmente las propiedades espaciales en los alumnos incluyen también consideraciones como, por ejemplo, el tamaño de la representación gráfica o la posibilidad de considerar a los objetos geométricos como objetos reales, para ser manipulados. Hay que considerar que estos casos son específicamente aquellos donde se confunde lo que es el objeto matemático con su representación.

Duval (1994, capítulo IV) menciona que se deben emplear dos registros: el de las figuras y el del lenguaje natural. Uno, para designar las figuras y sus propiedades; y el otro, para enunciar las definiciones, los teoremas, las hipótesis. Pero no se trata simplemente de un cambio de registro, pueden hacerse los tratamientos en la escritura simbólica o en la representación gráfica y luego, el resultado obtenido puede ser reconvertido en una representación del registro de partida. La actividad cognitiva que requiere la geometría es más exigente puesto que los tratamientos efectuados separada y alternativamente en cada uno de los registros no bastan para que ese proceso llegue a algún resultado: es necesario que los tratamientos figurales y discursivos se efectúen simultáneamente y de manera interactiva.

La Geometría Dinámica ofrece la oportunidad de trabajar con construcciones geométricas, además de impulsar la generación de imágenes visuales de las ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos y realizan cálculos de manera eficiente y precisa. Además permite trazar el camino que deja parte de la configuración (punto, segmento, triángulos, etc.) cuando se mueve con respecto a otros elementos dentro de esa misma configuración, En este sentido el software funciona como un lente poderoso que le permite al estudiante visualizar trayectorias de objetos matemáticos aun dentro de situaciones o configuraciones complejas.

## Metodología

Experiencia Educativa, la cual se llevó a cabo con un grupo (grupo 2IM5), del nivel medio superior (C.E.C.yT. 11, "Wilfrido Massieu") que cursaban el segundo semestre del ciclo escolar, y cuya duración fue de 18 semanas, las edades de los alumnos fluctuaban entre 15-16 años. Durante la planeación de la Experiencia se consideró conveniente modificar la práctica en el salón de clase, para impulsar la comunicación de ideas y la continua participación de los alumnos.

Al término de la Experiencia Educativa, se diseñaron dos actividades para explorar y analizar las estrategias empleadas por los estudiantes. Se mencionan los resultados obtenidos durante la experiencia en general, y en particular, los resultados del trabajo desarrollado por los equipos participantes, en situaciones que involucraron la construcción e interpretación de contenidos para figuras geométricas.

**Diseño de la Experiencia Educativa.** El propósito de la experiencia educativa fue proporcionar al estudiante diversas situaciones para explorar el significado asociado a los aspectos figurales. Para ello se diseñó una dinámica que apoyara ese desarrollo con este tipo de actividad. La actividad se realizó en el contexto del curso de Geometría Y Trigonometría. Los estudiantes no habían participado anteriormente en esta forma de trabajo, modificando la práctica en el salón de clase, es decir, se impulsó la comunicación de ideas y la continua participación en clase.

**Desarrollo de la Experiencia Educativa.** Dinámica de trabajo en el aula. La clase se organizó en equipos de 4 a 5 integrantes, formando un total de 6 equipos por grupo. Se entregó al inicio de la sesión una actividad diseñada por el profesor, para trabajarla de manera colectiva, mencionando que un integrante del equipo sería el encargado de recolectar toda la

información que se obtuviera durante el proceso de solución, mientras el profesor participaba con los equipos como espectador y para proporcionar información. Una vez terminada la tarea, los equipos presentaban un reporte escrito. El profesor, de acuerdo con las observaciones realizadas a los equipos, seleccionaba un equipo para exponer su trabajo al grupo. El criterio de selección consideraba los diferentes puntos de vista, favoreciendo la discusión en el grupo, para aclarar dudas y superar posibles dificultades. Los reportes de los equipos se entregaban a la siguiente sesión, presentando diferentes anotaciones, para que el alumno de manera individual revisará el trabajo y lo corrigiera, si era el caso, en una carpeta para ser evaluada al final del departamental. En determinados momentos, durante la experiencia educativa, el maestro expuso al grupo algunos tópicos que ocasionaban dificultad, cuando el profesor realizó esta experiencia, los alumnos presentaron mayor interés para explorar los trazos. Esta situación, se debe posiblemente a la necesidad del estudiante para que el profesor intervenga en determinados momentos del proceso. Para el diseño de las actividades, se realizó previamente un análisis del contenido matemático a tratar en los cursos. El propósito fue identificar las líneas principales durante la experiencia, para geometría y trigonometría fueron: Exploración, planteamiento de conjeturas, exploración y sistematización y finalmente la selección de argumentos.

**Análisis de datos y discusión de resultados**

**Tipo de Actividades.** Una característica principal de las actividades para Geometría fue explorar la información de diferentes tipos que cada situación establece. La tarea del estudiante consistió en explorar distintas propiedades de los triángulos (tipos, formas de construcción, propiedades, etc.), identificando diferentes unidades figurales elementales en las representaciones. Las actividades que se exponen a manera de guía, están sujetas a las organización de ciclos (Larios Osorio, 2005), los cuales abarcan las siguientes etapas

1. Exploración
2. Planteo de conjeturas
3. Exploración y Sistematización
4. Elaboración de Argumentos

Durante este proceso, los alumnos miden las construcciones, especialmente en la primera etapa de la construcción de la figura y de las respectivas figuras que pueden desarrollarse a lo largo de la tarea, utilizando la función del camino o arrastre que ofrece el Software Dinámico, para explorar la hechura de las construcciones y por lo tanto las variables visuales de que están constituidas y, posteriormente, proporcionar argumentos que justifiquen las observaciones apoyadas en las construcciones de la figura original y la(s) secundaria(s), además de que estas conjeturas pueden permitir detectar condiciones para la deducción.

**Actividad**

*Dadas tres líneas paralelas. Construir un* triángulo equilátero *de tal manera que cada línea incluya un vértice del triángulo.*

1. Selecciona los puntos **B** y **C** sobre dos de las paralelas
2. Construye el triángulo **ABC**
   ¿ Es el triángulo único?
   ¿ El triángulo **ABC** es un triángulo equilátero ?
3. ¿Puedes construir un triángulo equilátero con esta información?
   ¿Por qué sí o por qué no?
4. Si se fija el punto **C** y se mueve el vértice **B** sobre la paralela

¿Qué conjeturas puedes formular para la posición del vértice **A**?
¿Cuál es el camino o la huella que deja el vértice **A** cuando se desplaza el vértice **B**?

5. Se puede construir otro triángulo equilátero **A´B´C** ?
   ¿Cuáles son sus características?
6. Existirá un vértice **A´** que cumpla las condiciones iniciales del problema, argumenta

Con la ayuda del software los alumnos observaron que el lugar geométrico descrito era una recta, observando que era posible construir varias triángulos que satisfacían la condición de ser triángulos equiláteros, pero uno satisfacía ambas condiciones, el ser triángulo equilátero y cuyos vértices pertenecieran a las tres líneas paralelas dadas.

El empleo de las diversas herramientas durante la experiencia permitió explorar representaciones de una situación, teniendo la oportunidad de mover partes de estas configuraciones y observar cambios o invariantes. La observación de invariantes resulta fundamental en el desarrollo de conjeturas y en el proceso de argumentación y comunicación de esas conjeturas por parte de los estudiantes, por lo que las conjeturas se convierten en parte esencial en las afirmaciones que van a ser verificadas, es el punto central de un proceso de validación, la cual está basada en la argumentación que sustentan, pues dado que la argumentación se refiere a la acción de proporcionar razones a favor o en contra de una determinada tesis, si dichas razones son pertinentes y tienen la suficiente fuerza, entonces la conjetura tiene validez.

## Conclusiones

- Desde la perspectiva de la naturaleza del problema planteado, se obtuvo un destacado avance en lo relativo al planteamiento de conjeturas, sobre el análisis de las construcciones.
- El mayor grado de avance se produce en el tema de triángulos, en el que los alumnos logran explorar y sistematizar. Los progresos durante el ciclo se logran de un 1° a la 2° en lo tópicos de rectas, perpendiculares, triángulos y figuras en General.
- Las actividades diseñadas ofrecieron al alumno la posibilidad de construir sus propias conjeturas, a partir del estudio o análisis de las condiciones que se dan en un problema propuesto.
- El uso del software ofreció ventajas a los estudiantes para identificar y explorar diversas relaciones matemáticas.

## Referencias

Benítez, A. (1999). “The Role of Representations in the Constructions of Algebraic Expressions: The Case of Polynomials”, in Proceeding of the Twnwty first Annual Meeting of the North American Chapter of the Intenational Group for the Psycgology of Mathematics Education. Vol. 1, 398-399.

Benítez, A. (2001). “*La Escala como Factor Fundamental para Construir la Expresión Algebraica. El caso de la Recta”,* en Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre la Formación de Profesores e Investigadores en Matemática Educativa. Vol. 14, pp. 428-431.

Duval, R. (1994). Sémiosis et Pensée Humaine, Registre Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels. Peter Lang S. A.

Fischbein, E. (1983). “Intuizione e Dimostrazione”. En: D´Amore (ccord.) (1992), *Matemática a suola: Teorie ed esperienze* (pp. 1-24). Bollonia, Italia: Pitagora Editrice. (Trad. Del inglés: “Instuition and proof”. For the Learning of Mathematics, 3(2):9-24.1083).

Klein, M (1992). *Matemática para los estudiantes de humanidades*. México: Fondo de Cultura Económica.

Larios, V. (2005) “Un mricomundo para el estudio de paralelismo con triángulos y cuadriláteros en la escuela secundaria”. Educación Matemática, 17(3).

Mariotti, M,(1995). Images and concepts in geoetrical reasoning". En R. Sutherland y J. Mason (eds.), Exploiting mental imagery with computers in mathematics education (pp. 97-116). Berlín, Alemania: Springer-Verlag.