

DISEÑO Y APLICACIÓN DE UN INSTRUMENTO DE MEDICIÓN POST-TEST PARA DETERMINAR LA EFICIENCIA DE LAS ACTIVIDADES COGNITIVAS QUE ALCANZAN LOS ESTUDIANTES SOBRE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES.

Maximiliano De Las Fuentes Lara¹, José Luis Arcos Vega² y Juan De Dios Ocampo Díaz¹

Universidad Autónoma de Baja California, ¹Facultad de Ingeniería, ²Instituto de Ingeniería. Blvd. Benito Juárez s/n, Mexicali, B.C., México, C.P. 21900

e-mail: maximilianofuentes@uabc.edu.mx, arcos@uabc.mx, juan.ocampo@uabc.edu.mx

Línea temática: Académicos y gestores: su configuración al interior de la organización universitaria en el marco de los cambios mundiales.

Los académicos y sus prácticas: La renovación que viene.

Resumen

Se presenta el análisis de la calidad técnica y los resultados de la aplicación de un instrumento de medición post-test para establecer la eficiencia de dos métodos de enseñanza sobre las actividades cognitivas que logran los estudiantes alrededor del fenómeno sistema masa-resorte, en un curso de ecuaciones diferenciales en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California. La administración del instrumento se realizó con 66 estudiantes, 30 de los cuales enfrentaron el objeto de aprendizaje con un enfoque de enseñanza tradicional (Gerald, 2002), mientras que el resto de los estudiantes trabajaron con una estrategia didáctica que incorpora tecnología de la calculadora gráfica, y su diseño se basa en la teoría de las representaciones semióticas Duval (1993, 2000, 2006a, 2006b). El instrumento de medición post-test se diseñó con la consideración de los criterios de Contreras, Bachhoff y Larrazolo (2004) para la generación de ítems en la construcción de exámenes del tipo criterial alineado con el currículum. Los resultados de la aplicación muestran de manera significativa, mayores niveles de eficiencia en cuanto a las actividades cognitivas de representación, tratamiento y conversión de los distintos registros de representación semiótico para los alumnos que abordaron los conceptos del fenómeno sistema masa-resorte mediante la estrategia didáctica que incorpora la calculadora.

Palabras claves: Instrumento de medición post-test, ecuaciones diferenciales

1. INTRODUCCIÓN

El sistema masa-resorte en la ingeniería

El sistema masa-resorte tiene diversas implicaciones prácticas y profesionales, los sistemas de amortiguamiento de vehículos de transporte cotidiano y de carga, como autobuses y aviones, presentan de manera inherente el sistema citado, los análisis sísmicos para estructuras habitacionales, médicas, de negocios, recreación o de otra índole son modelados a través de los sistemas masa-resorte, la fabricación de productos por medio de robots o maquinaria pesada requiere tanto para su estabilidad como para su producción misma el análisis y diseño de piezas, uniones, brazos o soportes involucrando el sistema mencionado, la aparición del fenómeno que nos ocupa es pues múltiple en las áreas de ingeniería, por ello la importancia de su estudio teórico y comprensión de parte de los estudiantes.

Dificultad del aprendizaje de las matemáticas para ingeniería

Las actividades en ingeniería relacionadas al diseño e investigación, no sólo requieren de una buena manipulación algebraica, de la determinación de modelos o representaciones algebraicas con las que se pueda estudiar o analizar el proceso físico, químico o fenómeno de que se trate, sino también de una aprehensión conceptual del objeto matemático en cuestión. Solo si es posible operar o trabajar el proceso en distintas representaciones se puede dar un mejor tratamiento de aspectos especializados en nuevas situaciones; y así mismo facultar su estudio de manera científica y profunda.

Los cursos de matemáticas de nivel superior buscan que los estudiantes se apropien de conceptos matemáticos y que puedan ser aplicados en otros contextos diferentes al cual se aprendieron. En ellos, también se espera que los estudiantes desarrollen competencias y habilidades en el manejo de dichos conceptos en sus diferentes representaciones: algebraico, numérico, gráfico e inclusive en el lenguaje natural, así como también que logren competencias para modelar, plantear y resolver problemas, representar y utilizar el lenguaje simbólico y formal. Esta acción presupone la plena comprensión de un concepto matemático, cuanto más si la situación de aprendizaje está enmarcada en un contexto físico, de ciencia o de ingeniería.

En la actualidad resulta incuestionable que los resultados que se obtienen en los cursos de ciencias básicas (y particularmente de matemáticas) de prácticamente cualquier nivel escolar no son satisfactorios. Un estudio intencional realizado bajo los auspicios de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico PISA (2003b) revela las puntuaciones obtenidas por jóvenes estudiantes de 15 años de edad de los países miembros y asociados, México se incorpora a este organismo desde 1994 y participa en esta evaluación obteniendo un promedio de 385 puntos (contra una media general de la OCDE de 500), muy por debajo de los países europeos y asiáticos.

Una situación que impera actualmente en esta universidad son los índices de reprobación estudiantil en los cursos de ecuaciones diferenciales del 25% en promedio, lo cual es preocupante, por tal motivo se rezagan o desertan más de 75 alumnos por semestre solamente debido a esta asignatura. En atención a lo anterior, y centrándonos en la problemática de la enseñanza de las matemáticas en ingeniería, el presente proyecto propone incidir favorablemente en la eficiencia de los conocimientos de los estudiantes, a partir del diseño e implementación de una estrategia didáctica de enseñanza que incorpora la calculadora como medio de producción de significados a partir de la vinculación dinámica de 5 registros de representación (icónico, algebraico, tabular, gráfico y verbal) del fenómeno denominado sistema masa-resorte.

Teoría de las representaciones semióticas

Desde la perspectiva de la teoría de representaciones semióticas de Raymond Duval, los objetos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción, consecuentemente para su estudio y tratamiento se requiere contar representaciones de los mismos, las representaciones externas a las que hacemos alusión pueden ser de carácter geométrico, algebraico y numérico del objeto. Como lo señala el mismo Duval (2000, 4), “el uso de sistemas de representaciones semióticas para el pensamiento matemático es esencial, debido a que a diferencia de otros campos de conocimiento (biología, geología, física), no existen otras maneras de lograr el acceso a los objetos matemáticos sino producir algunas representaciones”. En este sentido, las representaciones permiten el acceso al objeto matemático. A través de estos procesos de representación, tratamiento y conversión se permite exteriorizar las representaciones mentales de los individuos, motivando la retroalimentación y mejoramiento de las mismas. Lo cual conduce a la formación de preceptos matemáticos y a la conceptualización de objetos matemáticos.

Desde la perspectiva de Duval (2006a) la actividad cognitiva de representación constituye una marca o conjunto de marcas perceptibles e identificables respecto de un objeto matemático, el tratamiento es la transformación de la representación dentro del mismo registro de representación, y la conversión es la transformación de la representación en otra representación de un registro diferente al original pero que conserva su esencia.

A través de estos procesos de representación, tratamiento y conversión se permite exteriorizar las representaciones mentales de los individuos, motivando la retroalimentación y mejoramiento de las mismas. Lo cual conduce a la formación de preceptos matemáticos y a la conceptualización de objetos matemáticos.

Dentro de las capacidades de la calculadora dotada con Sistema de Cómputo Algebraico (CAS) se ha mencionado que la vinculación dinámica entre representaciones es de suma importancia como proceso de enriquecimiento de los conceptos matemáticos de estudio, Castillo (2003) diseña e implementa con estudiantes de precálculo una estrategia didáctica basada en la coordinación de los registros gráfico, analítico y verbal o de lenguaje natural, abordando el concepto de funciones senoidales, asumiendo que la actividad de conversión (fundamental para el proceso de apropiación conceptual) mas que las de formación y tratamiento presenta serias dificultades para la mayoría de los estudiantes.

La teoría de las representaciones de Duval da primordial importancia a la habilidad para cambiar de un registro de representación semiótica a otro, (Descartes designó el término registro para referirse a los espacios diferentes de representaciones semióticas) dicha habilidad resulta necesaria para el aprendizaje de las matemáticas, además de considerar al conocimiento conceptual (la comprensión) como el invariante de múltiples representaciones semióticas.

En este sentido se explica un sistema semiótico como aquel registro que permite la tres importantes actividades cognitivas: representar, es decir, la manera de exteriorizar, palpar o denotar un objeto matemático, un concepto o alguna propiedad de los mismos, la transformación interna, también llamada tratamiento, el cual se efectúa dentro del mismo registro de representación original, y el que depende de alguna manera de las convenciones o reglas matemáticas de ejecución, por ejemplo, no se llevan a cabo con el mismo algoritmo la suma o resta de dos decimales que la de dos fracciones, y por último, la transformación externa o conversión, caracterizada por la congruencia (transparencia) o no congruencia (opaco), y que consiste en transitar de un registro semiótico a otro, por ejemplo, del registro gráfico al algebraico.

La transformación externa o conversión no es vista únicamente desde una perspectiva matemática, en la cual, se pretenden o buscan economías o apoyo en los tratamientos de alguno de los registros, sino cognoscitiva, la que lleva a los mecanismos de comprensión subyacente, (Duval, 2001).

A través de estos procesos de representación, tratamiento y conversión se permite exteriorizar las representaciones mentales de los individuos, motivando la retroalimentación y mejoramiento de las mismas. Lo cual conduce a la formación de preceptos matemáticos, consecuentemente a la posibilidad de conceptualizar los objetos matemáticos de interés.

La calculadora en la enseñanza de las matemáticas

Queralt (2000) en el análisis que realiza respecto del uso de la calculadora gráfica señala que al margen de su presencia y potencialidad del dispositivo electrónico, el avance con respecto a su incorporación en la educación ha sido efímera, pues básicamente esto se debe a la resistencia del profesorado para su aceptación.

Rosa (2001) apunta que el atraso existente en la incorporación de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas se debe entre otras cosas a las concepciones de los docentes respecto a la enseñanza y aprendizaje, así como también a la ignorancia de las potencialidades que dichos instrumentos poseen. Pues tal y como Laborde (2003) y Saucedo (2005) señalan que la incorporación de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas permite a los estudiantes visualizar fenómenos matemáticos, hacer conexiones y realizar experimentos, promoviendo una mejor comprensión en el estudiante del concepto matemático. Una propia experiencia (De Las Fuentes, Encinas y Bravo 2005), en la que se diseñó e implementó una estrategia didáctica que incorpora la calculadora voyage 200 para abordar derivadas sucesivas, permite concluir un impacto favorable en la asociación de características geométricas esenciales (puntos críticos, inflexión, concavidades).

Durante la sexta escuela de verano del ACDCA (Centro Austriaco para la Didáctica del Cómputo Algebraico) Jiménez (2000), presenta una reflexión en torno a la vinculación dinámica de las representaciones del conocimiento matemático como poco aprovechada en relación a los dispositivos electrónicos con los cuales hoy en día se cuenta. El dispositivo CAS además de su acceso simultáneo a dos registros de representación, (en De Las Fuentes 2004 puede observarse el tratamiento con tres registros de manera simultánea) permite trabajar en el ambiente natural de las matemáticas en virtud de su cálculo exacto, no es difícil pensar por la capacidad de esta herramienta tecnológica que se convierta en un elemento común o estándar en la enseñanza de las matemáticas en los niveles de educación media y superior.

La experiencia obtenida al paso del tiempo (Eduteka, 2006) ha permitido observar que la incorporación de la calculadora en el ámbito educacional contribuye a modificar los enfoques de enseñanza favoreciendo la exploración de objetos matemáticos en distintos registros de representación como estrategia de aprendizaje, además de la construcción de contextos o realidad virtual matemática que estimulan la actividad intelectual de los estudiantes.

En la formación profesional del ingeniero es de suma importancia promover y realizar investigación educativa (NAE, 2005) para entender como los estudiantes aprenden, y como van asociando los conceptos y los algoritmos y modelos asociados a los mismos, especialmente cuando se incorpora tecnología en la enseñanza de las matemáticas, pues las implicaciones tienen que ver tanto en la enseñanza, el aprendizaje, el currículum y la evaluación, por mencionar elementos primordiales, Demana & Waits (1998) señalan que

tales investigaciones deben abocarse a la evaluación del aprendizaje, así como también del impacto que tiene en la clase el uso de calculadoras.

2. DESARROLLO METODOLÓGICO

En razón de lo anterior el problema de investigación se ha planteado mediante el siguiente cuestionamiento: ¿Existe diferencia en la eficiencia de los conocimientos matemáticos empleando el sistema masa-resorte que alcanzan los alumnos de ingeniería cuando son sometidos a una enseñanza tradicional y con estrategia didáctica alterna que incorpora tecnología de la calculadora gráfica en la Facultad de Ingeniería Mexicali?

Aquí se evalúa la eficiencia de los conocimientos mediante la actividad cognitiva de los estudiantes (representación, tratamiento y conversión), desde la perspectiva teórica de Duval (2006a) como aproximación a la evaluación del logro educativo y desempeño matemático de los estudiantes de ingeniería alrededor de los conceptos matemáticos del fenómeno sistema masa-resorte.

Se realizó un estudio explorativo y comparativo con dos grupos de estudiantes en la Universidad Autónoma de Baja California, en virtud de manipular de manera intencional variables independientes y se mide la variable dependiente, así como para el establecimiento de la comparación de los dos grupos el diseño de investigación que se utiliza es el denominado experimento "puro" de acuerdo a Hernández, Fernández y Baptista (2006). Con el objeto de comprobar la conjetura objeto de esta investigación se usa la prueba de medias de Walpole y Myers (1989).

Con el propósito de establecer las condiciones de los estudiantes en cuanto a las actividades cognitivas de representación, tratamiento y conversión, lograda hasta el momento previo al inicio de abordar el estudio del fenómeno sistema masa-resorte, se diseñó y aplicó un instrumento de medición diagnóstico o pre-test, con la consideración de los criterios de Contreras, Bachhoff y Larrazolo (2004) para la generación de ítems en la construcción de exámenes del tipo criterial alineado con el currículum, a la vez es matricial ya que involucra amplitud en contenidos conceptuales y procedimentales, los cuales han sido estudiados y tratados por los estudiantes tanto en cursos de cálculo diferencial e integral, probabilidad y estadística y métodos numéricos previos, como en el propio de ecuaciones diferenciales

La estrategia didáctica es diseñada a partir de las teorías cognitivas de Duval (1993, 2000, 2006a, 2006b) y Hitt (1991, 2003) toda vez que en las actividades que los estudiantes tienen que realizar en la estrategia se enfatiza en la habilidad para cambiar de un registro de representación a otro, además de promover el equilibrio de los distintos registros de representación (algebraico, numérico y geométrico) para no privilegiar en particular alguno de ellos; los avances logrados en el campo tecnológico por Kutzler (2003), Demana y Waits (1998) rescatando dos aspectos de la enseñanza de las matemáticas, trivialización y visualización. Y finalmente, Laborde (2003) por su aplicación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, específicamente por promover en la estrategia didáctica la construcción de relaciones entre las distintas representaciones, así como de la posibilidad de conexión entre los registros, además de privilegiar los cálculos rápidos mediante el sistema de cómputo algebraico integrado a la calculadora e inherente a la propia estrategia didáctica.

En De Las Fuentes y Arcos (2007, 2008) se identifican algunos aspectos que son considerados e integrados en el diseño de la estrategia didáctica, el manejo insuficiente de las condiciones iniciales del sistema masa-resorte en el lenguaje matemático, el

énfasis en el proceso de resolución de las distintas ecuaciones diferenciales que modelan los movimientos del sistema masa-resorte son ejemplo de ello

La estrategia didáctica en su totalidad se conformó mediante 13 actividades en los que los conceptos matemáticos involucrados en las actividades de aprendizaje van alternando su rol, de herramienta a objeto (Douady, 1985) y viceversa además se destaca el trabajo por parte de los estudiantes en los diferentes indicadores que conforman cada una de las competencias matemáticas a evaluar. Cada actividad fue descrita en cuanto a la competencia preponderante, las actividades cognitivas relacionadas (representación, tratamiento y conversión) y los registros de representación relacionados. La Tabla 1 muestra la especificación de la actividad número 5 de la estrategia didáctica, en la cual se pretende fortalecer las competencias señaladas, involucrando de manera importante la interacción del estudiante con la calculadora y el contenido curricular planteado.

Tabla 1. Especificación de la actividad número 5

No. de Actividad	Actividades cognitivas relacionadas	Registros de representación relacionados	Contenido curricular	Uso de la calculadora
5	Representación	Gráfico Lenguaje natural Físico virtual	Movimiento subamortiguado, condiciones iniciales, desplazamiento extremo, posición de equilibrio	Editor de programas

Esta actividad incorpora para su desarrollo un programa para la calculadora, con el propósito de que el estudiante interactúe de manera virtual con el sistema masa-resorte e infiera los rasgos de velocidad, aceleración, continuidad y restitución del movimiento subamortiguado.

La calidad del experimento fue verificada mediante su validez interna de acuerdo a Hernández, Fernández y Baptista (2006). Para realizar la experimentación, los estudiantes se organizaron en grupos formados por tres integrantes; haciéndoles entrega a cada uno de ellos una calculadora simbólica del tipo voyage 200. Previamente se les capacitó en el uso básico de la máquina (edición de ecuaciones, gráfico de funciones, ventanas de gráficos, determinación de críticos relativos y raíces reales), ya que algunos de ellos no habían tenido contacto con la calculadora simbólica voyage 200. Se entregó a cada estudiante del equipo un cuadernillo con las actividades de aprendizaje y las instrucciones a seguir para el desarrollo de las actividades fueron dadas verbalmente por el instructor.

Participaron en la investigación 66 estudiantes de la Facultad de Ingeniería, 36 de ellos integraban el grupo experimental, y el resto trabajaron de manera tradicional, la experimentación tuvo una duración de 12 días incluyendo la aplicación del post-test.

El instrumento de medición post-test está constituido por 37 reactivos y se ha diseñado bajo las mismas consideraciones que el diagnóstico, a diferencia que se aboca a determinar la eficiencia de conocimientos adquirido por los estudiantes en cuanto a sus actividades cognitivas, alrededor de los conceptos matemáticos del fenómeno sistema masa-resorte. En la Figura 1 se muestra la caracterización de 3 reactivos representativos del post-test, en cuanto a la actividad cognitiva, así como también del registro inicial y final del reactivo.

No. de Reactivo: 6
Actividad cognitiva preponderante: Representación.

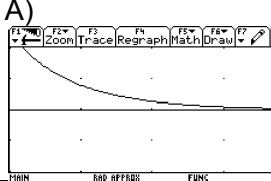
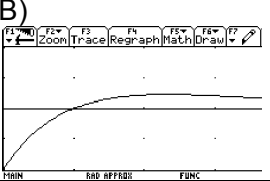
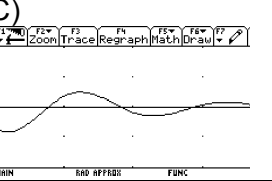
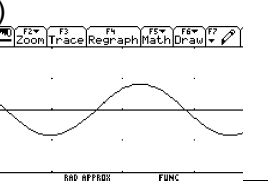
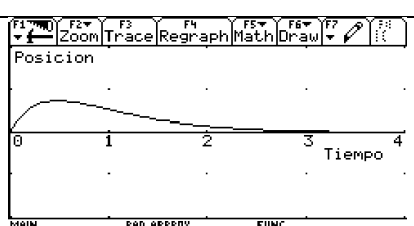
Registro inicial: Lenguaje natural
Registro final: Gráfico
6. Se sabe para un sistema masa-resorte que el movimiento del sistema es no amortiguado, ¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente al citado sistema?
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>D)</p>  </div> </div>
No. de Reactivo: 19
Actividad cognitiva preponderante: Tratamiento
Registro inicial: Lenguaje natural
Registro final: Lenguaje natural
19. Un sistema masa-resorte tiene por ecuación de movimiento $x(t) = -e^{-t}$ donde t es el tiempo en segundos y $x(t)$ la posición en pies. La dirección del contrapeso en $t = 0$ segundos es:
A) Nula B) Hacia arriba C) Hacia abajo D) Fuera de dominio
No. de Reactivo: 31
Actividad cognitiva preponderante: Conversión
Registro inicial: Gráfico
Registro final: Algebraico
<p>31. El gráfico contiguo presenta la posición de un contrapeso en términos del tiempo transcurrido, elige la ecuación diferencial y las condiciones que lo representan correctamente.</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> <p>A) $x'' + 4x' + 2x = 0$ sujeta a: $x(0) = 0$ y $x'(0) = -1$</p> <p>C) $x'' + 2x' + 4x = 0$ sujeta a: $x(0) = 0$ y $x'(0) = -1$</p> </div> <div style="flex: 1;">  </div> </div> <p>B) $x'' + 4x' + 2x = 0$ sujeta a: $x(0) = 0$ y $x'(0) = 1$</p> <p>D) $x'' + 2x' + 4x = 0$ sujeta a: $x(0) = 0$ y $x'(0) = 1$</p>

Fig. 1: Caracterización de reactivos del Post-Test

El post-test se administró posterior a la terminación de la aplicación de la estrategia didáctica en el grupo experimental y de igual forma para el caso de los estudiantes del grupo de control, de manera que la comparación de los resultados permite responder al cuestionamiento de origen.

3. DISCUSIÓN Y RESULTADOS

El diseño de los instrumentos de medición tanto pre-test como post-test cuentan con sustento teórico, toda vez que para su elaboración se consideraron los criterios de Contreras, Bachhoff y Larrazolo (2004).

Las pruebas de hipótesis aplicadas entre los grupos en cuanto al análisis de la relación de los promedios de los puntajes logrados y las eficiencias de las actividades cognitivas evidencian en todos los casos homogeneidad de los grupos.

Los conceptos y procedimientos matemáticos implicados en el instrumento, así como los registros de representación y la actividad cognitiva requerida en el mismo forman parte cabalmente del currículo que los estudiantes han llevado a cabo a través del curso de ecuaciones diferenciales, como puede constatarse en el contenido programático de la unidad de aprendizaje citada.

En el proceso de diseño y aplicación del instrumento de medición post-test (como parte del proceso de calibración del mismo) han participado docentes del área de matemáticas, quienes imparten o han impartido el curso de ecuaciones diferenciales, con el señalamiento de que el instrumento no alude a conocimientos, habilidades, competencias o procedimientos ajenos a los estudiados por los alumnos de ingeniería, lo anterior evidencia su validez de contenido.

Se calculó el coeficiente de correlación de Pearson para 60 estudiantes de los grupos de control y experimental y la calificación obtenida en el curso de ecuaciones diferenciales, siendo este coeficiente de 0.71. De esta manera queda evidenciada también la validez de criterio del instrumento de medición post-test.

La confiabilidad del instrumento de medición post-test es establecida a partir del coeficiente de Kuder – Richarson (KR21), cuyos parámetros involucrados son el número de ítems, media y desviación estándar de los resultados de los 66 estudiantes que conforman los grupos experimental y de control, obteniendo un coeficiente de 0.86, calificado como correlación positiva considerable de acuerdo a la escala de Hernández, Fernández y Baptista (2006).

El índice de dificultad como se mencionó en párrafos anteriores está relacionado con la proporción de estudiantes que resuelven correctamente un ítem, y se calcula de acuerdo a Crocker y Algina, (1986). El promedio de dificultad resultante es de 0.41, lo cual califica al instrumento en lo general como medianamente difícil.

La Tabla 2 como ejemplo muestra los índices de dificultad calculados para los ítems 1, 2, 3, 8, 9 y 10 del post-test y el calificativo correspondiente según Backhoff (2000).

Tabla 2. Calificación del ítem del post-test de acuerdo al índice de dificultad

No. de ítem	Índice de dificultad	Calificación
1	0.39	Medianamente difíciles
2	0.36	Medianamente difíciles
3	0.30	Altamente difíciles
:	:	:
8	0.62	Dificultad media
9	0.47	Medianamente difíciles
10	0.39	Medianamente difíciles

El índice de discriminación del ítem permite diferenciar (discriminar) entre aquellos estudiantes que obtuvieron buenas calificaciones en la prueba y aquellos que obtuvieron bajo puntaje, está relacionado entonces con la posibilidad alta de responder correctamente el ítem aquellos estudiantes con un desempeño en general sobresaliente en la prueba, situación opuesta para el caso de los estudiantes con un desempeño deficiente, en este análisis se considera el 54% de la población muestral, toda vez que se incluye el 27% de los estudiantes con alto rendimiento e igual porcentaje de estudiantes con el más bajo rendimiento, por cada ítem que se revisa.

La Tabla 3 muestra como ejemplo el índice de discriminación de los ítems 1, 2, 3, 8, 9 y 10 que compone el post-test, calificándolo de acuerdo a Ebel y Frisbie (1986).

Tabla 3. Calificación del índice de discriminación de los reactivos del post-test

No. de Ítem	Índice de discriminación	Calificación
1	0.66	Excelente
2	0.31	Bueno
3	0.42	Excelente
:	:	:
8	0.26	Regular
9	0.54	Excelente
10	0.37	Bueno

Se cuenta con que el 76 % de los ítems tienen discriminación excelente o buena, el 12% tienen discriminación regular, mientras que solo el 12 % es discriminación pobre o mala. Además el promedio de discriminación es 0.465, el cual cae dentro de una calificación considerada como excelente (mayor que 0.40).

En la Tabla 4 se exhiben los valores que obtuvieron los estudiantes de los grupos experimental y de control respecto de los índices promedio de dificultad para cada una de las actividades cognitivas evaluadas a partir del post-test.

Tabla 4. Comparativo de los parámetros estadísticos en cuanto a la actividad cognitiva de los estudiantes del grupo de control y piloto en el post-test.

Actividad cognitiva	Índice promedio de dificultad del grupo experimental	Variación del grupo experimental	Desviación estándar del grupo experimental	Número de alumnos del grupo experimental	Índice promedio de dificultad del grupo de control	Variación del grupo de control	Desviación estándar del grupo de control	Número de alumnos del grupo de control
Representación	0.565	0.029	0.171	36	0.383	0.014	0.120	30
Tratamiento	0.501	0.020	0.141	36	0.336	0.028	0.167	30
Conversión	0.404	0.013	0.116	36	0.283	0.012	0.111	30

Para el grupo experimental la actividad cognitiva con mayor dificultad es la de tratamiento externo o conversión, seguida por el tratamiento, en este caso se evidencia diferencia significativa entre la actividad cognitiva de conversión y la de representación.

Para los grupos tanto de control como experimental la actividad cognitiva con mayor dificultad es la de conversión, seguida por el tratamiento, en este caso se evidencia diferencia significativa entre la actividad cognitiva de conversión y la de representación. Independientemente de la estrategia didáctica se comprende que el desempeño de los estudiantes en este rubro se menor, pues la transformación externa es el nivel más alto de la actividad cognitiva, después de la representación y el tratamiento, el tema es medular toda vez como lo menciona Duval (2001), esta actividad no solo se trata de una alternativa o perspectiva matemática, sino de un mecanismo de comprensión de los conceptos matemáticos.

Los índices promedio de dificultad y las pruebas de hipótesis realizadas evidencian la complejidad natural de la actividad cognitiva (tanto en el grupo de control como experimental) requerida en la resolución de los reactivos, toda vez que el tratamiento externo o conversión conserva el valor más bajo de dificultad, seguidamente esta el tratamiento y la representación como la actividad más simple de llevar a cabo por parte del estudiante, es efectivamente esta última considerada y también llamada de formación

como base para proseguir al tratamiento y conversión de los registros de representación, y el dominio de estas actividades cognitivas y el dominio en la coordinación de las mismas (Duval, 2001) es entonces la consideración del éxito del estudiante en cuanto al conocimiento y dominio de los conceptos matemáticos. Se tiene como producto de la implementación de la estrategia didáctica diferencia significativa y favorable para el grupo experimental en contra del grupo de control en cuanto las tres actividades cognitivas.

4. CONCLUSIONES

De los análisis y resultados presentados, se pueden obtener las siguientes conclusiones sobre la estrategia didáctica que incorpora tecnología de la calculadora y su impacto en las actividades cognitivas de los estudiantes de ecuaciones diferenciales:

1. Al incluir tecnología de la calculadora la propuesta busca que el estudiante construya los conceptos matemáticos a partir de la vinculación de los distintos registros de representación, así como también del mismo producto de su interacción con él, los conceptos matemáticos involucrados juegan un papel alternado de herramienta y objeto en la resolución de situaciones de ingeniería, desarrollando colateralmente actitudes y competencias para su enfrentamiento.

2. La experiencia puede considerarse como exitosa en varios aspectos, por una parte logra que los estudiantes del grupo experimental se apropien intelectualmente de los problemas que conforman la estrategia didáctica, además se consigue que el estudiante transite adecuadamente del registro gráfico al físico virtual, los estudiantes logran describir tanto física como geoméricamente los diferentes tipos de movimiento armónico y amortiguado en sus tres dimensiones, sobreamortiguado, críticamente amortiguado y subamortiguado. Los estudiantes asocian adecuadamente el gráfico de la ecuación de movimiento a partir de la ecuación diferencial que modela el sistema, y viceversa.

3. De los análisis y tratamiento de los resultados presentados, se observa la necesidad de reforzar la actividad cognitiva de conversión en el grupo experimental, toda vez que esta está asociada de manera directa a la competencia matemática de modelado, y uno de los propósitos del curso de ecuaciones diferenciales para ingeniería es precisamente la posibilidad de que los estudiantes modelen los fenómenos físicos, químicos, de ingeniería y de ciencia en general.

4. La incorporación de la tecnología al implementar la estrategia didáctica puede extenderse previo diseño a otros temas y conceptos de matemáticas, tales como las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales lineales de primer orden, cálculo de puntos críticos y transformada de Laplace.

REFERENCIAS

Backhoff, E., Larrazolo, N. y Rosas, M. (2000). Nivel de dificultad y poder de discriminación del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (EXHCOBA). *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 2 (1). Consultado el 1 de julio de 2008 en: <http://redie.uabc.mx/vol2no1/contenido-backhoff.html>

Castillo, A. (2003). La articulación de los registros gráfico, analítico y de la lengua natural. *Memorias de la XIII Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas*, 13. 75-80.

Contreras, L., Bachhoff, E. y Larrazolo, N., (2004). *Educación, aprendizaje y cognición. Teoría en la práctica*. México: Manual Moderno.

Crocker, L. y Algina, J. (1986). *Introduction to Classical and Modern Test Theory*, Holt, Rinehart and Winston.

De Las Fuentes, M., y Valdez, C. (2004). Una estrategia didáctica para abordar problemas de optimización, el caso del problema de la caja sin tapa. *Revista Innovaciones Educativas*, 5. p. 5.

De Las Fuentes, M., Encinas, A., y Bravo, M., (2005). *Enseñanza de derivadas sucesivas*. Memorias del primer foro nacional de ciencias básicas, "La modernidad en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias básicas para la formación del ingeniero".

De Las Fuentes, M. y Arcos, J., (2007). *Una alternativa didáctica para el tratamiento del fenómeno sistema masa-resorte empleando la calculadora graficadora*. Memorias del 7mo/ Congreso Internacional Retos y Expectativas de la Universidad.

De Las Fuentes, M., Arcos, J. y Díaz, B., (2008). *Diseño de una estrategia didáctica que incorpora tecnología de la calculadora para abordar aplicaciones de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California*. Investigación presentada en el Octavo Congreso Internacional Retos y Expectativas de la Universidad, Universidad y Política Educativa "Ser, Hacer y Deber Ser". Recuperado 19 de noviembre de 2008, de <http://www.retosyexpectativas.uan.mx>

Demana, F. y Waits, B., (1998). *El Rol de la Calculadora Graficadora en la Reforma de las Matemáticas*. Recuperado el 12 Marzo de 2007, de sitio de la Universidad de Ohio, Estados Unidos: <http://www.mayh.ohio-state.edu/~waitsb/roleofgraphcalc.pdf>

Douady, R., (1986). Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 7 (2), 5-32.

Duval, R., (1993). Registres de Représentation Sémiotique et Fonctionnement cognitif de la Pensée. *Annales de Didactiques et Sciences Cognitives*. pp. 37–65. Strasbourg, France: IREM.

Duval, R., (2000). *Representación, visión y visualización: Funciones cognitivas en el pensamiento matemático*. Recuperado el 12 Marzo de 2007, del sitio de la Université du Littoral Côte-d'Opale, Boulogne, et Centre IUFM Nord Pas-de Calais, Lille de <http://www.matedu.cinvestav.mx/e-librosydoc/pme-procee.pdf>

Duval, R. (2001). *El análisis cognoscitivo de los problemas de comprensión en el Aprendizaje de las matemáticas* Recuperado el 27 de septiembre de 2007, del sitio de la Université du Littoral Laboratoire Mutations de Systèmes Educatifs, et Centre IUFM Nord Pas-de Calais, Lille. <http://www.math.uncc.edu/~sae/dg3/duval.pdf>

Duval, R., (2006a). *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics.*, *Journal of Educational Studies in Mathematic*, 61(1-2), 103-131.

Duval, R., (2006b). *Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques?*, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(Especial), 45-81,

Ebel, R. L. y Frisbie, D. A. (1986). *Essentials of Education Measurement*. Englewood Cliffs, NJ.: Prentice Hall.

EduTEKA., (2006). *Funcionaria del Ministerio de Educación explica los alcances del proyecto de calculadoras en la enseñanza*. <http://www.eduteka.org/Entrevista3.php>, acceso: 12 Marzo (2007).

Gerald, A. G., (2002). Representaciones en el aprendizaje de las matemáticas y resolución de problemas. En L. D. English (Ed.), *Manual de investigación internacional en educación matemática* (pp. 197-218). New Jersey, EE. UU.

Hernández, S. R., Fernández, C. C., y Baptista, L. P., (2006). *Metodología de la investigación* (4a. ed.). México: Mc. Graw Hill.

Hitt, E. F., (1991). Intuición Primera versus Pensamiento Analítico: Dificultades en el Paso de una Representación Gráfica a un Contexto Real y Viceversa. *Educación Matemática*, 7, 63-75.

Hitt, E. F., (2003). Una reflexión sobre la construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes de Tecnología. *Boletín de la Asociación Venezolana*, 10(2), 12-21

Jiménez, J., Hugues, E., y Castillo, A., (2000). *La Experimentación Matemática Escolar apoyada por un dispositivo CAS*. En sexta escuela de verano del Centro Austriaco para la Didáctica del Cómputo Algebraico en Portoroz, Slovenia.

Kutzler, B., (2003). La calculadora algebraica como herramienta pedagógica para enseñar matemáticas (J. Jiménez, Trad.). En A. Del Castillo, L. Dórame, J. Jiménez y E Hugues, (Eds.), *Antología de lecturas, El uso del sistema de cómputo simbólico voyage 200 como recurso didáctico, nivel básico* (pp 9-27). Hermosillo, Sonora: (Artículo original en inglés Kutzler B. The Algebraic Calculator as a Pedagogical Tool for Teaching Mathematics.

Laborde, C., (2003). *¿Porqué la tecnología es hoy indispensable en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas?*, En J. Jiménez, et al (Eds.), *Antología de lecturas, El uso del sistema de cómputo simbólico voyage 200 como recurso didáctico* (pp 115-127). Hermosillo, Sonora.

NAE, (2005). *Educating the Engineer of 2020*. Adapting Engineering Education to the New Century. Recuperado en febrero de 2008 del sitio web <http://www.nap.edu/catalog/11338.html>

PISA. (2003b). *Manual de Análisis de Datos* [Versión electrónica], Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, Ministerio de Educación y Ciencia, Madrid. Recuperado el 28 de marzo de 2007 del sitio web <http://www.ince.mec.es/pub/pisamanualdatos.pdf>

Queralt, T., (2000). *Un enfoque constructivista en el aprendizaje de las matemáticas con las calculadoras gráficas*. Centro de información, innovación y recursos educativos de Torrent (CEFIRE) España.

Rosa, N. A., (2001). *La calculadora y los sistemas semióticos de representación: Hacia un aprendizaje de los conceptos matemáticos*, Revista Electrónica de Didáctica de las Matemáticas Xixim, 2, Artículo 1, Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro.

Saucedo, R., (2005). *La exploración de una ecuación diferencial con la ayuda de Voyage 200 y el CBL; un trabajo experimental*, Revista Innovaciones Educativas, 7, 10-11.

Walpole, R. E., & Myers, R. H., (1989). *Probabilidad y estadística para ingenieros* (2a. ed.). México: Interamericana.