

# Construcción de Diseños Experimentales Económicos en Estudios de Robustez

Ma. Verónica García Ronquillo\*  
Rogelio Ramos Quiroga\*\*

## Introducción y antecedentes

**E**l área de diseño de experimentos se enmarca en el estudio de la relación entre la variable de respuesta de un sistema y sus variables. Los objetivos generales de este tipo de estudios son conocer y optimizar el funcionamiento de un sistema.

El estadístico R. A. Fisher introdujo los planes experimentales llamados “diseños factoriales”, los cuales innovaron la forma de ejecutar experimentos al proponer métodos de análisis para datos provenientes de experimentos en los que todas las variables eran movidas a la vez. Un avance posterior fue el de proponer planes experimentales con muchas de las ventajas de los diseños factoriales pero a un costo menor; a estos planes se les conoce como “diseños factoriales fraccionados” que consisten de sólo una parte de las corridas de un diseño factorial completo.

Un concepto importante en la industria es el de “robustez”. Este concepto, desarrollado por Genichi Taguchi, consiste en lograr productos y procesos dentro de especificaciones y, simultáneamente, que la variabilidad inducida por factores de ruido sea lo más pequeña posible. La propuesta de Taguchi es una filosofía y un conjunto de

métodos y procedimientos que se ha dado en llamar “Diseño Robusto de Parámetros” (Taguchi y Wu, 1980), con ello se pretende que un producto o proceso tenga las siguientes propiedades:

- Dentro de especificaciones.
- Insensible a las condiciones del medio.
- Insensible a los factores que son difíciles de controlar.
- Proporcionar variación mínima en su funcionamiento.

Otro concepto es el de los diseños llamados “arreglos combinados” que involucra métodos de diseños factoriales fraccionados. Este tipo de estrategia trata de tomar ventaja sobre los arreglos producto de Taguchi, mediante la reducción del número de corridas experimentales, y, con esto, lograr un ahorro económico considerable y alcanzar a su vez, robustez en el producto, proceso o sistema que se desee mejorar. El enfoque de arreglos combinados fue introducido por Welch *et al.* (1990) y adaptado al campo de robustez por Shoemaker *et al.* (1991).

En este artículo se presentará, mediante un caso de estudio, la forma de análisis y de obtención de resultados con las técnicas experimentales de arreglos producto y combinados. Se mostrará que el uso apropiado de esas técnicas nos dirigirá, con la mínima experimentación, a una caracterización exitosa y a la optimización de procesos de respuestas y factores múltiples. Finalmente, se confrontarán las dos alternativas de análisis para determinar cuál de estos métodos arroja una mejor solución.

## 1. Caso de estudio de robustez

A continuación describimos la primera fase de un estudio experimental para la optimización de un proceso de grabado de *n*-polisilicón usado en la fabricación de circuitos integrados. Este estudio está reportado en el libro de Logothetis y Wynn (1989).

El *n*-polisilicón es la base para la manufactura de *chips* de computadora. Los circuitos integrados son elaborados mediante un proceso de grabado usando un plasma de mezcla de gases:  $\text{Cl}_2$ ,  $\text{SF}_6$  y  $\text{O}_2$ . Durante la primera etapa del proceso de grabado, se rompe la capa de óxido que está siempre presente en la superficie del polisilicón, enseguida, se graba la película que contiene el circuito impreso, tratando de tener la mínima pérdida del ancho de línea, con una velocidad alta y uniforme de grabado y una pérdida pequeña de la fotorresistencia.

La impresión del circuito es efectuada mediante tres electrodos: el superior, conectado a tierra; el inferior, manejado por una fuente de rf de 100 kHz, y el lateral, manejado por una fuente de rf de 13.56 MHz. Este arreglo de los electrodos permite un buen control sobre el desempeño del grabado. Las dos fuentes de poder representan dos factores de diseño. La fuente de 100kHz puede ser pulsada, de modo que el ciclo útil de la fuente de 100kHz es una tercera variable. Se consideraron otros cuatro factores con potencial de afectar la calidad de grabado. En total, se estudiaron

\*Ingeniera Industrial por el Instituto Tecnológico de Puebla. Correo electrónico: vgronquillomx@hotmail.com

\*\*Doctor en Estadística por la Universidad Estatal de Carolina del Norte, EUA. Investigador Titular "A" en el Centro de Investigación en Matemáticas, A.C. en Guanajuato, Gto.

los siguientes siete factores de diseño:

- 1) Temperatura del electrodo inferior, T (°C).
- 2) Presión de la cámara, Pre (millitorr).
- 3) Velocidad de flujo del cloro, Cl<sub>2</sub> (sccm).
- 4) Potencia de la fuente de 13.56 MHz, P13 (watts).
- 5) Potencia de la fuente de 100 kHz, P100 (watts).
- 6) Ciclo útil de la fuente de 100 kHz, D100 (%).
- 7) Velocidad de flujo del oxígeno, O<sub>2</sub> (sccm).

Dos respuestas de interés, vinculadas directamente con los objetivos del estudio, son:

- LL: Pérdida del ancho de línea del grabado en el polisilicón (idealmente debe ser menor que 0.4).
- PER: Velocidad de grabado en polisilicón (cualquier valor arriba de 0.4 μm es aceptable).

Una alta uniformidad (robustez) en las respuestas de interés puede ser lograda minimizando la variabilidad entre y dentro de las obleas. La variabilidad dentro de obleas se evaluó tomando mediciones en 5 sitios dentro de cada oblea y la variabilidad entre obleas se cuantificó usando observaciones de dos obleas. Los factores que representan a estas variables de ruido son los siguientes:

- 1) Variabilidad dentro de las obleas, S (Norte, centro, sur, este y oeste).
- 2) Variabilidad entre obleas, W (Oblea 1 y Oblea 2).

Hasta este punto hemos descrito los factores de control, las variables de respuesta y las variables de ruido involucradas en el proceso de grabado. En términos estadísticos, el objetivo del estudio es encontrar niveles de los factores de control que hagan que las variables de respuesta estén en niveles óptimos y que las variables de ruido tengan un impacto mínimo en esos niveles

óptimos. Para lograr ese objetivo, se utilizó un enfoque basado en experimentación.

Se formaron 8 condiciones experimentales para los 7 factores de control usando un diseño factorial fraccionado 2<sup>7-4</sup>. Por cada una de las 8 corridas experimentales, dos obleas fueron usadas (W), y sobre cada oblea fueron tomadas 5 mediciones: al norte, centro, sur, este y oeste (S). La configuración del experimento se muestra en la figura 1.

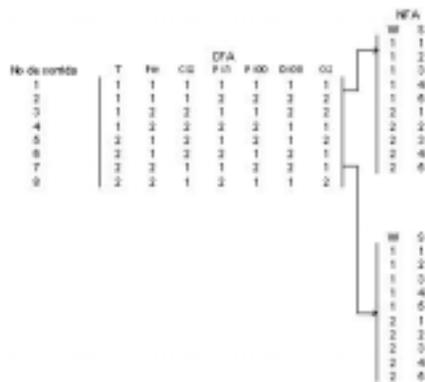


Figura 1. Configuración del experimento

El arreglo de factores de control (CFA, por sus siglas en inglés) es una fracción 1/16 de un arreglo factorial completo que requiere 128 experimentos. El arreglo de factores de ruido (NFA, por sus siglas en Inglés) consiste de 10 filas correspondientes a los 10 valores obtenidos a partir de los 5 sitios de medición sobre cada una de las dos obleas. Las dos columnas en NFA corresponden a los 2 factores de ruido, el factor W (“entre-obleas”) de 2 niveles y el factor S (“dentro-obleas”) de 5 niveles.

Se realizaron las 80 corridas requeridas por el experimento y se registraron las observaciones sobre las variables de respuesta LL y PER. Los datos se muestran en las tablas 1 y 2. En este trabajo concentraremos la atención, por razones de espacio, en la variable de respuesta LL.

## 2. Análisis de datos mediante el enfoque de arreglos producto

Como primer paso en el análisis

de la respuesta LL (pérdida de ancho de línea), construimos gráficas de efectos principales, tanto para la pérdida media de ancho de línea como para su variabilidad. El objetivo es identificar visualmente los factores (así como sus niveles) que impactan al nivel de LL y su variabilidad con respecto a las diferentes variables de ruido.

Corrida	Primera Oblea					Segunda Oblea				
	N	C	S	E	W	N	C	S	E	W
1	0.659	0.8	0.895	0.711	0.538	0.675	0.794	0.65	0.75	0.425
2	0.444	0.394	0.322	0.413	0.406	0.515	0.412	0.375	0.5	0.382
3	0.444	0.554	0.515	0.529	0.444	0.417	0.559	0.588	0.639	0.457
4	0.542	0.727	0.745	0.556	0.429	0.571	0.612	0.64	0.462	0.444
5	0.531	0.553	0.48	0.44	0.486	0.531	0.553	0.48	0.44	0.486
6	0.583	0.697	0.371	0.548	0.247	0.583	0.697	0.371	0.548	0.247
7	0.286	0.632	0.2	0.257	0.152	0.533	0.769	0.414	0.507	0.382
8	0.625	0.511	0.6	0.436	0.367	0.615	0.696	0.64	0.577	0.415

Tabla 1. Datos de la respuesta LL.

Corrida	Primera Oblea					Segunda Oblea				
	N	C	S	E	W	N	C	S	E	W
1	0.87	0.75	0.81	0.82	0.81	0.85	0.68	0.85	0.77	0.85
2	0.72	0.66	0.62	0.63	0.64	0.66	0.68	0.64	0.68	0.68
3	0.72	0.63	0.66	0.68	0.72	0.72	0.68	0.68	0.72	0.7
4	0.59	0.54	0.51	0.54	0.56	0.56	0.49	0.5	0.52	0.54
5	0.77	0.79	0.79	0.79	0.87	0.86	0.79	0.8	0.84	0.84
6	0.72	0.66	0.7	0.71	0.71	0.86	0.74	0.84	0.8	0.82
7	0.63	0.57	0.6	0.7	0.66	0.6	0.52	0.58	0.67	0.68
8	0.48	0.47	0.5	0.55	0.49	0.52	0.46	0.5	0.52	0.53

Tabla 2. Datos de la respuesta PER.

Las primeras siete columnas de la tabla 3 muestran el diseño experimental, las siguientes diez son las mediciones de LL correspondientes a los diferentes niveles de las variables de ruido y las dos últimas columnas muestran el logaritmo de la desviación estándar de LL (como medida de variabilidad) y su promedio.

La figura 2 muestra las gráficas de efectos principales, tanto para la pérdida promedio de línea como para su variabilidad.

De la figura 2 observamos que los factores que más impactan a la pérdida de ancho de línea son, en orden de importancia: D100, P100 y T. De la gráfica 2 b) vemos que O2 sobresale en cuanto a su impacto en la variabilidad del ancho de línea. Ilustramos la obtención de estas gráficas para el caso de O2 (con los datos de variabilidad). Los valores inferior y superior que determinan la gráfica de O2 se obtienen promediando los valores de variabilidad para los niveles bajos y altos de O2 respectivamente.

Oblea 1							Oblea 2											
T	Pre	C12	P13	P100	D100	O2	N	C	S	E	W	N	C	S	E	W	LSTD	MEDIA
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0.659	0.800	0.895	0.711	0.538	0.675	0.794	0.650	0.750	0.425	-1.999	0.690
-1	-1	-1	1	1	1	1	0.444	0.394	0.322	0.413	0.406	0.515	0.412	0.375	0.500	0.382	-2.853	0.416
-1	1	1	-1	-1	1	1	0.444	0.554	0.515	0.529	0.444	0.417	0.559	0.588	0.639	0.457	-2.623	0.515
-1	1	1	1	1	-1	-1	0.542	0.727	0.745	0.356	0.429	0.571	0.612	0.640	0.462	0.444	-2.201	0.573
1	-1	1	-1	1	-1	1	0.531	0.553	0.480	0.440	0.486	0.531	0.553	0.480	0.440	0.486	-3.170	0.498
1	-1	1	1	-1	1	-1	0.583	0.697	0.371	0.548	0.247	0.583	0.697	0.371	0.548	0.247	-1.780	0.489
1	1	-1	-1	1	1	-1	0.286	0.632	0.200	0.257	0.152	0.533	0.769	0.414	0.507	0.382	-1.619	0.413
1	1	-1	1	-1	-1	1	0.625	0.511	0.600	0.436	0.367	0.615	0.696	0.640	0.577	0.415	-2.208	0.548

Tabla 3. Arreglo Taguchi para la respuesta LL.

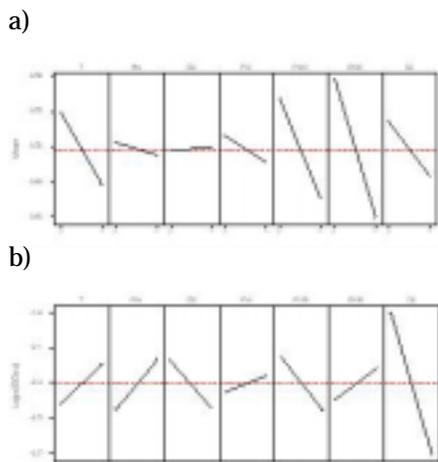


Figura 2. Gráfica de efectos principales a) para promedios, b) para el log<sub>e</sub> de la desviación estándar.

De la tabla 3 obtenemos:

$$O2^- = (-1.999 - 2.201 - 1.780 - 1.619) / 4 = -1.90$$

$$O2^+ = (-2.853 - 2.623 - 3.170 - 2.208) / 4 = -2.71$$

Estos valores son los que determinan la gráfica del efecto de O2 sobre la variabilidad. De la gráfica, vemos que el nivel alto de O2 sería el recomendable pues nos da la mínima variabilidad del ancho de línea. Con respecto al ancho de línea, de la gráfica 2 a) vemos que el rango en el que se mueven las gráficas es de 0.46 a 0.58, lo deseable es que el nivel de pérdida sea menor a 0.4, de modo que las recomendaciones cerca de niveles óptimos se basan en aquéllos que tiendan a minimizar LL. La tabla 4 resume las recomendaciones basadas en un análisis gráfico.

Fact.	T	Pre	C12	P13	P100	D100	O2
LL	1	+1-1	-1+1	+1-1	1	1	1
ln LL	-1	-1	1	-1+1	1	-1+1	1

Tabla 4. Recomendaciones preliminares

Los recuadros que se encuentran sombreados indican los factores más significativos y los valores que éstos deben tomar. Las recomendaciones específicas, que minimicen LL, así como su variabilidad, se obtienen consensando los dos renglones de la tabla 4 de la siguiente forma:

Fact.	T	Pre	C12	P13	P100	D100	O2
Niveles	+1	-1	+1	+1-1	+1	+1	+1

Tabla 5. Combinación recomendada (Arreglos Producto).

Estas conclusiones finales se basaron en el uso de arreglos producto (Tabla 3). Una forma complementaria de llegar a estas conclusiones es mediante la estimación de modelos, usando métodos de regresión lineal, para las respuestas LL y la variabilidad de LL. Los modelos estimados son:

$$\hat{y} = 0.518 - 0.031T - 0.043P100 - 0.059D100 - 0.023O_2$$

$$\log(\hat{\sigma}) = -2.307 + 0.144Pre - 0.137Cl_2 - 0.154P100 - 0.407O_2$$

En estas dos ecuaciones mostramos cuantitativamente cómo dependen la pérdida de línea y su variabilidad de los factores de control. Es importante notar que la decisión acerca de las variables que se incluyen en cada modelo fue basada en el tamaño relativo de los coeficientes de regresión y no en pruebas de significancia estadística, pues el arreglo resultante es un diseño saturado sin grados de libertad para estimar el error. Un análisis de los modelos anteriores nos lleva a las mismas conclusiones que se muestran en la tabla 5.

Con el fin de tener un criterio para comparar diferentes alternativas de solución, consideraremos el Error Cuadrático Medio (ECM), el cual, para el caso de "menor es mejor" se convierte en una ponderación de la pérdida de línea y su

variabilidad:

$$ECM = E^2(y) + Var(y)$$

El ECM de la solución obtenida es calculado usando las ecuaciones de los modelos estimados y su valor es  $ECM = 0.133$ .

Ahora reconsideraremos el uso de la información de la tabla 3 pero desde el punto de vista de un arreglo combinado.

### 3. Análisis de datos mediante el enfoque de arreglos combinados

La tabla 6 muestra la misma información que la tabla 3, pero ahora formando un solo arreglo de 80 renglones y 9 columnas (7 corresponden a los factores de control y 2, a las variables de ruido).

El hecho de incluir a las variables de ruido junto a los factores de control nos permitirá estimar un modelo para LL en función de todas esas variables (además de sus interacciones). El modelo estimado mediante mínimos cuadrados es

$$\hat{y} = 0.54419 - 0.09659D100 - 0.06274P100 - 0.05921O2 - 0.0414T - 0.033964Pre + 0.08286W + 0.01239D100S + 0.01191O2S - 0.02859WS \quad (1)$$

En este caso, a diferencia de los modelos obtenidos bajo arreglos producto, la decisión de qué variables son incluidas en el modelo puede basarse en criterios de significancia estadística. La figura 3 muestra la gráfica normal de efectos estandarizados que utilizamos para identificar los efectos significativos, incluyendo los efectos principales e interacciones de segundo orden (se usó un nivel de significancia liberal con el fin de tener un ajuste adecuado).

Note que el modelo estimado (1) incluye los términos  $W$  y  $S$ ; estas variables de ruido pueden considerarse como variables aleatorias con media 0 y varianza unitaria (sin pérdida de generalidad, pues estamos usando variables codificadas). Entonces, un modelo para la

T	Pre	C12	P13	P100	D100	O2	W	S	LL	T	Pre	C12	P13	P100	D100	O2	W	S	LL
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	0.659	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	3	0.675
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	0.444	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	3	0.515
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	0.444	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	3	0.417
-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	0.542	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	3	0.571
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	0.531	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	3	0.531
1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	0.583	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	3	0.583
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	0.286	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	3	0.533
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	0.625	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	3	0.615
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0.800	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	0.794
-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	0.394	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	4	0.412
-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	0.554	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	4	0.559
-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	0.727	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	4	0.612
1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	0.553	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	4	0.553
1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	0.697	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	4	0.697
1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	0.632	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	4	0.769
1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	0.511	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	4	0.696
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	0.895	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	4	0.650
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	2	0.322	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	4	0.375
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	2	0.515	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	4	0.588
-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	2	0.745	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	4	0.640
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	2	0.480	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	4	0.480
1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	2	0.371	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	4	0.371
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	2	0.200	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	4	0.414
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	2	0.600	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	4	0.640
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	2	0.711	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	5	0.750	
-1	-1	-1	1	1	1	1	1	2	0.413	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	5	0.500
-1	1	1	-1	-1	1	1	1	2	0.529	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	5	0.639
-1	1	1	1	1	-1	-1	1	2	0.556	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	5	0.462
1	-1	1	-1	1	-1	1	1	2	0.440	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	5	0.440
1	-1	1	1	-1	1	-1	1	2	0.548	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	5	0.548
1	1	-1	-1	1	1	-1	1	2	0.257	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	5	0.507
1	1	-1	1	-1	-1	1	1	2	0.436	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	5	0.577
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3	0.538	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	5	0.425
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	3	0.406	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	5	0.382
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	3	0.444	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	5	0.457
-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	3	0.429	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	5	0.444
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	3	0.486	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	5	0.486
1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	3	0.247	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	5	0.247
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	3	0.152	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	5	0.382
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	3	0.367	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	5	0.415

Tabla 6. Arreglo Combinado para la respuesta LL.

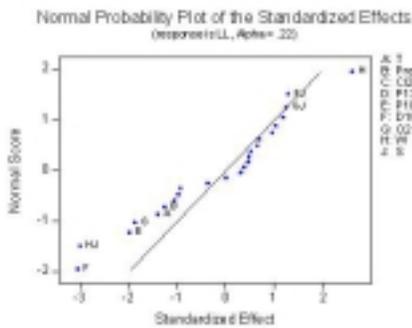


Fig. 3. Gráfica normal de efectos estandarizados para LL.

respuesta media se obtiene tomando el valor esperado de (1):

$$\hat{E}(y) = 0.54419 - 0.09659D100 - 0.06274P100 - 0.05921O2 - 0.0414T - 0.03964Pre \quad (2)$$

Ahora, podemos encontrar un modelo para la variabilidad del

proceso, calculando la varianza de (1):

$$\hat{var}(y) = 0.08286^2\sigma_w^2 + 0.01239^2D100^2 + 0.01191^2O_2^2\sigma_s^2 + 2(0.01239D100)(0.01191O_2)\sigma_s^2 + (-0.02859)^2\sigma_w^2\sigma_s^2$$

Donde hemos usado el cuadrado medio del error como una estimación de  $\sigma^2$ ; ahora, usando ideas elaboradas en el artículo de D. C. Montgomery (1999) y bajo el supuesto de que  $\sigma_w^2 = \sigma_s^2 = 1$ , tenemos que la varianza del proceso LL se puede escribir como

$$\hat{var}(y) = 0.00768 + (0.01239D100 + 0.01191O_2)^2 \quad (3)$$

La variabilidad transmitida es minimizada al resolver

$$\frac{\partial var \hat{y}}{\partial D100} = 0, \quad \frac{\partial var \hat{y}}{\partial O_2} = 0$$

obteniendo:

$$\frac{\partial var \hat{y}}{\partial D100} = -3.0702 \cdot 10^{-4} D100 + 2.9513 \cdot 10^{-4} O_2 = 0$$

y

$$\frac{\partial var \hat{y}}{\partial O_2} = -2.837 \cdot 10^{-4} O_2 + 2.9513 \cdot 10^{-4} D100 = 0$$

al resolver simultáneamente estas ecuaciones obtenemos el siguiente resultado:

$$D100 = -0.9613 O_2 \quad (4)$$

A partir de esta relación, es posible obtener un número ilimitado de combinaciones de las variables (D100, O<sub>2</sub>) que minimizan la variabilidad, por lo que, con base en la ecuación (2), se buscará minimizar la respuesta promedio. Las variables que no afectan la variabilidad son P100, T y Pre; estas variables tienen coeficientes negativos en el modelo (2) para LL promedio, así que los niveles recomendados para esas variables son:

$$P100 = +1, T = +1, Pre = +1$$

Por otro lado, D100 y O<sub>2</sub> son los únicos factores que afectan la variabilidad de LL, la cual es minimizada si mantenemos a D100 y O<sub>2</sub> de acuerdo con la relación (4). Notamos que ambos factores tienen un coeficiente negativo en la ecuación (2) por lo que se asignará el signo negativo al factor que tiene el coeficiente de valor menor para minimizar la respuesta promedio. Así que asignamos O<sub>2</sub> = -1 y, consecuentemente, D100 = 0.9613

Las variables que no han sido definidas toman el valor asignado en la combinación preliminar. Resumiendo, la recomendación de niveles óptimos usando un enfoque de arreglos combinados es:

Fact.	T	Pre	C12	P13	P100	D100	O2
Niveles	+1	+1	+1	+1	+1	.96	-1

Tabla 7. Combinación recomendada (Arreglos Combinados)

Las tablas 5 y 7 contienen las recomendaciones a las que se llegó usando los dos enfoques discutidos.

Para compararlas, usamos los correspondientes ECM's. Usando las ecuaciones (2) y (3), obtenemos el ECM para la solución obtenida mediante arreglos combinados y su valor es  $ECM = 0.142$ . La siguiente tabla resume las soluciones obtenidas con ambos enfoques.

Método	Factores							ECM
	T	Pre	C12	P13	P100	D100	O2	
Arreglos Producto	+1	-1	+1	+1-1	+1	+1	+1	0.1329
Arreglos Combinados	+1	+1	+1	+1-1	+1	.9613	-1	0.1422

Tabla 8. Comparación de resultados para la variable LL.

Observamos que la solución obtenida mediante Arreglos Producto tiene asociado un ECM ligeramente menor a la solución obtenida mediante Arreglos Combinados. En general, hemos encontrado que las soluciones con ambos enfoques son comparables, en particular, el análisis correspondiente a la segunda variable de respuesta (PER) refleja un menor valor del ECM para la solución mediante arreglos combinados. La ganancia potencial del uso de Arreglos Combinados radica en que es posible implementar la técnica de análisis con experimentos de menor tamaño; por ejemplo, el experimento descrito usó 80 corridas experimentales, correspondientes a 5 réplicas (una por cada nivel de la variable de ruido S) de 16 corridas, cada réplica corresponde a un factorial fraccionado para 8 factores (7 de control y la variable de ruido W); alternativamente, un diseño Plackett-Burman de 12 corridas nos daría información suficiente para efectuar el análisis, con un gasto experimental de  $5 \times 12 = 60$  corridas en total, lo cual representaría un 25% de ahorro en el experimento.

#### 4. Economía de los arreglos combinados

En la sección anterior hemos mostrado una metodología de análisis que representa una alternativa a los procedimientos de Taguchi basados en arreglos producto, mencionamos el potencial en cuanto a

la economía de los diseños que pueden usarse en el enfoque de arreglos combinados. En esta sección ahondaremos en este punto, ilustrando con un ejemplo la forma de reducir un plan experimental.

Consideremos el caso de tener un estudio con 7 factores de control y 3 variables de ruido con todas las variables a dos niveles; si usamos un arreglo producto, el mínimo número de corridas en el arreglo interno para factores de control es de 8 corridas (que corresponden a un diseño factorial fraccionado  $2^{7-4}$  de resolución III); estas 8 corridas, al cruzarlas con las 8 combinaciones de los niveles de las variables de ruido, requieren de un experimento de tamaño  $8 \times 8 = 64$  corridas en total. Nótese que, con este diseño, las estimaciones de los efectos principales de los 7 factores de control quedarían confundidas con interacciones dobles. Alternativamente, si optamos por usar un arreglo para el total de 10 variables, podemos usar, por ejemplo, el diseño  $2^{10-5}$  de resolución III (que requiere de 32 corridas) definidas por los generadores

$$I = 126 = 1347 = 1358 = 1459 = 34510$$

(Ver Tabla 4A.3 en Wu y Hamada (2000)). Este diseño permite estimar los efectos principales de las variables 3, 4, 5, 7, 8, 9 y 10 sin que queden confundidas con interacciones dobles (los efectos 1, 2 y 6 son estimables pero, de igual manera que en el arreglo producto, quedarían confundidos con interacciones dobles). Además, con este diseño podemos estimar las interacciones dobles 23, 24, 25, 27, 28, 29, 210, 36, 46, 56, 67, 68, 69, 610, todas ellas sin que queden confundidas con otras interacciones dobles; esto es importante, pues podemos estimar con muy buena calidad a interacciones entre factores de control y variables de ruido, lo cual nos permite, potencialmente, determinar niveles de factores de control robustos. El diseño propuesto conlleva una reduc-

ción del 50% en el número de corridas necesarias; más aún, este diseño permite tener estimaciones de efectos sin que queden confundidos con interacciones dobles (a diferencia del arreglo producto, en el que los efectos principales de los factores de control quedan, necesariamente, confundidos con interacciones dobles).

#### Conclusiones

El enfoque tradicional de los métodos Taguchi usa un diseño experimental que consiste de todas las combinaciones que se pueden efectuar con dos arreglos (el arreglo de factores de control y el arreglo de las variables de ruido), con base en estos arreglos producto, la metodología Taguchi trata de obtener condiciones óptimas para los niveles de los factores de control que sean insensibles a cambios en las variables de ruido. En este trabajo, hemos mostrado una alternativa que consiste en formar un solo arreglo para todas las variables bajo consideración. Ilustramos la forma de análisis para un experimento en la manufactura de circuitos integrados; en este caso particular, las soluciones obtenidas con ambos métodos resultan comparables en términos de Error Cuadrático medio; en general, hemos observado un comportamiento equivalente a éste en otros estudios. El enfoque de arreglos combinados tiene la ventaja de que nos permite proponer esquemas experimentales más económicos capaces de producir soluciones con la propiedad de robustez. El ejemplo final indica una reducción del 50% en experimentación, lo cual puede considerarse típico para el caso de factores a dos niveles. En el caso en que se tienen factores a más de dos niveles (como en nuestro caso de estudio) las reducciones no son tan marcadas debido a que es difícil proponer diseños factoriales fraccionados para el caso de niveles mixtos. 

## ***Bibliografia***

Logothetis,N. & H.P. Wynn. *Quality through design*. Oxford University Press. 1989.

Montgomery,D.C. “Experimental design for product and process design and development”. *The Statistician*, Vol. 48, Part 2, 1999, p.p. 159-177.

Shoemaker,A.C. *et al.* “Economical experimentation methods for robust design”. *Technometrics*, Vol. 33, No. 4, 1991, p.p. 415-427.

Taguchi,G. y Y.I. Wu. *Introduction of off-line quality control*. Central Japan Quality Control Association, ASI Inc. 1980.

Welch,W.J. *et al.* “Computer experiments for quality control by parameter design”. *Journal of Quality Technology*, Vol. 22, 1990, p.p. 15-22.

Wu,C.F.J. y M. Hamada. *Experiments: Planning, analysis, and parameter design*. Wiley & Sons, Inc. 2000.

