



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
UNIDAD PROFESIONAL "ADOLFO LÓPEZ MATEOS"**

**ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE
ELEMENTOS ESTRUCTURALES COMPUESTOS
(CONCRETO-ACERO), POR MEDIO DE SIMULACIONES
NUMÉRICAS BASADAS EN EL MÉTODO DE LOS
ELEMENTOS FINITOS**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERIA CIVIL

PRESENTA

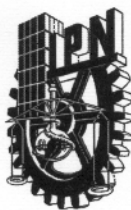
GABRIEL RICARDO VERGARA ZAMORA

DIRECTOR

DR. NORBERTO DOMÍNGUEZ RAMÍREZ



MÉXICO, D.F. 2010



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

SIP-14

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 17:30 horas del día 10 del mes de junio del 2010 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E.S.I.A.-U.Z. para examinar la tesis de titulada:

"Estudio del comportamiento mecánico de elementos estructurales compuestos (concreto-ace-ro), por medio de simulaciones numéricas basadas en el método de los elementos finitos".

Presentada por el alumno:

Vergara
Apellido paterno

Zamora
Apellido materno

Gabriel Ricardo
Nombre(s)

Con registro:

A	0	8	0	1	1	8
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

MAESTRO EN INGENIERÍA CIVIL

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director de tesis

Dr. Norberto Domínguez Ramírez

Dr. Héctor Aureliano Sánchez Sánchez

Dr. Esteban Flores Méndez

Dr. Jorge Luis Alamillo López

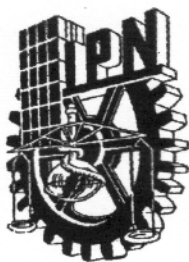
Dr. Jorge Ignacio Cruz Díaz

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO



M. en C. Pino Durán Escamilla

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE
POSGRADO E INVESTIGACIÓN



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de MÉXICO el día 15 del mes Junio del año 2010 , el que suscribe Gabriel Ricardo Vergara Zamora alumno del Programa de Maestría en Ingeniería Civil con número de registro A080118 , adscrito a SEPI Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dr. Norberto Domínguez Ramírez y cede los derechos del trabajo intitulado “ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES COMPUESTOS (CONCRETO-ACERO), POR MEDIO DE SIMULACIONES NUMÉRICAS BASADAS EN EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS”, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección gabrielvergaraz@hotmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Gabriel Ricardo Vergara Zamora

DEDICATORIA

Dedico este trabajo, primero a Dios, por darle a mi vida una bendición más y por mantenerme siempre en el camino de su Gracia, además dedico este trabajo con mucho amor a las personas que siempre han estado allí para definir lo que hoy soy:

Sonia

Por el profundo amor que siempre me has dado.
Por darme la vida y creer incondicionalmente en mis proyectos.
Porque sin tu apoyo este sueño simplemente no hubiera sido posible

Julio y Lalo

Por crecer y jugar conmigo.
Por que como hermanos mayores, han sido un ejemplo en mi vida.
Por ese amor que siempre me han hecho sentir.

Chamaquito y Chamaquita

Por que mas que abuelos, padres han sido para mí.
Por educarme, consentirme y cuidarme siempre.

Cuco

A tu memoria.
Porque me diste el ejemplo de que con esfuerzo y tenacidad, es posible
alcanzar las metas profesionales que uno se traza.

*"Es, pues, la fe la certeza de lo que se espera,
la convicción de lo que no se ve."*

[Heb 11:1]

AGRADECIMIENTOS

Es mi deseo agradecer profundamente a aquellas personas que me apoyaron durante el desarrollo de este trabajo de tesis:

Primero, al Instituto Politécnico Nacional, en especial a la SEPI-ESIA-ZAC por la formación que me brindo.

A mi director de tesis y gran amigo:

Dr. Norberto Domínguez Ramírez

Por brindarme su valiosa orientación para llegar al final de este trabajo de tesis, marcando huellas profundas en éste recorrido.

A los profesores de la Sección de Estructuras, por compartir sus conocimientos y sus continuos ánimos.

Al jurado integrado por:

- Dr. Norberto Domínguez Ramírez
 - Dr. Héctor A. Sánchez Sánchez
 - Dr. Jorge Alamilla López
 - Dr. Esteban Flores Méndez
 - Dr. Jorge Ignacio Cruz Díaz
-

RESUMEN

El presente trabajo trata sobre el estudio del comportamiento mecánico de columnas compuestas, formadas por perfiles de acero, laminados o hechos con secciones o placas remachadas, atornilladas o soldadas, ahogados en concreto reforzado; así como tubos o miembros de sección transversal rectangular hueca de acero, rellenos de concreto reforzado; el propósito es estudiar su respuesta estructural bajo diferentes estados de carga de compresión y de flexión.

El mencionado estudio se llevará a cabo, tomando en cuenta el comportamiento no lineal de los materiales involucrados, así como los efectos de la degradación de la adherencia. Todo esto mediante la realización de simulaciones numéricas basadas en el Método de los Elementos Finitos y con el apoyo del programa de análisis FEAP.

Este procedimiento permite una estimación más precisa de la respuesta de miembros compuestos en comparación con modelos similares.

Finalmente, las aproximaciones de los modelos numéricos son comparadas con los resultados teóricos y los resultados de los datos experimentales y muestran buenas aproximaciones.

ABSTRACT

The aim of this work is to study the mechanical behavior of composite columns, which are classified as steel-concrete coat columns (or encased, SRC), circular concrete filled tubes (CCFT), and rectangular concrete filled tube (RCFT), as well as their structural response when they are subjected to different solicitations (in this case, compression and flexion loading).

The numerical research has been done taking account of each material non linear behavior, as well as the effects of the bonding degradation. These numerical simulations were done in the framework of the Finite Element Method, by using FEAP, a program developed by Prof. R.L. Taylor from the University of Berkeley.

The advantage of this numerical proposal is its capacity for predicting the structural response of the composite columns, in a better way in comparison to other similar models.

Finally, the numerical results were compared to the AISC official recommendations as well to the experimental results.

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES COMPUESTOS (CONCRETO- ACERO), POR MEDIO DE SIMULACIONES NUMÉRICAS BASADAS EN EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Contenido general

	Página
RESUMEN	
Contenido general	xxiii
Lista de figuras	xxvi
Lista de tablas	xxxi
Simbología	xxxiii
 CAPITULO I	
INTRODUCCION A LOS SISTEMAS COMPUESTOS	
I.1. Estado del arte; Generalidades y antecedentes	2
I.2. Objetivo general	13
I.3. Metas	13
I.4. Justificación	14
I.5. Alcances	15
 Capítulo II:	
MODELOS NO LINEALES DE COMPORTAMIENTO MATERIAL	
II.1. Planteamiento del problema.	17
II.2. Método del elemento finito.	18
II.3. Comportamiento lineal del material.	19
II.4. Comportamiento no lineal del material.	20
II.4.1. Fundamentos de la plasticidad.	21
II.4.2. Leyes de comportamiento de material.	24
II.5. Modelos constitutivos de los materiales.	26
II.5.1. Modelo constitutivo de material para el acero.	26
II.5.2. Modelo constitutivo de material para el concreto.	28
II.5.3. Modelos constitutivo para la adherencia-deslizamiento.	33

CAPITULO III: MODELACION NUMERICA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES COMPUESTOS.

III.1. Estrategia de investigación.	40
III.1.1. Breve descripción de los trabajos experimentales de Kim.	43
III.1.2. Las herramientas numéricas utilizadas en este estudio.	45
III.1.2.a Section builder	45
III.1.2.b FEAP	45
III.1.2.c GMSH	45
III.2. Estudio numérico de col. de Tubo Rectangular de Acero Rellenas de Concreto RCFT	46
III.2.1. Fase 1 - Trabajos preliminares de columnas RCFT	46
III.2.2. Fase 2 - Estudio numérico 3D de las columnas RCFT	61
III.2.2.a Trabajos preliminares para la modelación: calibración de los parámetros materiales	61
III.2.2.b Introducción al estudio de las col. RCFT: C24-1-00 a C24-3-45	70
III.2.2.c Estudio elástico 3D	72
III.2.2.d Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas C24-1-00 a C24-3-45, en dimensión 3.	73
III.2.2.e Estudio inelástico 3D	75
III.2.3. Fase 3 – Estudio numérico 2D de las columnas RCFT	78
III.2.3.a Estudio Elástico 2D	79
III.2.3.b Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas C24-1-00 a C24-3-45, en dimensión 2.	81
III.2.3.c Estudio Inelástico 2D	83
III.2.3.d Curva de Interacción P-M Para las columnas RCFT, a partir de los modelos Bilineales con comportamiento Inelástico.	86
III.2.3.e Estudio de los efectos de la adherencia	89
III.3. Estudio núm. de col. Tubo Circular de Acero Rellenas de Concreto CCFT	98
III.3.1. Fase 1- Trabajos preliminares de columnas CCFT	98
III.3.2. Fase 2 - Estudio numérico 3D de las columnas CCFT	110
III.3.2.a Trabajos preliminares para la modelación: calibración de los parámetros materiales	110
III.3.2.b Introducción al Estudio de las col. CCFT: C18-1, C18-3, C18-5	111
III.3.2.c Estudio Elástico 3D	113
III.3.3. Fase 3 - Estudio numérico 2D de las columnas CCFT	114
III.3.3.a Estudio Elástico 2D	115
III.3.3.b Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas C18-1, C18-3, C18-5, en 2D.	117
III.3.3.c Estudio Inelástico 2D	119
III.3.3.d Curva de Interacción P-M Para las columnas CCFT, a partir de los modelos Bilineales con comportamiento Inelástico.	122
III.4. Estudio numérico de col. de acero con camisa de concreto SRC	125
III.4.1. Fase 1- Trabajos preliminares de columnas SRC	125
III.4.2. Fase 2 – Estudio numérico 3D de las columnas SRC	136
III.4.2.a Trabajos preliminares para la modelación: calibración de los parámetros materiales	136
III.4.2.b Introducción al estudio de las columnas SRC: V31, V32, V33.	137

III.4.2.c Estudio Elástico 3D	139
III.4.2.d Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas V31, V32, V33, en dimensión 3.	140
III.4.2.e Estudio Inelástico 3D	141
III.4.3. Fase 3 – Estudio numérico 2D de las columnas SRC	145

CAPITULO IV:

APLICACIONES PRÁCTICAS DEL MODELO

IV.1. Planteamiento de la aplicación práctica	147
IV.2. Descripción del proyecto de ingeniería “remodelación de oficinas”	148
IV.3. Análisis de la columna C-03	155
IV.4. Aplicación práctica del modelo bilineal con comportamiento no lineal de los materiales.	156
IV.5. Notas finales del capítulo cuatro	157

CONCLUSIONES	158
---------------------	-----

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	162
-----------------------------------	-----

APÉNDICE A. Conceptos fundamentales.	165
---	-----

APÉNDICE B. El método de los elementos finitos.	175
--	-----

ANEXO A. Non-linear modelling of composite CFT & SRC columns taking account of bonding, ECCM 2010, G. Vergara ¹ , N. Domínguez ¹	
---	--

LISTA DE FIGURAS

	Página
CAPITULO I	
INTRODUCCION A LOS SISTEMAS COMPUESTOS	
Figura 1.1. Sistema de piso con losa colada sobre una lámina acanalada.	3
Figura 1.2. a) Viga de acero ahogada en concreto. b) Viga y losa unidas mediante conectores de cortante.	4
Figura 1.3. Vigas compuestas diferentes de la tradicional.	5
Figura 1.4. Sección transversal típica de columnas compuestas.	6
Figura 1.5. Sección transversal de columnas compuestas que se estudian en esta tesis.	15
 CAPITULO II:	
MODELOS NO LINEALES DE COMPORTAMIENTO MATERIAL	
Figura 2.1. Comportamiento Lineal del Material.	19
Figura 2.2. Tipo de respuesta no lineal.	20
Figura 2.3. Relación entre esfuerzos y deformación.	22
Figura 2.4. Superficie de plastificación de Von Mises.	23
Figura 2.5. Modelos empíricos de esfuerzo-deformación.	24
Figura 2.6. Principales aspectos del comportamiento del acero.	26
Figura 2.7. Modelo mecánico bilineal de plasticidad con endurecimiento por deformación y criterio de fluencia de Von Mises.	27
Figura 2.8. Respuesta uniaxial del modelo.	32
Figura 2.9. Degeneración de un elemento cuadrilátero de cuatro nodos en un elemento de una dimensión y coordenadas locales.	35
Figura 2.10. Configuración inicial, desplazamiento normal y penetración debido a quebranto de asperezas.	35
 CAPITULO III:	
MODELACION NUMERICA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES COMPUESTOS.	
Figura 3.1. Estrategia gral. de modelado para el estudio de columnas compuestas.	42
Figura 3.2. Máquina para realizar las pruebas en laboratorio.	44
Figura 3.3. Sección transversal y elevación de las columnas en estudio RCFT.	47
Figura 3.4. Grafica Carga Ultima vs Momento Ultimo para columnas RCFT de la tabla 3.5.	48
Figura 3.5. Diagrama de interacción de capacidad de carga de las columnas RCFT mediante aisc 2005. Para las columnas numero C24-1-00 a C24-3-45.	51
Figura 3.6. Diagrama de interacción de capacidad de carga de las columnas RCFT mediante aisc 2005. Para las columnas numero C08-1-00 a C08-3-45.	52
Figura 3.7. Curva de comportamiento de concreto: modelo del rectángulo de Whitney ACI.	53
Figura 3.8. Curva de comportamiento de concreto: modelo parabólico PCA.	54

Figura 3.9. Curva de comportamiento de concreto: modelo de concreto confinado en tubo rectangular de Mander.	54
Figura 3.10. Curva de comportamiento de acero: modelo elasto-plástico perfecto.	55
Figura 3.11. Curva de comportamiento de acero: modelo elasto-plástico con endurecimiento por deformación de Park.	55
Figura 3.12. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elástico (acero)	56
Figura 3.13. parabólico PCA (concreto) + modelo elástico (acero)	57
Figura 3.14. Modelo de Mander (concreto) + modelo elástico (acero)	57
Figura 3.15. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elastoplástico (acero)	58
Figura 3.16. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo elastoplástico (acero)	58
Figura 3.17. Modelo de Mander (concreto) + modelo elastoplástico (acero)	59
Figura 3.18. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo de Park (acero)	59
Figura 3.19. Modelo de Mander (concreto) + modelo de Park (acero)	60
Figura 3.20. Comparación de la combinación de modelos de acero y concreto	60
Figura 3.21. Gráfica esfuerzo-deformación en tensión de concreto $f'_c = 67$ MPa.	61
Figura 3.22. Gráfica esfuerzo-deformación en compresión de concretos de resistencias diversas ($f'_c = 67.5$ Mpa = 9800 psi).	62
Figura 3.23. Mallados de una y siete bandas para el modelado de un cilindro de concreto	63
Figura 3.24. Gráfica esfuerzo-deformación en compresión del elemento 1 (dirección 3-3)	63
Figura 3.25. Vista tridimensional del modelo de cilindro de concreto sujeto a compresión	65
Figura 3.26. Distribución del daño por compresión: corte del cilindro de concreto	66
Figura 3.27. Curva esfuerzo-deformación en compresión del concreto, elemento 1.	66
Figura 3.28. Aplicación de cargas en tensión del concreto.	68
Figura 3.29. Distribución del daño por tensión: corte del cilindro de concreto.	68
Figura 3.30. Curva esfuerzo-deformación en tensión del concreto, elemento 1.	69
Figura 3.31. Topología y corte de columna C24-3-45 en tercera dimensión.	70
Figura 3.32. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 121, sometido a acciones de Compresión.	73
Figura 3.33. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 9, sometido a acciones de Compresión.	74
Figura 3.34. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 124, sometido a acciones de Tensión.	74
Figura 3.35. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 3) para Concreto	75
Figura 3.36. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 3) para Acero.	76
Figura 3.37. Configuración deformada de la columna sometida a las fuerzas de Carga y Momento Ultimo (esc. 10X).	77
Figura 3.38. Configuración de daño en el concreto para la columna sometida a las fuerzas de Carga ultima y Momento Ultimo.	77
Figura 3.39. Topología y zoom de columna C24-3-45 en dos dimensiones	78
Figura 3.40. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 480, sometido a acciones de Compresión.	81

Figura 3.41. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 137, sometido a acciones de Tensión.	82
Figura 3.42. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 2) para Concreto.	83
Figura 3.43. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 2) para Acero.	84
Figura 3.44. Configuración deformada de col. sometida a las fzas. de Carga y Momento Ultimo (esc. 10X).	85
Figura 3.45. Configuración de daño en concreto para columna sometida a las fuerzas de Carga y Momento Ultimo.	85
Figura 3.46. Curva de Interacción P-M para columnas RCFT en estudio, con comportamiento inelástico.	88
Figura 3.47. Modelo con adherencia perfecta (unión concreto-acero, nodo a nodo).	90
Figura 3.48. Calibración de parámetros para modelo de adherencia.	91
Figura 3.49. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, adherencia perfecta (sin modelar).	93
Figura 3.50. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, adherencia perfecta (con elementos de interfaz).	93
Figura 3.51. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, 95% adherencia inicial (con elementos de interfaz).	94
Figura 3.52. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, 90% adherencia inicial (con elementos de interfaz).	94
Figura 3.53. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, 80% adherencia inicial (con elementos de interfaz).	95
Figura 3.54. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, 70% adherencia inicial (con elementos de interfaz).	95
Figura 3.55. Distribución de daño a 98% de la capacidad de carga, 50% adherencia inicial (con elementos de interfaz).	96
Figura 3.56. Reducción a 98% de la capacidad de carga, por presencia de la adherencia	97
Figura 3.57. Sección transversal y elevación de las cols. en estudio CCFT.	99
Figura 3.58. Grafica Carga Ultima vs Momento Ultimo para columnas CCFT de la tabla 3.19	100
Figura 3.59. Diagrama de interacción de capacidad de carga de las cols. CCFT mediante aisc 2005. Para las columnas numero 146, 147 y 148	103
Figura 3.60. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elástico (acero)	105
Figura 3.61. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo elástico (acero)	105
Figura 3.62. Modelo de Mander (concreto) + modelo elástico (acero)	106
Figura 3.63. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elastoplástico (acero)	106
Figura 3.64. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo elastoplástico (acero)	107
Figura 3.65. Modelo de Mander (concreto) + modelo elastoplástico (acero)	107
Figura 3.66. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo de Park (acero)	108
Figura 3.67. Modelo de Mander (concreto) + modelo de Park (acero)	108
Figura 3.68. Comparación de la combinación de modelos de acero y concreto	109
Figura 3.69. Modelado de un cilindro de concreto $f'_c = 31.85$ Mpa	110
Figura 3.70. Topología y corte de columna C18-5 en tercera dimensión.	111
Figura 3.71. Topología y zoom de columna C18-5 en dos dimensiones	114

Figura 3.72. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 480, sometido a acciones de Compresión.	117
Figura 3.73. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 137, sometido a acciones de Tensión.	118
Figura 3.74. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 2) para Concreto.	119
Figura 3.75. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 2) para Acero.	120
Figura 3.76. Configuración deformada de la col. sometida a las fzas. de Carga y Momento Ultimo (esc. 10X).	121
Figura 3.77. Configuración de daño en el concreto para la columna sometida a las fuerzas de Carga ultima y Momento Ultimo.	121
Figura 3.78. Curva de Interacción P-M para columnas CCFT en estudio, con comportamiento inelástico.	124
Figura 3.79. Sección transversal y elevación de las columnas en estudio.	126
Figura 3.80. Grafica Carga vs Momento Ultimo para columnas SRC de la tabla 3.31.	127
Figura 3.81. Diagrama de interacción de capacidad de carga de las col. SRC V31, V32, V33 mediante AISC 2005.	129
Figura 3.82. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elástico (acero)	131
Figura 3.83. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo elástico (acero)	131
Figura 3.84. Modelo de Mander (concreto) + modelo elástico (acero)	132
Figura 3.85. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elastoplástico (acero)	132
Figura 3.86. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo elastoplástico (acero)	133
Figura 3.87. Modelo de Mander (concreto) + modelo elastoplástico (acero)	133
Figura 3.88. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo de Park (acero)	134
Figura 3.89. Modelo de Mander (concreto) + modelo de Park (acero)	134
Figura 3.90. Comparación de la combinación de modelos de acero y concreto	135
Figura 3.91. Modelado de un cilindro de concreto $f'_c = 31.85 \text{ Mpa}$	136
Figura 3.92. Topología y corte de columna V33 en 3D .	137
Figura 3.93. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 3) para Concreto.	141
Figura 3.94. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 3) para el Perfil de Acero.	142
Figura 3.95. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 3) para las varillas de Acero de Refuerzo.	143
Figura 3.96. Configuración deformada de la columna sometida a las fuerzas de Carga y Momento Ultimo (esc. 10X).	144
Figura 3.97. Configuración de daño en el concreto para la columna sometida a las fuerzas de Carga y Momento Último.	144

CAPITULO IV:

APLICACIONES PRÁCTICAS DEL MODELO

Figura 4.1. Planta de cimentación.	149
Figura 4.2. Losa de entepiso.	150
Figura 4.3. Losa de azotea.	151
Figura 4.4. Caratula de la Memoria de cálculo del proyecto	152

Figura 4.5. Planos se secciones transversales calculadas	153
Figura 4.6. Detalles de armado de columnas, proyecto original	154
Figura 4.7. Curva de interacción de carga axial y momento ultimo, columna C-03	155
Figura 4.8. Curva de interacción de carga axial y momento ultimo en columna RCFT, a base de un modelo bilineal creado en FEAP	156

APENDICE A.

CONCEPTOS FUNDAMENTALES.

Figura A.1. Diagrama esfuerzo-deformación para un acero bajo al carbón.	166
Figura A.2. Diagramas idealizados de esfuerzo deformación.	167
Figura A.3. Criterio de Tresca y de Von Mises.	169
Figura A.4. Componentes cartesianas de esfuerzo actuando en las caras de un pequeño elemento cúbico Las componentes de esfuerzos pueden ser mostradas como elementos de una matriz cuadrada.	171

APENDICE B.

EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS.

Figura B.1 Elementos finitos unidimensionales	179
Figura B.2 Elementos finitos tridimensionales	180
Figura B.3 Elementos triangulares y sus formas isoparamétricas con Interpolación cuadrática y cúbica	180
Figura B.4 Elementos cuadriláteros y sus formas isoparamétricas con Interpolación cúbica y cuarta	180

LISTA DE TABLAS

	Página
CAPITULO I	
INTRODUCCION A LOS SISTEMAS COMPUESTOS	
Tabla 1.1. Resistencias axiales de diseño	11
CAPITULO II	
MODELOS NO LINEALES DE COMPORTAMIENTO MATERIAL	
Tabla 2.1. Parámetros estándar del modelo	31
Tabla 2.2. Ingredientes principales del modelo de adherencia-deslizamiento	34
CAPITULO III:	
MODELACION NUMERICA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES COMPUESTOS.	
Tabla 3.1. Datos generales de la campaña experimental de Kim. (D. K. Kim, 2005)	43
Tabla 3.2. Características Geométricas y Materiales de especímenes en estudio, RCFT.	46
Tabla 3.3. Nomenclatura de columnas en estudio	46
Tabla 3.4. Características Geométricas y Materiales de los especímenes.	47
Tabla 3.5. Carga Ultima y Momento Ultimo para las columnas RCFT.	48
Tabla 3.6. Material: Concreto, Elástico, 3D	72
Tabla 3.7. Material: Acero, Elástico, 3D	72
Tabla 3.8. Material: Concreto, Inelástico, 3D	75
Tabla 3.9. Material: Acero, Inelástico, 3D	76
Tabla 3.10. Homologación de esfuerzos en ambiente FEAP	79
Tabla 3.11. Material: Concreto, Elástico, 2D	79
Tabla 3.12. Material: Acero, Elástico, 2D	79
Tabla 3.13. Material: Concreto, Inelástico, 2D	83
Tabla 3.14. Material: Acero, Inelástico, 2D	84
Tabla 3.15. Calculo de curva de interacción para columna RCFT en el rango Inelástico.	87
Tabla 3.16. Características Geométricas y Materiales de especímenes en estudio, CCFT.	98
Tabla 3.17. Nomenclatura de columnas en estudio	98
Tabla 3.18. Características Geométricas y Materiales de los especímenes.	99
Tabla 3.19. Carga Ultima y Momento Ultimo para las columnas CCFT.	100
Tabla 3.20. Material: Concreto, Elástico, 3D	113
Tabla 3.21. Material: Acero, Elástico, 3D	113
Tabla 3.22. Homologación de esfuerzos en ambiente FEAP	115
Tabla 3.23. Material: Concreto, Elástico, 2D	115
Tabla 3.24. Material: Acero, Elástico, 2D	115
Tabla 3.25. Material: Concreto, Inelástico, 2D	119
Tabla 3.26. Material: Acero, Inelástico, 2D	120
Tabla 3.27. Calculo de curva de interacción para columna CCFT en el rango Inelástico.	123

Tabla 3.28. Características Geométricas y Materiales de especímenes en estudio.	125
Tabla 3.29. Nomenclatura de columnas en estudio	125
Tabla 3.30. Características Geométricas y Materiales de los especímenes.	126
Tabla 3.31. Carga Ultima y Momento Ultimo para las columnas SRC.	127
Tabla 3.32. Material: Concreto, Elástico, 3D	139
Tabla 3.33. Material: Acero Estructural, Elástico, 3D	139
Tabla 3.34. Material: Varillas de refuerzo, Elástico, 3D	139
Tabla 3.35. Material: Concreto, Inelástico, 3D	141
Tabla 3.36. Material: Acero Estructural, Inelástico, 3D	142
Tabla 3.37. Material: Varillas de refuerzo, Inelástico, 3D	143

SIMBOLOGÍA

A_s	Área de acero
A_{cr}	Área de concreto
A_c	Exponencial para daño en compresión
$RCFT$	Columna de tubo rectangular rellana de concreto
$CCFT$	Columna de tubo circular rellana de concreto
SRC	Columna de perfil estructural embebido en concreto
E	Modulo de elasticidad
F_y	Esfuerzo de fluencia
P_{exp}	Fuerza axial
x, y, z	Ejes coordenados
ν	Relación de Poisson
M	Momento flexionante
σ_θ	Esfuerzo tangencial
σ_L	Esfuerzo longitudinal
t_s, t_w	Espesor
ε^e	Deformación elástica
ε^p	Deformación plástica
ε	Deformación
L	Longitud de la columna
σ_u	Esfuerzo último
μ	Factor de ductilidad
I	Momento de inercia
M_y	Momento de fluencia
M_p	Momento plástico
Z	Módulo de sección plástica
Mpa	Megapascal
d	Daño
h_{pen}	Parámetro de deformación normal y deformación tangencial
F'_c	<i>Resistencia de concreto a la compresión.</i>
ex	Excentricidad
kl	Longitud efectiva de columna
B_c	Coeficiente de control de daño en compresión

<i>At</i>	Exponencial para daño en tensión
<i>Bt</i>	Coeficiente de control de daño en tensión
<i>ey</i>	Límite elástico de deformación en tensión
<i>Fg</i>	Factor de corrección por cortante

Capítulo I

INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS COMPUESTOS

- I.1. Estado del arte; Generalidades y antecedentes**
- I.2. Objetivo general**
- I.3. Metas**
- I.4. Justificación**
- I.5. Alcances**

RESUMEN

En este capítulo, se presenta una breve introducción a los diferentes sistemas estructurales compuestos, haciendo énfasis en los sistemas de columnas y vigas columnas. Así también se describe el objetivo, las metas y la justificación de este trabajo de tesis.

Capítulo I

INTRODUCCIÓN

I.1.-ESTADO DEL ARTE; GENERALIDADES Y ANTECEDENTES

La construcción compuesta acero-concreto tiene sus orígenes hacia el siglo XIX, y sus primeras aplicaciones aparecen en los *sistemas de piso* formados por losas de concreto y vigas de acero, empleados en los primeros edificios altos, y durante muchos años, no se hizo ninguna consideración relativa a su trabajo mecánico en conjunto; de igual forma, desde principios del siglo XX se utilizaron con frecuencia, vigas y columnas de acero recubiertas de concreto, para proteger a la construcción metálica contra la corrosión y ante las altas temperaturas que se generan en los incendios; Sin embargo, esta práctica de seguridad térmica tiene el inconveniente de aumentar de manera importante el peso propio de la estructura, y contrariamente a lo imaginado, no contribuye eficientemente a la resistencia del sistema estructural, al no tomar en cuenta su incremento en forma racional.

Así pues, desde hace varias décadas se constató que puede obtenerse un aumento importante de resistencia del elemento estructural haciendo que los dos materiales trabajen en conjunto.

Por ejemplo, una *viga* de acero que actúa en combinación con la losa puede resistir cargas mucho mayores que las que soportaría por sí sola; de modo similar, la resistencia de una *columna* de acero ahogada en concreto, o de una sección tubular metálica rellena de ese material, es también apreciablemente mayor que la de la sección de acero aislada o la de una columna de concreto del mismo tamaño.

Por estas razones, en la actualidad se utiliza la **acción compuesta** en la mayoría de los casos en que acero y concreto están en contacto, y la protección contra el fuego del acero expuesto se obtiene con pinturas especiales, con recubrimientos de materiales ligeros o con plafones resistentes a las altas temperaturas (De Buen, 2004).

Aspectos fundamentales de los tres sistemas estructurales compuestos:

a) Sistemas de piso

Los sistemas de piso más frecuentes en edificios modernos están formados por vigas principales (ver figura 1.1), que se apoyan en las columnas, y vigas secundarias, que descansan en las principales; Sobre ellas se apoya el piso, que suele ser una losa de concreto, colada sobre una lámina acanalada de acero (De Buen, 2004).

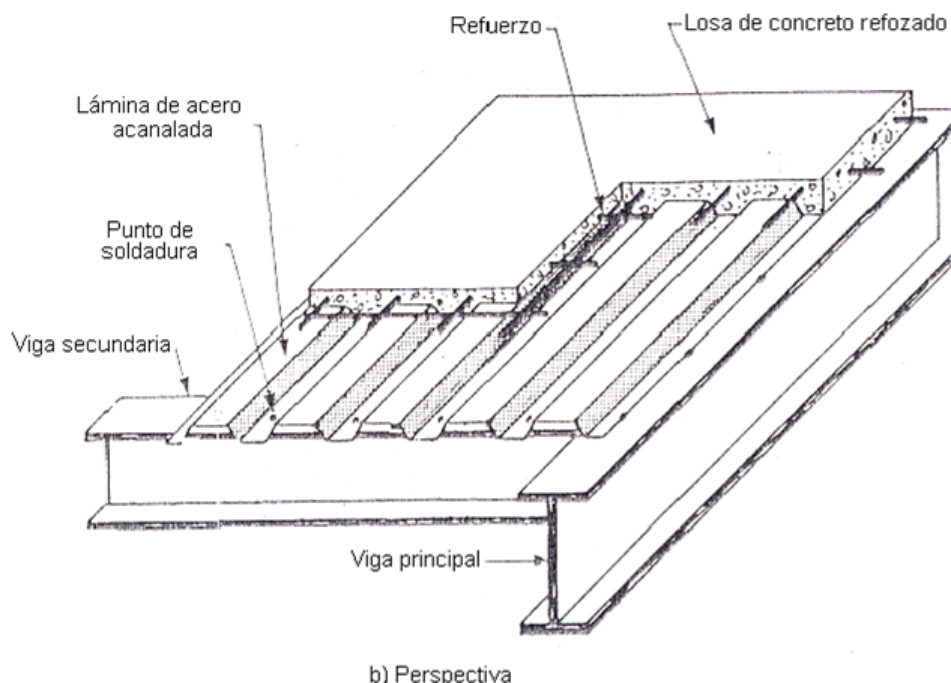


Figura 1.1. Sistema de piso con losa colada sobre una lámina acanalada. (De Buen, 2004).

La lámina acanalada es la cimbra del concreto que se cuela sobre ella y, cuando éste se endurece, constituye el armado inferior de la losa. Si la adherencia entre lámina y concreto es suficiente para impedir el deslizamiento relativo de los dos materiales, cuando actúan sobre la losa las cargas verticales se desarrolla una **acción compuesta**; la adherencia se mejora con protuberancias en la lámina, que juegan el mismo papel que las corrugaciones en las varillas del concreto reforzado (De Buen, 2004).

b) Trabes o miembros en flexión

En las Figura 1.2 se muestran las secciones compuestas que se han empleado tradicionalmente en los sistemas de pisos de edificios. Las vigas pueden estar ahogadas en concreto o unidas a la losa con conectores de cortante.

En el primer caso -que se usa poco, pues resulta costoso y ocasiona aumentos importantes de la carga muerta-, la fuerza cortante se transmite por adherencia y fricción entre la viga y el concreto, y por la resistencia al cortante de este a lo largo de las líneas discontinuas indicadas con la letra A en la Figura (1.2.a), incrementada, si es necesario, con acero de refuerzo colocado a través de ellas.

En el segundo caso (Figura 1.2.b), la losa se apoya en la viga directamente o sobre una lámina acanalada, y la fuerza cortante se transmite con conectores soldados al patín superior de la segunda y ahogados en la primera (De Buen, 2004).

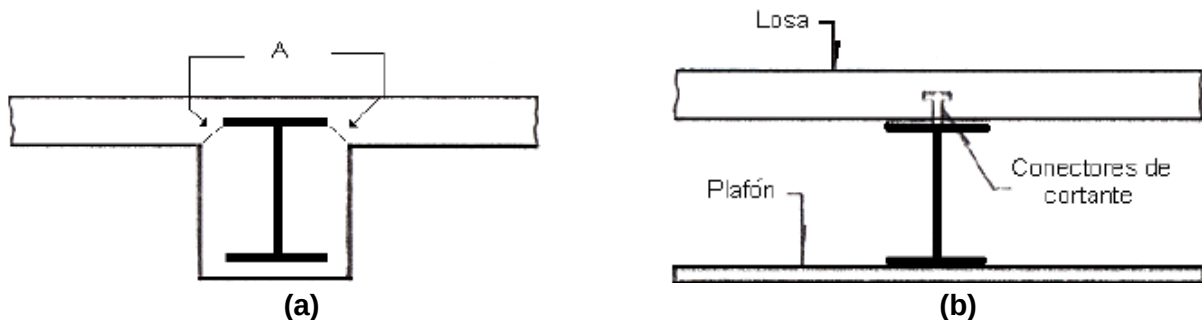
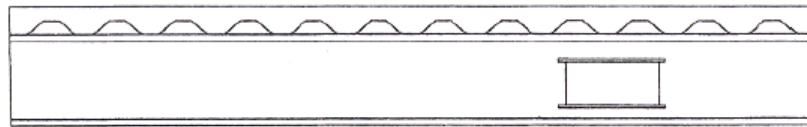


Figura 1.2. a) Viga de acero ahogada en concreto. b) Viga y losa unidas mediante conectores de cortante. (De Buen, 2004).

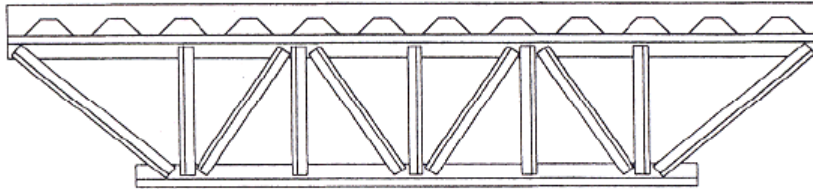
Para satisfacer limitaciones de peralte de entrepiso, y para permitir el paso de ductos para instalaciones eléctricas, mecánicas y de otros tipos, en los últimos años se han desarrollado tres variantes de la viga compuesta tradicional (ver figura 1.3):

- vigas compuestas con aberturas en el alma,
- largueros de alma abierta y armaduras compuestas, y
- vigas con tacones (*“stub girders”*).

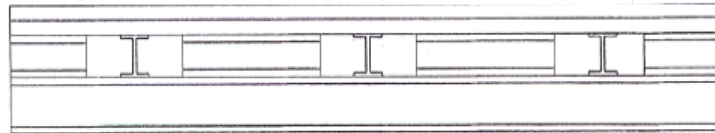
Con estos sistemas se pueden obtener pisos con relaciones claro/peralte elevadas, sin perder flexibilidad en la colocación de las tuberías y ductos necesarios para la operación del edificio (De Buen, 2004).



Viga compuesta con una abertura reforzada en el alma



Armadura o larguero compuesto



Viga compuesta con tacones (stub girder)

Figura 1.3. Vigas compuestas diferentes de la tradicional (De Buen, 2004)

c) Columnas o miembros sujetos a compresión y flexocompresión

Las columnas compuestas se emplean tanto en edificios de poca altura como en los de múltiples pisos; en los primeros, las columnas de acero se recubren frecuentemente con concreto, por requisitos arquitectónicos o para protegerlas contra la acción del fuego, la corrosión y, en algunos casos, el impacto de vehículos, por lo que resulta conveniente, y económico, que acero y concreto trabajen en conjunto.

En edificios altos, con el uso de columnas compuestas se obtienen:

Secciones mucho menores que si las columnas fuesen de concreto reforzado, lo que redundaría en incrementos apreciables del área útil.

Adicionalmente, las columnas compuestas que forman parte del sistema que resiste las fuerzas horizontales tienen:

- Ductilidad y tenacidad adecuadas para su empleo en zonas sísmicas,
- Mejores características de amortiguamiento que las de acero, y
- Reducción del efecto de pandeo en el perfil metálico debido al recubrimiento de concreto.

Por todo ello, las columnas compuestas se usan con frecuencia como parte de los marcos que resisten las acciones de los eventos accidentales (sísmicos y/o viento).

Aspectos generales de las columnas compuestas

A partir de este momento el estudio se enfocara únicamente a columnas, debido a la trascendencia estructural que estas tienen en los edificios y construcciones modernas, dejando de lado el estudio de traveses y otros elementos compuestos, para estudios futuros.

En la figura 1.4, se muestran los diferentes tipos de columnas compuestas que se utilizan en edificios. La columna de la figura (1.4.a) es un perfil de acero ahogado en concreto, mientras que las columnas mostradas en las figuras (1.4.d), (1.4.e), y (1.4.f) son tubos de acero, de sección transversal circular o rectangular, rellenos de concreto.

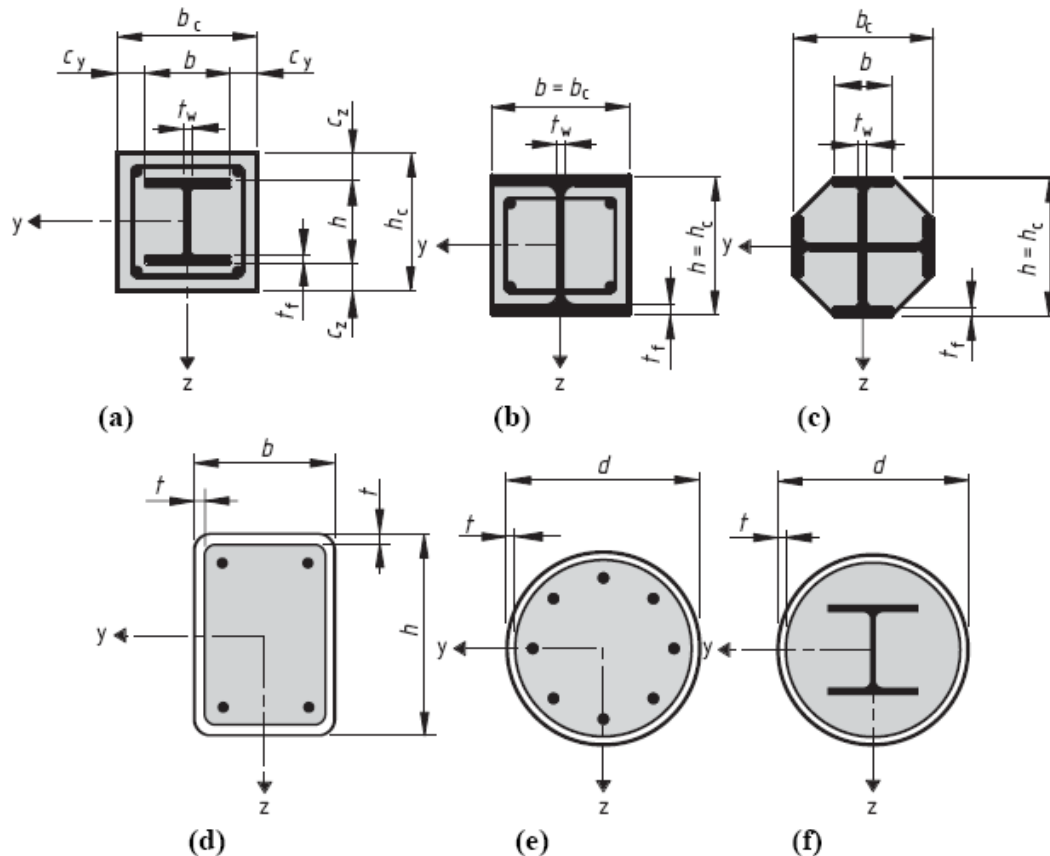


Figura 1.4. Sección transversal típica de columnas compuestas (European Standard, 2004)

Los elementos de acero más comunes en las columnas del primer tipo son las H laminadas, pero pueden utilizarse también perfiles formados por placas u otros

elementos, unidos entre sí; las secciones transversales suelen ser cuadradas o rectangulares (pero pueden tener cualquier forma), y están provistas de barras de refuerzo longitudinales, colocadas generalmente en las esquinas o cerca de ellas, y de estribos que las “abrazan”, evitando que sean desplazadas durante la construcción, y resistiendo su tendencia a pandearse hacia fuera bajo carga, lo que ocasionaría la ruptura y el desprendimiento del concreto.

También se utilizan secciones de acero ahogadas en muros de rigidez de concreto reforzado, colocadas en sus extremos o bajo cargas concentradas (De Buen, 2004).

Ventajas de las columnas compuestas

En resumen, se pueden listar las siguientes ventajas de las columnas compuestas:

- Sección transversal menor que las de columnas convencionales de concreto reforzado
- Mayor capacidad de carga
- Ductilidad y tenacidad adecuadas para zonas sísmicas
- Rapidez de construcción cuando forman parte de marcos compuestos
- Mayor resistencia al fuego que las columnas de acero
- Mayor rigidez lateral de la construcción cuando son parte del sistema que resiste las acciones producidas por viento o sismo
- Mejores características de amortiguamiento
- Aumento de rigidez del perfil laminado, lo que aumenta su resistencia al pandeo local
- Reducción del tamaño de las cimentaciones gracias a la ligereza del acero empleado en la sección compuesta.

Desventajas de las columnas compuestas

- Existe un cierto grado de incertidumbre en lo que respecta a la evaluación de la adherencia entre el concreto y los perfiles de acero, situación que afecta directamente la trasferencia de esfuerzos y fuerzas internas;
- Igualmente existe un cierto grado de incertidumbre acerca de la transmisión de fuerzas cortantes y momentos en juntas viga-columna, problema de particular importancia en zonas sísmicas, en las que las grandes inversiones cíclicas de deformaciones pueden ocasionar serias degradaciones de las conexiones (De Buen, 2004).

Especificaciones para que una columna pueda definirse como compuesta, con base en los reglamentos más usados en el país.

Teóricamente, las columnas compuestas pueden construirse con secciones transversales cuadradas, rectangulares, redondas, triangulares o de cualquier otra forma. Sin embargo, en la práctica éstas se construyen generalmente con sección cuadrada o rectangular con una barra de refuerzo en cada esquina de la columna. Este arreglo nos permite usar conexiones lo bastante sencillas entre las vigas y los perfiles de acero dentro de las columnas, sin interferir demasiado con el refuerzo vertical.

Las **Especificaciones para Construcción en Acero Estructural**, editadas por el *Instituto Americano para la Construcción en Acero*, en el 2005 (desde ahora en adelante llamaremos a dicha especificación: AISC,2005), no proporcionan requisitos detallados para la separación entre barras de refuerzo, empalmes, etc. Entonces, es aconsejable observar los requisitos del código ACI-318 en los casos no cubiertos claramente por las especificaciones AISC, 2005.

Sin embargo, la sección I1 y la sección I2 de las especificaciones AISC, 2005 proporcionan los requisitos detallados acerca de las áreas de las secciones transversales de los perfiles de acero, resistencias del concreto, áreas de los estribos, y separación de las barras verticales de refuerzo, etc. necesarios en la construcción compuesta.

Esta información se lista y analiza brevemente en los párrafos siguientes:

1. El área total de la sección transversal del perfil o perfiles de acero no debe ser menor que el 1% del área total de la columna.

Una nota ilustrativa es que, el Código de Construcción para Concreto Reforzado editado por el Instituto Americano del Concreto (ACI) en su apartado 10.9 señala que el área de refuerzo longitudinal para elementos no compuestos a compresión debe estar entre el 1% y el 8%

2. Cuando un núcleo de acero se ahoga en concreto, el colado debe reforzarse con barras longitudinales que soporten la carga (que deben ser continuas en los niveles de los pisos), la cuantía mínima del refuerzo longitudinal continuo ρ_{sr} , debe ser 0.004, donde ρ_{sr} es igual a el área de barras de refuerzo continuo entre el área bruta de la sección. Y con estribos laterales espaciados a no más de 2/3 veces la distancia mínima del miembro compuesto. El área de los estribos no debe ser menor que 60cm^2 por metro de separación entre barras de refuerzo. Debe haber por lo menos 38 mm de recubrimiento para el acero (estribos o barras longitudinales).

El recubrimiento se requiere como protección contra el fuego y la corrosión. La cantidad de refuerzo longitudinal y transversal requerido se considera suficiente para prevenir el desconchamiento de la superficie de concreto durante el incendio.

3. La resistencia especificada a la compresión f'_c del concreto debe ser por lo menos de 21 Mpa, pero no mayor de 70 Mpa si se usan concreto de peso normal. Para concretos de peso ligero no debe ser menor de 21 Mpa, ni mayor de 42 Mpa.

El límite inferior de f'_c se especificó con el propósito de asegurar el uso de concreto de buena calidad que sea disponible inmediatamente y de garantizar el uso de control de calidad adecuado. Esto podría no ser el caso si se especificara un concreto de menor grado.

4. Los esfuerzos de fluencia de los perfiles de acero y de las barras de refuerzo no deben ser mayores de 525 Mpa. Si se usa un acero con un esfuerzo de fluencia mayor que 525 Mpa en una columna compuesta, solo puede utilizarse en los cálculos 525 Mpa.

Un objetivo importante del diseño compuesto es prevenir el pandeo local de las barras longitudinales de refuerzo y del perfil ahogado de acero. Para lograr esto, el recubrimiento de concreto no debe fracturarse o desconcharse. Los redactores de esta especificación AISC, 2005 supusieron que este concreto está en peligro de fracturarse o desconcharse si su deformación unitaria al aplastamiento alcanza el valor 0.0026. Si este valor lo multiplicamos por E_s obtenemos $(0.0026)(200000)=525$ Mpa (aproximadamente). Por tanto, 525 Mpa es un estado límite para el esfuerzo del refuerzo.

5. La razón b/t máxima para perfil tubular rectangular relleno con concreto debe ser igual a $2.26\sqrt{E/F_y}$. Se permiten razones mayores cuando su uso es justificado por ensayos o análisis.
6. La razón D/t máxima para un perfil tubular redondo relleno con concreto será igual a $0.15E/F_y$. Se permitirán razones mayores cuando su uso se justifica mediante ensayos o análisis.
7. Cuando las columnas compuestas contienen más de un perfil de acero, estos deben conectarse por medio del enrejado simple, placas o barras de unión para que no sea posible el pandeo de los perfiles individuales antes de que el concreto endurezca.

Después de que el concreto ha endurecido, se supone que todas las partes de la columna trabajan como una unidad para resistir la carga.

8. Es necesario evitar sobre-esforzar el concreto o el acero estructural en las conexiones. En consecuencia, la especificación requiere que la parte de la resistencia de diseño de columnas compuestas, cargadas axialmente, resistida por el concreto debe desarrollarse por apoyo directo en las conexiones. Si el concreto de soporte es más ancho en uno o más lados que el área cargada y está restringido contra expansión lateral en el o los lados restantes, la resistencia de diseño a compresión del concreto en la columna compuesta debe calcularse con la expresión $1.7\Phi_c f'_c A_B$, con $\Phi_c=0.6$ para apoyos sobre concreto, en donde A_B es el área cargada. (McCormac, 2002).

Resistencia de diseño de columnas compuestas, cargadas axialmente

Desde el punto de vista del análisis estructural de este tipo de elementos compuesto, la evaluación analítica y/o numérica de la resistencia de una pieza real es bastante difícil ya que la contribución de cada componente de una columna compuesta a la resistencia es compleja y se complica aún más por las siguientes razones:

- la cantidad de agrietamiento por flexión en concreto varía a lo largo de la altura de la columna,
- el concreto no es tan homogéneo como el acero,
- el módulo de elasticidad del concreto varia con el tiempo y bajo la acción de cargas de larga duración o permanentes,
- las longitudes efectivas de columnas compuestas en las estructuras monolíticas rígidas en las que frecuentemente se usan, no pueden determinarse con precisión, y
- la contribución del concreto a la rigidez total de una columna compuesta varia, dependiendo de si esta colado dentro del tubo o si está en el exterior de un perfil W; en este último caso su contribución a la rigidez es menor.
- Los efectos de la degradación de la adherencia no han sido evaluados con profundidad, y sin embargo, producen no solo una redistribución de esfuerzos en el concreto, sino que también modifican la respuesta dinámica del conjunto.

Por dichas razones es difícil desarrollar una fórmula teórica útil para el diseño de columnas compuestas, y en consecuencia el AISC proporciona un conjunto de fórmulas empíricas para el diseño de columnas compuestas (parte 5:diseño compuesto) (McCormac, 2002).

Es interesante hacer notar que la resistencia por carga axial de columnas compuestas usando secciones W excede considerablemente las resistencias por carga axial de secciones W simples. Entre más larga es la columna, mayor es la razón de la resistencia de las columnas compuestas a las simples (no compuestas).

La creciente ventaja en resistencia de las columnas compuestas más largas sobre las columnas de acero simple, se muestra claramente en la tabla 1.1. En esta tabla, la resistencia axial de diseño de una columna de 560 mm x 560 mm (con $f'_c=24.13$ Mpa y barras de refuerzo grado 60) compuesta con una W14x90 de acero A36, se compara con la resistencia axial de diseño de una columna simple W14x90 de acero A36. La razón de la resistencia de la sección compuesta a la sección simple va de 2.27 para longitud efectiva de 3,048mm a 3.44 para una longitud efectiva de 12,192mm. Vemos entonces que la resistencia de una columna compuesta decrece a una tasa considerable menor que la de una columna W simple cuando se incrementa la longitud efectiva (McCormac, 2002).

Tabla 1.1. Resistencias axiales de diseño

Se compara una columna W14x90 de acero A36 con las resistencias de esa misma sección compuesta de 560 mm x 560 mm de concreto reforzado ($f'_c= 24.13$ MPa y barras de refuerzo grado 60) ([McCormac, 2002])			
Longitud efectiva KL (m)	Resistencia axial de diseño de sección compuesta (KN)	Resistencia axial de diseño de una W14x90 (KN)	Razón de la resistencia de la sección compuesta a la de la W14x90
0	7,917.83	3,607.51	2.19
3.05	7,739.91	3,411.79	2.27
6.10	7,117.15	2,891.34	2.46
9.14	6,183.03	2,192.97	2.82
12.19	5,115.45	1,507.95	3.44

Resistencias de diseño por flexo-compresión de columnas compuestas

La resistencia nominal por flexión de columnas compuestas se calcula suponiendo una distribución plástica de esfuerzos. Podemos localizar la posición del eje neutro plástico igualando la fuerza de tensión a un lado del miembro con la fuerza de compresión del

otro lado. Sobre el lado de tensión habrá barras de refuerzo y parte del perfil de acero ahogado estará esforzado a la fluencia. Sobre el lado de compresión habrá una fuerza de compresión igual a $0.85 f'_c$ veces el área de un bloque equivalente de esfuerzos. Este bloque equivalente de esfuerzos tiene un ancho igual al de la columna y una profundidad igual a β_1 veces la distancia al ENP (Eje Neutro Plástico). (el valor de β_1 lo proporciona el código ACI). La resistencia nominal a la flexión M_n es entonces igual a la suma de los momentos de las fuerzas axiales respecto al ENP.

En la quinta parte del manual LRFD se muestran los valores $\Phi_b M_{nx}$ y $\Phi_b M_{ny}$ para cada una de las columnas compuestas. Estos valores se necesitan para analizar vigas-columnas (McCormac, 2002).

Diseño de columnas compuestas sujetas a carga Axial y flexión.

En la práctica profesional diaria, el diseño de columnas compuestas sujetas a cargas axiales y momentos es a base de tanteos en el que se selecciona una sección de prueba, y se aplica la fórmula de interacción apropiada, posiblemente la sección de otra sección de prueba, nuevamente otra aplicación de la fórmula, etc., hasta que se tiene una columna satisfactoria (McCormac, 2002)

I.2.- OBJETIVO GENERAL

Estudiar el comportamiento mecánico y respuesta estructural estática, lineal y no lineal de columnas compuestas (acero-concreto), así como los efectos de adherencia entre los materiales involucrados, al ser sometidas a diferentes estados de carga, tales como: compresión pura y flexo-compresión, por medio de simulaciones numéricas basadas en el método de los elementos finitos.

I.3.- METAS

- Aprender y utilizar el programa de elementos finitos FEAP del Prof. R.L. Taylor de la Universidad de Berkeley, así como la forma de compilación en caso de requerir la implementación de algoritmos especiales.
- Generar modelos numéricos con diferentes configuraciones de sección transversal y con diferentes dimensionamientos geométricos, en el programa de elemento finito seleccionado, Feap V.7.4
- Estudiar el comportamiento mecánico de las columnas compuestas sometidas a sistemas de carga combinados considerando el comportamiento lineal y no lineal de los materiales, así como los efectos de adherencia entre los mismos materiales.
- Calibrar los modelos numéricos con datos experimentales obtenidos de la literatura científica.
- Comparar los resultados numéricos de los análisis lineales y no lineales con los planteamientos analíticos presentados en el AISC, 2005.

I.4.- JUSTIFICACIÓN

Un requerimiento fundamental en las estructuras civiles, es que sean estables y seguras para garantizar la integridad de los elementos durante el tiempo que estarán en servicio y con ello salvaguardar la vida de seres humanos; tal es el caso de las columnas compuestas que por su relevancia durante situaciones ordinarias y extraordinarias, deben desarrollar un buen funcionamiento..

Debido a la frecuencia con que se está empleando este tipo de sistema en la construcción actual, existe la necesidad de estudiar a fondo el comportamiento mecánico en estas estructuras, con el propósito de buscar nuevas alternativas de análisis y diseño de columnas compuestas, empleando distintas geometrías y configuraciones de sección transversal.

Se busca mediante este trabajo, enriquecer los procedimientos actuales de análisis y diseños utilizados en la práctica por los ingenieros dedicados al cálculo estructural, ofreciendo a los ingenieros un apoyo práctico y funcional que les ayude a diseñar edificaciones basadas en estructuras compuestas y fomentar el uso de las mismas aprovechando las ventajas con las que cuentan.

I.5.- ALCANCES.

- En este trabajo se estudia el comportamiento mecánico de columnas compuestas, mediante la generación de simulaciones numéricas basadas en el método de los elementos finitos y el soporte de software especializado FEAP, de elementos estructurales que cuenten con la siguiente configuración (ver figura 1.5):
 - o Perfiles IR embebidos en secciones cuadradas de concreto.
 - o Perfiles estructurales cerrados huecos (tubo o cuadrado) relleno de concreto reforzado.

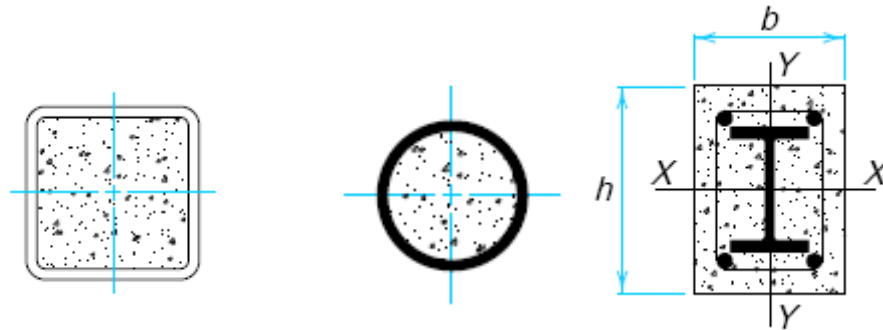


Figura 1.5. Sección transversal de columnas compuestas que se estudian en esta tesis.

- En este trabajo únicamente se estudia como fuente de no linealidad el comportamiento de los materiales involucrados (plasticidad en acero estructural y agrietamiento en concreto) así como la degradación de la adherencia entre ellos.
- La no linealidad geométrica asociada a la inestabilidad estructural (pandeo global) no se aborda en este estudio.
- Se realizó una comparación únicamente con lo expuesto en el AISC,2005 en sus apartados para el diseño de estructuras compuestas.

Capítulo II

MODELOS NO LINEALES DE COMPORTAMIENTO MATERIAL

- II.1. Planteamiento del problema.**
- II.2. Método del elemento finito.**
- II.3. Comportamiento lineal del material.**
- II.4. Comportamiento no lineal del material.**
 - II.4.1. Fundamentos de la plasticidad.
 - II.4.2. Leyes de comportamiento de material.
- II.5. Modelos constitutivos de los materiales.**
 - II.5.1. Modelo constitutivo de material para el acero.
 - II.5.2. Modelo constitutivo de material para el concreto.
 - II.5.3. Modelos constitutivo para la adherencia-deslizamiento.

RESUMEN

En este capítulo se describe el planteamiento del problema, así como algunos fundamentos del método de los elementos finitos. Más adelante se abordan la descripción de las leyes de comportamiento que rigen a los materiales de las columnas compuestas presentadas en este trabajo de tesis. Finalmente se describe los fundamentos del modelo de degradación de la adherencia.

Capítulo II

MODELOS NO LINEALES DE COMPORTAMIENTO MATERIAL

II.1.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A pesar del uso moderno de sistemas estructurales basados en construcción compuesta, hasta hace muy poco aún se evaluaba la resistencia de estos elementos híbridos simplemente sumando las resistencias que le corresponderían a cada material por separado, y se despreciaban tanto los efectos no lineales de comportamiento como los efectos de incompatibilidad de deformaciones, lo cual está asociado adicionalmente al fenómeno de adherencia, cuya presencia puede cambiar la respuesta esperada del sistema.

Debido a esto el Doctor D.K. Kim, desarrollo en el 2005 una base de datos con toda la referencia histórica de pruebas experimentales realizadas a columnas compuestas juntando un total de 1181 pruebas de laboratorio (D.K. Kim 2005).

Estas pruebas experimentales sirvieron enormemente al AISC para el desarrollo de sus especificaciones de diseño del 2005, las cuales cambiaron en referencia a la versión anterior, prediciendo el comportamiento mecánico de las columnas compuestas de una manera más confiable, pero con la problemática de aun no tomar en cuenta los efectos de la degradación de la adherencia, y tampoco toma en cuenta un modelo de comportamiento de concreto apegado al comportamiento real del mismo.

Es debido a lo anterior, que se hace sumamente necesario el desarrollo de este trabajo de tesis, el cual consiste en realizar modelos numéricos de columnas compuestas, basados en las columnas compuestas de la base de datos del Dr. Kim, y analizar los modelos mediante el método de los elementos finitos, agregándole un modelo de degradación de la adherencia en la interface entre el material de acero y el material de concreto.

Se busca primero que los modelos numéricos presenten la misma respuesta estructural que los modelos de laboratorio, con lo cual se logra, en primera

instancia, ofrecer una herramienta efectiva con la cual no se requiere asistir a un laboratorio y construir la columna físicamente, lo que además de implicar inversión monetaria, también implica inversión de tiempo.

Para lograr que los modelos numéricos de las columnas reprodujeran el mismo comportamiento estructural observado en las columnas de laboratorio de Kim, se utilizaron fundamentalmente tres teorías referentes a las leyes de comportamiento de materiales, las cuales son:

Para representar el comportamiento mecánico del acero estructural, se utilizó el modelo bilineal con endurecimiento por deformación y el criterio de fluencia de Richard Von Mises

Para representar el comportamiento mecánico del concreto, se utilizó el modelo de degradación de daño del Dr Jacky Mazars, desarrollado en 1986

Para representar el comportamiento de la degradación de la adherencia en la interface entre acero y concreto, se utilizó el modelo del Dr. Norberto Domínguez Ramírez, desarrollado en 2005

Los resultados obtenidos de estos modelos numéricos, se presentan en el transcurso del presente trabajo

II.2.- MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO

En el desarrollo de la parte numérica del problema presentado en este trabajo de tesis, se ha propuesto emplear el método de los elementos finitos, en donde se considera las curvas y/o leyes de comportamiento de los materiales en el intervalo elástico e inelástico.

El Método de los Elementos Finitos consiste básicamente, en dividir el continuo en un conjunto de elementos discretos, es decir, se discretiza el continuo. Cada elemento está definido geométricamente por un grupo de puntos representativos llamados nodos, mientras que la integración se verifica al interior en otros puntos conocidos como puntos de Gauss. Posteriormente se resuelve en cada uno de los elementos las ecuaciones del sistema para después ensamblar la solución total (Huebner, 1975).

Ventajas del Método de los Elementos Finitos (MEF)

- Una estructura modelada en MEF se asemeja mucho al cuerpo real que se analiza.
- Se pueden generar modelos de un dominio irregular.
- Modelado de los cuerpos compuestos de diferentes materiales.
- El método presenta convergencia.

- Maneja comportamientos no lineales con grandes deformaciones y materiales no lineales.

Desventajas del MEF

- Se requiere una inversión considerable en tiempo y dinero, lo que no se justifica en soluciones de problemas sencillos.
- Número limitado de datos de la curva esfuerzo-deformación que se pueden introducir al programa.
- Presenta problemas para analizar materiales incompresibles.

II.3.- COMPORTAMIENTO LINEAL DEL MATERIAL

El análisis lineal da por hecho que las relaciones entre las cargas y los desplazamientos son lineales, es decir, se cumple el principio de superposición: si se duplica la magnitud de esfuerzo se obtiene el doble de respuesta del modelo (desplazamientos, deformaciones y esfuerzos resultantes). Todas las estructuras reales se comportan de forma no lineal a partir de un cierto nivel de carga. En muchos casos y hasta cierto límite un análisis lineal puede ser adecuado, pero en otros casos no convencionales la solución lineal producirá resultados alejados de la respuesta, para lo cual se deberá realizar un análisis no lineal.

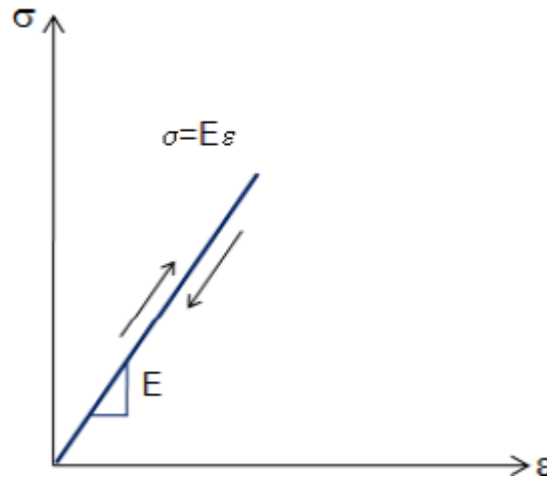


Figura 2.1. Comportamiento Lineal del Material.

Un material es elástico si la trayectoria de descarga coincide con la trayectoria de carga, a este proceso se le conoce como reversible, (ver figura 2.1). Cuando la carga es aplicada a un cuerpo, éste sufre una deformación de tal manera que al cesar la fuerza actuante recupera su forma original (Pérez de la C., 2009).

II.4.- COMPORTAMIENTO NO LINEAL DEL MATERIAL

Estudiar el comportamiento de una estructura en el intervalo no lineal, es de suma importancia, ya que debe poseer ante todo la habilidad de mantener su capacidad de carga para deformaciones mayores a la de fluencia. La respuesta de una estructura en su conjunto depende del tipo de comportamiento que tengan los elementos que la componen, pero depende también en forma importante de la manera que estos elementos se encuentran integrados y conectados para formar la estructura en su conjunto (Pérez de la C., 2009).

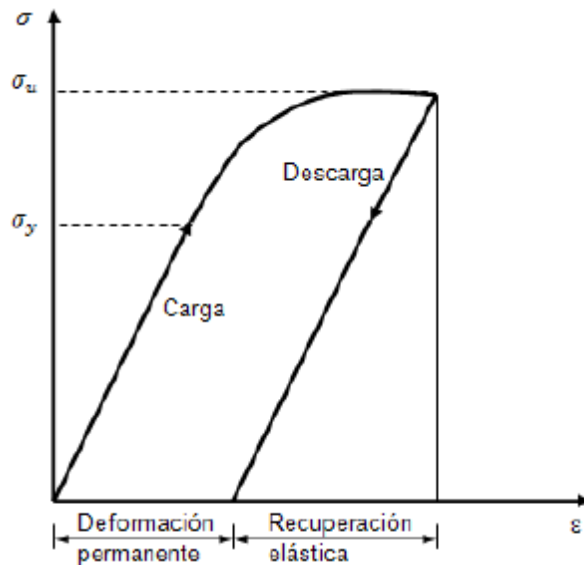


Figura 2.2. Tipo de respuesta no lineal.

Dependiendo de su respuesta a las condiciones de carga, la respuesta del material se puede clasificar por diferentes tipos. Tal, es el caso cuando esta carga es suficientemente grande, y la curva esfuerzo-deformación llega a ser no lineal. La curva de esfuerzo deformación a tensión es influenciada en forma determinante por las características del material que la componen y de las condiciones de pruebas. Un material se dice que tiene comportamiento no lineal, si la trayectoria de descarga no sigue la trayectoria de carga. Un material que se comporta de manera plástica no regresa a su estado original después que la carga es removida, por lo que se presenta una deformación permanente como se muestra en la figura 2.2.

El mecanismo de comportamiento no lineal de la estructura depende del tipo y número de elementos que sobrepasen el intervalo lineal. Mientras mayor sea el número de secciones que participen en la deformación no lineal y mientras más dúctil sea el comportamiento de estos elementos, mayor ductilidad tendrá el sistema en conjunto.

Dentro de la respuesta de una estructura, es de importancia considerar que ésta sea capaz de deformarse de manera dúctil cuando es sometida bajo un estado de carga que incurse en el intervalo plástico.

Por lo que, la ductilidad de deformaciones se expresa como la relación entre la deformación de colapso y la de fluencia (Pérez de la C., 2009).

$$\mu = \varepsilon_u / \varepsilon_y \quad (2.1)$$

II.4.1.- Fundamentos de la plasticidad

Criterio de fluencia

En el intervalo elástico la deformación puede calcularse, dado un estado de esfuerzos, mediante relaciones, en cambio para el caso plástico las deformaciones no están en general determinadas unívocamente por los esfuerzos, sino que deben tratarse con relaciones diferenciales incrementales, ver figura 2.3. La teoría de la plasticidad provee las relaciones matemáticas que caracterizan la respuesta de los materiales elasto-plásticos. Los componentes de la teoría de la plasticidad son: Criterio de fluencia, relación de flujo plástico y la relación de endurecimiento.

El estado de esfuerzo que determinan el cambio del material al rango plástico, constituye una superficie cerrada denominada “superficie de fluencia”. La expresión de la superficie de fluencia es en general una función de las variables de estado dada por :

$$f(\sigma_{ij}, \sigma_{ij}^p, K) = 0 \quad (2.2)$$

Donde K es un coeficiente que mide el endurecimiento por deformación (Pérez de la C., 2009).

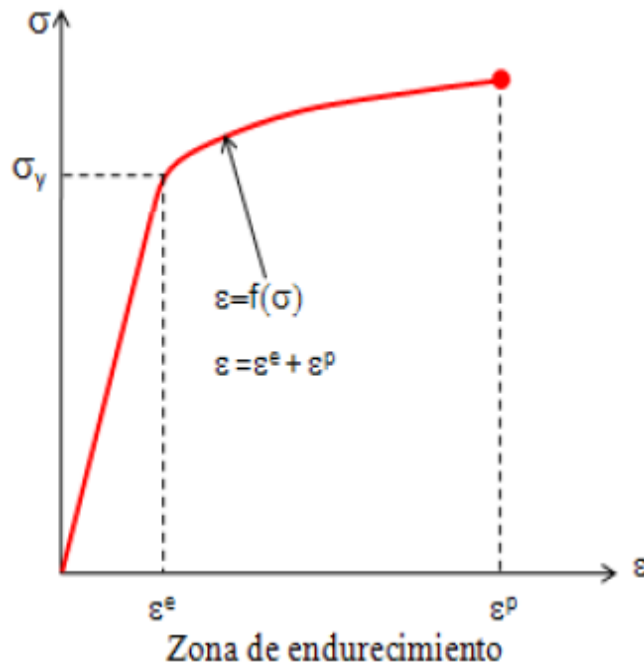


Figura 2.3. Relación entre esfuerzos y deformación.

Endurecimiento isótropo

Se ha visto que un elemento de material fluye cuando se incrementa la magnitud del vector de esfuerzos de distorsión a un valor tal que, el punto de esfuerzo alcanza el lugar geométrico de fluencia. Si el material aún no llega al estado de endurecimiento, éste estado de esfuerzo plástico puede cambiar de una manera tal que el esfuerzo sea constante. Para un material con deformación por endurecimiento, la fluencia depende de la historia completa de deformación plástica (Pérez de la C., 2009).

Es necesaria una formulación matemática para definir esta deformación por endurecimiento, la cual se obtiene al suponer que la superficie de fluencia crece uniformemente sin cambio en su forma, como el estado de esfuerzo cambia a lo largo de cierta trayectoria. La cantidad de endurecimiento está dada por el estado plástico final. Puesto que el lugar geométrico de fluencia aumenta simplemente de tamaño, cualquier estado de endurecimiento puede ser definido por el esfuerzo de fluencia en tensión uniaxial. Sin embargo, es necesario relacionar el esfuerzo de fluencia con la cantidad de deformación plástica, después de un estado inicial de fluencia dado. Por lo que se reemplaza el criterio de fluencia por σ_e , el cual se conoce como el esfuerzo equivalente. Refiriendo al criterio de fluencia de Von Mises, ver figura 2.4 (Chakrabarty, 1987). Se tiene;

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}^{1/2} = f(\{\sigma\}) \quad (2.3)$$

El historial de la deformación plástica de un metal es a menudo caracterizado por el trabajo plástico dado w^p (Mendelson, 1968)

$$W^p = \int (\sigma) d\varepsilon^p \quad (2.4)$$

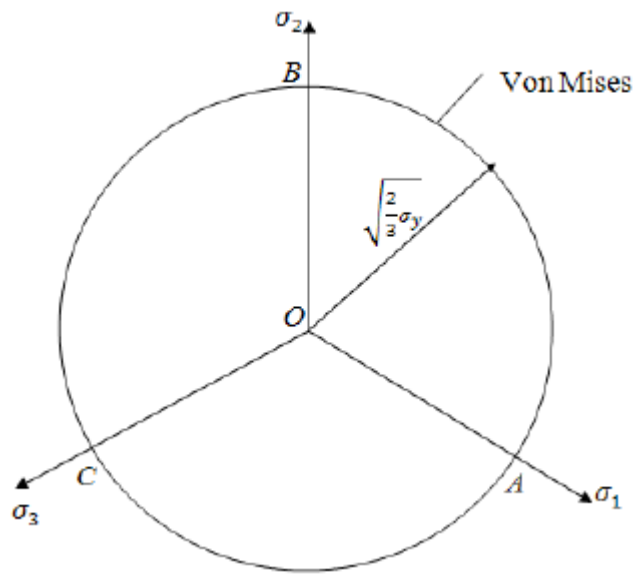


Figura 2.4. Superficie de plastificación de Von Mises.

Rango Plástico y deformaciones permanentes.

La dependencia de la trayectoria, es una característica que define la plasticidad. Por lo que, las ecuaciones constitutivas deben ser formuladas incrementalmente. Los modelos de plasticidad incremental son definidos a través de una relación de flujo, que relaciona incremento de deformación con el incremento de esfuerzo. La deformación total dada por la ecuación (2.5) está compuesta por los incrementos de la deformación elástica ε^e y los incrementos de la deformación plástica ε^p ((Pérez de la C., 2009).

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (2.5)$$

II.4.2.- Leyes de comportamiento de material

Conocer del módulo de elasticidad y el esfuerzo de fluencia del material resultan insuficientes para definir el comportamiento de la curva esfuerzo-deformación, cuando el material se encuentra sometido a esfuerzos mayores a los del intervalo elástico, es por ello que se requieren expresiones que relacionen los esfuerzos con las deformaciones y que definan la forma de la curva en el intervalo plástico.

La plasticidad es un fenómeno altamente dependiente de la historia de carga y de la historia de la deformación. De tal modo que para determinar la forma en la cual la estructura se opone a las cargas externas, se requiere saber la manera en cómo evolucionan las deformaciones plásticas y conocer algunas hipótesis simplificadas: (Pérez de la C., 2009).

- El material es isotrópico.
- Las deformaciones son independientes del tiempo.
- El material obedece a la ley de Hooke hasta el límite elástico o lo que es lo mismo, el módulo de plasticidad es infinito hasta ese punto.
- Se asumen curvas simplificadas de esfuerzo contra deformación, como las que se mencionan a continuación:

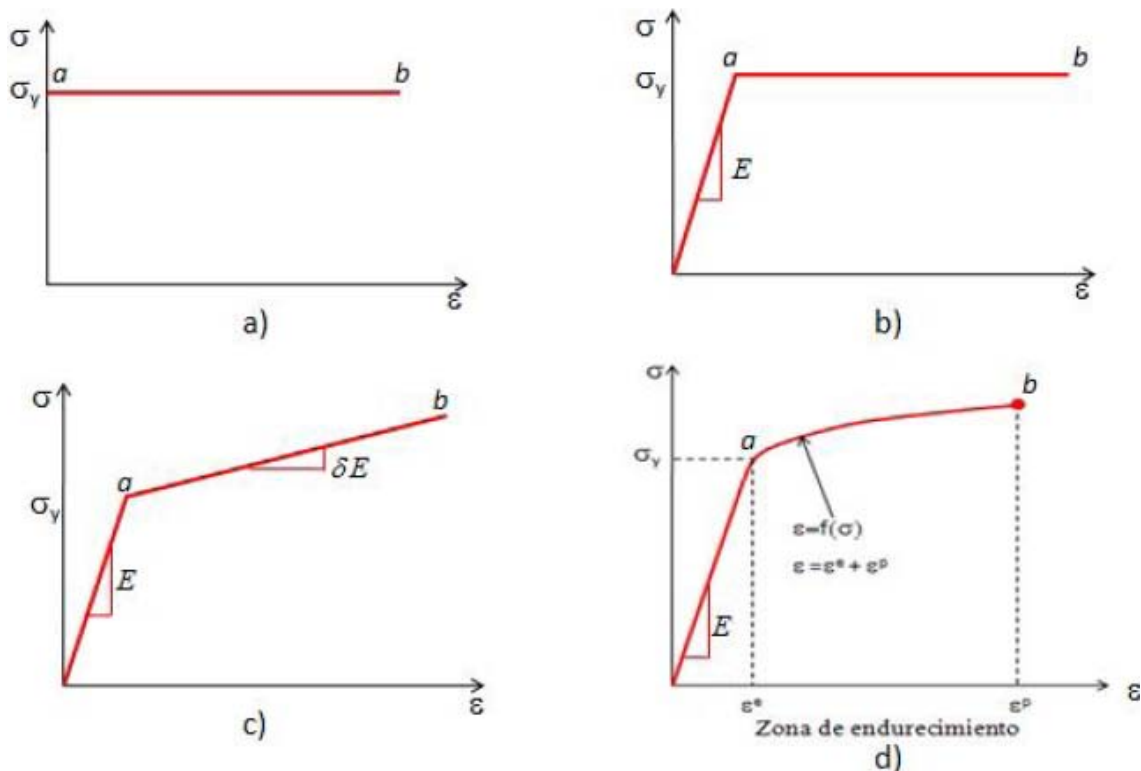


Figura 2.5. Modelos empíricos de esfuerzo-deformación.

La configuración 2.5a se denomina perfectamente plástica, las deformaciones elásticas se asumen como cero. Cuando se asume que la deformación elástica es cero, entonces el cuerpo es llamado rígido. En la figura 2.5b, se tiene que la parte a-b es paralela al eje de deformación (el esfuerzo permanece constante conforme aumenta la deformación), y se dice que la respuesta del material es elástico perfectamente plástico. Para materiales que presentan endurecimiento por deformación en la región no lineal inicial, las deformaciones se incrementan conforme aumentan los esfuerzos. Estas curvas de esfuerzos-deformación son referidas como bilineal y plástica con endurecimiento por deformación, (ver figura 2.5c y 2.5d, respectivamente).

En deformación plástica se asume que el volumen es constante, lo cual no puede asumirse en el caso de la deformación elástica. El volumen constante implica que:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0 \quad (2.6)$$

y que la relación de Poisson es de 0.5, lo que indica que ν varía de 0.3 hasta 0.5 a medida que la deformación pasa de la elástica a la plástica ((Pérez de la C., 2009).

II.5.- MODELOS CONSTITUTIVOS DE LOS MATERIALES

En este apartado se examinan los modelos constitutivos empleados para modelar el acero, el concreto y la adherencia, en los análisis realizados.

En cada caso se describen brevemente las principales características del comportamiento del material, las formulaciones matemáticas de los modelos numéricos escogidos y se muestran comparaciones con resultados experimentales. Estas comparaciones con mediciones experimentales permiten demostrar la adecuada implementación de estas leyes de comportamiento en los modelos de cómputo desarrollado.

II.5.1.- Modelo constitutivo de material para el acero

En la fig 2.6 se reproducen las principales características del comportamiento del acero que deben incluir los modelos constitutivos para simular correctamente las mediciones experimentales. Estas son la fluencia del acero, el endurecimiento por deformaciones plásticas durante una carga monótona creciente o ciclos alternados, y el efecto de Bauschinger.

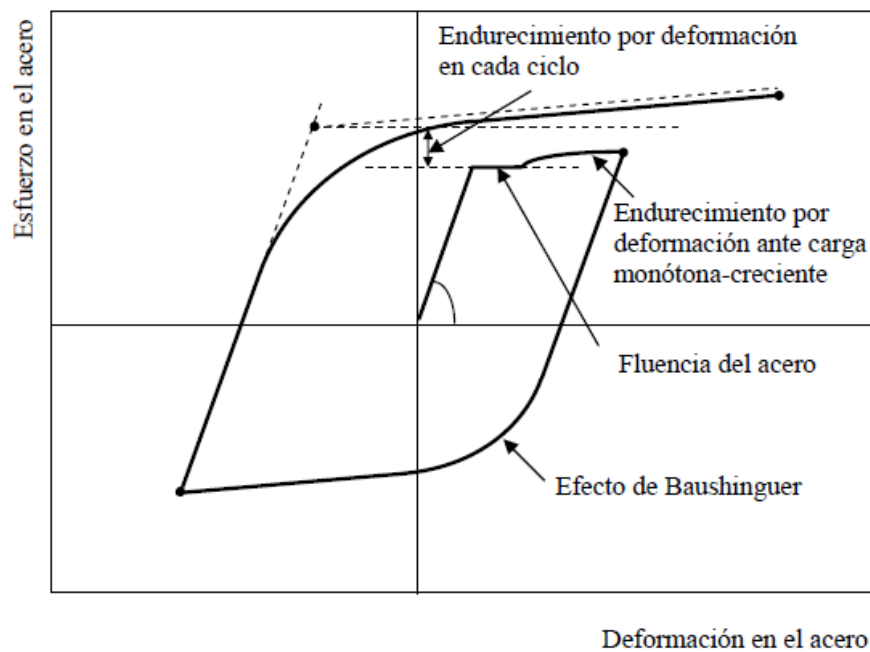


Figura 2.6. Principales aspectos del comportamiento del acero.

Existe una amplia variedad de modelos capaces de simular el comportamiento del acero ante distintas condiciones de cargas. En este trabajo se seleccionó el *modelo bilineal* y el criterio de fluencia utilizado fue el de Von Mises (ver figura 2.7) por su simplicidad y probada precisión.

Los *modelos bilineales* utilizan la teoría clásica de la plasticidad, con módulo plástico constante y endurecimiento por deformación. Esta curva está formada por dos líneas rectas, cuyo esfuerzo de fluencia ocurre en la intersección de estas líneas.

La ecuación (2.7) que determina el modelo consta de dos partes, la rama lineal primaria que corresponde módulo de elasticidad E y la rama secundaria no lineal que está controlada por el parámetro δ como una función del módulo de elasticidad E que puede variar de cero a la unidad, como se muestra en la gráfica II.4. Cuando $\delta = 0$ resulta un comportamiento elasto-plástico perfecto ((Pérez de la C., 2009).

$$\varepsilon = \frac{\sigma_y}{E} + \frac{(\sigma - \sigma_y)}{\delta E} \quad (2.7)$$

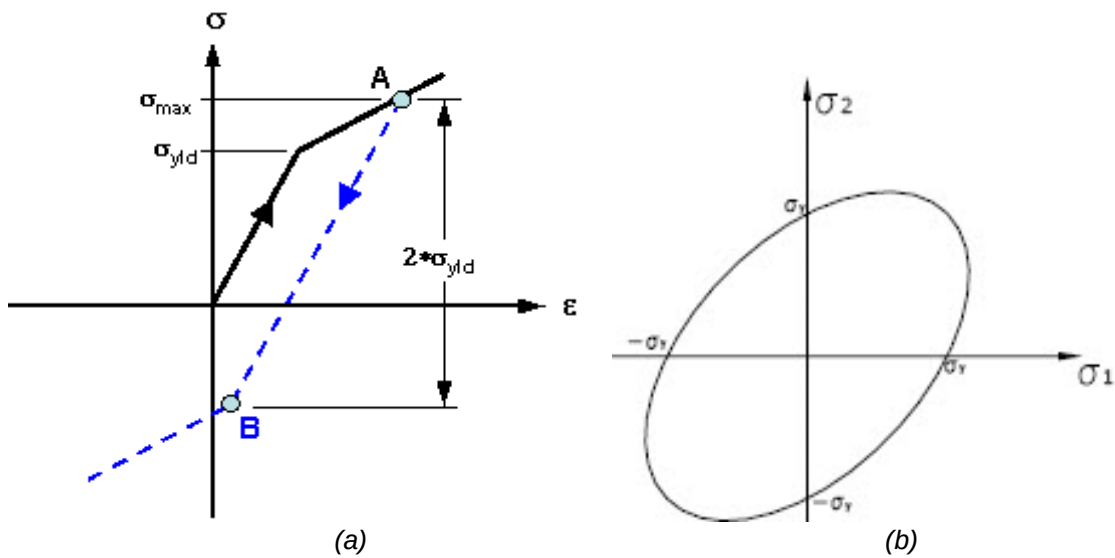


Figura 2.7. Modelo mecánico bilineal de plasticidad con endurecimiento por deformación y criterio de fluencia de Von Mises.

II.5.2.- Modelo constitutivo de material para el concreto

Modelo de Jacky Mazars, toma en cuenta el daño continuo

A continuación se presentan las bases del modelado en el marco del daño isotrópico continuo, así como las herramientas usadas en un análisis simplificado, el cual es un marco conveniente para cálculos paramétricos. Una discretización del elemento finito en conjunción con un modelo pertinente de material (mecanismo unilateral de daño para concreto) nos permite reproducir las principales características de un concreto reforzado.

Daño continuo isotrópico

Consideremos, por simplicidad, el caso del dominio de las acciones mecánicas de tensión. El desarrollo de micro-grietas conduce a una degradación progresiva de la rigidez del material.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^* \varepsilon_{kl} \quad (2.8)$$

Donde σ_{ij} es la componente de esfuerzo, ε_{kl} es la componente de deformación, y C_{ijkl}^* es el tensor de daño material. La aproximación más simple de daño material es asumir que la rigidez del material (para materiales isotrópicos) permanece isotrópico. La relación de esfuerzo-deformación se convierte en:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2E_0(1-d)} \left(\sigma_{ij} - \frac{\sigma_{kk}}{3} \delta_{ij} \right) + \frac{(1-2\nu_0)}{2E_0(1-D)} [\sigma_{kk} \delta_{ij} - \sigma_{ij}] \quad (2.9)$$

Donde E_0 y ν_0 son el modulo de Young y coeficiente de Poisson del material isotrópico sin daño, y δ_{ij} es el símbolo de Kronecker. Las variables de daño "d" y "D" son independientes y varían entre 0 y 1. Se puede señalar que daño isotrópico significa dos variables de estado de daño. La siguiente suposición es asumir $d=D$ lo que nos lleva a la relación de esfuerzo-deformación usada por Mazars en la referencia (Mazars, 1986):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu_0}{E_0(1-d)} \sigma_{ij} - \frac{\nu_0}{E_0(1-d)} [\sigma_{kk} \delta_{ij}] \quad (2.10)$$

$$\sigma_{ij} = (1-d) C_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl} \quad (2.11)$$

Donde C_{ijkl}^0 es la rigidez del material sin daño. De acuerdo con esto, el coeficiente de Poisson no es afectado por daño. La energía elástica por masa unitaria del material es:

$$\rho \psi = \frac{1}{2} (1-d) \varepsilon_{ij} C_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl} \quad (2.12)$$

Se asume que esta energía está en estado potencial. La relación de energía de daño liberada es:

$$Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial d} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} C_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl} \quad (2.13)$$

Con la relación de energía disipada:

$$\dot{\Phi} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial d} \dot{d} \quad (2.14)$$

El segundo principio de la termodinámica requiere que la relación de energía disipada sea mayor o igual a cero. En esta relación constitutiva, esto significa que el daño debe incrementarse (respuesta irreversible) o permanecer constante (respuesta reversible).

Una categoría general de modelos de daño. En la mayoría de los casos, las micro-grietas están orientadas con respecto al esfuerzo aplicado (Shah,S.P.,Maji,A.1989). En tensión uniaxial, las micro-grietas se desarrollan perpendicularmente al esfuerzo de tensión; en compresión, aparecen agrietamientos paralelos a la dirección del esfuerzo de compresión. Debido al daño que se desarrollo y su orientación geométrica, no se espera que el operador elastico degradado permanezca isotrópico, pero si se espera que se torne anisotropico gradualmente. Este fenómeno se denomina “anisotropía inducida por daño”.

Desde un punto de vista teórico, parece apropiado que los métodos racionales de derivación para el tipo de variables de daño sean proyectados. Se propone una técnica general de aproximación de la rigidez elástica para el material dañado (Ladeveze, 1983). El método introduce dos superficies de daño que caracterizan la rigidez unidireccional y la compresibilidad del material para cualquier dirección de carga. Los módulos elásticos son derivados usando una técnica de aproximación similar al método residual pesado. Una segunda técnica es la aproximación del micro-plano para materiales cuasi-quebradizos (Bazant and Prat,1988). La rigidez elástica (o tangente) del material se obtiene de la relación entre los vectores de esfuerzo y deformación para cualquier dirección arbitraria del micro-plano.

Las características simples de la aproximación del microplano pueden ser combinadas con la aproximación de las superficies de daño. En el mismo espíritu que en la aproximación de Ladeveze, en la búsqueda de proponer una técnica general. En el dominio reversible (elástico), la relación esfuerzo-deformación se lee:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^* \varepsilon_{kl} \quad (2.15)$$

Donde ε_{kl} la componente de deformación reversible. El esfuerzo efectivo denotado como σ'_{ij} , es introducido de acuerdo con la definición siguiente:

$$\sigma'_{ij} = C_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl} \quad \text{o} \quad \sigma'_{ijkl} = C_{ijkl}^0 (C^*)_{klmn}^{-1} \quad (2.16)$$

Es claro de la ecuación (2.15) que la variable de daño puede ser un escalar, un vector, un tensor de segundo orden, un tensor de cuarto orden o incluso un tensor de octavo orden.

Modelo isotrópico con una variable (escalar) de daño (Mazars,1986).

La influencia de micro-grietas debido a cargas externas es introducida mediante una simple variable escalar de daño “d”, que va desde 0 para el material sin daño, hasta 1 para el material completamente dañado. Las relaciones constitutivas son desde la ecuación (2.10) hasta la ecuación (2.14) y la evolución del daño está basada en la cantidad de extensión que el material experimenta durante la aplicación de la carga mecánica. La deformación equivalente es definida como:

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (\langle \varepsilon_i \rangle_+)^2} \quad (2.17)$$

Donde $\langle \cdot \rangle_+$ es el corchete de Macauley y ε_i son las deformaciones principales. La función de daño es:

$$f(\tilde{\varepsilon}, \kappa) = \tilde{\varepsilon} - \kappa \quad (2.18)$$

Donde κ se denomina como umbral de crecimiento de daño. Inicialmente, su valor es κ_0 y puede ser relacionado con el esfuerzo máximo f_t del material en tensión uniaxial:

$$\kappa_0 = \frac{f_t}{E_0} \quad (2.19)$$

Durante la aplicación incremental de la carga, κ asume el valor máximo de deformación equivalente nunca alcanzada durante la historia de carga.

si

$$f(\tilde{\varepsilon}, \kappa) = 0 \text{ y } \dot{f}(\tilde{\varepsilon}, \kappa) = 0 \text{ entonces } \begin{cases} d = h(\kappa) \\ \kappa = \tilde{\varepsilon} \end{cases} \text{ donde } \dot{d} \geq 0, \text{ de otra manera } \begin{cases} \dot{d} = 0 \\ \dot{\kappa} = 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

La función $h(\kappa)$ se detalla como sigue: con el fin de capturar las diferentes respuestas mecánicas del material en tensión y compresión, la variable de daño es dividida en dos partes:

$$d = \alpha_t d_t + \alpha_c d_c \quad (2.21)$$

Donde d_t y d_c son las variables de daño en tensión y compresión, respectivamente. Estas variables se encuentran combinadas con los coeficientes de ponderación α_t y α_c definidos como funciones de los valores principales de las deformaciones ε_{ij}^t y ε_{ij}^c , debido al esfuerzo positivo y al esfuerzo negativo:

$$\varepsilon_{ij}^t = (1 - d) C_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl}^t, \quad \varepsilon_{ij}^c = (1 - d) C_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl}^c \quad (2.22)$$

$$\alpha_t = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\langle \varepsilon_i^t \rangle \langle \varepsilon_i \rangle_+}{\bar{\varepsilon}^2} \right)^\beta, \quad \alpha_c = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\langle \varepsilon_i^c \rangle \langle \varepsilon_i \rangle_+}{\bar{\varepsilon}^2} \right)^\beta \quad (2.23)$$

Nótese que en esta expresión, las deformaciones que solo cuentan con un índice, se refiere a las deformaciones principales. En tensión uniaxial $\alpha_t = 1$ y $\alpha_c = 0$. En compresión uniaxial, $\alpha_c = 1$ y $\alpha_t = 0$. Por lo tanto, d_t y d_c pueden ser obtenidos de manera separada de pruebas uniaxiales.

La evolución del daño es derivada de una manera integral, como función de la variable κ :

$$d_t = 1 - \frac{\kappa_0(1 - A_t)}{\kappa} - \frac{A_t}{\exp(B_t(\kappa - \kappa_0))}, \quad (2.24)$$

$$d_c = 1 - \frac{\kappa_0(1 - A_c)}{\kappa} - \frac{A_c}{\exp(B_c(\kappa - \kappa_0))},$$

Identificación de parámetros:

Se definen ocho parámetros para el modelo. El modulo de Young y el coeficiente de poisson se miden a partir de la prueba de compresión uniaxial. Los parámetros relacionados con el daño en tensión (κ_0 , A_t , B_t) pueden obtenerse a partir de una prueba de tensión directa o una prueba de flexión de tres puntos. La ecuación (2.19) provee una primera aproximación del umbral de daño inicial; y la resistencia del material puede deducirse a partir de una prueba de resistencia a compresión. Los parámetros (A_c , B_c) se ajustan a partir de la respuesta del material a la compresión uniaxial. β puede ajustarse a partir de la respuesta del material al cortante. Debido a que este tipo de prueba es difícil de realizar, se toma usualmente un valor de $\beta=1$, con lo que se subestima la resistencia a cortante del material. La siguiente tabla presenta los intervalos estándar para los parámetros de un modelo de concreto con resistencia moderada.

Tabla 2.1. Parámetros estándar del modelo

$E_0 = 30,000 \text{ Mpa a } 40,000 \text{ Mpa}$
$\nu = 0.2$
$\kappa_0 = 1.10^{-4}$
$0.7 < A_t < 1.2$
$10^4 < B_t < 5.10^4$
$1 < A_c < 1.5$
$10^3 < B_c < 2.10^3$
$1.0 < \beta < 1.05$

La Figura 2.8 muestra la respuesta uniaxial de un modelo en tensión y compresión con los siguientes parámetros: $E_0=30,000$ Mpa, $\nu_0 = 0.2$, $\kappa_0 = 0.0001$, $A_t=1$, $B_t=15,000$, $A_c=1.2$, $B_c=1,500$, $\beta=1$.

Debido a los problemas de localización inducidos por este tipo de comportamiento de relajación, una aproximación no local es generalmente usada para los cálculos del elemento finito, donde “d” depende de $\bar{\epsilon}$ en lugar de $\tilde{\epsilon}$, donde $\bar{\epsilon}$ es el valor medio de $\tilde{\epsilon}$, calculado a partir de un volumen representativo V_r . Las dimensiones de V_r dependen de la longitud característica “ l_c ” del material, que a su vez está en función del tamaño del agregado máximo. Sin embargo, debido a la regularización obtenida debido al reforzamiento, el problema no es crucial para estructuras de concreto reforzado y en consecuencia no se usa ningún tratamiento específico en la discretización del elemento finito.

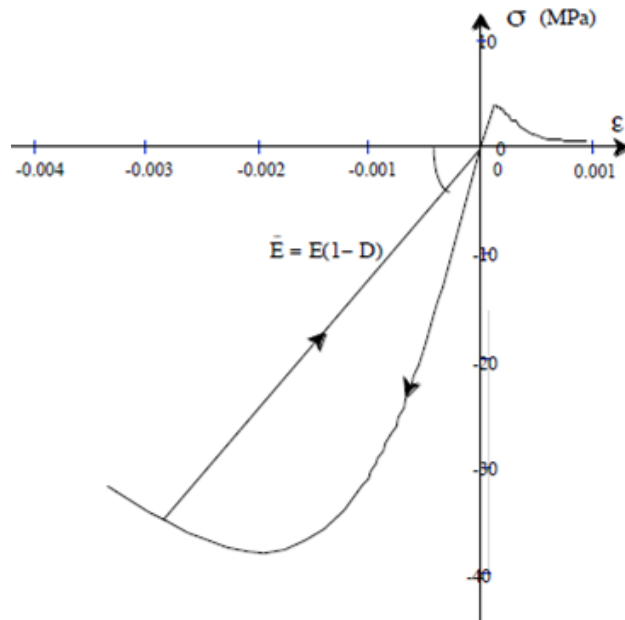


Figura 2.8. Respuesta uniaxial del modelo.

II.5.3.- Modelos constitutivo para la adherencia-deslizamiento

(Domínguez, Brancherie and Ibrahimbegovic, 2004)

Ecuaciones constitutivas y formulación de elemento finito.

El concepto de “concreto reforzado” es solamente posible debido a la existencia de la adherencia, la cual es una zona de transferencia de fuerzas y esfuerzos entre el concreto y las barras de acero contenidas en el mismo. La relación global de adherencia-desplazamiento es una manera de medir experimentalmente este fenómeno de interacción entre las superficies, pero no es suficiente para representar lo que pasa localmente en la vecindad de las barras de acero y el concreto en contacto. En esta sección, se desarrollan las relaciones constitutivas para representar la capacidad de adherencia-deslizamiento tomando en cuenta fenómenos físicos tales como agrietamiento y deslizamiento friccionante, así como el acoplamiento entre estos fenómenos. Para este fin, primero se presenta el marco termodinámico y después la implementación numérica, la cual encaja en el marco de la aproximación del elemento finito, la cual es finalmente presentada en el párrafo final.

Formulación termodinámica

Las relaciones constitutivas que relacionan el tensor de esfuerzos con el tensor de deformaciones debe incluir el cálculo de: Agrietamiento para un excesivo esfuerzo tangencial $\sigma_{nt} = \sigma_T$, deformación inelástica debido a fricción, y acoplamiento entre esfuerzo tangencial y esfuerzo normal $\sigma_{nn} = \sigma_N$ en fase de deslizamiento. El elemento de interface se activa si y solo si existe un desplazamiento relativo entre los dos cuerpos en contacto.

El ingrediente principal de este modelo de adherencia-deslizamiento puede obtenerse mediante el uso de las consideraciones termodinámicas (Domínguez et al., 2003) las cuales guían a la tabla 2.2.

Debido a la simplicidad de la superficie de daño expresada en el espacio de las deformaciones, la evolución de la variable de daño puede ser integrada explícitamente para obtener:

$$d = 1 - \sqrt{\frac{Y_0}{Y_d}} \exp \left\{ A_{d1} \left[\sqrt{\frac{2}{G}} (\sqrt{Y_d} - \sqrt{Y_0}) \right]^{B_{d1}} \right\} \left\{ \frac{1}{1 + A_{d2} (Y_d - Y_2)_+^{B_{d2}}} \right\} \quad (2.25)$$

Donde A_{d1} , B_{d1} , A_{d2} , B_{d2} son parámetros del material. Las ecuaciones de evolución de la componente de deformación debido a deslizamiento, son integradas por un método implícito. Entre los diferentes métodos de integración numérica puede ser usado el método de retroceso de Euler, el cual asegura la convergencia para cualquier tamaño del paso.

Tabla 2.2. Ingredientes principales del modelo de adherencia-deslizamiento

Energía libre de Helmholtz	$\rho\psi = \frac{1}{2} [\varepsilon_N E_{\varepsilon N} + (1-d)\varepsilon_T G_{\varepsilon T} + (\varepsilon_T - \varepsilon_T^s) G d(\varepsilon_T - \varepsilon_T^s) + \gamma \alpha^2] + H(z)$
Función de daño	$\Phi_s(\sigma_N, \sigma_T, X) = \sigma_T^s - X - \frac{1}{3} \sigma_N \leq 0$ $\Phi_d(Y_d, Z) = Y_d - (Y_0 + Z) \leq 0$
Ecuaciones constitutivas	$\sigma_N = E_{\varepsilon N}$ $\sigma_T = G(1-d)\varepsilon_T + Gd(\varepsilon_T - \varepsilon_T^s)$ $\sigma_T^s = Gd(\varepsilon_T - \varepsilon_T^s)$
Disipación	$Y = Y_d + Y_s = \frac{1}{2} \varepsilon_T G_{\varepsilon T} + \frac{1}{2} (\varepsilon_T - \varepsilon_T^s) G (\varepsilon_T - \varepsilon_T^s)$ $X = \gamma \alpha$ $Z = H'(z) = \begin{cases} Z_1, & \text{si } \varepsilon_T^0 < \varepsilon_T^i \leq \varepsilon_T^2 \\ Z_1 Z_2, & \text{si } \varepsilon_T^i \geq \varepsilon_T^2 \end{cases}$ $Z_1 = \left[\sqrt{Y_0} + \frac{1}{A_{d1}} \sqrt{\frac{G}{2}} \ln \left((1+z) \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_T^0} \right) \right]^2$ $Z_2 = \left[Y_2 + \frac{1}{A_{d2}} \left(\frac{-z}{1+z} \right) \right]$
Ecuaciones de evolución	$\dot{d} = \lambda_d \frac{\partial \Phi_d}{\partial Y_d}, \quad \dot{z} = -\lambda_d \frac{\partial \Phi_d}{\partial Z},$
	$\dot{\varepsilon}_T^s = \dot{\lambda}_s \text{sign}(\sigma_T^s), \quad \dot{\gamma} = -\dot{\lambda}_s \text{sign}(\sigma_T^s) + \frac{3}{2} \alpha X$

Implementación del elemento finito

Se construyo un elemento de interface con espesor igual a cero, a partir de una versión degenerada del elemento cuadrilátero estándar, capaz de tomar en cuenta ambos esfuerzos, tangencial y normal, calculados a partir de las correspondientes deformaciones, inclusive para grandes desplazamientos. El dominio de referencia de un cuadrilátero de bordes rectos, es definido mediante la localización de sus cuatro puntos nodales x_a^e , $a=1, \dots, 4$. Solo dos juegos de coordenadas de entre las cuatro deben ser dadas, los otros dos nodos tienen las mismas coordenadas, lo cual define un elemento cuadrilátero con espesor igual a cero, ver la figura 2.9.

El parámetro h_{pen} .

Se sigue la idea de interpenetración en la solución de un problema de contacto (Ibrahimbegovic and Wilson, 1992), con el fin de evitar el inconveniente de la potencial inestabilidad, cuando se trabaja con fuerzas de contacto. En otras palabras, se asume que el concreto en contacto con la superficie de acero tiene una zona de aspereza, la cual puede ser comprimida o aplastada, por lo que es posible asumir una pequeña penetración entre superficies (figura 2.10).

Con el fin de mantener la continuidad entre el elemento continuo en 2D (para acero y concreto) y el elemento interface de contacto, se introduce un parámetro geométrico llamado " h_{pen} ", el cual permite definir ambos, deformación normal y deformación tangencial para el elemento de interface de espesor igual a cero. Uno puede así establecer que el parámetro " h_{pen} " tiene un valor físico que corresponde

a la penetración máxima correspondiente a el espesor del concreto pulverizado debido a la compresión. De la figura 2.10 es posible deducir la siguiente relación

$$h_{pen} = t_0^A + g_0 + t_0^B \quad (2.26)$$

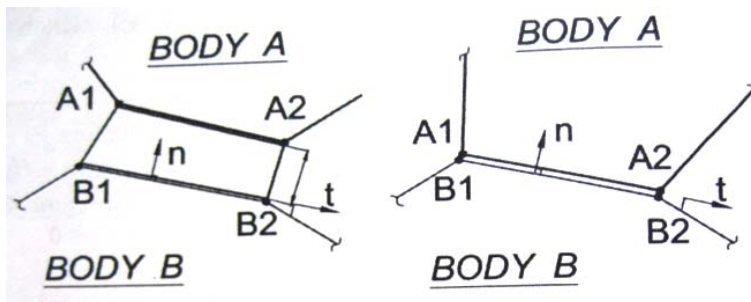


Figura 2.9. Degeneración de un elemento cuadrilátero de cuatro nodos en un elemento de una dimensión y coordenadas locales. [Dominguez, Brancherie and Ibrahimbegovic, 2004]

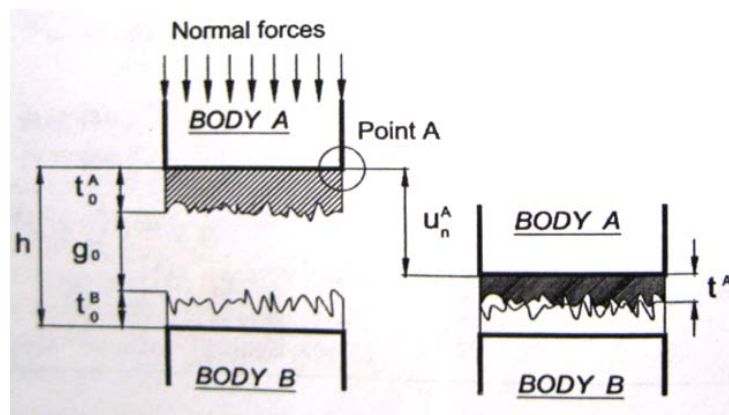


Figura 2.10. Configuración inicial, desplazamiento normal y penetración debido a quebranto de asperezas. [Dominguez, Brancherie and Ibrahimbegovic, 2004]

Si asumimos que al momento del contacto, $g_0=0$, y el cuerpo B es rígido, lo que implica que $t_0^B=0$, el parámetro de espesor deformable se torna en

$$h_{pen} = t_0^A \quad (2.27)$$

El parámetro “ h_{pen} ” puede además ser introducido en las propiedades geométricas de la interface de contacto degenerada, lo que permite expresar los esfuerzos normal y tangencial como

$$\varepsilon_n = \frac{u_n^A}{h_{pen}} = \frac{u_n^A}{t_0^A} \quad y \quad \varepsilon_t = \frac{u_t^A}{h_{pen}} = \frac{u_t^A}{t_0^A} \quad (2.28)$$

Con un y ut siendo los desplazamientos normal y tangencial de un punto en la superficie de concreto con respecto a la superficie de acero. Debido a que el

espesor del elemento de interface es cero, no se consideran deformaciones en otras direcciones para los cálculos. Estas componentes de deformación son además usadas para el cálculo del comportamiento de las correspondientes componentes de esfuerzo.

El parámetro “ h_{pen} ” además juega un rol crucial en el cálculo de la matriz deformación-desplazamiento, y simplifica el cálculo de la derivación de funciones de forma. A saber un típico elemento cuadrilátero de cuatro nodos, con la función de forma como sigue

$$N_a(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi_a \xi)(1 + \eta_a \eta) \quad (2.29)$$

Donde $a=1,2,3,4$ son los nodos elementales; ξ, η son coordenadas naturales y ξ_a, η_a los valores de las coordenadas naturales, se requiere construir la matriz B de deformación-desplazamiento

$$B = \begin{bmatrix} N_{a,x} & 0 \\ 0 & N_{a,y} \\ N_{a,y} & N_{a,x} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

En la búsqueda de que la matriz B sea construida a partir de la derivación de las funciones de forma, usando las coordenadas nodales, se debe corregir las coordenadas de dos nodos para que sean los mismos, para este fin, primero calculamos $x_{\xi}, y_{\eta}, x_{\eta}, y_{\xi}$, mediante la introducción de “ h_{pen} ” en los cálculos, como sigue

$$\begin{aligned} y_0^e &= [y_1^e - y_2^e + (y_3^e + h_{pen})]/4 \\ y_{\xi}^e &= \frac{[-y_1^e + y_2^e + (y_3^e + h_{pen}) - (y_4^e + h_{pen})]}{4} + y_0 \eta \\ y_{\eta}^e &= \frac{[-y_1^e - y_2^e + (y_3^e + h_{pen}) + (y_4^e + h_{pen})]}{4} + y_0 \xi \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$j = \det(X_{\xi}) = x_{\xi} y_{\eta} - x_{\eta} y_{\xi} \quad (2.32)$$

Se puede así calcular mediante transformación estándar

$$\begin{aligned} N_{a,x} &= \frac{N_{a,\xi} y_{\eta} - N_{a,\eta} y_{\xi}}{j} \\ N_{a,y} &= \frac{N_{a,\xi} x_{\eta} - N_{a,\eta} x_{\xi}}{j} \end{aligned} \quad (2.33)$$

El vector de fuerza interna para el nodo de un elemento es finalmente calculado usando la cuadratura Gaussiana clásica, con dos puntos de integración para la dirección tangencial y solo uno para la dirección normal.

Capítulo III

MODELACIÓN NUMÉRICA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES COMPUESTOS

III.1. Estrategia de investigación.

III.1.1. Breve descripción de los trabajos experimentales de Kim.

III.1.2. Las herramientas numéricas utilizadas en este estudio.

III.1.2.a Section builder

III.1.2.b FEAP

III.1.2.c GMSH

III.2. Estudio numérico de columnas de Tubo Rectangular de Acero Rellenas de Concreto RCFT

III.2.1. Fase 1 - Trabajos preliminares de columnas RCFT

III.2.2. Fase 2 - Estudio numérico tridimensional 3D de las columnas RCFT

III.2.2.a Trabajos preliminares para la modelación: calibración de los parámetros materiales

III.2.2.b Introducción al estudio de las col. RCFT: C24-1-00 a C24-3-45

III.2.2.c Estudio elástico 3D

III.2.2.d Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas C24-1-00 a C24-3-45, en dimensión 3.

III.2.2.e Estudio inelástico 3D

III.2.3. Fase 3 – Estudio numérico bidimensional 2D de las columnas RCFT

III.2.3.a Estudio Elástico 2D

III.2.3.b Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas C24-1-00 a C24-3-45, en dimensión 2.

III.2.3.c Estudio Inelástico 2D

III.2.3.d Curva de Interacción P-M Para las columnas RCFT, a partir de los modelos Bilineales con comportamiento Inelástico.

III.2.3.e Estudio de los efectos de la adherencia

III.3. Estudio numérico de columnas de Tubo Circular de Acero Rellenas de Concreto CCFT

- III.3.1. Fase 1- Trabajos preliminares de columnas CCFT
- III.3.2. Fase 2 - Estudio numérico tridimensional 3D de las columnas CCFT
 - III.3.2.a Trabajos preliminares para la modelación: calibración de los parámetros materiales
 - III.3.2.b Introducción al Estudio de las col. CCFT: C18-1, C18-3, C18-5
 - III.3.2.c Estudio Elástico 3D
- III.3.3. Fase 3 - Estudio numérico bidimensional 2D de las columnas CCFT
 - III.3.3.a Estudio Elástico 2D
 - III.3.3.b Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas C18-1, C18-3, C18-5, en dimensión 2.
 - III.3.3.c - Estudio Inelástico 2D
 - III.3.3.d Curva de Interacción P-M Para las columnas CCFT, a partir de los modelos Bilineales con comportamiento Inelástico.

III.4. Estudio numérico de columnas de acero con camisa de concreto SRC

- III.4.1. Fase 1- Trabajos preliminares de columnas SRC
- III.4.2. Fase 2 – Estudio numérico tridimensional 3D de las columnas SRC
 - III.4.2.a Trabajos preliminares para la modelación: calibración de los parámetros materiales
 - III.4.2.b Introducción al estudio de las columnas SRC: V31, V32, V33.
 - III.4.2.c Estudio Elástico 3D
 - III.4.2.d Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas V31, V32, V33, en dimensión 3.
 - III.4.2.e Estudio Inelástico 3D
- III.4.3. Fase 3 – Estudio numérico bidimensional 2D de las columnas SRC

Capítulo III

MODELACIÓN NUMÉRICA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES COMPUESTOS

RESUMEN

Este capítulo presenta el cuerpo principal de la tesis, empezando por una breve descripción de la base experimental, para seguir con el estudio detallado de los tres tipos de columnas estudiadas (RCFT, CCFT, SRC), mediante una estrategia dividida en tres fases para cada una de las configuraciones de las columnas. En este estudio se desarrolla diagramas de interacción de carga axial y momento flexionante, así también se estudia la influencia de la degradación de la adherencia en los resultados de la respuesta que se incluye en los modelos de las columnas.

III.1.- ESTRATEGIA DE INVESTIGACIÓN

Para el desarrollo de la presente investigación, se hizo necesario establecer una estrategia general para el estudio numérico de las columnas, que se adaptó de manera particular para cada tipo de columna en función de las problemáticas encontradas en el modelado.

Básicamente, la estrategia se articuló en tres etapas principales:

1. Una primera fase, enfocada a seleccionar las columnas en estudio y sujetarlas a una revisión analítica empleando las herramientas y recomendaciones disponibles para ello;
2. Una segunda fase de modelado tridimensional, que permitió detectar limitaciones y ventajas;
3. La tercera fase correspondió a una simplificación a un problema bidimensional, en el que pudiera implementarse un modelo de adherencia (únicamente disponible en formulación 2D).

A continuación se describe con detalle dicha estrategia, la cual se presenta de manera condensada en la Fig. 3.1.

FASE 1.

Como se mencionó previamente, se extrajo del reporte experimental de Kim un conjunto de pruebas representativas de la columna en estudio (sea RCFT, CCFT o SRC), dando preferencia a aquellas que contaron con el mayor número de especímenes. Posteriormente, con base en los datos reportados de cada espécimen, se hizo una selección y depuración de los mismos para configurar los parámetros requeridos para los respectivos análisis numéricos.

En esta primera fase, se hizo necesario hacer la revisión de dichos especímenes utilizando tanto técnicas y especificaciones válidas y/o reconocidas de actualidad, así como el empleo de herramientas informáticas específicamente dedicadas a este tipo de análisis. Así pues, considerando que los experimentos fueron realizados para reforzar las especificaciones AISC-2005 para el diseño de estructuras compuestas, se construyeron las correspondientes curvas de interacción Carga última vs. Momento último apoyándose en dicho código internacional. Posteriormente, evaluando diferentes herramientas numéricas existentes en el mercado, se seleccionó el programa "Section Builder v. 8.1.0",

desarrollado por “*Computers and Structures, Inc, CSI*” el cual tiene la capacidad de construir las curvas de interacción de columnas compuestas (sin tomar en cuenta efectos de esbeltez) mediante la combinación de diferentes modelos elásticos e inelásticos, tanto para el concreto como para el acero estructural.

FASE 2

Una vez seleccionadas las pruebas experimentales de referencia, se procedió a construir el modelo tridimensional de cada una de ellas. En este contexto, se decidió emplear el programa de elementos finitos FEAP v. 7.4, desarrollado por el Prof. R.L. Taylor de la Universidad de Berkeley, el cual se describe más adelante con mayor detalle. En esencia, se hizo un mallado parametrizado, al cual se le adicionaron las propiedades materiales según el caso de estudio (elástico, inelástico concreto, inelástico acero, combinados, etc.), y se establecieron condiciones límites similares a las observadas en los experimentos. Para las cargas, se hizo una descomposición numérica que reprodujera los efectos de la excentricidad de la carga axial, y finalmente, se hizo un análisis incremental de tipo cuasi-estático, en los que se dio seguimiento a la distribución de esfuerzos y deformaciones tanto en el concreto como en las placas de acero. Las particularidades se abordan respectivamente en cada caso de estudio.

En lo que se refiere al modelado tridimensional de la adherencia, vale la pena señalar lo siguiente: una solución frecuentemente empleada en modelaciones 2D y 3D es la de colocar una capa intermedia de elementos de mínimo espesor, entre los materiales en estudio (acero y concreto); sin embargo, esta solución resulta compleja e ineficaz debido a que por una parte, los fenómenos disipativos en dicha zona son de carácter superficial y no volumétricos, lo que afecta la distribución real de los esfuerzos, y por la otra, las dificultades en la construcción del mallado pueden producir incoherencias numéricas en las conectividades de los elementos.

FASE 3

La fase 3 consistió en reducir la problemática de una resolución 3D a una 2D. Para ello, inicialmente se buscó construir algún artificio para reproducir la respuesta elástica 3D en el modelo 2D. Posteriormente, se intentó reproducir de igual forma la respuesta estructural 3D encontrada en el rango inelástico, en el modelo bidimensional. Esto tiene como objeto respaldar la predicción que se haría al introducir los efectos de adherencia, ya que para ello no se cuenta con referencia alguna. A partir de estos modelos, y mediante variaciones de carga axial y excentricidades, se construyeron las respectivas curvas de interacción. Debe mencionarse que dicha solución no fue viable en todos los casos, y se explica con detalle más adelante.

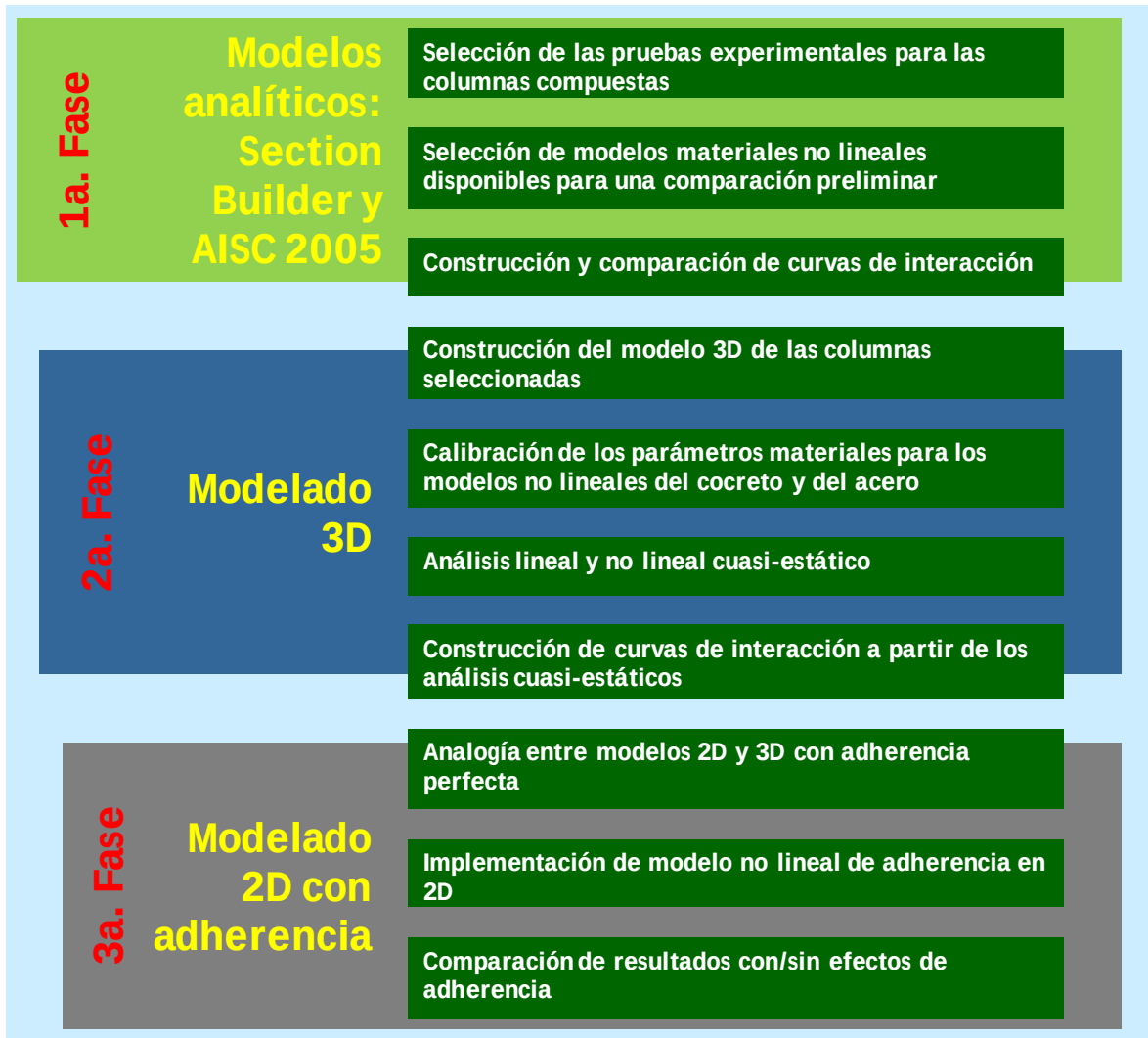


Figura 3.1. Estrategia de modelado para el estudio de columnas compuestas

III.1.1.- Breve descripción de los trabajos experimentales de Kim

Entre los años 2003 y 2005, Dong Keon Kim del Instituto de Tecnología de Georgia en Estados Unidos, realiza una serie de trabajos experimentales enfocados a aumentar la base de datos que fundamentan las reglas y recomendaciones para el diseño de estructuras compuestas especificadas en el AISC 2005, código internacional que presenta mejoras relevantes en relación con las prácticas tradicionales y con la versiones precedentes del mismo código.

La base de datos consiste en un conjunto de columnas y vigas-columna (sometidas a flexo-compresión) de tres tipos: columnas de acero con camisa de concreto (llamadas SRC, "*Steel Reinforced Concrete*"), columnas de tubo circular de acero rellenas de concreto (CCFT, "*Circular Concrete filled Tube*") y columnas de tubo rectangular de acero rellenas de concreto (RCFT, "*Rectangular Concrete Filled Tube*"). En el reporte se resume la información de las propiedades geométricas y materiales relacionada con dichas columnas. La base de datos incluye 119 columnas SRC, 136 vigas-columna SRC, 312 columnas CCFT, 198 vigas-columna CCFT, 222 columnas RCFT y 194 vigas-columnas RCFT. El total de especímenes es de 1181, 451 más que los reportados en la base original del AISC. Los datos de cada espécimen fueron analizados y comparados con las previsiones de diseño para columnas compuestas especificadas en el AISC 1999 y el Eurocódigo 4, y re-evaluados con los las nuevas previsiones de diseño del AISC 2005. Sus resultados experimentales y analíticos muestran que el Eurocódigo 4 da buenos resultados en lo que respecta a la predicción de la resistencia última de columnas, mientras que el AISC 2005 es mejor en la predicción de la resistencia de vigas-columna. En particular para las columnas RCFT, todos los códigos predicen correctamente su capacidad última.

La Tabla 3.1 concentra los datos anteriores provenientes de la campaña experimental aquí descrita.

Tabla 3.1. Datos generales de la campaña experimental de Kim. (D. K. Kim, 2005)

	SRC		Circular CFT		Rectangular CFT	
	Col.	Viga-col.	Col.	Viga-col.	Col.	Viga-col.
No. De pruebas	119	136	312	198	222	194
No. Pruebas para análisis	89	117	210	118	103	62
Max. F_y (ksi)	72.7	58	121	70	120.8	108.8
Min. F_y (ksi)	32.4	32.3	32.1	27.5	36.9	36.8
Max. f'_c (ksi)	9.5	6.8	16.5	16.3	14.9	14.9
Min. f'_c (ksi)	1.8	1.8	2.6	2.9	2.6	4.2
Max. L/r	466.7	247.2	133.8	87.1	91.1	91.2
Max. ρ_{ss}	12.9%	14.6%	27%	46.6%	26.6%	24.9%
Min. ρ_{ss}	2.7	14.6%	5.5%	5.1%	7.1	11.1%

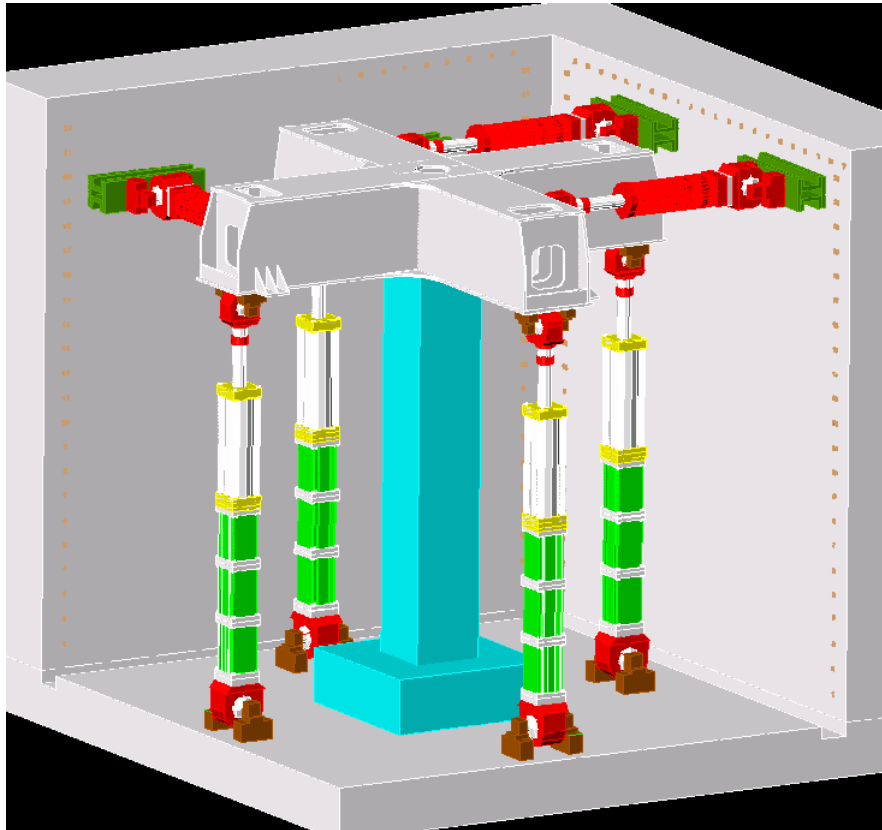


Figura 3.2. Máquina para realizar las pruebas en laboratorio.

En las pruebas de laboratorio realizadas por Kim, en términos generales, cada espécimen de columna fue construido, en algunos casos, a escala natural –es decir, escala 1:1- y en la mayoría de los otros, de forma escalada. Cada columna fue empotrada en su base por medio de un pedestal de mayores dimensiones en comparación a la sección transversal, y en la parte superior, con el fin de simular correctamente la rigidez en la unión viga-columna, se construyó un cabezal móvil, controlado con gatos hidráulicos (ver fig. 3.2). De este modo, las columnas fueron sujetas a cargas axiales con excentricidad variable, para producir momentos flexionantes en uno de los planos. La forma adquirida luego de la aplicación de la carga es similar a la de una viga en cantiliver, es decir, por el tipo de condiciones límites, puede considerarse que tiene un extremo libre con un factor de rigidez $k=2$.

En estas pruebas experimentales, se evitó tener colapso por pandeo lateral de las piezas, lo cual se aseguró vigilando la relación longitud-sección transversal compuesta. Así pues, se consideró como criterio de falla estructural el instante en que se genera un fenómeno de articulación en el elemento estructural, el cual es diferente para cada tipo de columna en estudio. En el caso de los tubos cerrados rellenos de concreto (RCFT y CCFT), la falla ocurre en un instante dado cuando se presentan grandes rotaciones a nivel local en las placas de acero, seguido de agrietamiento y coalescencia de fisuras en la sección transversal de concreto. En las columnas con perfil de acero reforzado con concreto (SRC), la falla inicia con

el agrietamiento del concreto que se propaga al interior de la pieza, para posteriormente producir el pandeo local del alma del perfil metálico.

III.1.2 Las herramientas numéricas utilizadas en este estudio

III.1.2.a SECTION BUILDER

Programa comercial es desarrollado por **Computers & Structures Inc. (CSI)**, y está enfocado a crear y analizar secciones transversales simples y complejas de elementos estructurales compuestos, que pueden ser definidos de forma paramétrica. A partir de las propiedades materiales y de las dimensiones de las secciones propuestas, construye curvas y superficies de interacción de capacidad de carga (Momento último vs. Carga última). Entre sus particularidades, destaca el hecho de que puede construir dichas curvas utilizando y combinando modelos no lineales tanto para el acero como para el concreto, de modo que pueden obtenerse diferentes configuraciones, como se apreciará más adelante.

III.1.2.b FEAP

El código de elementos finitos FEAP (*Finite Element Analysis Program*) es un programa de análisis por computadora orientado principalmente para utilizarse en el medio académico y de investigación. Ha sido desarrollado por el profesor R. L. Taylor de la Universidad de Berkeley (Taylor, 2001). En general su empleo como programa de análisis por elemento finito de propósito general, involucra tres pasos que son: el pre-proceso, análisis numérico y el post-tratamiento de resultados. El programa contiene un conjunto integrado de módulos asociados a cada uno de los pasos anteriores y que en forma concisa se utilizan para realizar lo siguiente:

- 1) la entrada de datos para describir el modelo de elemento finito,
- 2) la construcción de algoritmos de solución para diversas aplicaciones,
- 3) salida de resultados en forma gráfica y numérica.

Asimismo el programa contiene una biblioteca general de elementos finitos. Estos están disponibles para modelar problemas en 1, 2 y 3 dimensiones de mecánica estructural lineal y no lineal geométricos. Cada elemento sólido tiene acceso a la biblioteca de modelos de material. Los modelos que se incluyen son: elásticos, de plasticidad, visco-elásticos y ecuaciones constitutivas para transferencia de calor.

III.1.2.c GMSH

GMSH es un generador de mallas tridimensionales para elementos finitos con un procesador tipo CAD integrado y un motor de cálculo y post-tratamiento. Su objetivo es proveer de una herramienta numérica rápida, ligera y amigable para el mallado de estructuras con datos paramétricos con el auxilio de su avanzada interfaz de visualización. GMSH está construido con base en cuatro módulos: geometría, malla, calculadora matricial y post-tratamiento. La forma de interactuar con cualquiera de estos módulos es, o de forma interactiva a través de la interfaz gráfica, o bien por medio de la lectura de un archivo de texto tipo ASCII utilizando la lógica de GMSH.

III.2.- ESTUDIO NUMÉRICO DE COLUMNAS DE TUBO RECTANGULAR DE ACERO RELLENAS DE CONCRETO RCFT

III.2.1. FASE 1- Trabajos preliminares de columnas RCFT

a) Selección de las pruebas experimentales de referencia

Para el estudio de las columnas de tipo tubo rectangular rellenas de concreto ó RCFT, se tomaron como referencia algunos de los especímenes de laboratorio, probados y documentados en la tesis de D. K. Kim (Kim, 2005); dichas pruebas se documentan en la “Tabla A-6-RCFT Beam-Column Data base” y aquí la renombramos como Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Características Geométricas y Materiales de especímenes en estudio, RCFT.

Col. No.	Spec. No.	Fy (ksi)	f'c (ksi)	h1 (in)	h2 (in)	ts (in)	Ac (in ²)	As (in ²)	kl (in)	Pexp (k)	ex (in)
179	C24-1-00	64.5	9.79	4.92	4.92	0.118	21.96	2.26	118.1	135.3	0.83
180	C24-1-15	64.5	9.79	4.92	4.92	0.118	21.96	2.26	118.1	133.9	0.21
181	C24-1-30	64.5	9.79	4.92	4.92	0.118	21.96	2.26	118.1	131	0.41
182	C24-1-45	64.5	9.79	4.92	4.92	0.118	21.96	2.26	118.1	128.3	0.58
183	C24-3-00	64.5	9.79	4.92	4.92	0.118	21.96	2.26	118.1	75.7	2.48
184	C24-3-15	64.5	9.79	4.92	4.92	0.118	21.96	2.26	118.1	75.7	0.64
185	C24-3-30	64.5	9.79	4.92	4.92	0.118	21.96	2.26	118.1	74.8	1.24
186	C24-3-45	64.5	9.79	4.92	4.92	0.118	21.96	2.26	118.1	74.4	1.75

Para la selección de las columnas se tomaron en cuenta dos criterios: el primero, fue la cantidad de especímenes probados con las mismas características materiales y geométricas; el segundo, fue la representatividad basada en la longitud y las relaciones geométricas del espécimen, descontando de antemano aquellos especímenes con problemas de esbeltez. En la tabla 3.3 se desglosa la nomenclatura de las columnas seleccionadas.

Tabla 3.3. Nomenclatura de columnas en estudio

Col. No.	Spec. No.
179	C24-1-00
180	C24-1-15
181	C24-1-30
182	C24-1-45
183	C24-3-00
184	C24-3-15
185	C24-3-30
186	C24-3-45

A continuación, en la tabla 3.4 se listan las características de los especímenes seleccionados:

Tabla 3.4. Características Geométricas y Materiales de los especímenes.

Esfuerzo de fluencia del acero	F_y	444.71	Mpa
Esfuerzo de resistencia a compresión del concreto	f'_c	67.5	Mpa
	h_1	125	mm
	h_2	125	mm
	t_s	3	mm
Área de concreto de la sección transversal	A_c	14,167.71	mm ²
Área de acero de la sección transversal	A_s	1,458.06	mm ²
Longitud efectiva	k_l	3,000	mm
K efectiva	K	2	
Longitud	L	1,500	mm
Carga axial última. Varía según el espécimen	P_{exp}	336,730 New	Solo col No. 183 C24-3-00
Excentricidad. Varía según el espécimen	e_x	63 mm	Solo col No. 183 C24-3-00

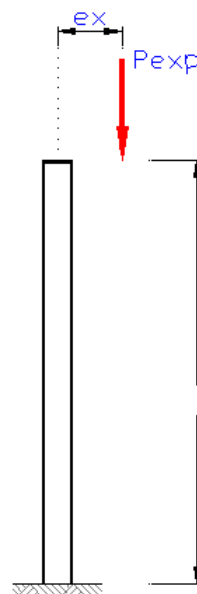
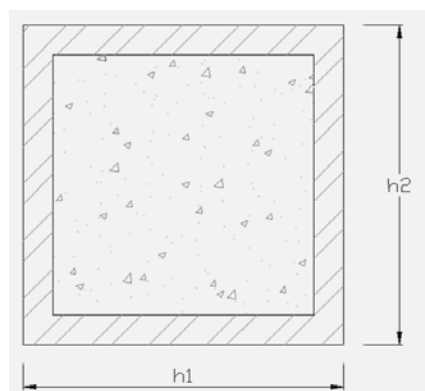


Figura 3.3. Sección transversal y elevación de las columnas en estudio RCFT.

En lo que se refiere a las condiciones límites, estas columnas fueron empotradas en la base y sometidas a una carga axial excéntrica, tal y como se aprecia en la Figura 3.3. Por otra parte, los resultados experimentales de carga última y momento último obtenidos se presentan tanto en la Tabla 3.5 como en la gráfica de la figura 3.4.

Tabla 3.5. Carga Ultima y Momento Ultimo para las columnas RCFT.

Col. No.	Spec. No.	Carga Ultima (P _{exp}) (KN)	Excentricidad (ex) (mm)	Momento Ultimo (M _{max}) (KN-m)
179	C24-1-00	601.84	21.1	12.69
180	C24-1-15	595.62	5.3	3.18
181	C24-1-30	582.72	10.4	6.07
182	C24-1-45	570.71	14.7	8.41
183	C24-3-00	336.73	63.0	21.21
184	C24-3-15	336.73	16.3	5.47
185	C24-3-30	332.73	31.5	10.48
186	C24-3-45	30.95	44.5	14.71

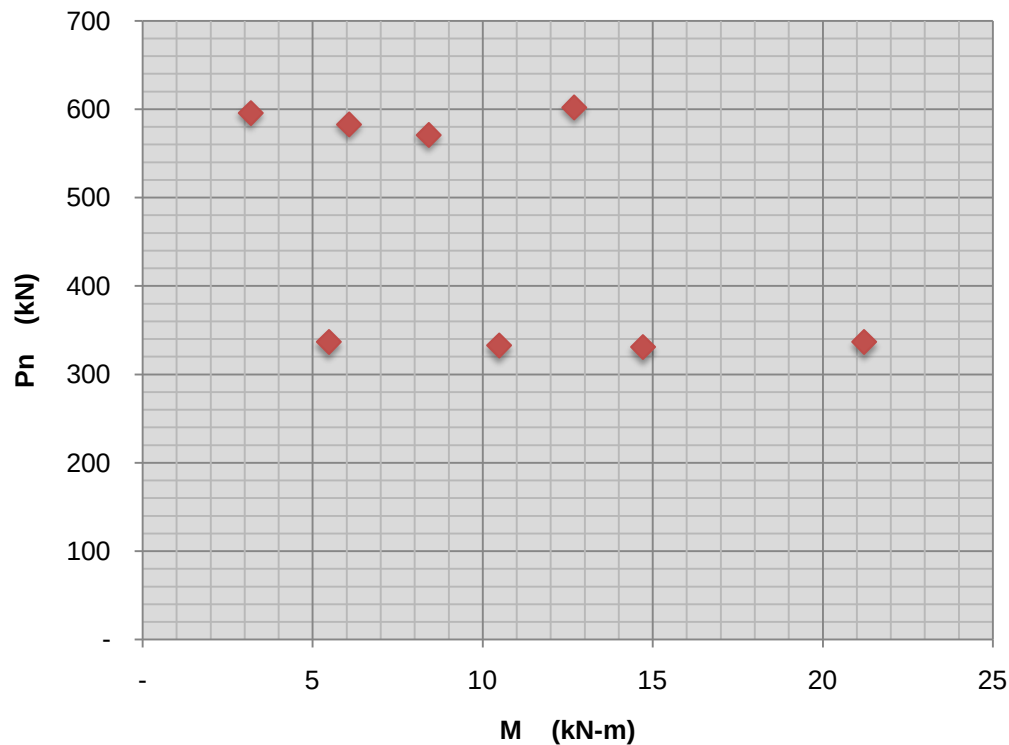


Figura 3.4. Grafica Carga Ultima vs Momento Ultimo para columnas RCFT de la tabla 3.5.

b) Revisión de la capacidad de carga según el AISC 2005

Una vez seleccionados los especímenes representativos para el tipo de columna RCFT, se procedió a revisarlas de acuerdo a los lineamientos y previsiones del AISC-2005 (fórmulas 12 a la 15), construyendo los respectivos diagramas de carga última vs. Momento último. Los cálculos correspondientes se presentan a continuación.

RCFT Viga-Columna

DIAGRAMA DE INTERACCION DE
Columnas Numero 179 a 186;
Spec.No. C24-1-00 a C24-3-45

Datos:

h1 = h2 =	124.97	mm	Dimensiones externa de la sección transversal
tf =	3	mm	Espesor de la camisa de acero
KL =	3,000	mm	Longitud efectiva
L =	1,500	mm	
Fy =	444.71	Mpa	
fc =	67.5	Mpa	
hc =	118.97	mm	Dimensiones laterales del núcleo de concreto
As =	1458.1	mm ²	
Ac =	14167.7	mm ²	
Ag =	15625.8	mm ²	
Es =	199,948.0	Mpa	
Ec =	38,614.4	Mpa	
Is =	3,631,213	mm ⁴	
Ic =	16,694,315	mm ⁴	
Ig =	20,325,528	mm ⁴	

9.33 % de As

OK, CUMPLE CON EL 1% MINIMO DE AREA DE ACERO
Con respecto al área de la sección transversal

b/tf = 41.7

?

47.9

OK (esbeltez del tubo)

Punto A

$M_A =$	0	
$C_3 =$	0.79	ec. I2-15 AISC-2005
$EI_{eff} =$	1.233E+12	N-mm ² ec. I2-14 AISC-2005
$P_0 =$	1,461,286	N ec. I2-13 AISC-2005
$P_e =$	1,352,293	N ec. I2-5 AISC-2005
$P_0 / P_e =$	1.081	
$P_{n-A} =$	929,631	N ecs. I2-2 o I2-3 AISC-2005

Punto B

$P_B =$	0	
$Z_{SB} =$	6,700	mm ³
$Z_{CB} =$	132,856	mm ³
$M_B =$	35,062,741	N-mm
$h_n =$	33.42	PI()

Punto C

$P_c =$	812,872	N
$M_c =$	35,062,741	N-mm

Punto D

$P_D =$	406,436	N
$Z_c =$	420,971	mm ³
$Z_s =$	66,959	mm ³
$M_D =$	41,853,755	N-mm

Punto E

$h_E =$	47.95	mm
$Z_{SE} =$	13,796	mm ³
$Z_{CE} =$	273,550	mm ³
$\Delta M_E =$	13,982,628	
$M_E =$	27,871,127	N-mm
$P_E =$	989,639	N

Puntos del Diagrama de Interaccion		
Punto	Mn (N-mm)	Pn (N)
A	0	929.63
E	27.87	989.64
C	35.06	812.87
D	41.85	406.44
B	35.06	0

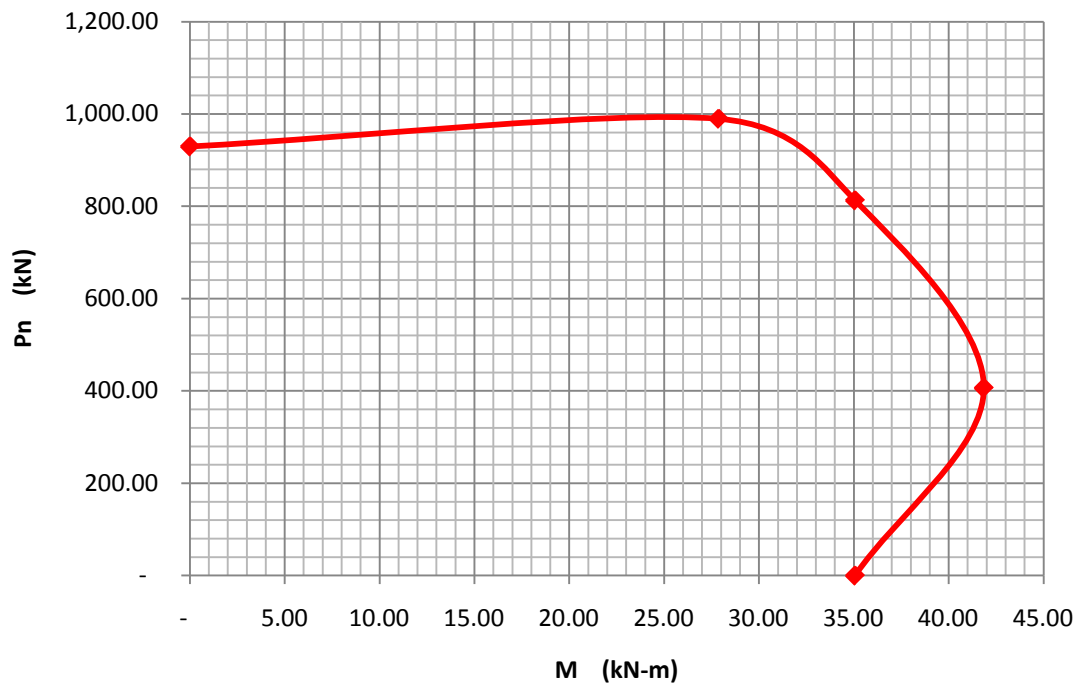


Figura 3.5. Diagrama de interacción de capacidad de carga de las columnas RCFT mediante aisc 2005. Para las columnas numero C24-1-00 a C24-3-45.

Como complemento al estudio de las columnas arriba mencionadas, a continuación se presenta el diagrama de interacción de capacidad de carga para otro conjunto de columnas que se encuentran en la base de datos de Kim, este conjunto de columnas cuentan con la misma sección transversal que las arriba estudiadas, sin embargo su longitud es de 500 mm, y se puede notar que debido a esto, su resistencia al pandeo aumenta y por lo mismo muestra un aumento en la resistencia a carga axial pura sin excentricidad, ver figura 3.6

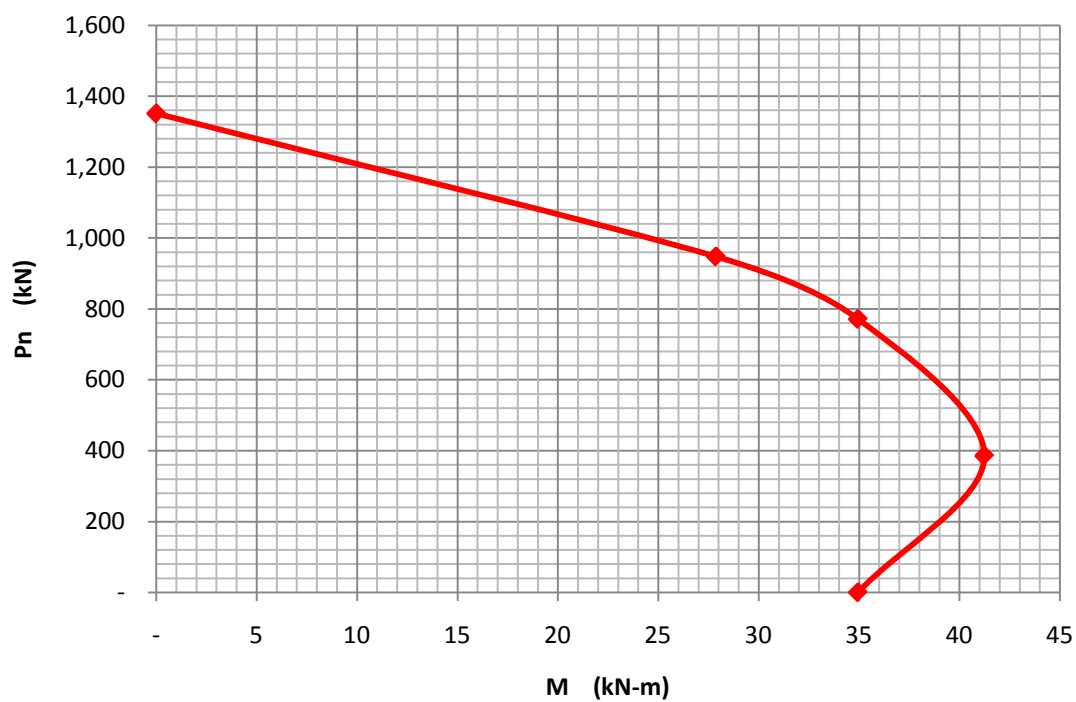


Figura 3.6. Diagrama de interacción de capacidad de carga de las columnas RCFT mediante aisc 2005. Para las columnas numero C08-1-00 a C08-3-45

c) Construcción de las curvas de interacción de capacidad de carga basadas en el programa SECTION BUILDER V. 8.

Para la evaluación de la capacidad de carga de las secciones RCFT anteriormente descritas, se construyeron diversas curvas de interacción mediante la combinación de los diferentes modelos no lineales de los materiales disponibles en el programa **Section Builder**. Para el concreto se utilizaron los siguientes modelos:

- Rectángulo de Whitney – ACI
- Parabólico PCA
- Rectangular de concreto confinado de Mander

Para el acero estructural se utilizaron los siguientes modelos:

- Elástico
- Elasto-plástico perfecto
- Elasto-plástico con endurecimiento por deformación de Park.

Antes de mostrar las curvas de interacción resultantes de dichas combinaciones, brevemente se describe cada uno de los modelos previamente mencionados.

Modelos de concreto:

Modelo del rectángulo de Whitney - ACI: En este caso, se trata del modelo analítico clásico propuesto por Whitney en 1937 y que está ampliamente difundido en los códigos internacionales: consiste en sustituir el bloque parabólico de esfuerzos desarrollado en la zona de compresión del concreto por un bloque o prisma equivalente cuyo ancho es aproximadamente el 85 % del valor de f'_c del concreto (ver figura 3.7).

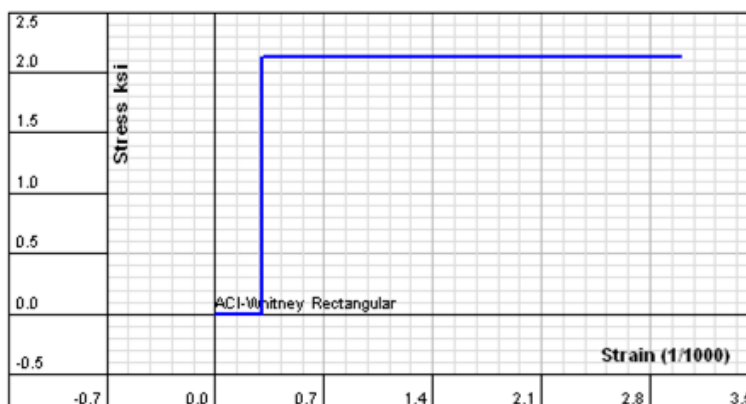


Figura 3.7. Curva de comportamiento de concreto: modelo del rectángulo de Whitney ACI.

Modelo parabólico PCA: Este modelo británico es propuesto por la *Portland Cement Association* (PCA), y describe la forma parabólica que adquieren los esfuerzos en el concreto en la zona de compresión. Entre las diferencias notables respecto a otros criterios internacionales, este modelo considera un límite de deformación elástica de 0.0035 (en general, se asume de 0.003), y pretende integrar en sus consideraciones el efecto del acero de refuerzo en el aumento de la resistencia a cortante del concreto; sin embargo, se considera rebasado y posiblemente sea sustituido por las previsiones del Eurocódigo 4. Este modelo proporciona una curva de comportamiento similar a la mostrada en la figura 3.8.

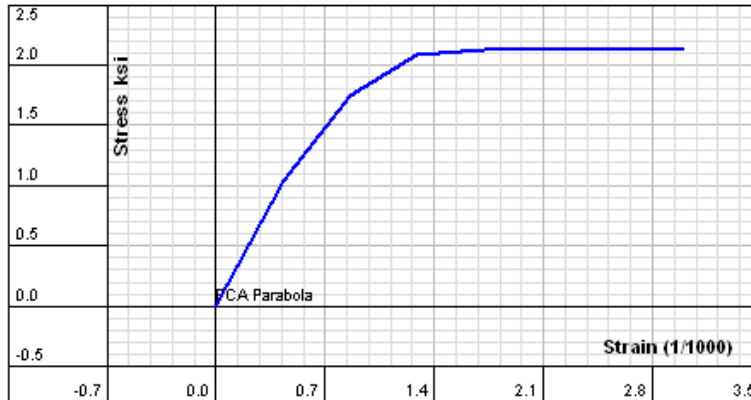


Figura 3.8. Curva de comportamiento de concreto: modelo parabólico PCA.

Modelo rectangular de concreto confinado de Mander: Modelo analítico del concreto propuesto por Mander y que permite tomar en cuenta los efectos del confinamiento en el aumento de la resistencia del concreto. Asimismo, este modelo considera los efectos sísmicos de carga y descarga en el cuerpo de concreto, todo ello a través de una serie de fórmulas que toman en cuenta las características del reforzamiento de acero. El modelo es capaz de reproducir el decaimiento de la resistencia después de haber alcanzado su capacidad última al introducir el concepto de articulaciones plásticas o falla dúctil en el acero de refuerzo (ver figura 3.9).

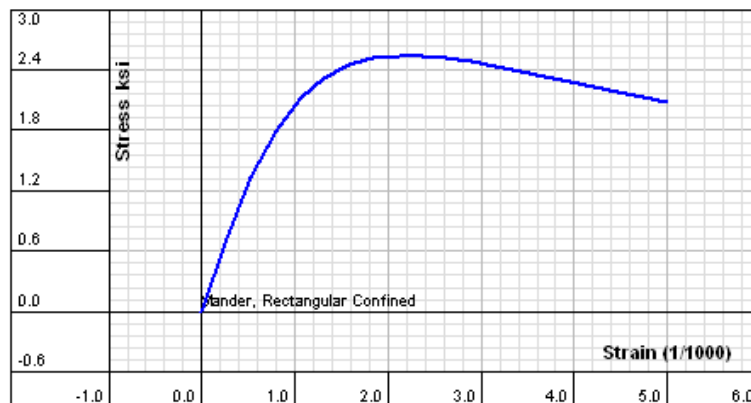


Figura 3.9. Curva de comportamiento de concreto: modelo de concreto confinado en tubo rectangular de Mander.

Modelos de acero estructural:

Modelo elasto-plástico perfecto: Se trata del modelo clásico de plasticidad perfecta dominado por el criterio de fluencia de Von Mises, el cual admite deformaciones permanentes una vez alcanzado un estado invariable de esfuerzos –en este caso, el f_y del acero (ver figura 3.10).

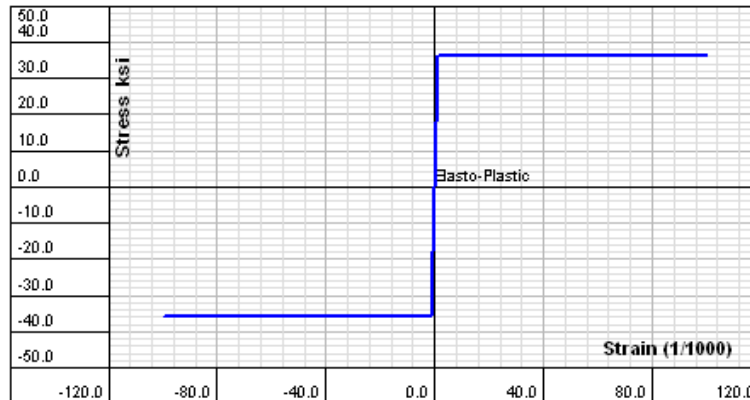


Figura 3.10. Curva de comportamiento de acero: modelo elasto-plástico perfecto.

Modelo elasto-plástico con endurecimiento por deformación de Park: Modelo propuesto por Park, el cual considera inicialmente una fase elástica, seguida por un “plateau” correspondiente a la plasticidad perfecta, que inmediatamente cambia a una forma parabólica debido al incremento de la resistencia por el endurecimiento del acero (ver figura 3.11). Este modelo fue desarrollado simultáneamente con el modelo de Mander, por lo que son bastante compatibles y se aplican en la simulación por fibras de la sección transversal de la columna compuesta.

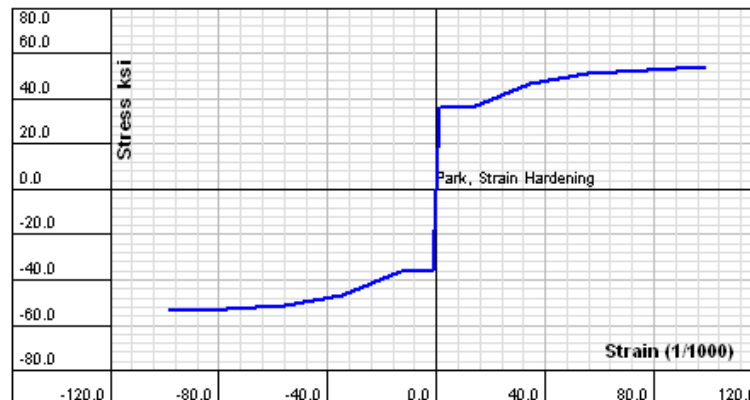


Figura 3.11. Curva de comportamiento de acero: modelo elasto-plástico con endurecimiento por deformación de Park.

Curvas de interacción de capacidad de carga

Las gráficas siguientes (figuras 3.12 a 3.20) son el resultado de la combinación de los modelos mencionados previamente. En ellas puede observarse la relación que guardan carga última vs. momento último, y en particular resalta el hecho de que cuando se combina cualquier modelo no lineal de concreto con un modelo elástico de acero, se obtiene una curva semejante a un rectángulo, en lugar de la típica forma parabólica; por otra parte, puede observarse también que con esta combinación, el modelo lineal de concreto no tiene ninguna influencia en dicha curva, ya que en los tres casos se obtiene la misma configuración, debido probablemente a que el acero estructural alcanza elásticamente el límite de fluencia antes que el concreto y no permite que este último incurra en el rango inelástico, además cabe mencionar que el momento último resistente utilizando el acero estructural con comportamiento elástico es mucho mayor que utilizando modelos inelásticos de acero.

Todas las graficas son sin factores de reducción “phi”

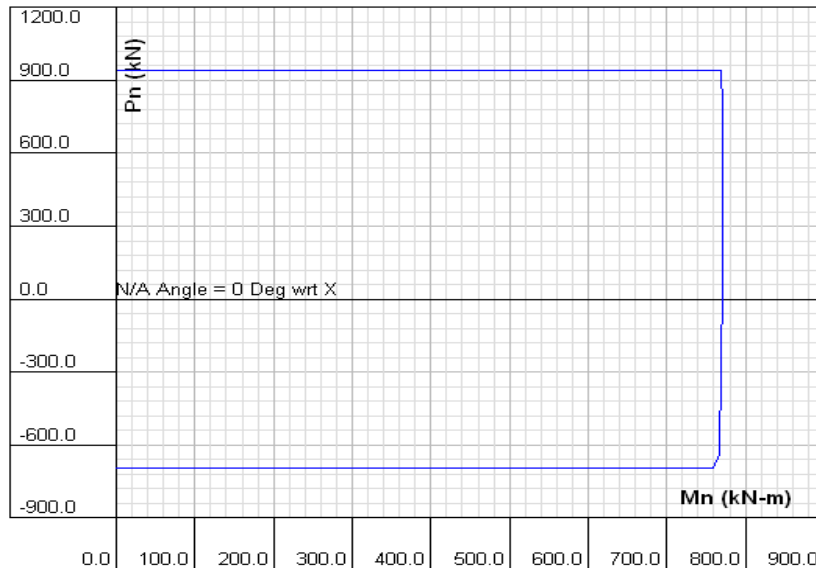


Figura 3.12. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elástico (acero)

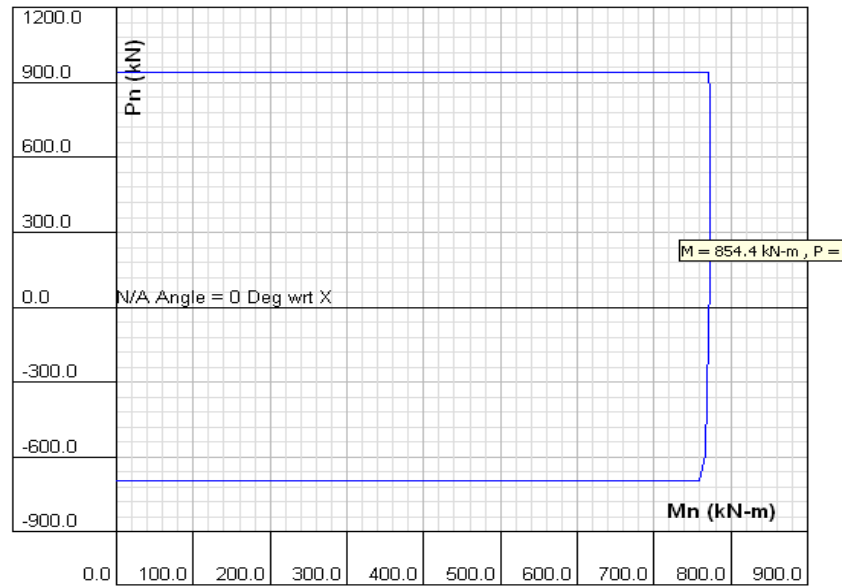


Figura 3.13. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo elástico (acero)

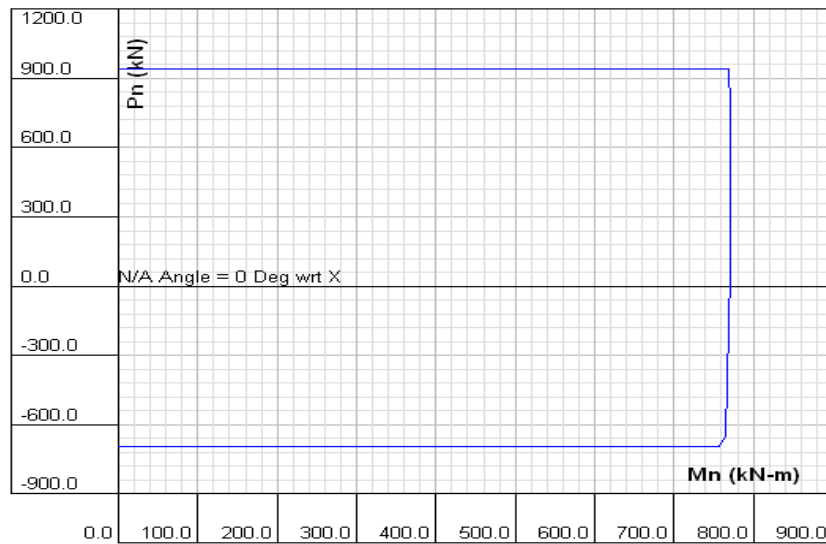


Figura 3.14. Modelo de Mander (concreto) + modelo elástico (acero)

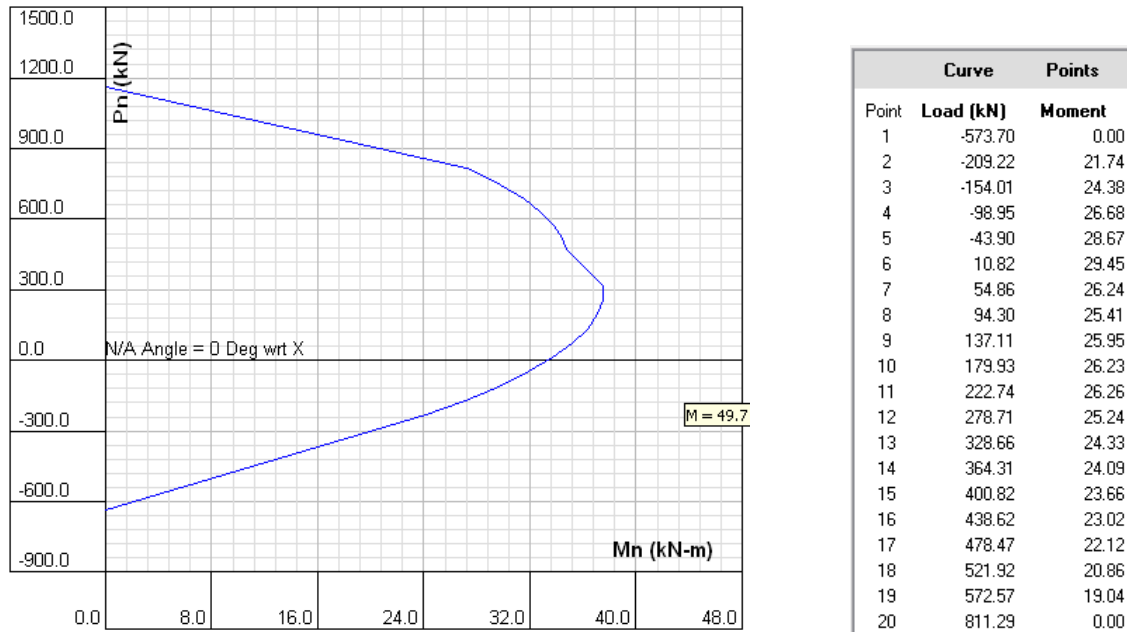


Figura 3.15. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elastoplástico (acero)

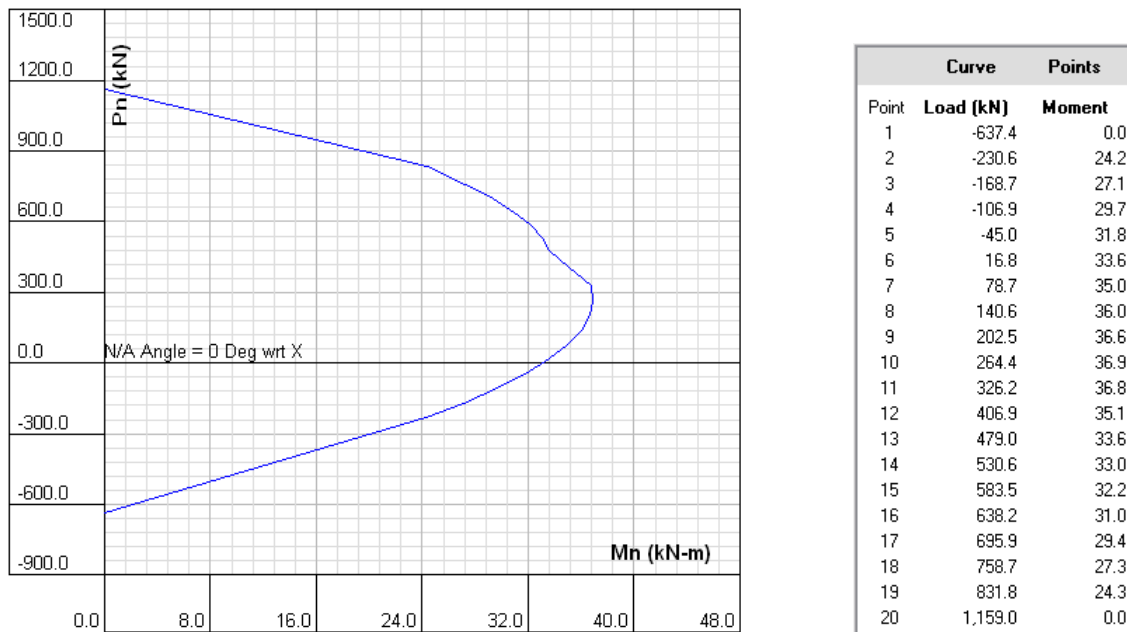


Figura 3.16. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo elastoplástico (acero)

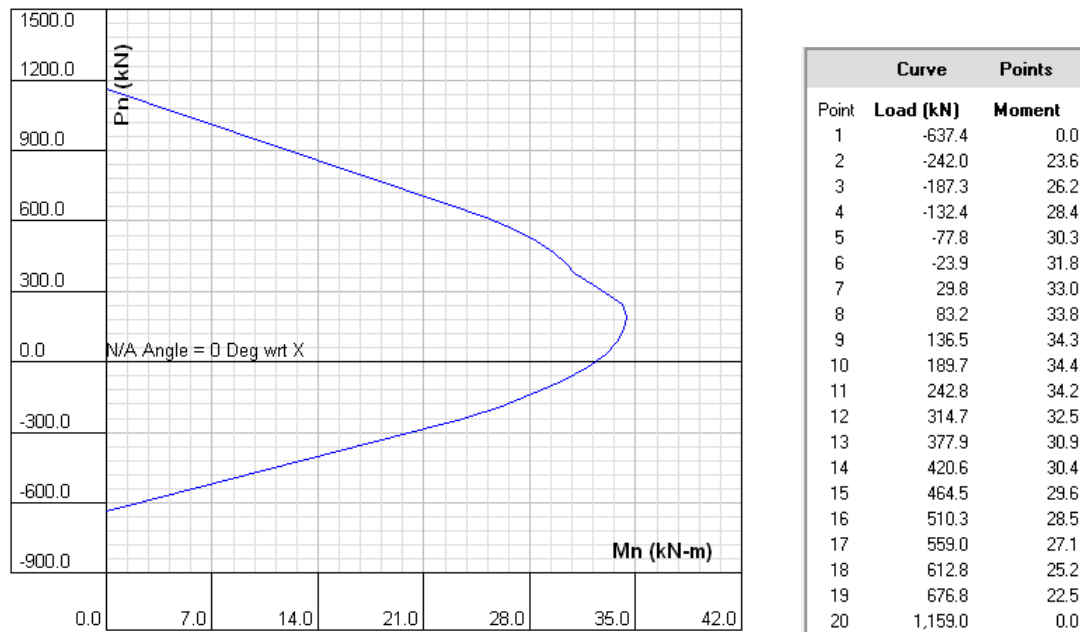


Figura 3.17. Modelo de Mander (concreto) + modelo elastoplástico (acero)

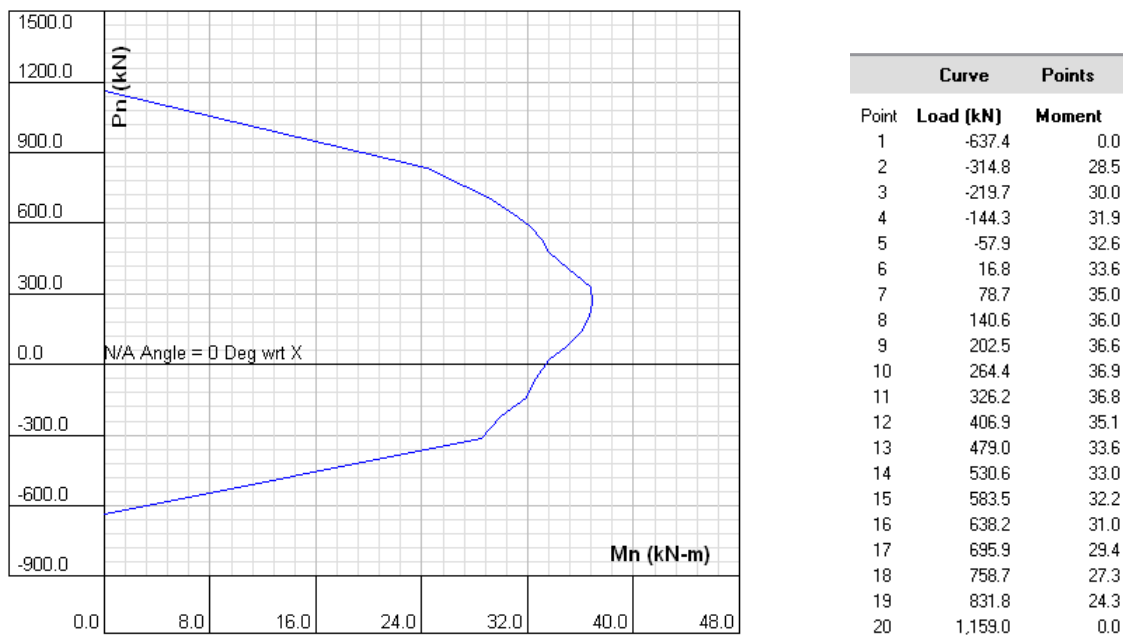


Figura 3.18. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo de Park (acero)

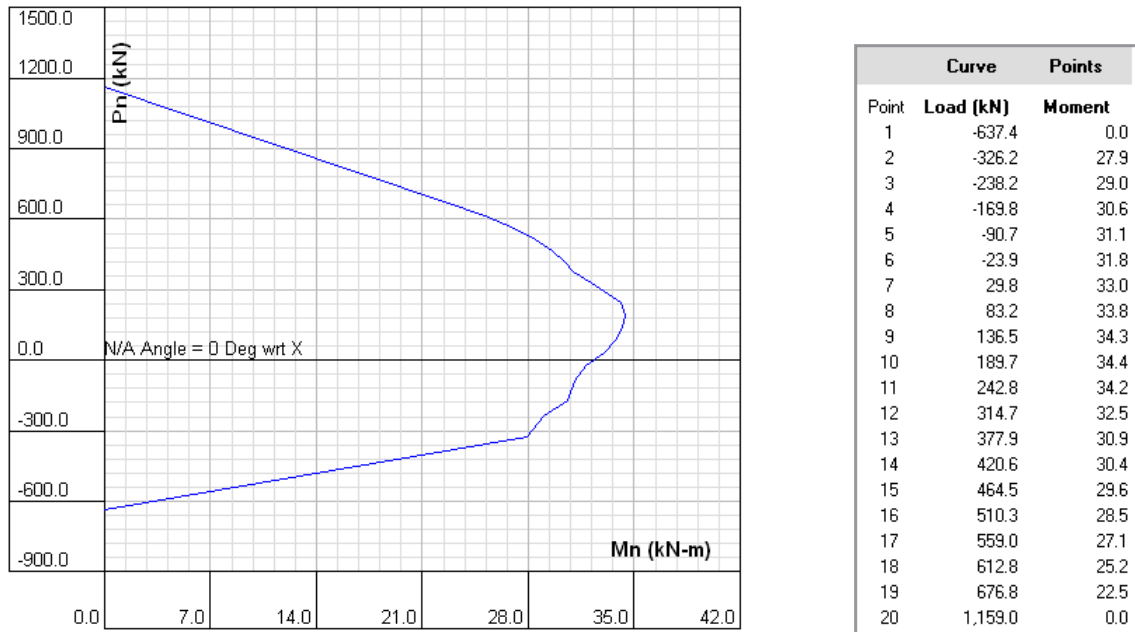


Figura 3.19. Modelo de Mander (concreto) + modelo de Park (acero)

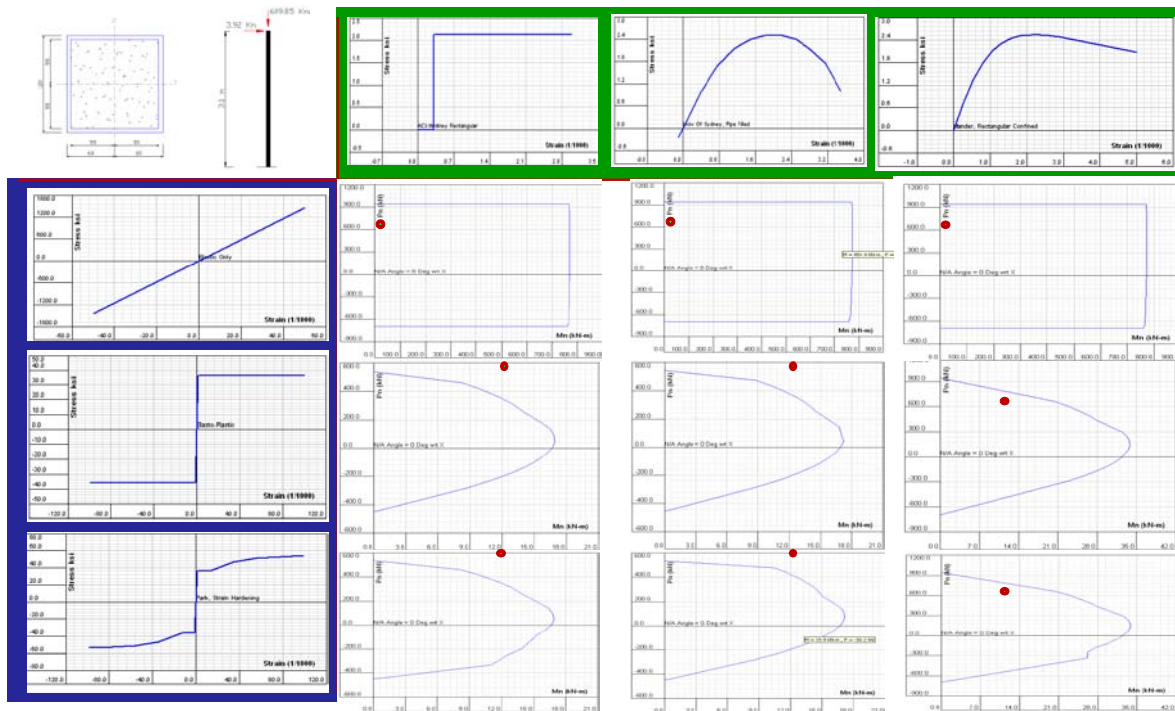


Figura 3.20. Comparación de la combinación de modelos de acero y concreto

III.2.2. FASE 2 – ESTUDIO NUMÉRICO TRIDIMENSIONAL 3D DE LAS COLUMNAS RCFT

III.2.2.a Trabajos preliminares para la modelación: calibración de los parámetros materiales

Calibración de los parámetros del concreto para el modelo de Mazars 3D

El modelo de Mazars reproduce el comportamiento uniaxial del concreto tanto para una condición de compresión como para una de tensión, y requiere de 6 parámetros, los cuales se describen a continuación:

Exponencial para daño en compresión	Ac	Por calibrar; valores entre 1 y 2
Coefficiente de control de daño en compresión	Bc	Por calibrar; valores entre 1000 y 10000
Exponencial para daño en tensión	At	Por calibrar; valores entre 0.1 y 1
Coefficiente de control de daño en tensión	Bt	Por calibrar; valores entre 1000 y 10000
Límite elástico de deformación en tensión	ey	Por calibrar; valor aprox: 0.0001
Factor de corrección por cortante	Fg	Valor fijo de 1.06

El modelo puede implementarse tanto en un espacio bidimensional como tridimensional, aunque presenta un gran inconveniente, que es su dependencia al tamaño de la malla. Existe una versión en no local de Mazars, que trata de resolver dicha problemática, pero no ha sido implementado en el programa FEAP, por lo que se requiere calibrar el modelo local actual en función del tamaño de los elementos finitos empleados.

Para dicha calibración, se reprodujo la respuesta experimental obtenida de un cilindro de concreto sujeto a tensión y a compresión, de características similares a las de los especímenes en estudio, donde el f'_c buscado es **67.5 Mpa** (ver Figs. 3.21 y 3.22).

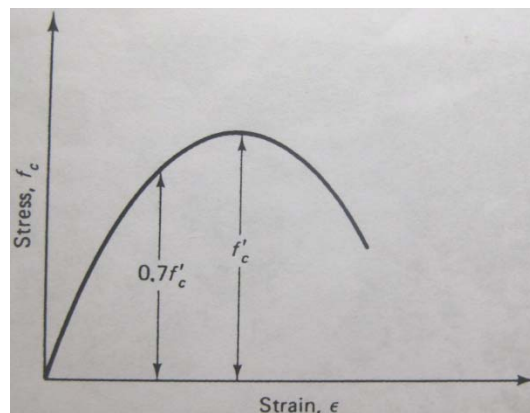


Figura 3.21. Gráfica esfuerzo-deformación en tensión de concreto $f'_c = 67$ MPa.

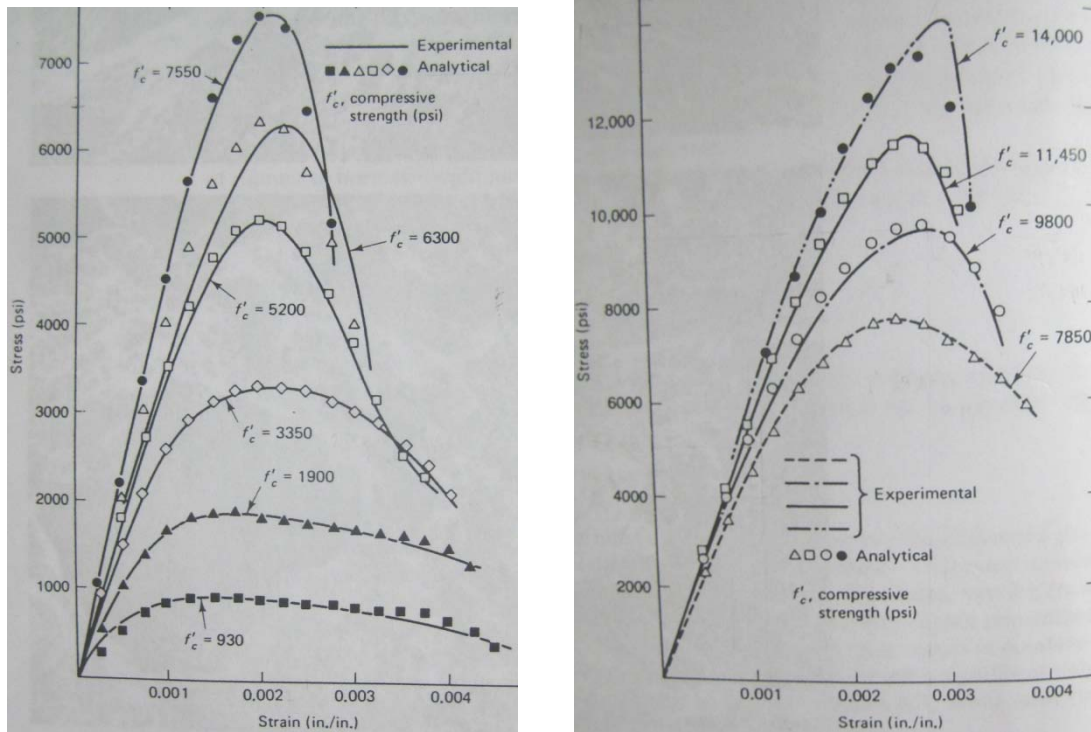


Figura 3.22. Gráfica esfuerzo-deformación en compresión de concretos de resistencias diversas ($f'_c = 67.5 \text{ Mpa} = 9800 \text{ psi}$).

El modelo numérico se construyó con elementos estándar tipo sólido 3D de 8 nodos con 3 grados de libertad, y 8 puntos de integración. La malla fue parametrizada, de modo que se controló el número de elementos, vigilando que el tamaño fuese similar al que se esperaba utilizar para el modelado de las columnas compuestas. Vale la pena mencionar que los cálculos se realizaron en una máquina estándar de 2G de capacidad con ambiente Windows XP, y en varias ocasiones, la memoria fue insuficiente, por lo que no pudieron hacerse mallas mas refinadas.

Inicialmente, se modeló una malla grosera con una sola banda de elementos verticales, como se observa en la figura 3.23. Esta malla tiene como objeto simplemente verificar la coherencia numérica de los modelos de comportamiento utilizados, haciendo un seguimiento de los esfuerzos y deformaciones en cada punto de integración. Posteriormente, se aumentó el número de bandas verticales para la calibración de los parámetros del modelo de Mazars, tanto en tensión como en compresión. Para las condiciones límites, se restringió totalmente el desplazamiento en el centro de la base del cilindro, y se impidió el desplazamiento vertical en el resto de los nodos de la base, de modo que se asegurara una distribución uniforme de esfuerzos en la sección transversal del cilindro. En lo que respecta a las cargas, éstas se distribuyeron uniformemente sobre la superficie superior del cilindro gracias a la instrucción "csurf" de FEAP, la cual permite transformar debidamente presiones en cargas. Para ello, se requiere dividir la

carga total entre el área transversal de la sección, y el resultado se introduce como dato en el archivo de comandos.

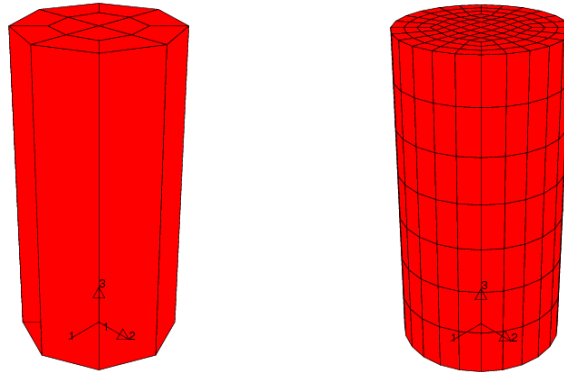


Figura 3.23. Mallados de una y siete bandas para el modelado de un cilindro de concreto

Calibración ELÁSTICA

En esta primera calibración elástica, se hizo un análisis incremental cuasi-estático dando seguimiento a los **Esfuerzos Normales Mínimo y Máximo** en la dirección 3, observándose un mínimo de **-7.54E+01 MPa** para una carga aplicada sobre toda la superficie del cilindro, la cual ejerce una presión de 64.05 MPa (esfuerzo de compresión del concreto). Estos valores exceden en **11.7 %** al esfuerzo a compresión del concreto **f'c**.

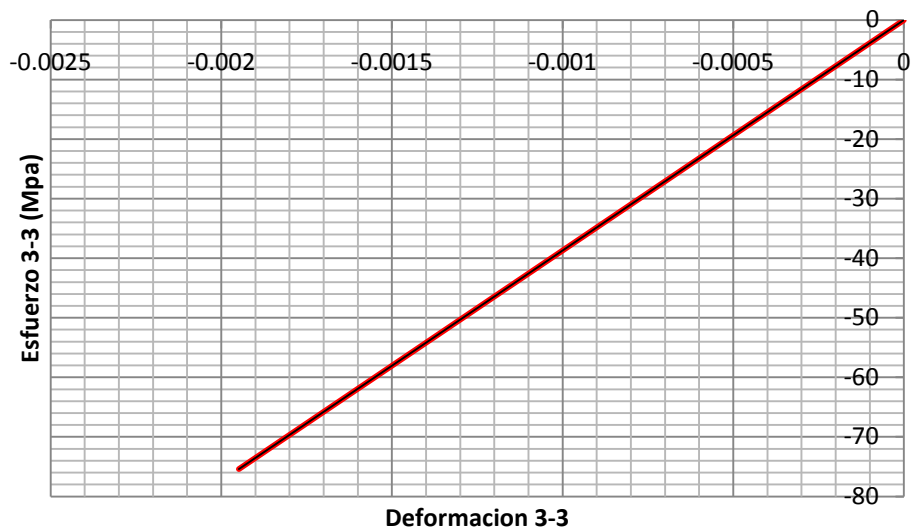


Figura 3.24. Gráfica esfuerzo-deformación en compresión del elemento 1 (dirección 3-3)

Esta calibración (figura 3.24) permite simplemente corroborar el Módulo de Elasticidad y el Coeficiente de Poisson, parámetros proporcionados para el material en estudio en el reporte experimental correspondiente.

Calibración INELÁSTICA en compresión

Por medio de esta calibración se pueden obtener los parámetros que controlan el daño del cuerpo de concreto según el modelo de Mazars. Para esto, se hizo un análisis incremental cuasi-estático en compresión. En el caso de la compresión se obtuvo un **Esfuerzo Normal Máximo** de **-67.1 MPa** en la dirección 3, para una carga aplicada que ejerce una presión de **-67.5 MPa** (esfuerzo de compresión del concreto), observándose una distorsión de 0.6% al esfuerzo a compresión del concreto **f'c**.

De este análisis se obtuvieron los siguientes valores para los parámetros de compresión de Mazars:

Exponencial para daño en compresión	Ac	1.9
Coeficiente de control de daño en compresión	Bc	1400

En la siguiente tabla se comprueba la correcta introducción de las variables que especifican que se está sometiendo al cilindro a una presión de 67.5 Mpa

Constant Values

Constant fc = 0.67500000E+02
 Constant ft = 0.41079192E+01
Constant f = 0.11928235E+07 (OK)
 Constant nt = 0.48000000E+02
 Constant k = 0.10000000E+01
 Constant kf = 0.11928235E+07

En la siguiente tabla se observa que las reacciones verticales del modelo del cilindro suman un valor igual a las fuerzas aplicadas al modelo mismo

Pr.Sum	1.1596E-11	-9.0949E-13	1.1928E+06 (OK)
Sum	1.4779E-12	-8.0007E-12	-9.4587E-11
Sum	5.2668E-09	2.8037E-09	3.0975E+06

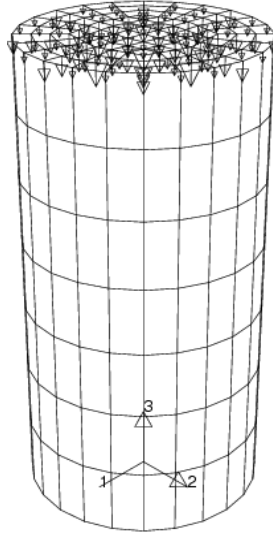


Figura 3.25. Vista tridimensional del modelo de cilindro de concreto sujeto a compresión

Se realiza para la calibración, un estudio del **elemento 1**

Esfuerzo vertical (dirección 3) para el elemento 1

Stre,3 Minimum is **-6.71E+01** Maximum is **-6.47E+01**

Esfuerzo Principal vertical (dirección 3) para el elemento 1

Pstr,3 Minimum is **-6.71E+01** Maximum is **-6.47E+01**

Reporte de esfuerzos para el elemento 1:

Element Stresses (element 1)							
Elmt matl	1-coord 2-coord	11-stress 11-strain	22-stress 22-strain	33-stress 33-strain	12-stress 12-strain	23-stress 23-strain	31-stress 31-strain
1	7.590	-3.687E-01	-3.709E-01	-6.812E+01	5.041E-03	4.521E-01	4.462E-01
1	7.590	5.448E-04	5.446E-04	-2.778E-03	4.945E-07	4.434E-05	4.376E-05
1	28.325	-3.361E-01	-3.226E-01	-6.787E+01	1.359E-02	2.139E-01	4.101E-01
1	6.675	5.448E-04	5.455E-04	-2.774E-03	1.336E-06	2.103E-05	4.031E-05
1	24.910	-3.016E-01	-3.037E-01	-6.771E+01	2.507E-02	1.416E-01	1.359E-01
1	24.910	5.457E-04	5.456E-04	-2.773E-03	2.468E-06	1.394E-05	1.338E-05
1	6.675	-3.202E-01	-3.381E-01	-6.788E+01	1.365E-02	4.158E-01	2.080E-01
1	28.325	5.456E-04	5.447E-04	-2.774E-03	1.342E-06	4.086E-05	2.044E-05
1	7.590	2.979E-01	3.002E-01	-6.373E+01	-9.264E-03	1.075E-01	1.061E-01
1	7.590	5.649E-04	5.650E-04	-2.778E-03	-9.673E-07	1.123E-05	1.108E-05
1	28.325	3.104E-01	2.837E-01	-6.376E+01	-2.509E-02	4.915E-02	8.046E-02
1	6.675	5.648E-04	5.634E-04	-2.774E-03	-2.615E-06	5.123E-06	8.387E-06
1	24.910	2.683E-01	2.704E-01	-6.396E+01	-4.647E-02	1.758E-02	1.636E-02
1	24.910	5.630E-04	5.631E-04	-2.773E-03	-4.828E-06	1.827E-06	1.700E-06
1	6.675	2.819E-01	3.131E-01	-6.376E+01	-2.517E-02	8.162E-02	4.771E-02
1	28.325	5.633E-04	5.649E-04	-2.774E-03	-2.623E-06	8.507E-06	4.973E-06

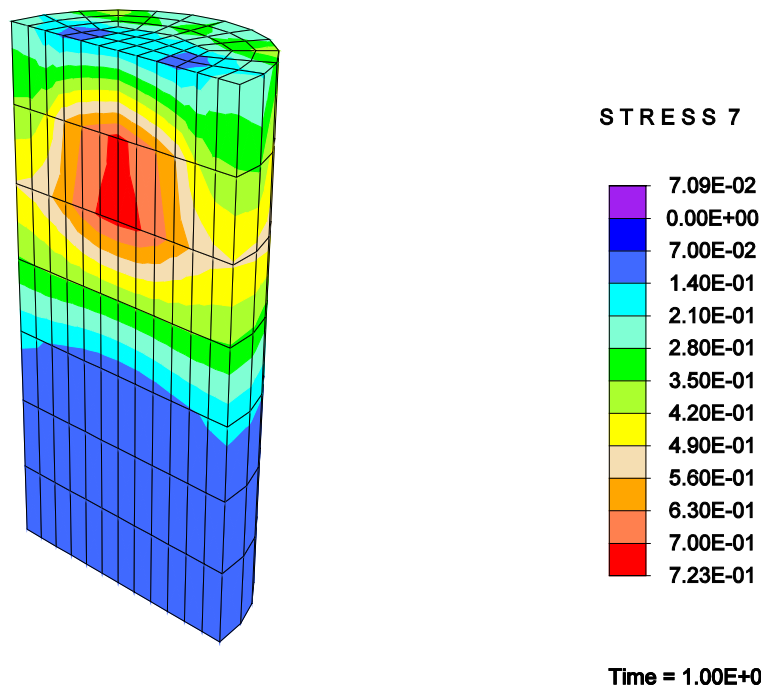


Figura 3.26. Distribución del daño por compresión: corte del cilindro de concreto

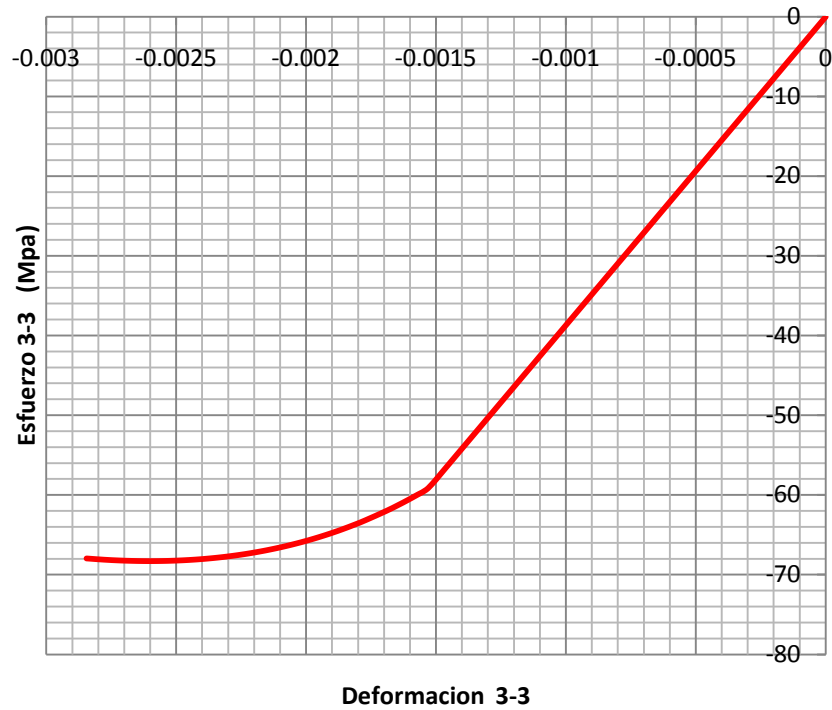


Figura 3.27. Curva esfuerzo-deformación en compresión del concreto, elemento 1.

Calibración INELÁSTICA en tensión

Por medio de esta calibración se pueden obtener los parámetros que controlan el daño del cuerpo de concreto según el modelo de Mazars. Para esto, se hizo un análisis incremental cuasi-estático en tensión. En este caso, el esfuerzo de tensión máximo se calculó con:

$$f_t = 0.5 \cdot f_c^{0.5}$$

$$f_t = 4.11 \text{ MPa}$$

En el caso de la tensión, se obtuvo un **Esfuerzo Normal Máximo** de **4.05 MPa** en la dirección 3, para una carga aplicada que ejerce una presión de **4.11 MPa** (esfuerzo de tensión del concreto), siendo la distorsión de 1.46% con respecto al esfuerzo a tensión del concreto **f_t** .

De este análisis se obtuvieron los siguientes valores para los parámetros de compresión de Mazars:

Exponencial para daño en tensión	At	0.95
Coeficiente de control de daño en tensión	Bt	4650

En la siguiente tabla se comprueba la correcta introducción de las variables que especifican que se esta sometiendo al cilindro a una tension de **4.11 Mpa**

Constant Values	
Constant f_c = 0.67500000E+02	
Constant f_t = 0.41079192E+01	
Constant f = -0.72592924E+05	(OK)
Constant n_t = 0.48000000E+02	
Constant k = 0.10000000E+01	
Constant k_f = -0.72592924E+05	

En la siguiente tabla se observa que las reacciones verticales del modelo del cilindro suman un valor igual a las fuerzas aplicadas al modelo mismo.

Pr.Sum	-3.6129E-13	-1.3800E-12	-7.2558E+04	(OK)
Sum	-4.9766E-14	1.0869E-13	-9.0949E-13	
Sum	5.8341E-01	5.8443E-01	1.4512E+05	

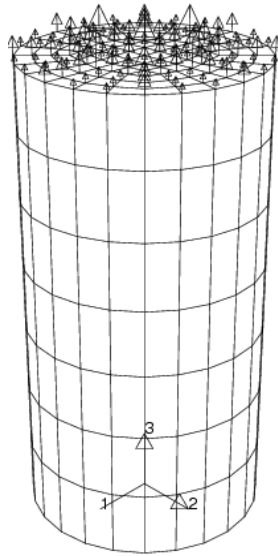


Figura 3.28. Aplicación de cargas en tensión del concreto.

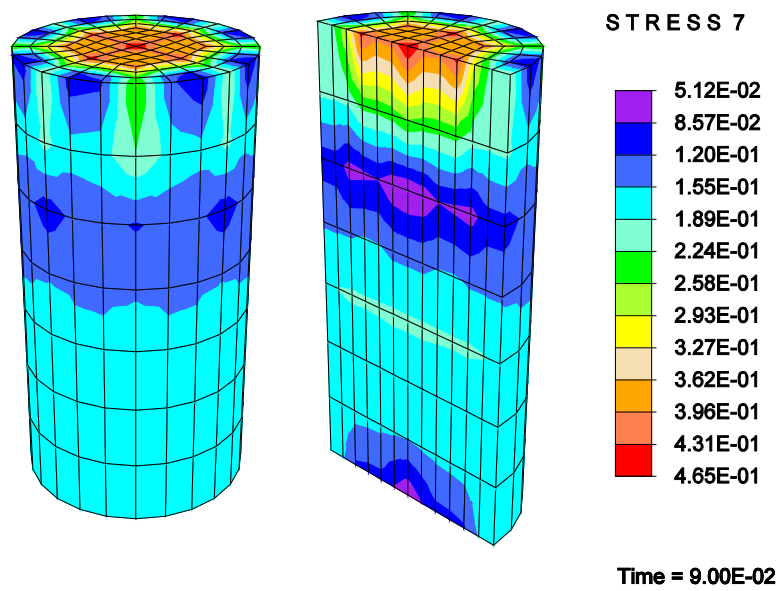


Figura 3.29. Distribución del daño por tensión: corte del cilindro de concreto.

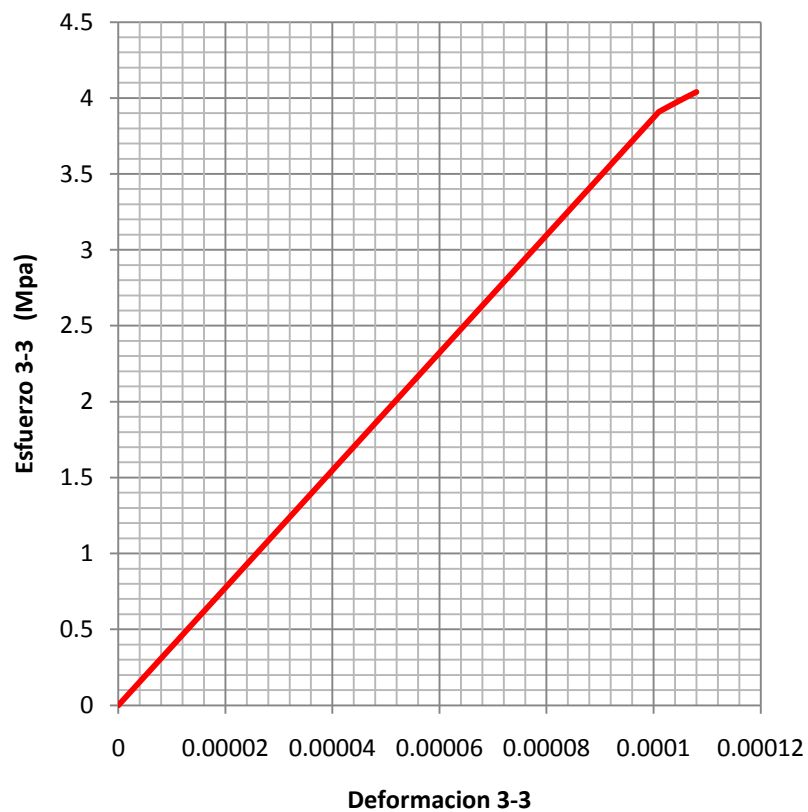


Figura 3.30. Curva esfuerzo-deformación en tensión del concreto, elemento 1.

Pstr,3
Minimum is 4.05E+00 Maximum is 4.14E+00

III.2.2.b Introducción al estudio de las columnas RCFT: C24-1-00 a C24-3-45

Durante esta fase, se realiza el modelado numérico en tercera dimensión de las columnas RCFT comentadas en la fase 1, esto en el programa FEAP, y se presentan los resultados encontrados, además , para la calibración de esfuerzos y desplazamientos, se toma uno de los especímenes, en este caso la columna 183 (C24-3-00) y se presentan sus resultados particulares.

Columna en estudio: **Col. No. 183**
C24-3-45

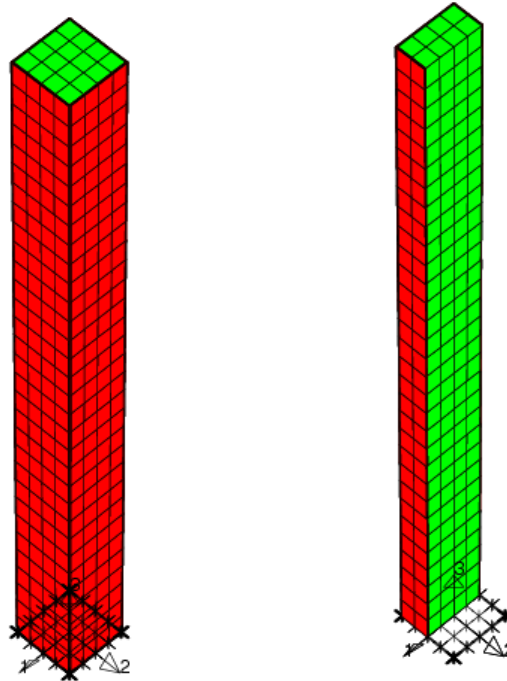


Figura 3.31. Topología y corte de columna C24-3-45 en tercera dimensión .

En el archivo de entrada al programa FEAP se introdujo los valores específicos de carga y excentricidad que corresponden a la columna C24-3-45 y se presentan a continuación:

Acciones

$z1 = 1500$	Longitud de la columna (mm)
$ex = 63$	Excentricidad de la carga axial (mm)
$Pu = 336730.38$	Carga axial ultima (N)
$Fx = (ex*Pu)/z1=14,142$	Fuerza lateral ultima que genera el Momento creado por $(Pu*ex)$

Como siguiente paso se corrobora que los resultados de salida respecto a cargas, correspondan a introducidos en el archivo de entrada, a continuación se muestra que esto es correcto.

Reacciones

Nodal Reactions			
Pr.Sum	-1.4142E+04	-1.3267E-07	3.3673E+05
Sum	-2.5447E-10	-2.2693E-12	-2.8009E-10
Sum	8.0549E+05	4.4015E+05	8.4555E+05

Pr.Sum	-1.4142E+04	-1.3267E-07	3.3673E+05	OK
Sum	-2.5447E-10	-2.2693E-12	-2.8009E-10	
Sum	8.0549E+05	4.4015E+05	8.4555E+05	

La fase anterior nos da la certeza de que los resultados presentados posteriormente, corresponden a las cargas aplicadas físicamente al espécimen de prueba.

III.2.2.c Estudio elástico 3D

Esfuerzos y desplazamientos de columna C24-3-45 con comportamiento de Acero y Concreto Elástico Perfecto.

A continuación se presentan los resultados encontrados para la columna en estudio, pero manteniendo el comportamiento del acero y concreto elástico en todo momento, se sabe que esto es irreal, ya que ni el acero ni el concreto tienen comportamiento elástico perfecto, sin embargo, este paso es muy importante por dos motivos.

El primero es que da una visión aproximada del comportamiento del modelo y permite tener una idea de los resultados que se encontraran en la fase Inelástica.

El segundo motivo es que más adelante se realizara una calibración de modelos 3D con modelos 2D y el primer paso obligado es calibrar los modelos elásticamente, para así después pasar a la calibración Inelástica de los modelos de las columnas.

E s f u e r z o s

Tabla 3.6. Material: Concreto, Elástico, 3D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzos en la Dirección 1	-7.33	2.23
Esfuerzos en la Dirección 3	-44.3	13.3
Esf. Principales en la Dirección 1	-6.71	13.8
Esf. Principales en la Dirección 3	-45	1.65

Tabla 3.7. Material: Acero, Elástico, 3D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzo en la Dirección 1	-48	16
Esfuerzo en la Dirección 3	-286	114
Esf. Principal en la Dirección 1	-41.6	114
Esf. Principal en la Dirección 3	-287	16

D e s p l a z a m i e n t o s

Node	1 coord	2 coord	3 coord	1 Displ	2 Displ	3 Displ
788	0.0000E+00	0.0000E+00	1.5000E+03	1.1741E+01	7.0226E-11	-6.2690E-01

III.2.2.d Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas C24-1-00 a C24-3-45, en dimensión 3.

Como se comento anteriormente, el modelo de comportamiento inelástico de Mazars, presenta un efecto de malla, el cual consiste en que, los parámetros A_c , A_t , B_c , B_t que rigen esta formulación, varían de acuerdo a las dimensiones propias de la malla de cada modelo, Es por esto, que en base a ejercicio de calibración presentado para la probeta cilíndrica a compresión con $f'_c = 67.5$ Mpa deberá efectuarse una Re-calibración de parámetros en la cual los valores A_c , A_t , B_c , B_t iniciales varían un poco para que las columnas presentadas en esta sección, tengan el comportamiento que se espera tendrían, si la prueba fuera físicamente en laboratorio.

Valores encontrados durante la Re-calibración de parámetros

Exponencial para daño en compresión	A_c	1.7
Coefficiente de control de daño en compresión	B_c	1500
Exponencial para daño en tensión	A_t	0.95
Coefficiente de control de daño en tensión	B_t	4650

Para este ejercicio, mientras el concreto trabaja bajo leyes inelásticas de Mazars, el acero se hace trabajar bajo leyes elásticas perfectas, con el fin de agilizar los procesos de cálculo, esta consideración no afecta los resultados

A continuación, Se presentan las graficas que muestran el resultado de este ejercicio para elementos de concreto, en estas graficas se ve como los elementos tienen el comportamiento que se desea, tanto a tensión como a compresión para un concreto con $f'_c = 67.5$ Mpa.

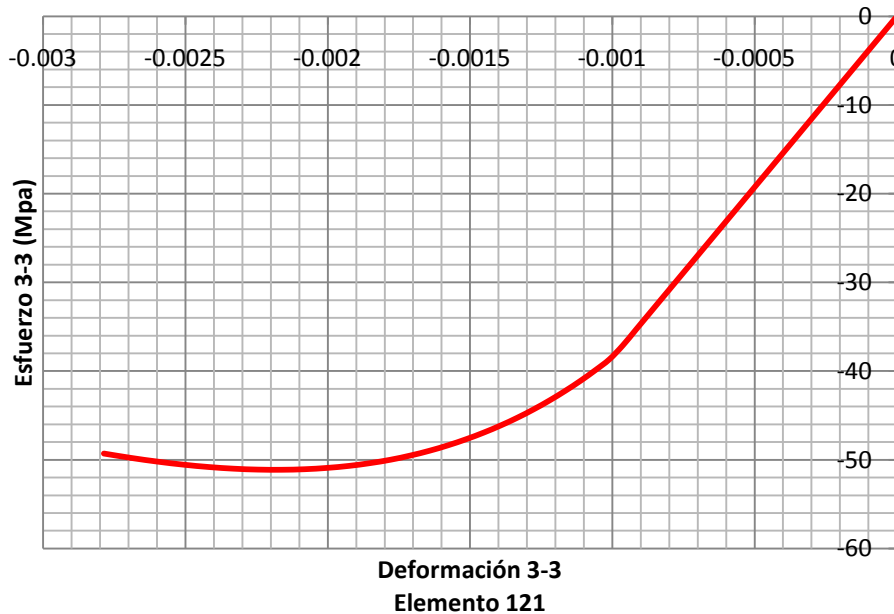


Figura 3.32. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 121, sometido a acciones de Compresión.

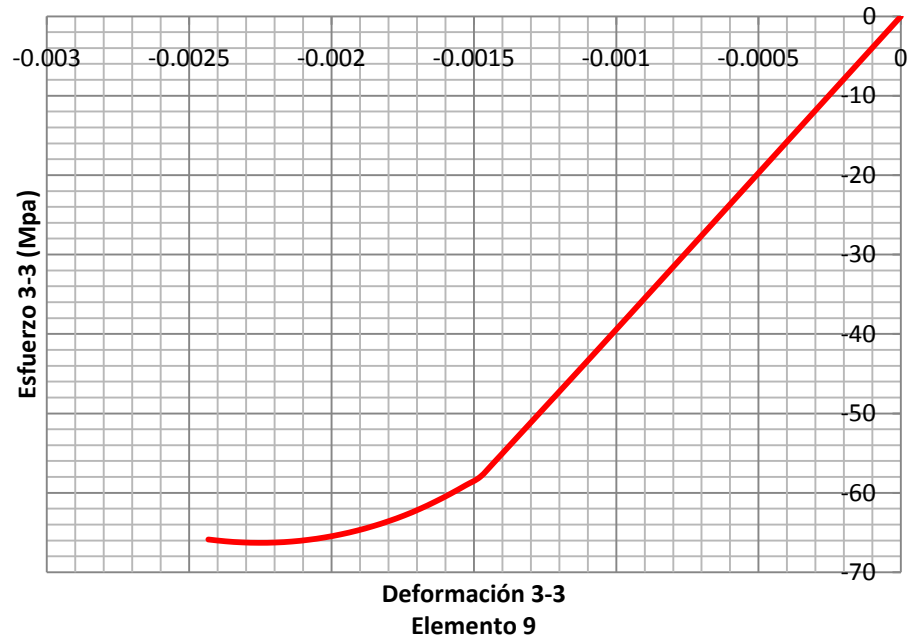


Figura 3.33. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 9, sometido a acciones de Compresión.

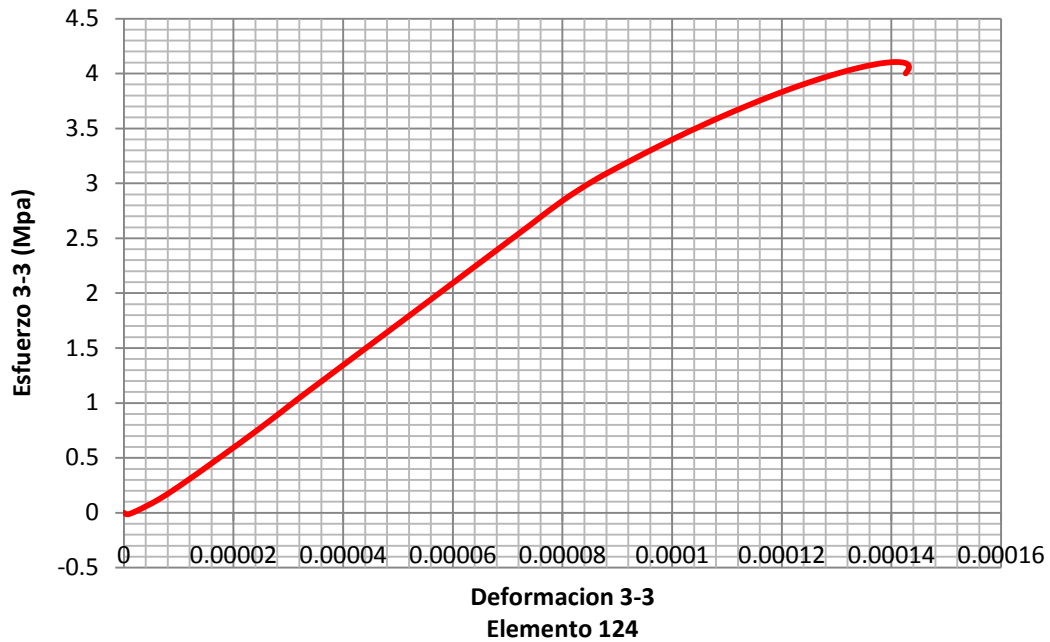


Figura 3.34. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 124, sometido a acciones de Tensión.

III.2.2.e Estudio inelástico 3D

Esfuerzos, desplazamientos y daño de columna C24-3-45 con comportamiento Inelástico de Mazars para Concreto y Comportamiento Inelástico Von Mises para Acero

A continuación se presentan los resultados encontrados para la columna en estudio, ahora sometiendo al acero y al concreto a comportamientos inelásticos de material, lo cual nos arroja como resultados, valores de esfuerzos y desplazamientos más apegados a las pruebas de laboratorio en columnas físicas.

Esfuerzos en el Concreto

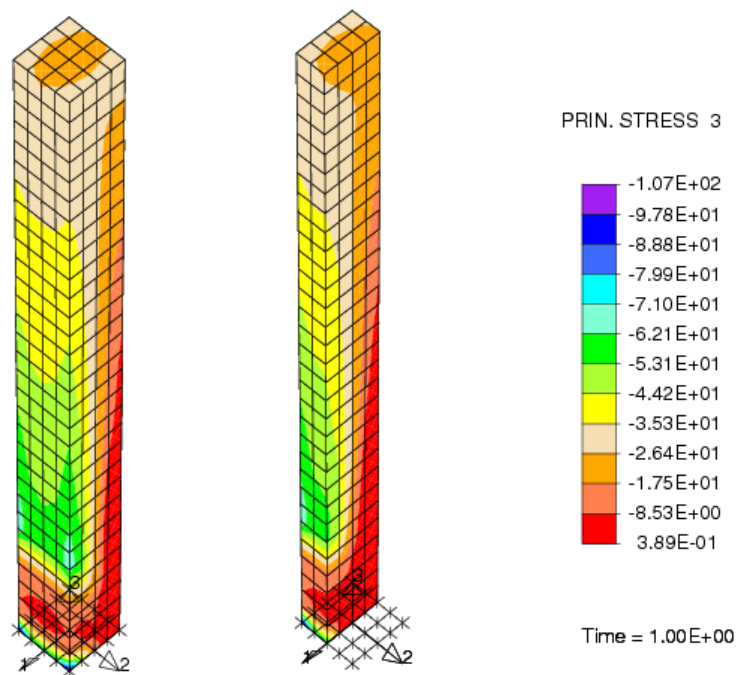


Figura 3.35. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 3) para Concreto

Tabla 3.8. Material: Concreto, Inelástico, 3D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzos en la Dirección 1	-13.3	1.24
Esfuerzos en la Dirección 3	-106	1.29
Esf. Principales en la Dirección 1	-11.9	2.56
Esf. Principales en la Dirección 3	-107	0.389

Esfuerzos en el Acero

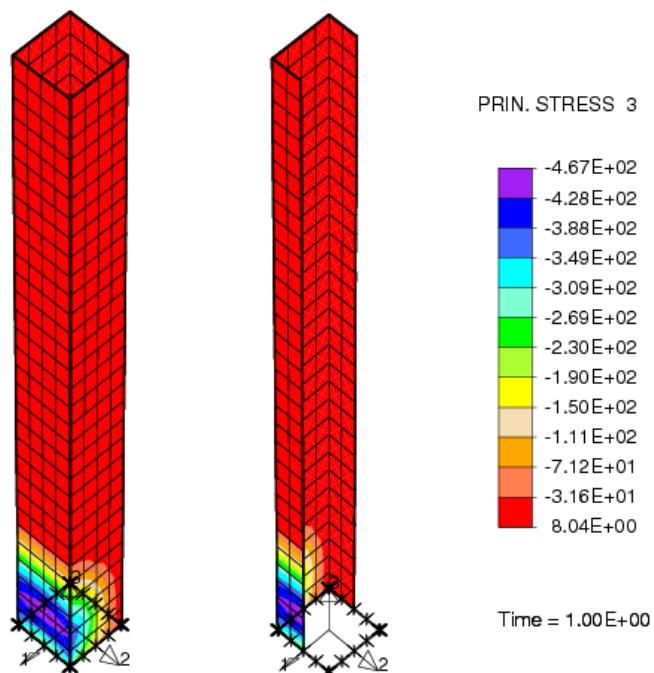


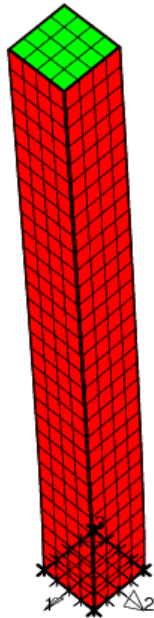
Figura 3.36. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 3) para Acero.

Tabla 3.9. Material: Acero, Inelástico, 3D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzo en la Dirección 1	-56	44.1
Esfuerzo en la Dirección 3	-467	63.6
Esf. Principal en la Dirección 1	-50.7	63.9
Esf. Principal en la Dirección 3	-467	8.04

Desplazamientos

Node : **788** (localizado en la parte superior de la columna)

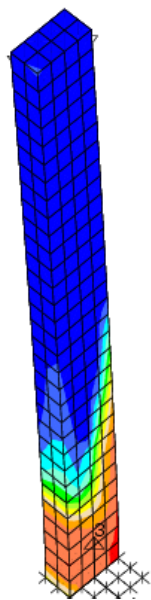


1 coord	2 coord	3 coord
0.00E+00	0.00E+00	1.50E+03

Figura 3.37. Configuración deformada de la columna sometida a las fuerzas de Carga y Momento Ultimo (esc. 10X).

1 Displ	2 Displ	3 Displ
6.585E+01	4.461E-06	-1.763E+00

Configuración de Daño



STRESS 7

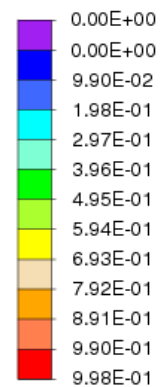


Figura 3.38. Configuración de daño en el concreto para la columna sometida a las fuerzas de Carga ultima y Momento Ultimo.

III.2.3. FASE 3 – Estudio numérico bidimensional 2D de las columnas RCFT

Existen ciertos factores que favorecen el manejo de modelos en dos dimensiones, estos factores se comentan brevemente a continuación.

Los cálculos matemáticos en modelos en 3D son por mucho, más costosos que los cálculos para modelos en 2D, y si a esto le sumamos el que los cálculos se están realizando en una computadora portátil convencional de 2G de RAM, motivo que fuerza a que los mallados no tengan mallas excesivamente finas para modelos en 3D, como las tendrían en el caso de contar con un equipo de súper computo. Pues por todo esto se hace necesario implementar los modelos en 2D, haciendo un meticuloso y cuidadoso proceso de revisión que asegure que los fenómenos que se presentaron en los modelos 3D, también se vean representados en los modelos 2D, sin que se pierda exactitud al instante de obtener resultados.

Es así como, después de varios artificios matemáticos, así como artificios de modelado, se presenta la siguiente analogía de modelos 3D con modelos 2D para las columnas RCFT, donde se hace un comparativo de resultados entre modelos 3D y 2D y se observa que estos últimos pueden ser utilizados para seguir con el estudio, solo en modo bidimensional, dejando de lado los modelos tridimensionales, sin que esto afecte la asertividad de resultados.

Preliminares

El modelado numérico bidimensional que se presenta aquí es el del espécimen C24-3-45 (Col.No.183) para así compararlo con el mismo modelo pero 3D.

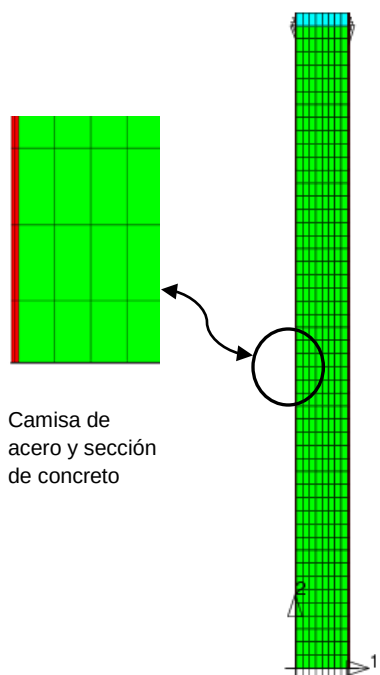


Figura 3.39. Topología y zoom de columna C24-3-45 en dos dimensiones

Antes que nada que se checa que correspondan los esfuerzos de los modelos 3D con los de los modelos 2D, de acuerdo a la siguiente tabla 3.10 que muestra el comparativo de esfuerzos en el programa de computo FEAP.

Tabla 3.10. Homologación de esfuerzos en ambiente FEAP

3D			2D		
Stre, 1	Esfuerzo σ_{11}	Vs	Stre, 1	Esfuerzo σ_{11}	
Stre, 3	Esfuerzo σ_{33}	Vs	Stre, 2	Esfuerzo σ_{22}	
Pstr, 1	Esfuerzo Principal σ_{11}	Vs	Pstr, 1	Esfuerzo Principal σ_{11}	
Pstr,3	Esfuerzo Principal σ_{33}	Vs	Pstr,2	Esfuerzo Principal σ_{33}	

III.2.3.a Estudio Elástico 2D

Esfuerzos y desplazamientos de columna C24-3-45 con comportamiento de Acero y Concreto Elástico Perfecto, Modelo Bidimensional.

A continuación se presentan los resultados encontrados para la columna en estudio, manteniendo el comportamiento del acero y concreto elástico en todo momento.

E s f u e r z o s

Tabla 3.11. Material: Concreto, Elástico, 2D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	% de Distorsión	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)	% de Distorsión
Esfuerzos en la Direc. 1	-9.27		2.80	
Esfuerzos en la Direc. 2	-53.2	20%	17.2	
Esf. Princip. en la Direc. 1	-8.64		17.3	25%
Esf. Princip. en la Direc. 2	-53.8	19%	2.65	

Tabla 3.12. Material: Acero, Elástico, 2D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	% de Distorsión	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)	% de Distorsión
Esfuerzos en la Direc. 1	-94.7		34.8	
Esfuerzos en la Direc. 2	-352	23%	131	
Esf. Princip. en la Direc. 1	-92.1		132	
Esf. Princip. en la Direc. 2	-355	23%	33.9	

D e s p l a z a m i e n t o s

Node : 2

1 coord	2 coord	1 Displ	2 Displ
0.0000E+00	1.5000E+03	1.2561E+01	1.1639E-01
(distorsion = 6.98 %)			

Notas de modelado:

Debido a que se trabajo en el modo “deformaciones planas” se sabe que el espesor en estudio es unitario, esto es, 1mm, por lo que se tomo artificio de modelado, dividir las cargas entre la dimensión mayor de la columna, o sea, 125 mm, como si solo estuviéramos estudiando una franja unitaria de la columna de prueba. Esto dio buenos resultados.

Así mismo se redistribuyo la carga axial, cargando proporcionalmente la sección transversal superior, esto, de acuerdo al correspondiente modulo de Young del acero y del concreto.

L =	1500 mm
-----	---------

Carga Experimental total		
Pu =	336,730	N
ex =	63	mm
Fx =	14,143	N

Cargas aplicadas en modelo
bilineal

	Tp = 125	
Pu / Tp =	2,693.8	N
Fx / Tp =	113.14	N

III.2.3.b Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas C24-1-00 a C24-3-45, en dimensión 2.

Esta calibración se realiza debido a que las problemáticas de los efectos de malla que se presentan en modelos 3D, también se presentan en modelos bidimensionales, por lo que se re-calibra los parámetros A_t , A_c , B_t , B_c

Valores encontrados durante la Re-calibración de parámetros

Para el modelo bidimensional

Exponencial para daño en compresión	Ac	2
Coefficiente de control de daño en compresión	Bc	1825
Exponencial para daño en tensión	At	0.95
Coefficiente de control de daño en tensión	Bt	5000

Para este ejercicio, mientras el concreto trabaja bajo leyes inelásticas de Mazars, el acero se hace trabajar bajo leyes elásticas perfectas, con el fin de agilizar los procesos de cálculo, esta consideración no afecta los resultados

A continuación, Se presentan las graficas que muestran el resultado de este ejercicio para elementos de concreto, en estas graficas se ve como los elementos tienen el comportamiento que se desea, tanto a tensión como a compresión para un concreto con $f'_c = 67.5$ Mpa.

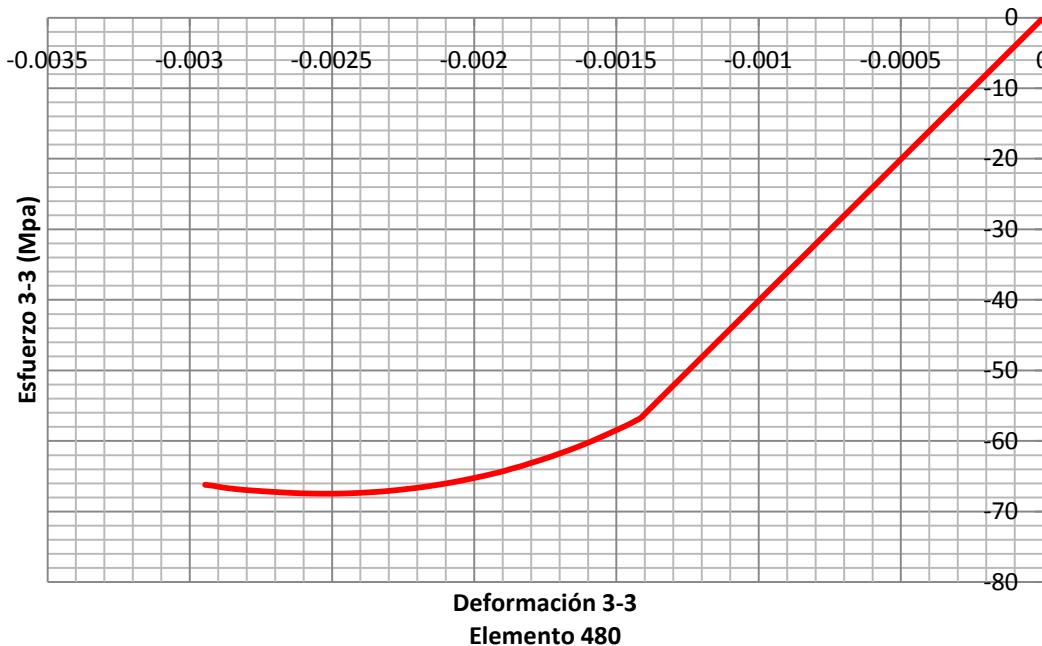


Figura 3.40. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 480, sometido a acciones de Compresión.

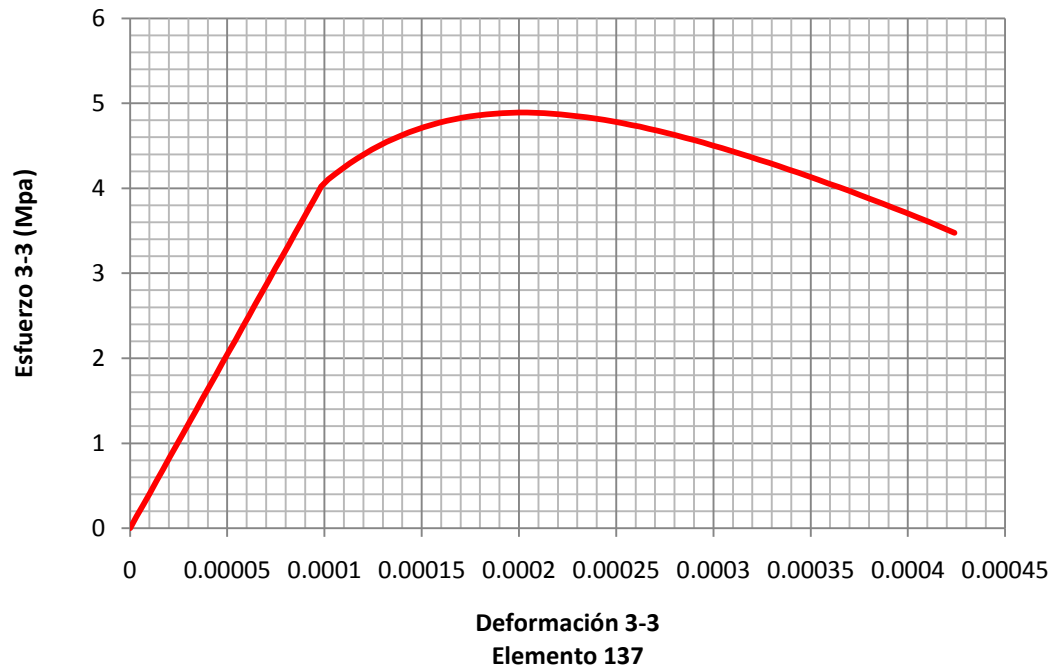


Figura 3.41. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 137, sometido a acciones de Tensión.

III.2.3.c Estudio Inelástico 2D

Esfuerzos, desplazamientos y daño de columna C24-3-45 con comportamiento Inelástico de Mazars para Concreto y Comportamiento Inelástico Von Mises para Acero

A continuación se presentan los resultados encontrados en los modelos bilineales para la columna en estudio, sometiendo al acero y al concreto a comportamientos inelásticos de material, lo cual nos arroja como resultados, valores de esfuerzos y desplazamientos que se comparan con los resultados obtenidos a partir de los modelos tridimensionales.

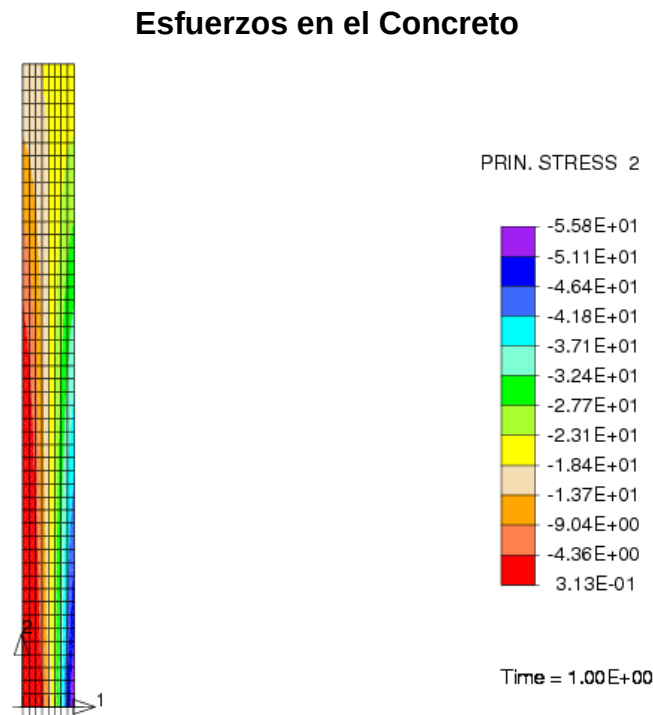


Figura 3.42. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 2) para Concreto.

Tabla 3.13. Material: Concreto, Inelástico, 2D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzos en la Direc. 1	-9.54	0.38
Esfuerzos en la Direc. 2	-55.2	4.5
Esf. Princip. en la Direc. 1	-8.92	4.55
Esf. Princip. en la Direc. 2	-55.8	0.31

Esfuerzos en el Acero

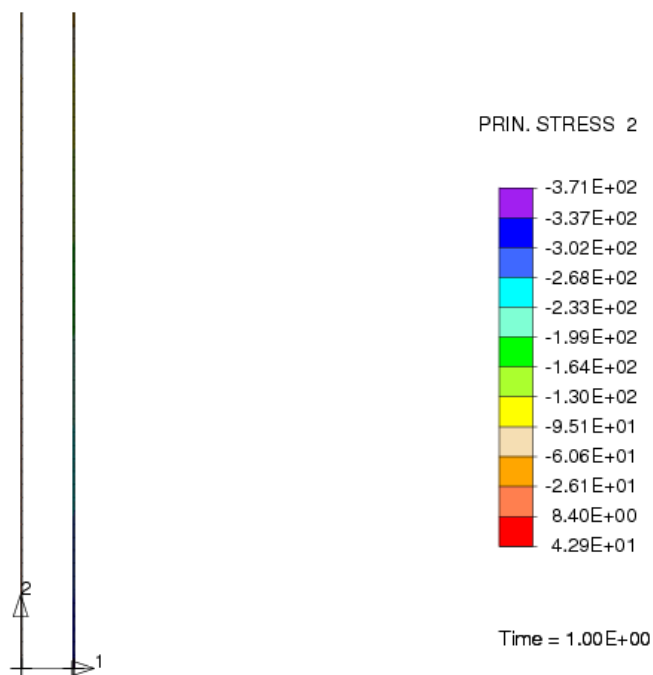


Figura 3.43. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 2) para Acero.

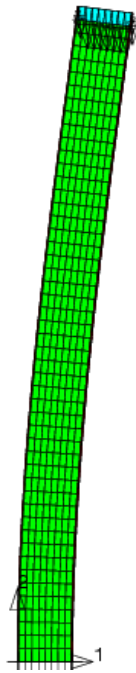
Tabla 3.14. Material: Acero, Inelástico, 2D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzo en la Dirección 1	-99	43.7
Esfuerzo en la Dirección 2	-369	169
Esf. Principal en la Dirección 1	-96.4	169
Esf. Principal en la Dirección 2	-371	42.9

Desplazamientos

Node : 2

(localizado en la parte superior de la columna)

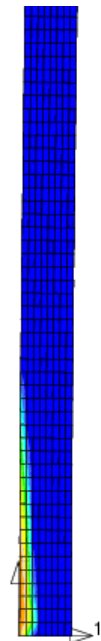


1 coord	2 coord
0.00E+00	1.50E+03

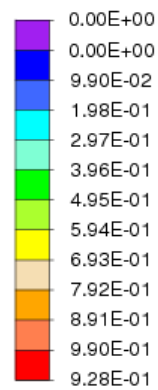
1 Displ	2 Displ
1.3320E+01	1.6911E-01

Figura 3.44. Configuración deformada de col. sometida a las fzas. de Carga y Momento Ultimo (esc. 10X).

Configuración de Daño



STRESS 5



Time = 1.00E+00

Figura 3.45. Configuración de daño en concreto para columna sometida a las fuerzas de Carga y Momento Último.

III.2.3.d Curva de Interacción P-M Para las columnas RCFT, a partir de los modelos Bilineales con comportamiento Inelástico:

Como se describió en la FASE 1, se estudiaron ocho columnas RCFT con las mismas características geométricas y las mismas características de material, siendo la única diferencia, que cada columna falla con una carga axial experimental diferente, debido a que en cada prueba de laboratorio se aplicó dicha carga con un valor de excentricidad diferente.

Cada una de estas ocho columnas RCFT (C24-1-00, C24-1-15, C24-1-30, C24-1-45, C24-3-00, C24-3-15, C24-3-30, C24-3-45), fue estudiada y analizada de la misma manera en que fue estudiada en la FASE 1, FASE 2 y FASE 3, la columna C24-3-00, de la cual se estuvo presentando resultados en las páginas anteriores.

A partir de estos ocho modelos bilineales y de cinco más con las mismas características de material y características geométricas, se trabajó para construir la curva de interacción del espécimen, con la configuración de sección transversal descrita al principio y con longitud de 1.5m.

La manera como se realizó esta curva fue la siguiente.

En cada uno de los trece (ocho más cinco) modelos bilineales se simuló el efecto de la excentricidad, y únicamente se fue incrementando la carga axial, de modo que aumentaba automáticamente el momento de flexión. Para determinar si la pieza ya había alcanzado su mecanismo de colapso, se tomó como criterio numérico el instante en el que los cálculos no alcanzaron la convergencia requerida, lo cual sucede cuando el acero localmente desarrolla desplazamientos muy altos (inestabilidad local). Cabe señalar que para que esto fuese posible, se requirió modelar las placas de acero como un problema en grandes transformaciones, mientras que el concreto permaneció en el rango de las pequeñas deformaciones."

En ese preciso momento se anotó cuál era la carga que provocaba la situación descrita, así como el momento correspondiente a esta carga, y se agregó a la lista de la tabla abajo mostrada. Misma tabla que al final de correr los ocho más cinco modelos, nos ofreció información suficiente para trazar el diagrama de interacción P-M para la columna en estudio.

Tabla 3.15. Calculo de curva de interacción para columna RCFT en el rango Inelástico.

Columna	Carga axial P _{exp} (de falla en laboratorio)	Factor de amplificación (qq)	Carga axial amplificada = qq * P _{exp}	Excentricidad (ex)	Momento amplificado M _{max}	Desplazamiento Lateral en extremo superior libre
	(kN)		(kN)	(mm)	(kN-m)	(mm)
Columna sometida a Compresión			1320	0	0	0.02
C24-1-15	595.62	2.195	1307	5	7.0	13.96
C24-1-30	582.72	2.065	1203	10	12.5	24.05
C24-1-45 C24-3-15	570.71	1.965	1121	15	16.5	30.46
C24-1-00	601.84	1.688	1016	21	21.4	33.41
C24-3-30	332.727	2.636	877	31	27.6	31.29
C24-3-45	330.95	2.221	735	44	32.7	34.73
C24-3-00	336.730	1.746	588	63	37.0	35.72
			477	80	38.1	34.29
			389	100	38.9	35.75
			192	200	38.4	91.33
Columna sometida a Tensión			-402	0	0	0.03

En la tabla 3.15 se presenta el factor de amplificación de carga axial “qq” que es por el que se factoriza la carga experimental de falla en laboratorio “P_{exp}” con el fin de que al mismo tiempo se incremente el momento flexionante (la excentricidad permanece constante)

La grafica 3.46 coincide con la grafica que se calcula con la norma AISC-2005 para columnas compuestas, prácticamente es la misma, lo que nos dice que podría ser usada en la práctica diaria del ingeniero estructurista.

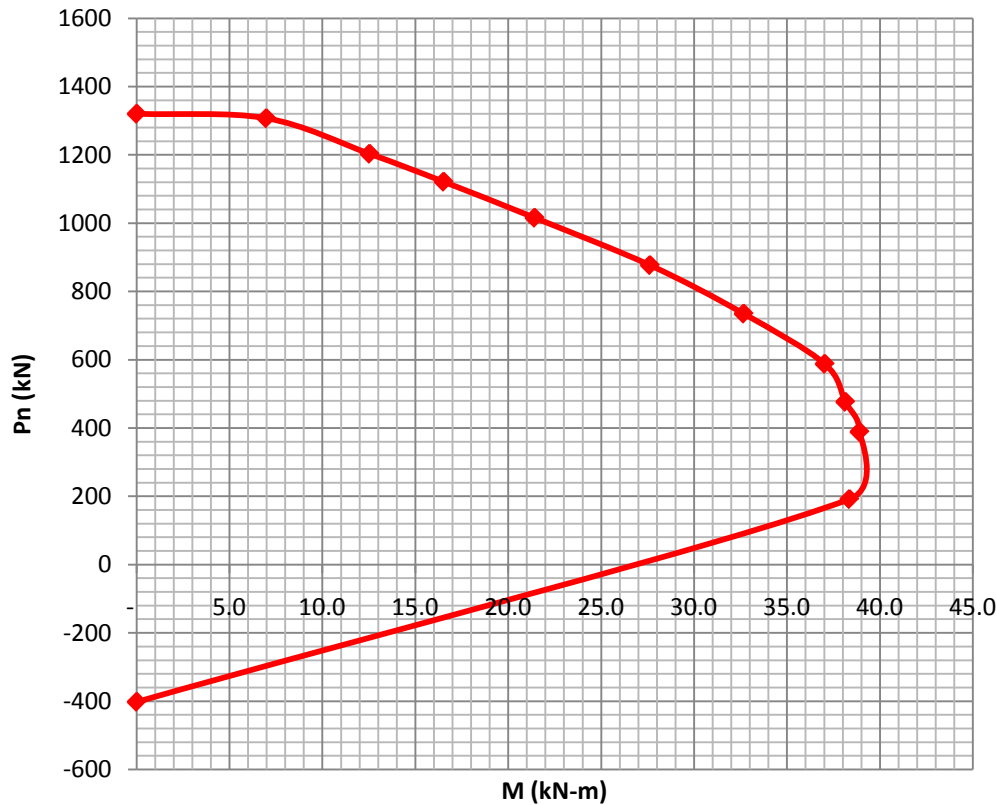


Figura 3.46. Curva de Interacción P-M para columnas RCFT en estudio, con comportamiento inelástico.

El trazo de la curva arriba mostrada, se compara con las curvas realizadas en la FASE 1, por medio del reglamento AISC 2005 y por medio del programa de computo Section Builder v8 y satisfactoriamente vemos que da resultados muy cercanos, lo cual ofrece una opción más, que aunque quizás no nueva, si diferente, con la cual se puede, bien hacer comparativos entre curvas y/o en el caso de no contar con el programa de computo comercial o con el AISC 2005, se puede realizar la curva de interacción mediante el programa de elemento finito FEAP, el cual tiene la ventaja de no ser comercial y los resultados obtenidos son confiables para el uso en el desarrollo de cálculos estructurales.

III.2.3.e Estudio de los efectos de la adherencia

Calibración inicial de la adherencia

El modelo de adherencia utilizado fue construido para la simulación bidimensional de dicho fenómeno entre las varillas de acero y el concreto circundante en el que están ahogadas. Dicha interacción es muy similar, y se integra de tres partes:

- a) adherencia química entre los materiales
- b) fricción entre las superficies en contacto
- c) bloqueo por existencia de nervaduras o pernos de anclaje

En el caso de las columnas compuestas, se ha reportado una resistencia a cortante máxima de aproximadamente 0.4 MPa en la zona de interfaz (Leon, R.T., 2008), la cual está controlada esencialmente por la fricción entre la placa de acero y la cara interna del cuerpo de concreto, por lo que los parámetros se ajustaron para tomar en cuenta únicamente esta fenomenología.

Debe recordarse que el modelo se integra de dos componentes esenciales: una ley termodinámica de comportamiento material de degradación de la interacción, y un elemento de interfaz de soporte de espesor nulo. Dicho elemento depende de un solo parámetro, llamado " h_{pen} ", el cual define la capacidad de disipación del elemento (es decir, la energía superficial que puede ser liberada en la interfaz) y físicamente representa la posición del plano de falla de la adherencia. En este modelo, el incremento del valor de este parámetro significa un aumento de la resistencia y de la rigidez de la interfaz.

En paralelo, el modelo termodinámico reproduce tres etapas de deformación en la adherencia:

- a) una fase elástica,
- b) una fase inelástica controlada por el bloqueo y la fricción y delimitada por la coalescencia de grietas,
- c) y una última fase de fricción pura en grandes desplazamientos.

La fase elástica está definida por la deformación y/o esfuerzo cortantes máximos elásticos en la interfaz, que en cualquier caso no puede ser superior a la resistencia a cortante del concreto. El módulo elástico, en cambio, puede variar entre un valor inferior al del concreto en cuestión (el de un mortero, por ejemplo) hasta un valor similar al del acero estructural del elemento en estudio.

Así pues, en una primera etapa de calibración, el modelo de adherencia debe ser capaz de reproducir la misma respuesta estructural de un sistema sin adherencia modelada, es decir, unión nodo a nodo entre materiales diferentes.

Tomando como referencia el modelo 2D inelástico de la columna compuesta sujeta únicamente a carga axial, se estudiaron inicialmente los siguientes parámetros (ver figura 3.47):

Profundidad de plano de falla	h_{pen}	Por calibrar
Módulo de rigidez	G_{adhe}	Por calibrar
Límite elástico de deformación tangencial	ϵ_T	Por calibrar

En la fig. 3.48 pueden observarse las diferentes configuraciones de daño obtenidas al 97% de la carga con diferentes combinaciones de estos parámetros:

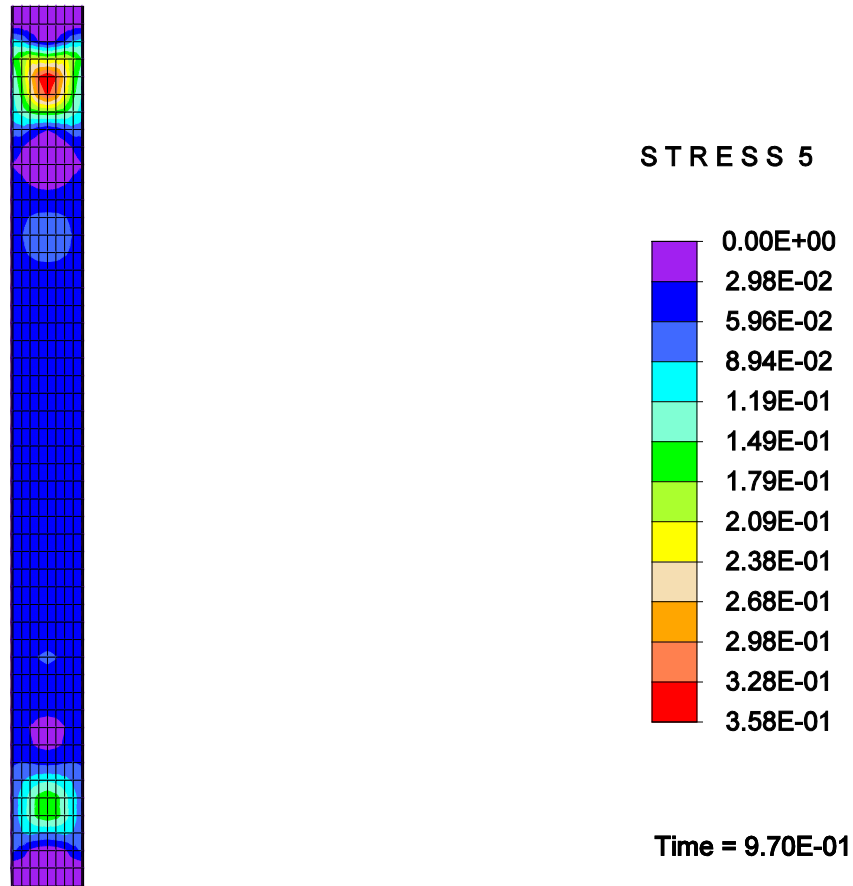


Figura 3.47. Modelo con adherencia perfecta (unión concreto-acero, nodo a nodo).

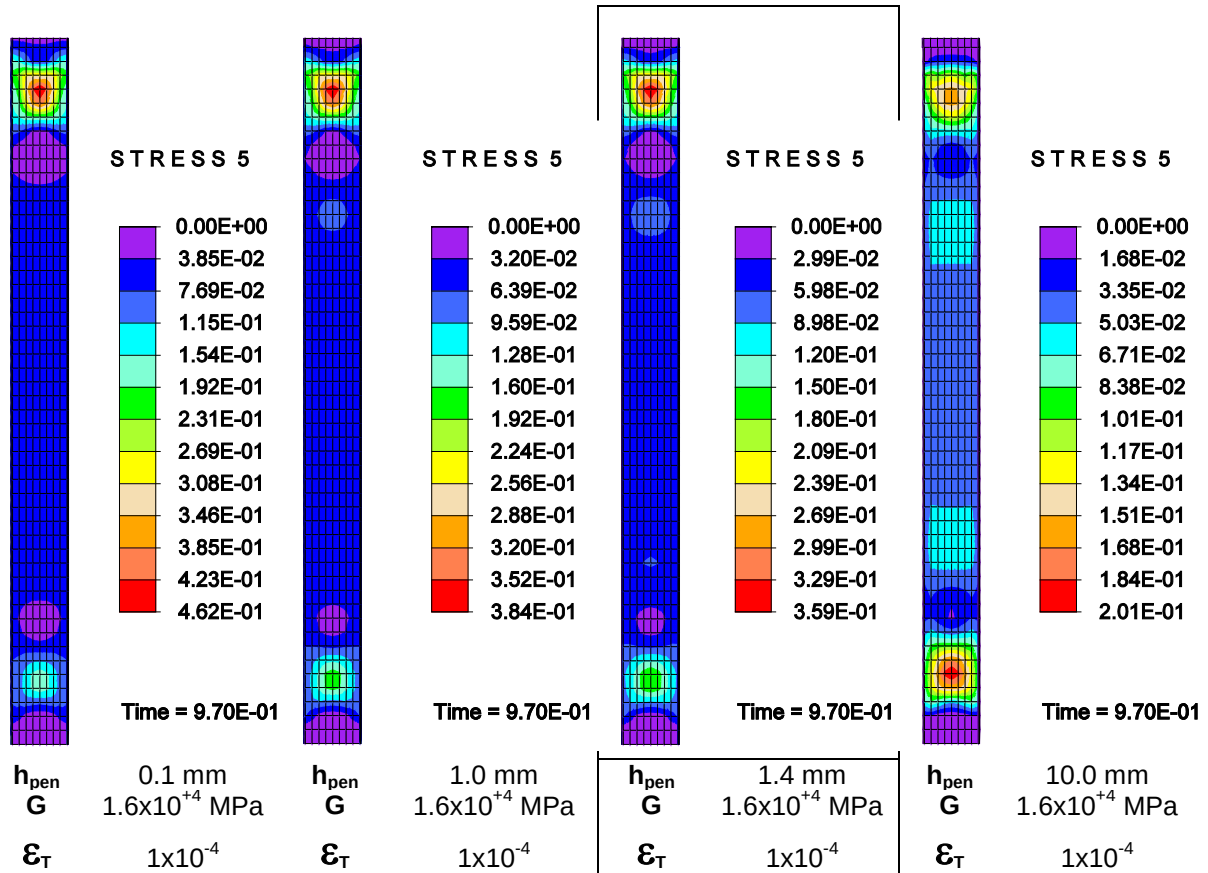


Figura 3.48. Calibración de parámetros para modelo de adherencia.

El resto de los parámetros se ajustaron de modo que únicamente se tomaran en cuenta los efectos de la fricción entre el concreto y el acero, y se muestran en la lista siguiente:

Profundidad de plano de falla	h_{pen}	1.4 mm
Módulo de rigidez	G_{adhe}	$1.6 \times 10^{+4}$ MPa
Límite elástico de deformación tangencial	ϵ_{T1}	1×10^{-4}
Controlador de daño tangencial fase 2	A_{t1}	2,34
Exponencial de daño tangencial fase 2	B_{t1}	0.5
Límite de pequeñas deformaciones	ϵ_{T2}	0.36
Controlador de daño tangencial fase 3	A_{t2}	1.2×10^{-3}
Exponencial de daño tangencial fase 3	B_{t2}	1.0
Control de fricción de fisuras 1	γ	10.0
Control de fricción de fisuras 2	a	1.80
Control de fricción de fisuras 3	c	0
Límite elástico de deformación normal	ϵ_N	1×10^{-4}
Controlador de daño normal	A_N	1×10^{-9}
Exponencial de daño normal	B_N	1.5

Efectos de la degradación de la adherencia en la respuesta estructural de una columna tipo

Una vez calibrados los parámetros del modelo de adherencia, se procedió a estudiar los efectos de su degradación en la respuesta estructural de una de las columnas de la manera siguiente:

- a) Se seleccionó el modelo 2D inelástico de la columna de 150 cm con adherencia perfecta, con una de las combinaciones de carga (Carga última + Momento último) que fuera representativa.
- b) Se introdujeron los elementos de interfaz en ambos lados de la columna, con espesor nulo, evitando crear singularidades en puntos de unión entre concreto y acero (esto puede suceder en donde se conectan más de dos materiales en un mismo nodo; se recomienda liberar la adherencia en dicho punto).
- c) Se hizo una primera simulación con los parámetros calibrados previamente, con el objeto de verificar la respuesta estructural con la presencia de la adherencia. Se observó que por el efecto del momento, el grado de daño varía entre una simulación estándar y la que incluye elementos de interfaz.
- d) Para modelar diferentes grados iniciales de deterioro de la adherencia, se decidió reducir únicamente el módulo de elasticidad por cortante de la misma, en un 5, 10, 20, 35 y 50 %, verificando la reducción de la capacidad de carga de la columna.
- e) Para evaluar la capacidad de carga, se tomó como criterio la no convergencia de los cálculos, lo cual sucede cuando se alcanza un estado de pandeo local en las placas de acero, determinado por un desplazamiento lateral muy alto. Cabe mencionar que aunque se presenta daño en el cuerpo de concreto, se observó en todos los casos que el colapso está determinado por la falla local del acero estructural.
- f) Para cada combinación de carga, se repitieron todos los pasos anteriores con la finalidad de construir la curva de interacción de capacidad de carga última de la columna en estudio.

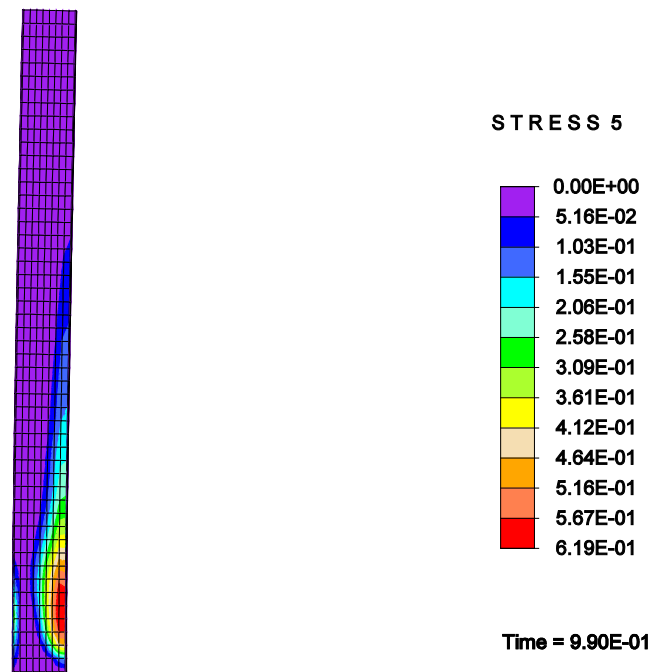


Figura 3.49. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, adherencia perfecta (sin modelar).

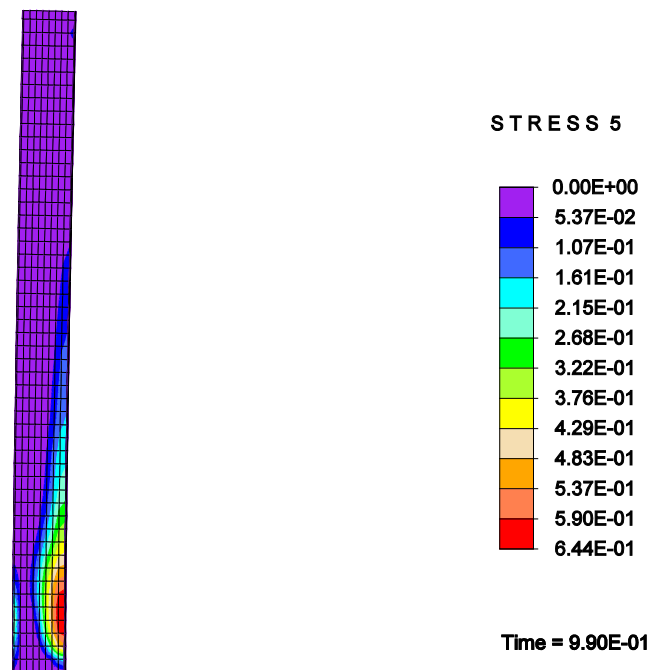


Figura 3.50. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, adherencia perfecta (con elementos de interfaz).

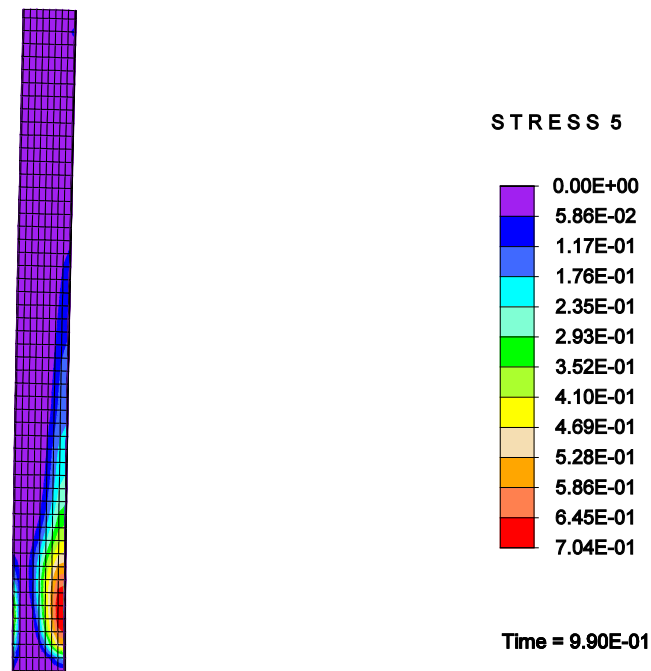


Figura 3.51. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, 95% adherencia inicial (con elementos de interfaz).

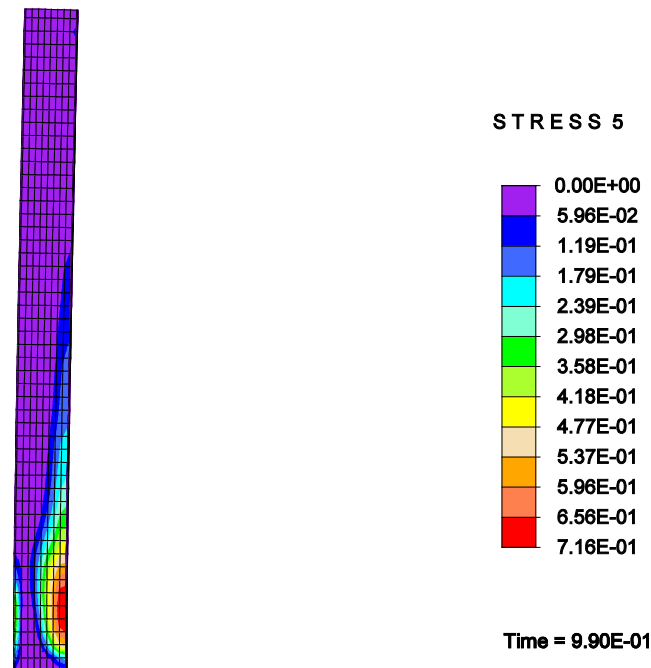


Figura 3.52. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, 90% adherencia inicial (con elementos de interfaz).

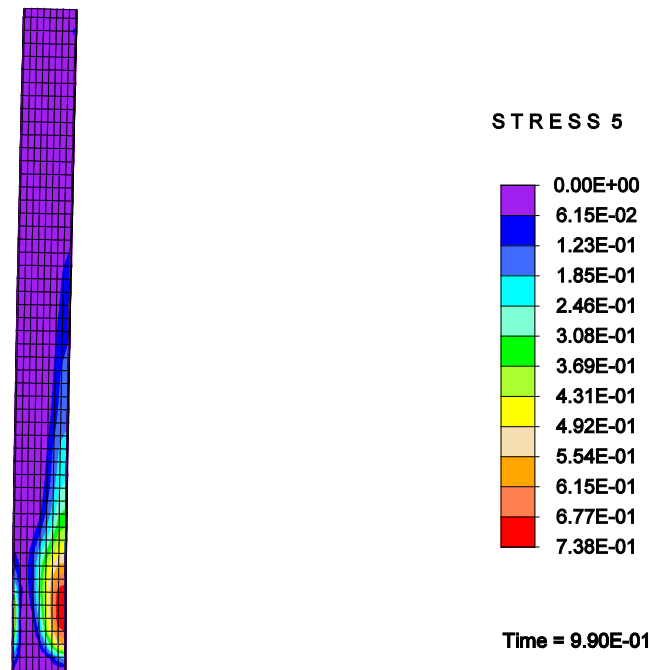


Figura 3.53. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, 80% adherencia inicial (con elementos de interfaz).

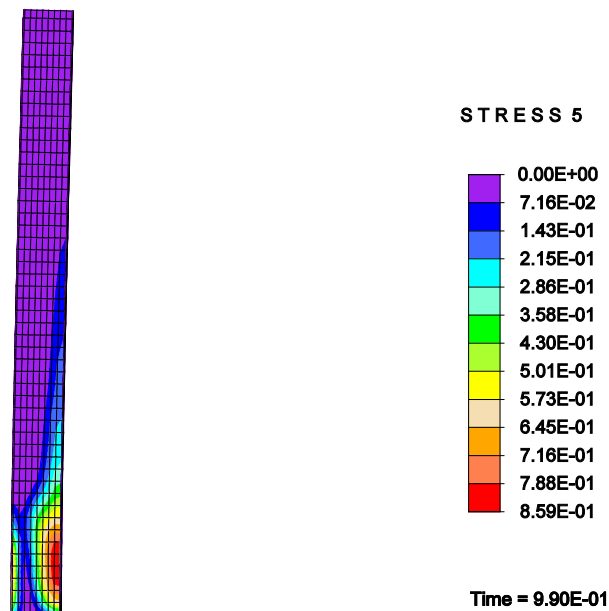


Figura 3.54. Distribución de daño a 99% de la capacidad de carga, 70% adherencia inicial (con elementos de interfaz).

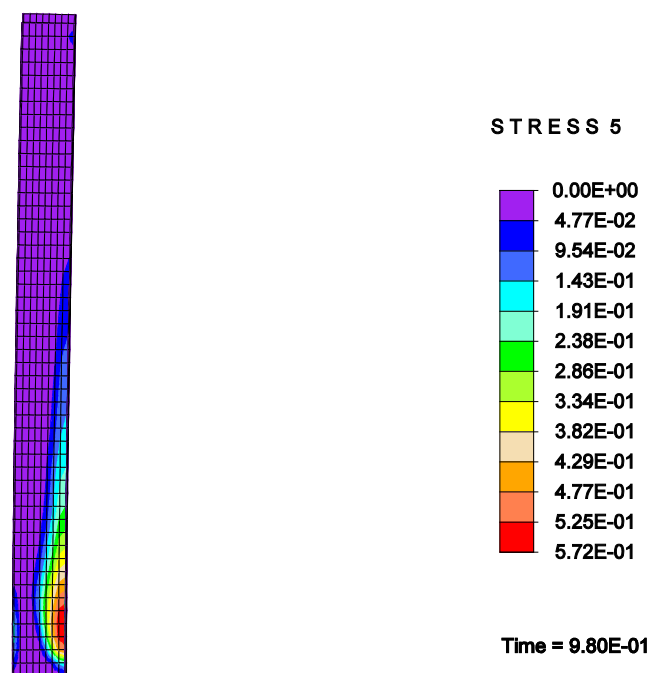


Figura 3.55. Distribución de daño a 98% de la capacidad de carga, 50% adherencia inicial (con elementos de interfaz).

Las figuras 3.49-3.55 muestran que la presencia de la adherencia y su degradación afectan directamente el grado de daño que alcanza el concreto al interior de la columna. Se observa que la distribución de daño no cambia realmente, manteniéndose en la misma región, aunque cuando la resistencia de la adherencia se redujo a un 50%, la falla de la placa se alcanzó al 98% de la carga última en adherencia perfecta (ver fig. 3.55). Lo que resulta interesante, es que se observó que cuando se introduce el efecto de adherencia, el daño en el concreto comienza antes que con el modelo de adherencia perfecta. Dado que esta última representa una zona de disipación de energía superficial, atribuimos que la interfaz absorbe y transfiere una parte de energía que en un modelo estándar es absorbida totalmente por el acero estructural.

Las curvas de capacidad de carga obtenidas (ver fig. 3.56) muestran que no hay un efecto importante en la capacidad por la reducción de la resistencia de la adherencia, aunque la distribución de esfuerzos -y con ello el daño- en el concreto si varía de manera inversamente proporcional, es decir, a menor resistencia de la adherencia, mayor daño en el concreto. De manera particular, se observó que dependiendo del tipo de combinación de carga-momento, la adherencia es solicitada de manera diferente: en combinaciones de baja excentricidad (prácticamente solo carga axial), la decohesión es el fenómeno que impera, en tanto que en altas excentricidades (flexión inducida), es el esfuerzo cortante el que actúa principalmente en la región de interfaz acero-concreto.

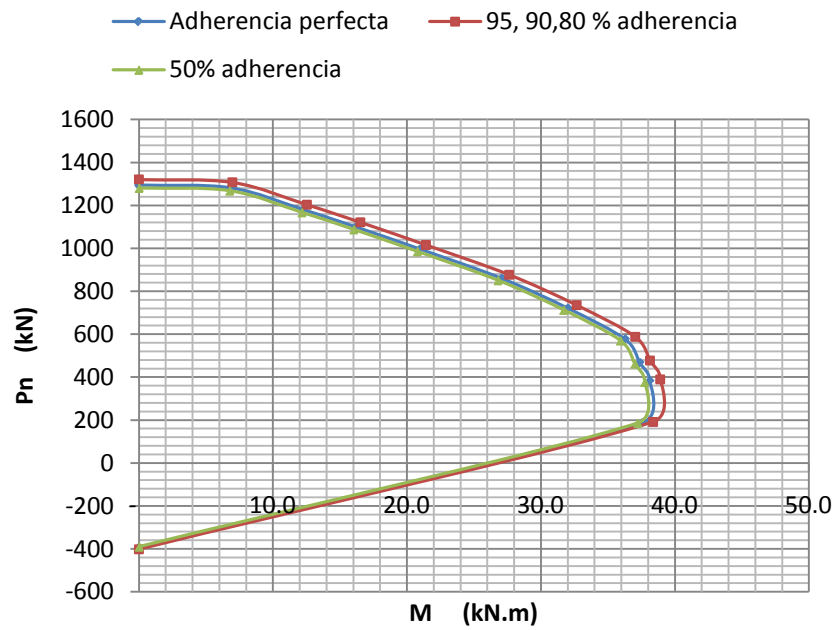


Figura 3.56. Reducción a 98% de la capacidad de carga, por presencia de la adherencia

III.3 ESTUDIO NUMÉRICO DE COLUMNAS DE TUBO CIRCULAR DE ACERO RELLENAS DE CONCRETO CCFT

III.3.1. FASE 1- Trabajos preliminares de columnas CCFT

a) Selección de las pruebas experimentales de referencia

Para el estudio de las columnas de tipo tubo circular rellenas de concreto ó CCFT, se tomaron como referencia algunos de los especímenes de laboratorio, probados y documentados en la tesis de D. K. Kim (Kim, 2005); dichas pruebas se documentan en la “Tabla A-4-CCFT Beam-Column Data base” y aquí la renombramos como Tabla 3.16.

Tabla 3.16. Características Geométricas y Materiales de especímenes en estudio, CCFT.

Col. No.	Spec. No.	Fy (ksi)	f'c (ksi)	D (in)	ts (in)	Ac (in ²)	As (in ²)	kl (in)	Pexp (k)	ex (in)
146	C18-1	51.2	4.62	6.51	0.161	30.06	3.21	117.2	166.7	0.816
147	C18-3	51.2	4.62	6.51	0.161	30.06	3.21	117.2	103.5	2.443
148	C18-5	51.2	4.62	6.51	0.161	30.06	3.21	117.2	74.3	4.066

Para la selección de las columnas se tomaron en cuenta dos criterios: el primero, fue la cantidad de especímenes probados con las mismas características materiales y geométricas; el segundo, fue la representatividad basada en la longitud y las relaciones geométricas del espécimen, descontando de antemano aquellos especímenes con problemas de esbeltez. En la tabla 3.17 se desglosa la nomenclatura de las columnas seleccionadas.

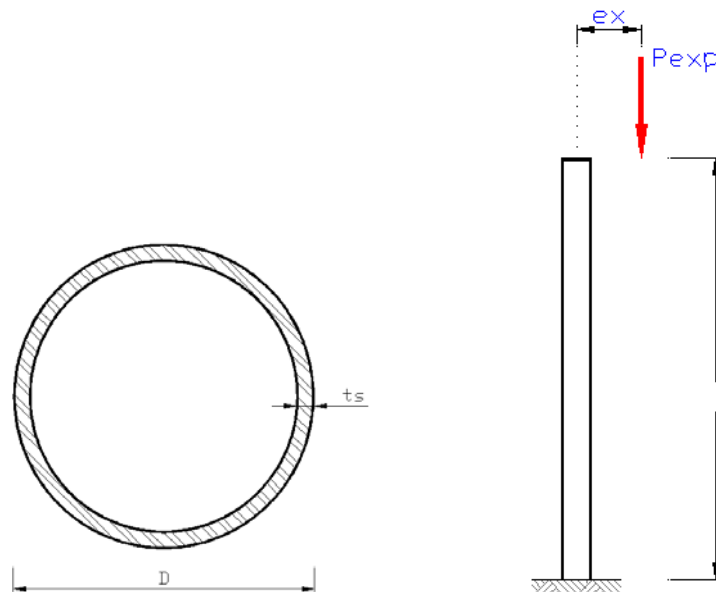
Tabla 3.17. Nomenclatura de columnas en estudio

Col. No.	Spec. No.
146	C18-1
147	C18-3
148	C18-5

A continuación, en la tabla 3.18 se listan las características de los especímenes seleccionados:

Tabla 3.18. Características Geométricas y Materiales de los especímenes.

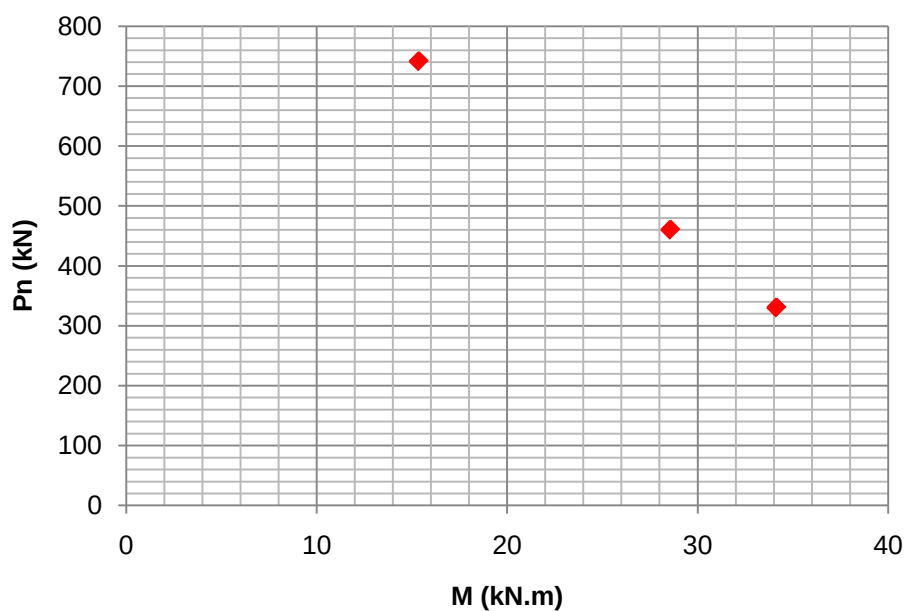
Esfuerzo de fluencia del acero	Fy	353	Mpa
Esfuerzo de resistencia a compresión del concreto	f'c	31.85	Mpa
Diámetro exterior	D	165.4	mm
Espesor del Tubo	ts	4.1	mm
Área de concreto de la sección transversal	Ac	19,393.5	mm ²
Área de acero de la sección transversal	As	2,070.96	mm ²
Longitud efectiva	kl	3,000	mm
K efectiva	K	2	
Longitud	L	1,500	mm
Carga axial última. Varía según el espécimen	Pexp	330,503 New	Solo col No. 148 C18-5
Excentricidad. Varía según el espécimen	ex	103 mm	Solo col No. 148 C18-5

**Figura 3.57. Sección transversal y elevación de las columnas en estudio CCFT.**

En lo que se refiere a las condiciones límites, estas columnas fueron empotradas en la base y sometidas a una carga axial excéntrica, tal y como se aprecia en la Figura 3.57. Por otra parte, los resultados experimentales de carga última y momento último obtenidos se presentan tanto en la Tabla 3.19 como en la gráfica de la figura 3.58.

Tabla 3.19. Carga Ultima y Momento Ultimo para las columnas CCFT.

Col. No.	Spec. No.	Carga Ultima (Pexp) (KN)	Excentricidad (ex) (mm)	Momento Ultimo (Mmax) (KN-m)
146	C18-1	741.52	21	15.37
147	C18-3	460.39	62	28.57
148	C18-5	330.50	103	34.13

**Figura 3.58. Grafica Carga Ultima vs Momento Ultimo para columnas CCFT de la tabla 3.19**

b) Revisión de la capacidad de carga según el AISC 2005

Una vez seleccionados los especímenes representativos para el tipo de columna CCFT, se procedió a revisarlas de acuerdo a los lineamientos y previsiones del AISC-2005 (fórmulas 12 a la 15), construyendo los respectivos diagramas de carga última vs. Momento último. Los cálculos correspondientes se presentan a continuación.

CCFT Viga-Columna

DIAGRAMA DE INTERACCION DE
Columnas Numero 146, 147 y 148;
Spec.No. C18-1, C18-3 y C18-5

Datos:

d =	165.4	mm
t =	4.1	mm
KL =	3000	mm
Fy =	353	Mpa
f'c =	31.85	Mpa
h =	157.2	mm
rm =	80.65	mm
As =	2077.6	mm ²
Ac =	19408.6	mm ²
Ag =	21486.3	mm ²
Es =	200,000	Mpa
Ec =	26,525.00	Mpa
Is =	6,761,256	mm ⁴
Ic =	29,976,441	mm ⁴
Ig =	36,737,696	mm ⁴

9.67 % de As

OK, CUMPLE CON EL 1% MINIMO DE AREA DE ACERO
Con respecto al área de la sección transversal

d/t = 40.3

?

85.0

OK Slenderness of the tube

Punto A

$M_A =$	0		
$C_2 =$	0.95		
$C_3 =$	0.79		
$EI_{eff} =$	1.983E+12	N-mm ²	ec. I2-15
$P_0 =$	1,320,660	N	ec. I2-14
$P_e =$	2,174,709	N	
$P_0 / P_e =$	0.607		ec. I2-13
$P_n =$	1,024,243	N	ec. I2-5

Punto B

$P_B =$	0	
$K_c =$	787072	N
$K_s =$	116725	N
$\theta =$	2.48	rad
$Z_{C_B} =$	547,389	mm ³
$Z_{S_B} =$	99024.2	mm ³
$M_B =$	43,236,866	N-mm
$h_n =$	25.58	

Punto C

$P_c =$	587,257	N
$M_c =$	43,236,866	N-mm

Punto D

$P_D =$	293,628	N
$Z_c =$	647450	mm ³
$Z_s =$	106696	mm ³
$M_D =$	47458625	N-mm

Punto E

$h_E =$	52.09	mm
$\theta_2 =$	1.69	rad
$Z_{S_E} =$	72560	mm ³
$Z_{C_E} =$	271926	mm ³
$M_E =$	29,727,709	N-mm
$P_E =$	862,860	N

Puntos del Diagrama de Interaccion		
Punto	Mn (N-mm)	Pn (N)
A	0	1,024
E	29.73	862
C	43.24	587
D	47.46	293
B	43.24	0

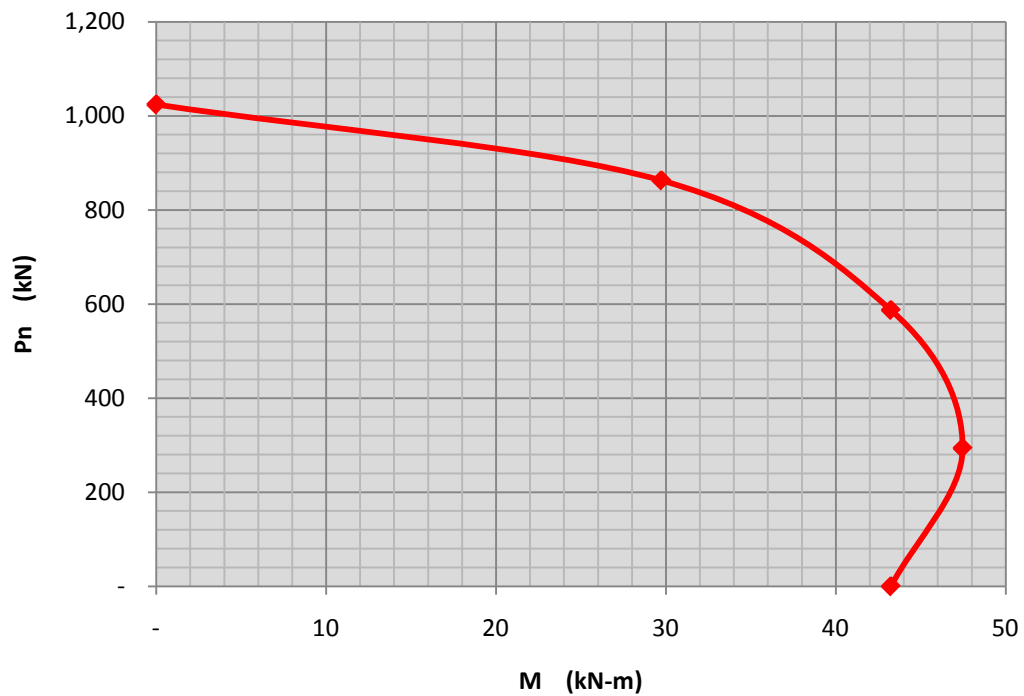


Figura 3.59. Diagrama de interacción de capacidad de carga de las columnas CCFT mediante aisc 2005. Para las columnas numero C18-1, C18-3 y C18-5

c) Construcción de las curvas de interacción de capacidad de carga basadas en el programa SECTION BUILDER V. 8.

Para la evaluación de la capacidad de carga de las secciones CCFT anteriormente descritas, se construyeron diversas curvas de interacción mediante la combinación de los diferentes modelos no lineales de los materiales disponibles en el programa **Section Builder**. Para el concreto se utilizaron los siguientes modelos:

- Rectángulo de Whitney – ACI
- Parabólico PCA
- Rectangular de concreto confinado de Mander

Para el acero estructural se utilizaron los siguientes modelos:

- Elástico
- Elasto-plástico perfecto
- Elasto-plástico con endurecimiento por deformación de Park.

La descripción de los modelos arriba mencionados, se realizó anteriormente en este mismo trabajo de tesis

Curvas de interacción de capacidad de carga

Las gráficas siguientes son el resultado de la combinación de los modelos mencionados previamente. En ellas puede observarse la relación que guardan carga última vs. momento último, y en particular resalta el hecho de que cuando se combina cualquier modelo no lineal de concreto con un modelo elástico de acero, se obtiene una curva semejante a un rectángulo, en lugar de la típica forma parabólica; por otra parte, puede observarse también que con esta combinación, el modelo lineal de concreto no tiene ninguna influencia en dicha curva, ya que en los tres casos se obtiene la misma configuración, debido probablemente a que el acero estructural alcanza elástico el límite de fluencia antes que el concreto y no permite que este último incurra en el rango inelástico, además cabe mencionar que el momento último resistente utilizando el acero estructural con comportamiento elástico es mucho mayor que utilizando modelos inelásticos de acero.

Todas las graficas son sin factores de reducción “phi

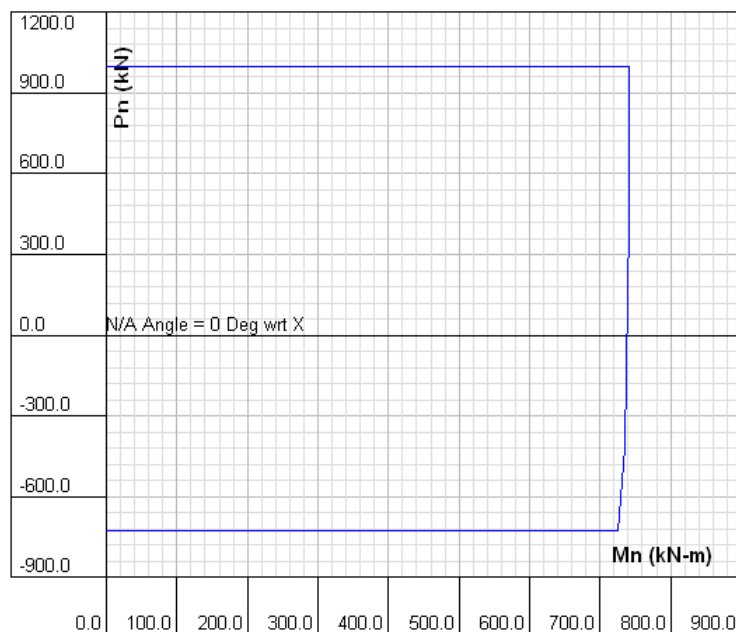


Figura 3.60. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elástico (acero)

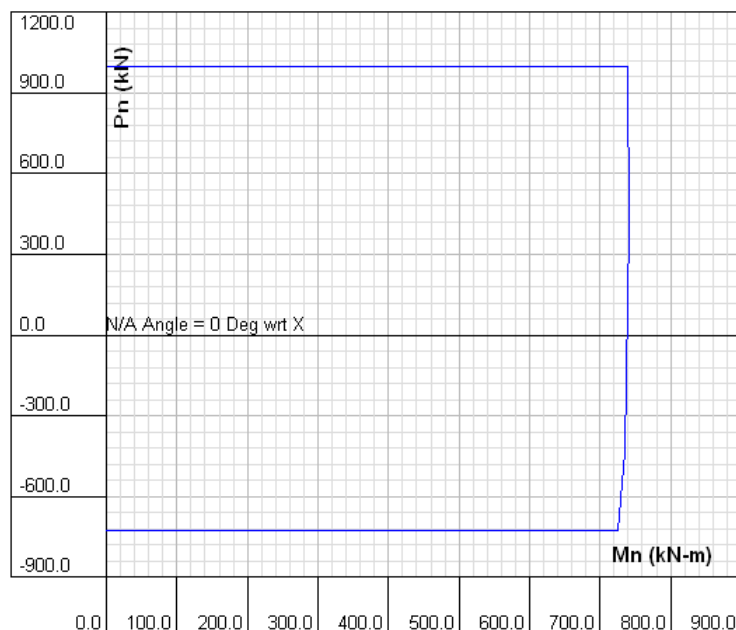


Figura 3.61. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo elástico (acero)

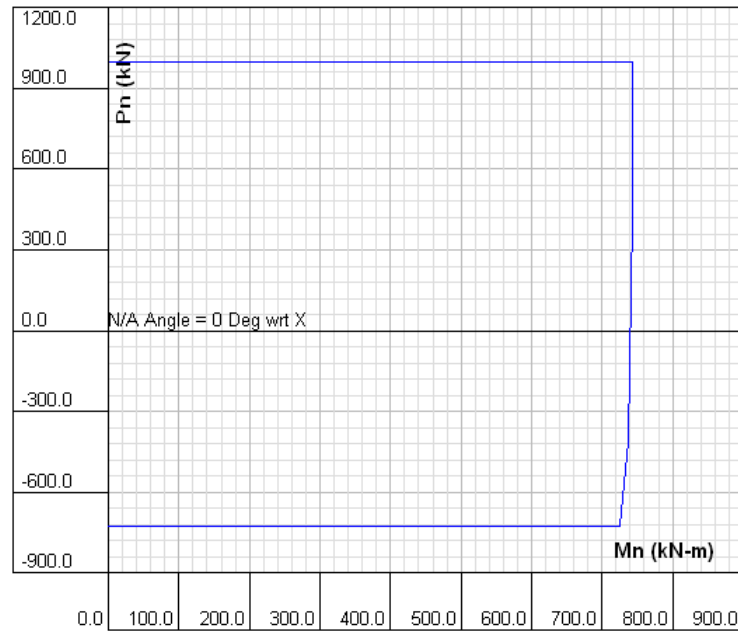


Figura 3.62. Modelo de Mander (concreto) + modelo elástico (acero)

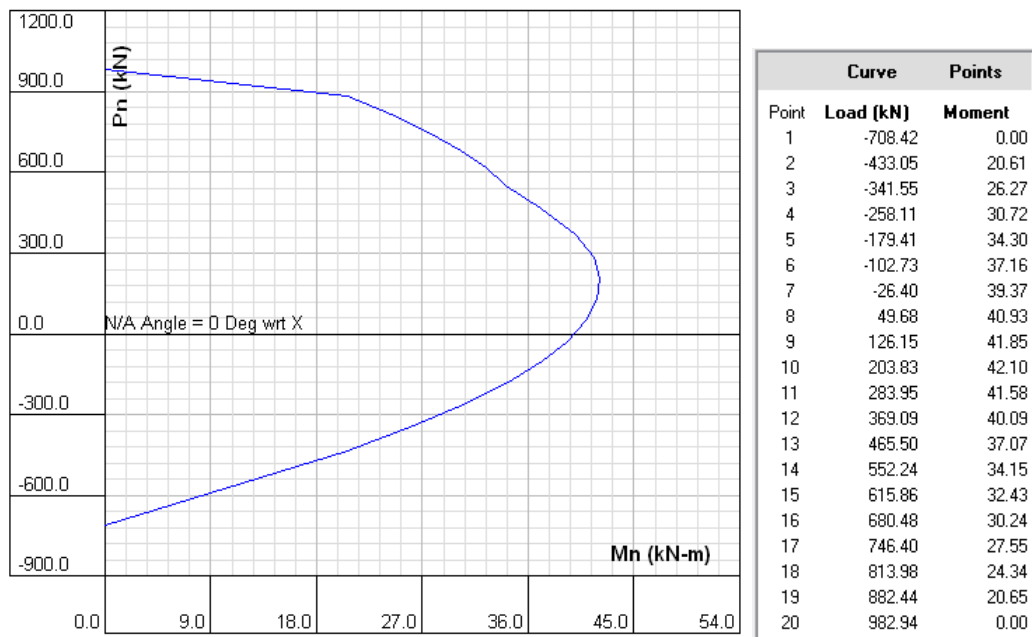


Figura 3.63. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elastoplástico (acero)

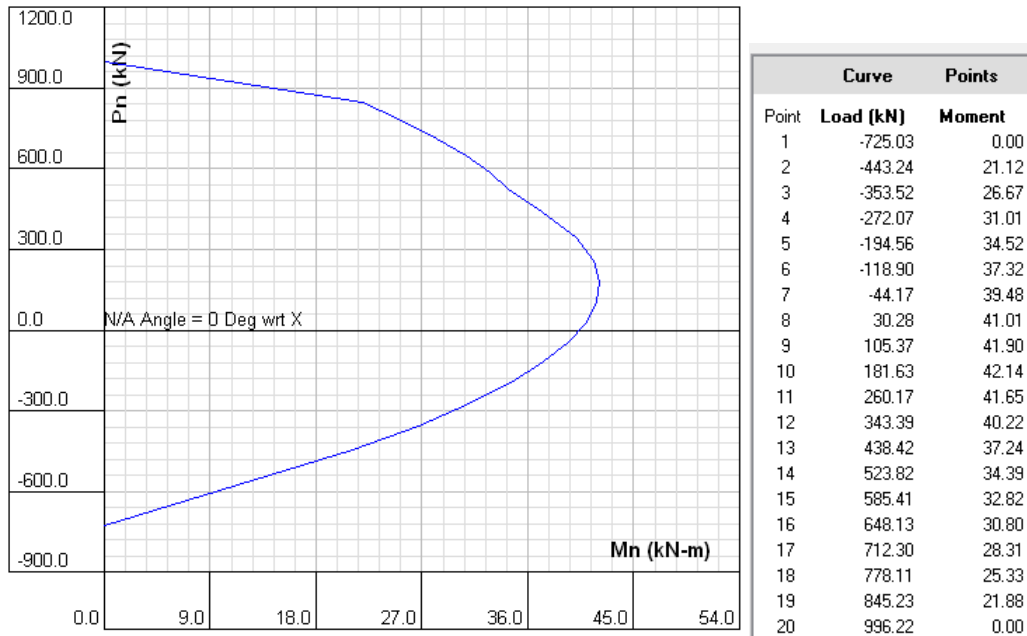


Figura 3.64. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo elastoplástico (acero)

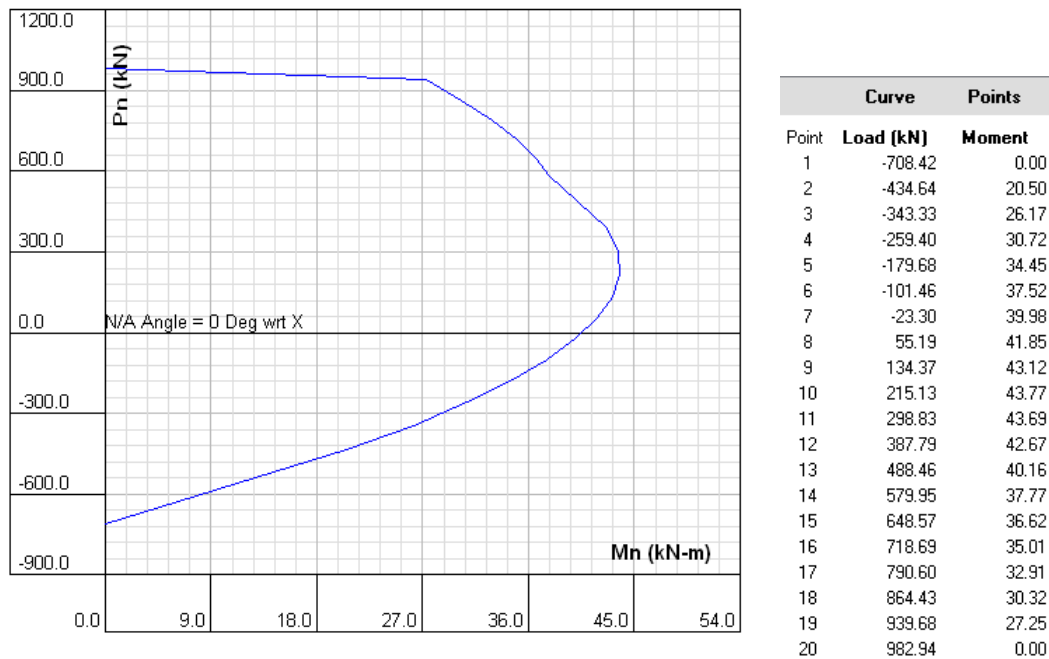


Figura 3.65. Modelo de Mander (concreto) + modelo elastoplástico (acero)

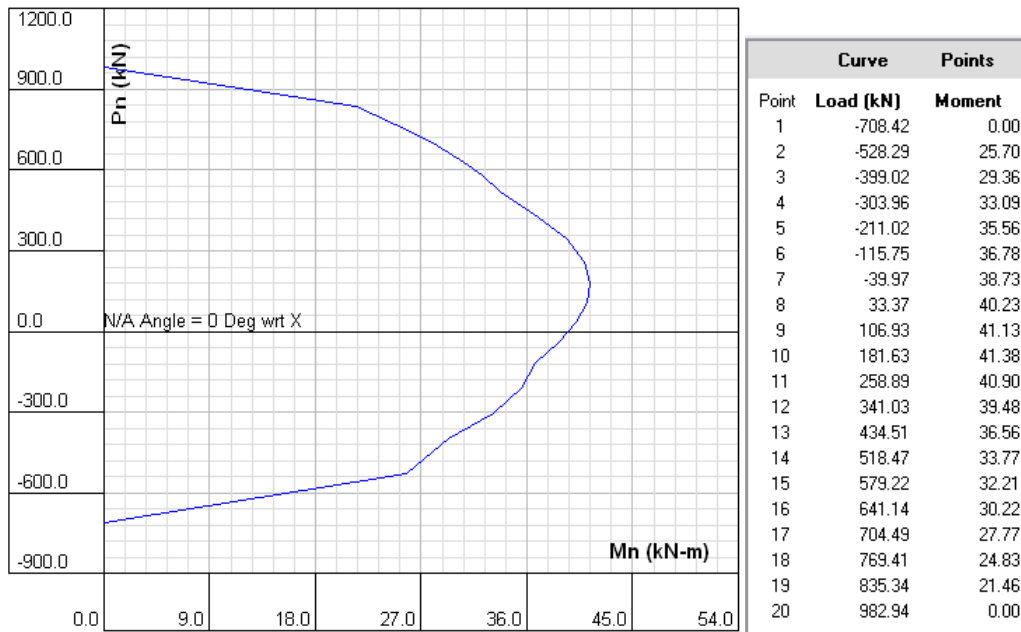


Figura 3.66. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo de Park (acero)

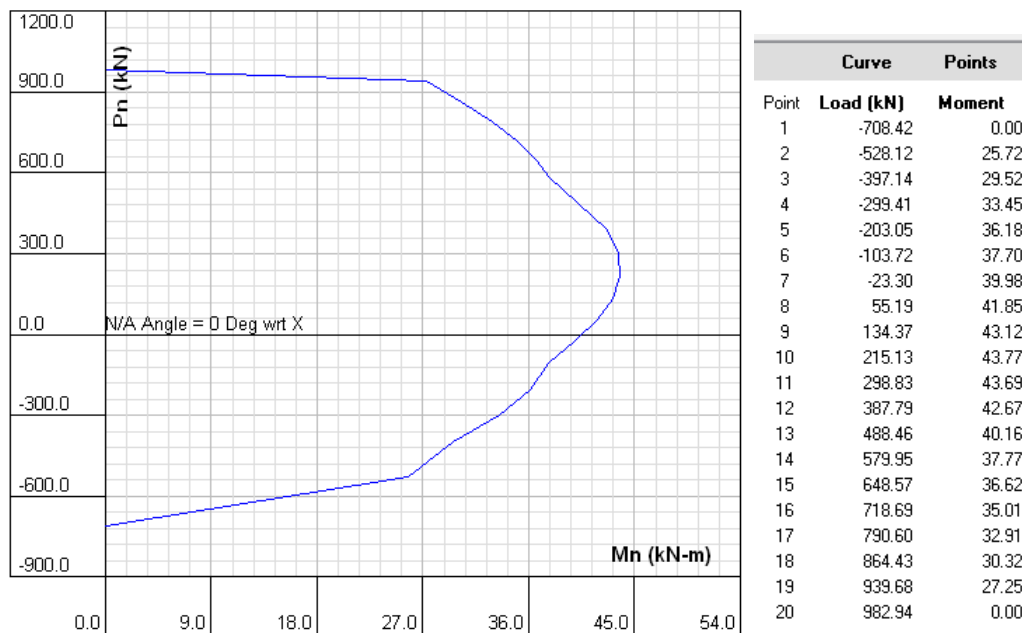


Figura 3.67. Modelo de Mander (concreto) + modelo de Park (acero)

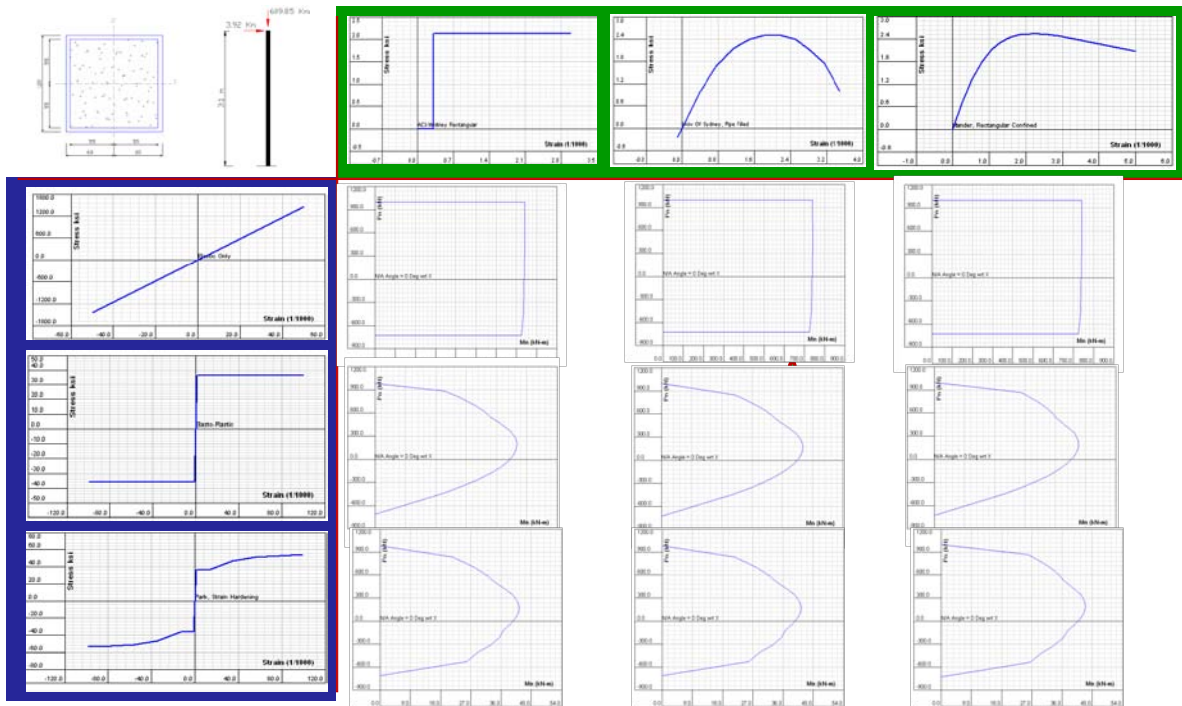


Figura 3.68. Comparación de la combinación de modelos de acero y concreto

III.3.2. FASE 2 – Estudio numérico tridimensional 3D de las columnas CCFT

III.3.2.a Trabajos preliminares para la modelación: calibración de los parámetros materiales

Calibración de los parámetros del concreto para el modelo de Mazars 3D

La calibración de los parámetros del modelo de Mazars A_c , A_t , B_c , B_t para la probeta cilíndrica que emula a las probetas convencionales que se prueban en laboratorios, se realizó a través de un procedimiento exactamente igual que como se realizó para la probeta cilíndrica de las columnas RCFT.

El único cambio obvio, es que las características de concreto que deseamos reproducir en esta ocasión son diferentes que para las columnas RCFT

Siendo el valor de resistencia a compresión del concreto f'_c igual a **31.85 Mpa**

Valor que se logro reproducir en la probeta cilíndrica, mediante los mismos procedimientos que para el cilindro de prueba de las columnas rectangulares estudiadas anteriormente.

Asi también se realizó la calibración de la probeta sometida a tensión, siendo el esfuerzo resistente a tensión f_t igual a **2.82 Mpa**.

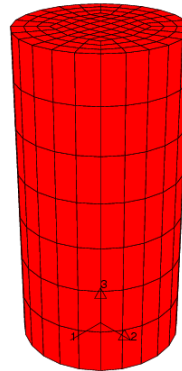


Figura 3.69. Modelado de un cilindro de concreto $f'_c = 31.85$ Mpa

III.3.2.b Introducción al Estudio de las columnas CCFT: C18-1, C18-3, C18-5

Durante esta fase, se realiza el modelado numérico en tercera dimensión de las columnas CCFT comentadas en la fase 1, esto en el programa FEAP, y se presentan los resultados encontrados, además, para la calibración de esfuerzos y desplazamientos, se toma uno de los especímenes, en este caso la columna 148 (C18-5) y se presentan sus resultados particulares.

Columna en estudio: **Col. No. 148**
Esp. No. **C18-5**

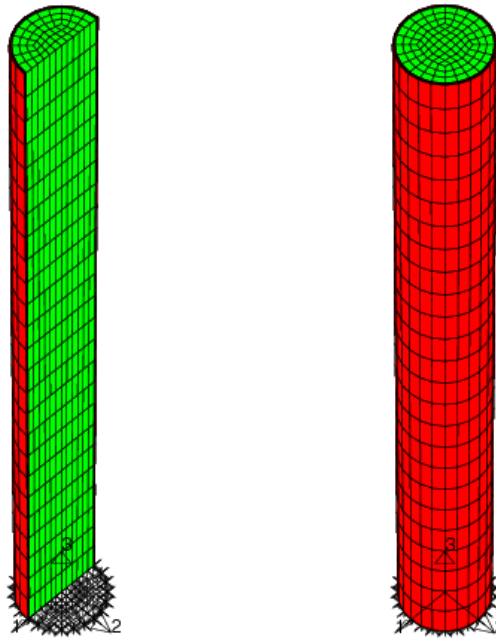


Figura 3.70. Topología y corte de columna C18-5 en tercera dimensión .

En el archivo de entrada al programa FEAP se introdujeron los valores específicos de carga y excentricidad que corresponden a la columna C18-5 y se presentan a continuación:

Acciones

$z1 = 1500$	Longitud de la columna (mm)
$ex = 103.3$	Excentricidad de la carga axial (mm)
$Pu = 330503$	Carga axial ultima (N)
$Fx = (ex \cdot Pu) / z1 = 22,760$	Fuerza lateral ultima que genera el Momento creado por $(Pu \cdot ex)$

Como siguiente paso se corrobora que los resultados de salida respecto a cargas, correspondan a introducidos en el archivo de entrada, a continuación se muestra que esto es correcto.

Reacciones

Nodal Reactions				
Pr.Sum	-2.2760E+04	2.6600E-07	3.3051E+05	OK
Sum	-1.7999E-10	-1.8460E-11	1.7326E-10	
Sum	1.3434E+06	8.4566E+05	1.1262E+06	

La fase anterior nos da la certeza de que los resultados presentados posteriormente, corresponden a las cargas aplicadas físicamente al espécimen de prueba.

III.3.2.c Estudio Elástico 3D

Esfuerzos y desplazamientos de columna C18-5 con comportamiento de Acero y Concreto Elástico Perfecto.

A continuación se presentan los resultados encontrados para la columna en estudio, pero manteniendo el comportamiento del acero y concreto elástico. El objeto de estos análisis es,

Primero, que da una visión aproximada del comportamiento del modelo y permite tener una idea de los resultados que se encontraran en la fase Inelástica.

El segundo motivo es realizar una calibración de modelos 3D con modelos 2D y el primer paso obligado es calibrar los modelos elásticamente, para así después pasar a la calibración Inelástica de los modelos de las columnas.

E s f u e r z o s

Tabla 3.20. Material: Concreto, Elástico, 3D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzos en la Dirección 1	-5.93	3.06
Esfuerzos en la Dirección 3	-39.0	20.4
Esf. Principales en la Dirección 1	-5.20	20.9
Esf. Principales en la Dirección 3	-39.7	2.49

Tabla 3.21. Material: Acero, Elástico, 3D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzo en la Dirección 1	-47.6	26.8
Esfuerzo en la Dirección 3	-345	191
Esf. Principal en la Dirección 1	-47.3	191
Esf. Principal en la Dirección 3	-345	26.7

D e s p l a z a m i e n t o s

Node	1 coord	2 coord	3 coord	1 Displ	2 Displ	3 Displ
401	0.0000E+00	0.0000E+00	1.5000E+03	1.2189E+01	-5.0436E-11	-5.7357E-01

III.3.3. FASE 3 – Estudio numérico bidimensional 2D de las columnas CCFT

Como se comento previamente, existen ciertos factores que favorecen el manejo de modelos en dos dimensiones, estos factores se comentan brevemente a continuación.

Los cálculos matemáticos en modelos en 3D son por mucho, mas costosos que los cálculos para modelos en 2D, y si a esto le sumamos el que los cálculos se están realizando en una computadora portátil convencional de 2G de RAM, motivo que forza a que los mallados no tengan mallas excesivamente finas para modelos en 3D, como las tendrían en el caso de contar con un equipo de súper computo. Pues por todo esto se hace necesario implementar los modelos en 2D, haciendo un meticuloso y cuidadoso proceso de revisión que asegure que los fenómenos que se presentaron en los modelos 3D, también se vean representados en los modelos 2D, sin que se pierda exactitud al instante de obtener resultados.

Es así como, después de varios artificios matemáticos, así como artificios de modelado, se presenta la siguiente analogía de modelos 3D con modelos 2D para las columnas CCFT, donde se hace un comparativo de resultados entre modelos 3D y 2D y se observa que estos últimos pueden ser utilizados para seguir con el estudio, solo en modo bidimensional, dejando de lado los modelos tridimensionales, sin que esto afecte la acertividad de resultados

Preliminares

El modelado numérico bidimensional que se presenta aquí es el del espécimen C18-5 (Col. No. 148) para así compararlo con el mismo modelo pero 3D.

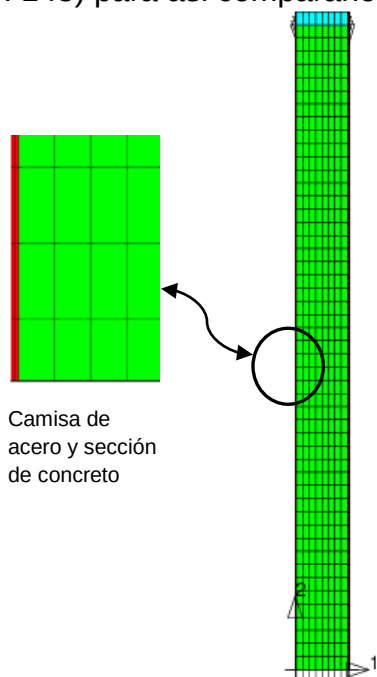


Figura 3.71. Topología y zoom de columna C18-5 en dos dimensiones

Antes que nada que se checa que correspondan los esfuerzos de los modelos 3D con los de los modelos 2D, de acuerdo a la siguiente tabla que muestra el comparativo de esfuerzos en el programa de computo FEAP.

Tabla 3.22. Homologación de esfuerzos en ambiente FEAP

3D			2D		
Stre, 1	Esfuerzo σ_{11}	Vs	Stre, 1	Esfuerzo σ_{11}	
Stre, 3	Esfuerzo σ_{33}	Vs	Stre, 2	Esfuerzo σ_{22}	
Pstr, 1	Esfuerzo Principal σ_{11}	Vs	Pstr, 1	Esfuerzo Principal σ_{11}	
Pstr,3	Esfuerzo Principal σ_{33}	Vs	Pstr,2	Esfuerzo Principal σ_{33}	

III.3.3.a Estudio Elástico 2D

Esfuerzos y desplazamientos de columna C18-5 con comportamiento de Acero y Concreto Elástico Perfecto, Modelo Bidimensional.

A continuación se presentan los resultados encontrados para la columna en estudio, manteniendo el comportamiento del acero y concreto elástico en todo momento.

E s f u e r z o s

Tabla 3.23. Material: Concreto, Elástico, 2D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	% de Distorsión	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)	% de Distorsión
Esfuerzos en la Direc. 1	-7.18		2.85	
Esfuerzos en la Direc. 2	-39.3	0.8%	16.5	
Esf. Princip. en la Direc. 1	-6.69		16.6	
Esf. Princip. en la Direc. 2	-39.7	0%	2.69	

Tabla 3.24. Material: Acero, Elástico, 2D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	% de Distorsión	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)	% de Distorsión
Esfuerzos en la Direc. 1	-103		47.5	
Esfuerzos en la Direc. 2	-383	11%	178	
Esf. Princip. en la Direc. 1	-99.9		179	
Esf. Princip. en la Direc. 2	-385	11%	46.3	

Desplazamientos**Node : 2**

1 coord	2 coord	1 Displ	2 Displ
0.0000E+00	1.5000E+03	1.2519E+01	2.8659E-01
(distorsion = 2.7 %)			

Notas de modelado:

Se buscaron varias opciones de modelado bidimensional que ofrecieran resultados confiables, hasta que se obtuvo la siguiente opción descrita en pasos:

Paso 1: Hacer un area de concreto equivalente que fuera de forma cuadrada, esto es, una sección que fuera de **bxb**, donde **b** es igual a **$A_c^{0.5}$**

Paso 2: El area de acero **As**, dividirla entre cuatro, y ese valor dividirlo entre b, esto dio los valores del perfil de camisa cuadrada equivalente que buscamos.

Ya que se encontró esta sección equivalente, se procedió a trabajar el modelo bidimensional con los datos obtenidos.

Cabe recordar que, como se comento en el caso de las columnas RCFT, el modelo bidimensional trabaja bajo las características de un modelo con “deformaciones planas” con espesor unitario (1mm), por lo que se realizo el dividir los valores de la carga axial y el momento flexionante, entre el valor “b” comentado en el Paso 1, comentado arriba.

Como si solo estuviéramos estudiando una franja unitaria de la columna de prueba. Esto dio buenos resultados.

Asi mismo se redistribuyo la carga axial, cargando proporcionalmente la sección transversal superior, esto, de acuerdo al correspondiente modulo de Young del acero y del concreto.

L =	1500	mm
-----	------	----

Carga Experimental Total		
Pu =	330,503	N
ex =	103.3	mm
Fx =	22,760	N

Cargas aplicadas en modelo
bilineal

	Tp = $A_c^{0.5}$	
Pu / Tp =	2,253	N
Fx / Tp =	155.14	N

III.3.3.b Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas C18-1, C18-3, C18-5, en dimensión 2.

Esta calibración se realiza debido a que las problemáticas de los efectos de malla que se presentan en modelos 3D, también se presentan en modelos bidimensionales, por lo que se re-calibra los parámetros A_t , A_c , B_t , B_c

Valores encontrados durante la Re-calibración de parámetros Para el modelo bidimensional

Exponencial para daño en compresión	Ac	1.6
Coefficiente de control de daño en compresión	Bc	2275
Exponencial para daño en tensión	At	0.95
Coefficiente de control de daño en tensión	Bt	5500

Para este ejercicio, mientras el concreto trabaja bajo leyes inelásticas de Mazars, el acero se hace trabajar bajo leyes elásticas perfectas, con el fin de agilizar los procesos de cálculo, esta consideración no afecta los resultados

A continuación, Se presentan las graficas que muestran el resultado de este ejercicio para elementos de concreto, en estas graficas se ve como los elementos tienen el comportamiento que se desea, tanto a tensión como a compresión para un concreto con $f'_c = 31.85 \text{ Mpa}$.

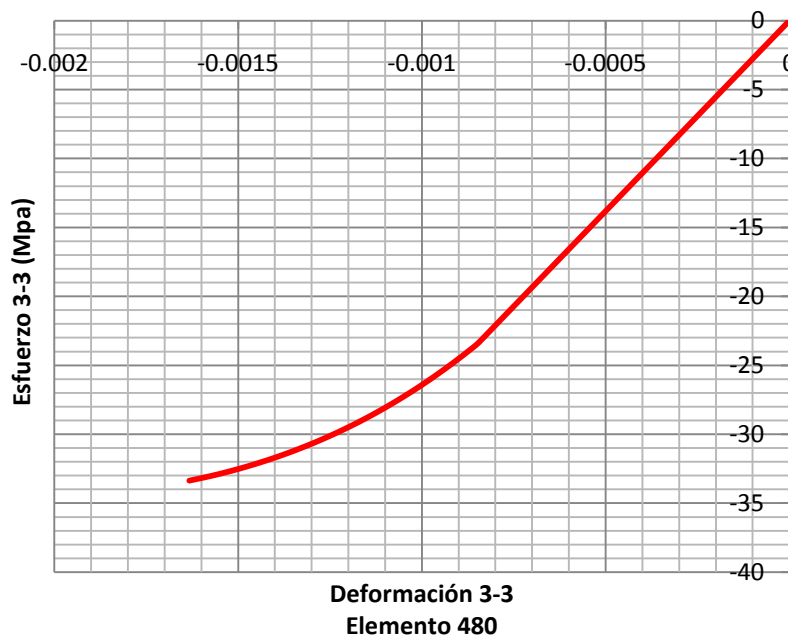


Figura 3.72. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 480, sometido a acciones de Compresión.

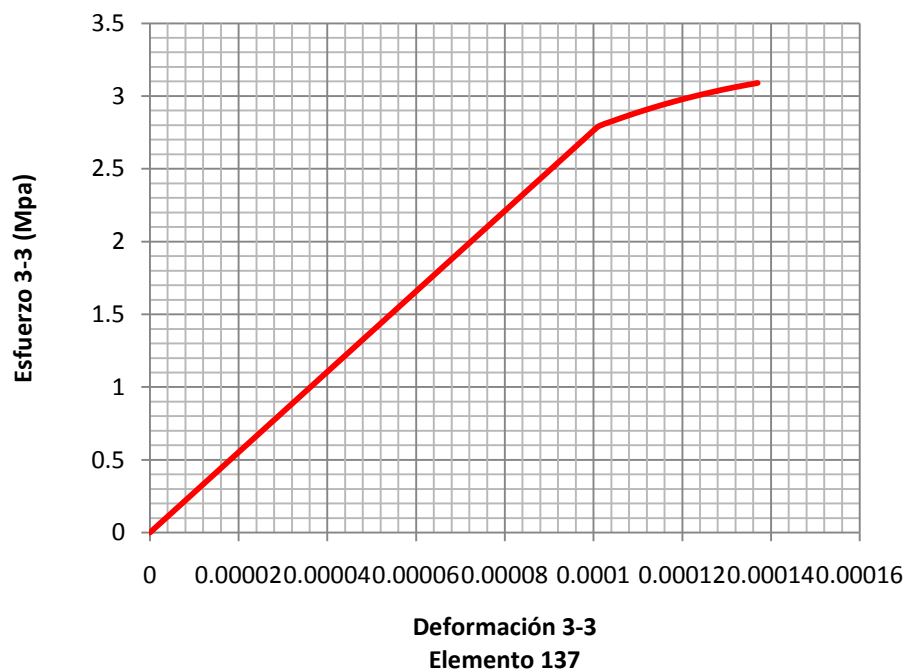


Figura 3.73. Curva esfuerzo-deformación para el elemento de concreto 137, sometido a acciones de Tensión.

III.3.3.c – Estudio Inelástico 2D

Esfuerzos, desplazamientos y daño de columna C18-5 con comportamiento Inelástico de Mazars para Concreto y Comportamiento Inelástico Von Mises para Acero

A continuación se presentan los resultados encontrados en los modelos bilineales para la columna en estudio, sometiendo al acero y al concreto a comportamientos inelásticos de material, lo cual nos arroja como resultados, valores de esfuerzos y desplazamientos que se comparan con los resultados obtenidos a partir de los modelos tridimensionales.

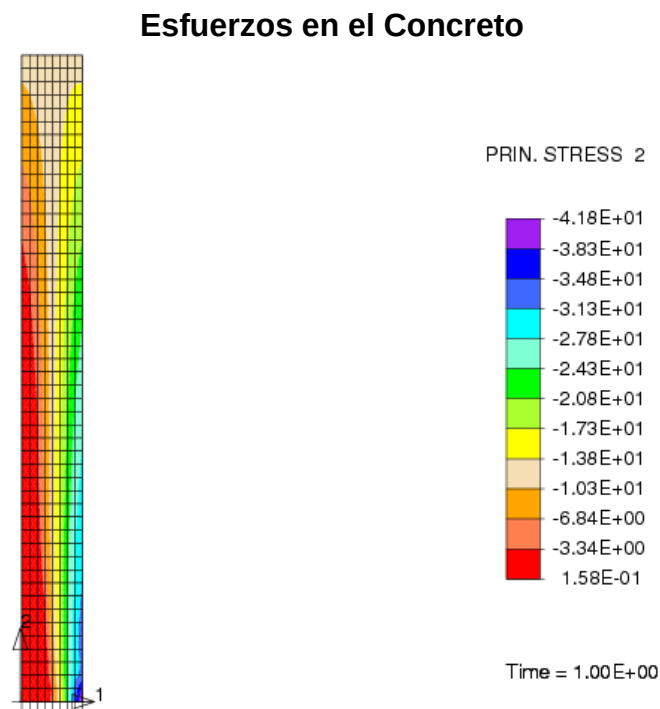


Figura 3.74. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 2) para Concreto.

Tabla 3.25. Material: Concreto, Inelástico, 2D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzos en la Direc. 1	-7.44	0.76
Esfuerzos en la Direc. 2	-41.1	2.83
Esf. Princip. en la Direc. 1	-6.98	3
Esf. Princip. en la Direc. 2	-41.8	0.16

Esfuerzos en el Acero

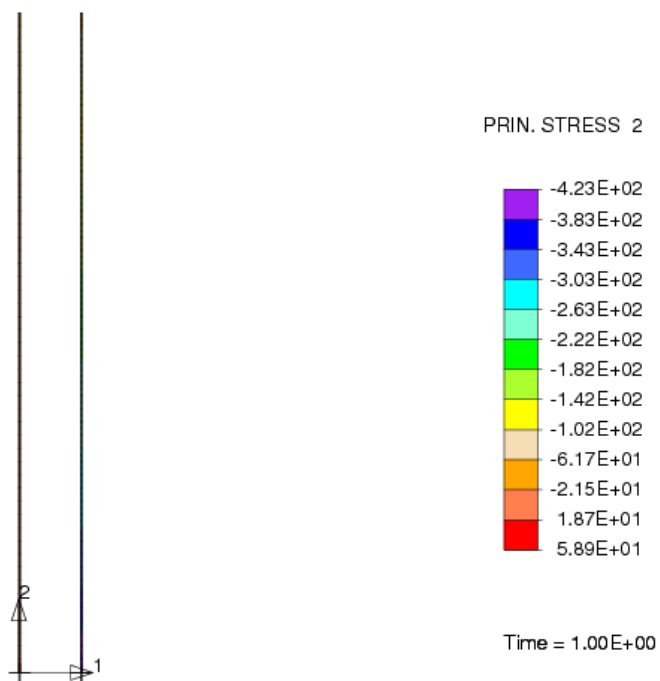


Figura 3.75. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 2) para Acero .

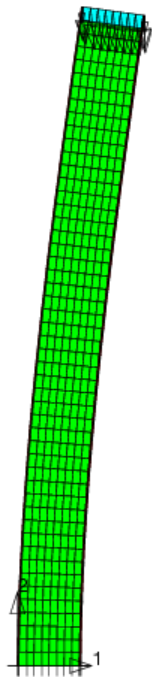
Tabla 3.26. Material: Acero, Inelástico, 2D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzo en la Dirección 1	-109	59.6
Esfuerzo en la Dirección 2	-421	228
Esf. Principal en la Dirección 1	-106	228
Esf. Principal en la Dirección 2	-423	58.9

Desplazamientos

Node : 2

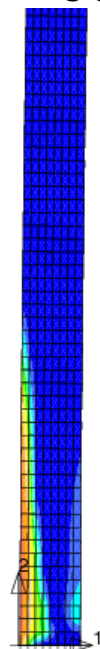
(localizado en la parte superior de la columna)



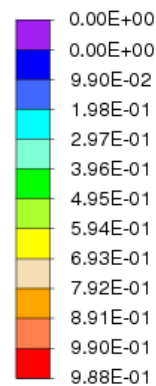
1 coord	2 coord
0.0000E+00	1.5000E+03

1 Displ	2 Displ
1.4381E+01	4.1373E-01

Figura 3.76. Configuración deformada de la col. sometida a las fzas. de Carga y Momento Último (esc. 10X).

Configuración de Daño

STRESS 5



Time = 1.00E+00

Figura 3.77. Configuración de daño en el concreto para la columna sometida a las fuerzas de Carga y Momento Último.

III.3.3.d Curva de Interacción P-M Para las columnas CCFT, a partir de los modelos Bilineales con comportamiento Inelástico:

Como se describió en la FASE 1, se estudiaron tres columnas CCFT con las mismas características geométricas y las mismas características de material, siendo la única diferencia, que cada columna falla con una carga axial experimental diferente, debido a que en cada prueba de laboratorio se aplicó dicha carga con un valor de excentricidad diferente.

Cada una de estas tres columnas CCFT (C18-1, C18-3, C18-5), fue estudiada y analizada de la misma manera en que fue estudiada en la FASE 1, FASE 2 y FASE 3, la columna C18-5, de la cual se estuvo presentando resultados en las páginas anteriores.

A partir de estos tres modelos bilineales y de cinco más con las mismas características de material y características geométricas, se trabajó para construir la curva de interacción del espécimen, con la configuración de sección transversal descrita al principio y con longitud de 1.5m.

La manera como se realizó esta curva fue la siguiente.

A cada uno de los tres mas cinco modelos bilineales se le respetaba la excentricidad, y se le iba incrementando la carga axial solamente, lo cual aumentaba automáticamente el momento de flexión, debido a que se definió que el acero trabajara bajo grandes transformaciones y el concreto se definió que trabajara bajo pequeñas deformaciones, hubo un momento exacto en que al incrementar la carga, el modelo ya no tendía hacia la convergencia, y por lo mismo el programa FEAP terminaba la corrida del modelo así como la ejecución del mismo software.

En ese preciso momento se anotó cual era la carga que provocaba la situación descrita, así como el momento correspondiente a esta carga, y se agregó a la lista de la tabla abajo mostrada. Misma tabla que al final de correr los tres más cinco modelos, nos ofreció información suficiente para trazar el diagrama de interacción P-M para la columna en estudio.

Tabla 3.27. Calculo de curva de interacción para columna CCFT en el rango Inelástico.

Columna	Carga axial Pexp (de falla en laboratorio)	Factor de amplificación (qq)	Carga axial amplificada = qq * Pexp	Excentricidad (ex)	Momento amplificado Mmax
	(kN)		(kN)	(mm)	(kN-m)
Columna sometida a Compre- sión			960	0	0
C18-1	741.52	1.184	878	21	18.2
C18-3	460.39	1.244	573	62	35.5
C18-5	330.503	1.227	406	103	41.9
			287	150	43.0
			227	200	45.4
			181	250	45.3
Columna sometida a Tensión			-468	0	0

En esta tabla se presenta el factor de amplificación de carga axial “qq” que es por el que se factoriza la carga experimental de falla en laboratorio “Pexp” con el fin de que al mismo tiempo se incremente el momento flexionante (la excentricidad queda constante)

Esta grafica checa con la grafica que se calcula con la norma AISC-2005 para columnas compuestas, prácticamente es la misma, lo que nos dice que podría ser usada en la práctica diaria del ingeniero estructurista.

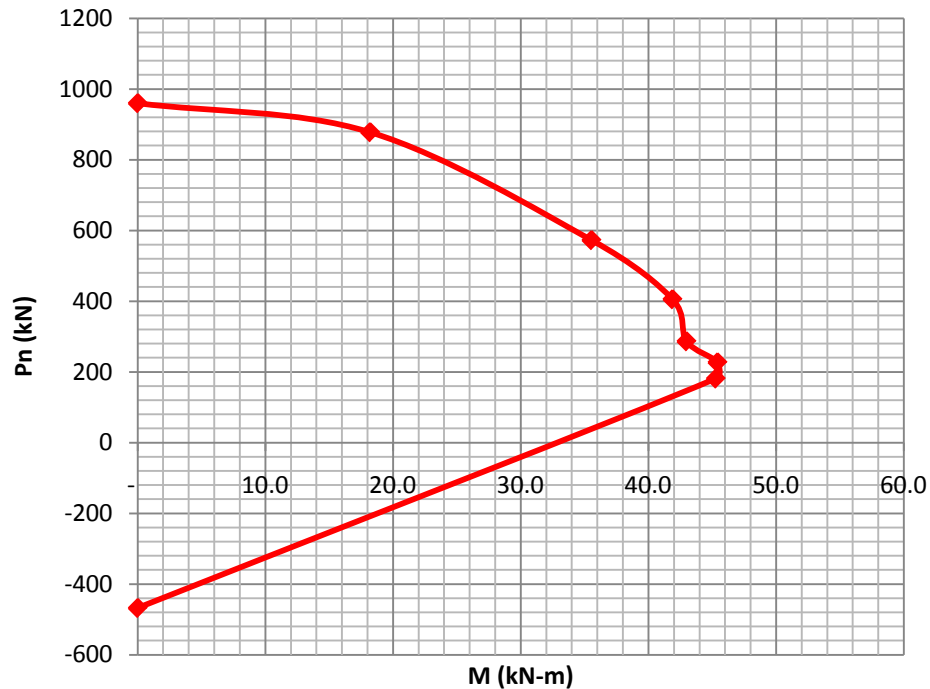


Figura 3.78. Curva de Interacción P-M para columnas CCFT en estudio, con comportamiento inelástico.

El trazo de la curva arriba mostrada, se compara con las curvas realizadas en la FASE 1, por medio del reglamento AISC 2005 y por medio del programa de computo Section Builder v8 y satisfactoriamente vemos que da resultados muy cercanos, lo cual ofrece una opción más, que aunque quizás no nueva, si diferente, con la cual se puede, bien hacer comparativos entre curvas y/o en el caso de no contar con el programa de computo comercial o con el AISC 2005, se puede realizar la curva de interacción mediante el programa de elemento finito FEAP, el cual tiene la ventaja de no ser comercial y los resultados obtenidos son confiables para el uso en el desarrollo de cálculos estructurales.

III.4 ESTUDIO NUMÉRICO DE COLUMNAS DE ACERO CON CAMISA DE CONCRETO SRC

III.4.1. FASE 1- Trabajos preliminares de columnas SRC

a) Selección de las pruebas experimentales de referencia

Para el estudio de las columnas de acero con camisa de concreto o SRC, se tomaron como referencia algunos de los especímenes de laboratorio, probados y documentados en la tesis de D. K. Kim (Kim, 2005); dichas pruebas se documentan en la “Tabla A-2-SRC Beam-Column Data base” y aquí la renombramos como Tabla 3.28.

Tabla 3.28. Características Geométricas y Materiales de especímenes en estudio.

Col. No.	Spec. No.	Fy (ksi)	f'c (ksi)	Fyr (ksi)	Sección de acero	Ac (in ²)	As (in ²)	Ar (in ²)	h1 (in)	h2 (in)	kl (in)	P _{exp} (k)	ex (in)
56	V31	37.8	5.9	60.9	HE200B	108.46	12.11	0.95	11.02	11.02	118	383.8	3.94
57	V32	37.8	5.9	60.9	HE200B	108.46	12.11	0.95	11.02	11.02	118	506.5	2.36
58	V33	37.8	5.9	60.9	HE200B	108.46	12.11	0.95	11.02	11.02	118	294.1	6.3

Para la selección de las columnas se tomaron en cuenta dos criterios: el primero, fue la cantidad de especímenes probados con las mismas características materiales y geométricas; el segundo, fue la representatividad basada en la longitud y las relaciones geométricas del espécimen, descontando de antemano aquellos especímenes con problemas de esbeltez. En la tabla 3.29 se desglosa la nomenclatura de las columnas seleccionadas.

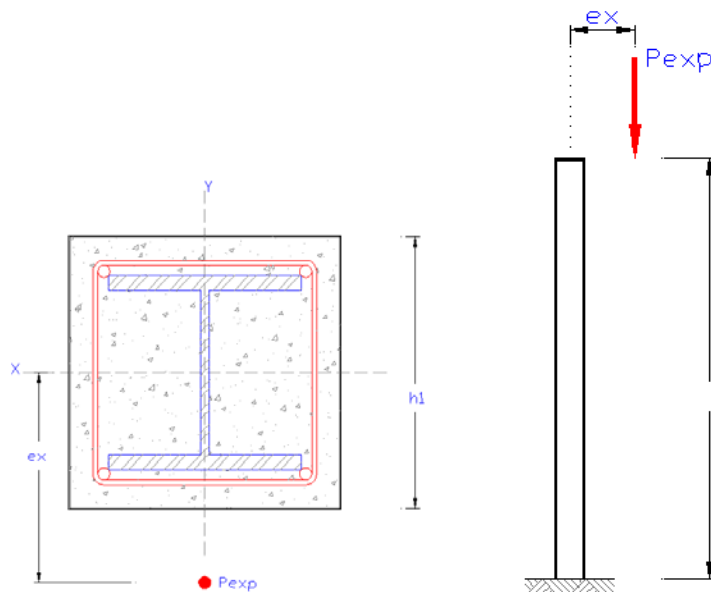
Tabla 3.29. Nomenclatura de columnas en estudio

Col. No.	Spec. No.
56	V31
57	V32
58	V33

A continuación, en la tabla 3.30 se listan las características de los especímenes seleccionados:

Tabla 3.30. Características Geométricas y Materiales de los especímenes.

Esfuerzo de fluencia del acero	F_y	260.62	Mpa
Esfuerzo de resistencia a compresión del concreto	f'_c	40.68	Mpa
Esfuerzo de fluencia de varillas	F_{yr}	419.89	Mpa
Dimensiones de concreto	$h_1 \times h_2$	280 x 280	mm
Perfil de acero		HE 200 B	
Varillas de acero		4 vs No. 4	
Relación estribos	ρ_{ss}	0.15	
Área de concreto de la sección transversal	A_c	69,974	mm ²
Área de acero de la sección transversal	A_s	7,813	mm ²
Longitud efectiva	k_l	3,000	mm
K efectiva	K	2	
Longitud	L	1,500	mm
Carga axial última. Varía según el espécimen	P_{exp}	1,308,222 N	Solo col No. 58 V33
Excentricidad. Varía según el espécimen	e_x	160 mm	Solo col No. 58 V33

**Figura 3.79. Sección transversal y elevación de las columnas en estudio.**

En lo que se refiere a las condiciones límites, estas columnas fueron empotradas en la base y sometidas a una carga axial excéntrica, tal y como se aprecia en la Figura 3.79. Por otra parte, los resultados experimentales de carga última y momento último obtenidos se presentan tanto en la Tabla 3.31 como en la gráfica de la figura 3.80.

Tabla 3.31. Carga Ultima y Momento Ultimo para las columnas SRC.

Col. No.	Spec. No.	Carga Ultima (P _{exp}) (KN)	Excentricidad (ex) (mm)	Momento Ultimo (M _{max}) (KN-m)
56	V31	1,707.23	100	170.85
57	V32	2,253.02	60	135.06
58	V33	1,308.22	160	209.34

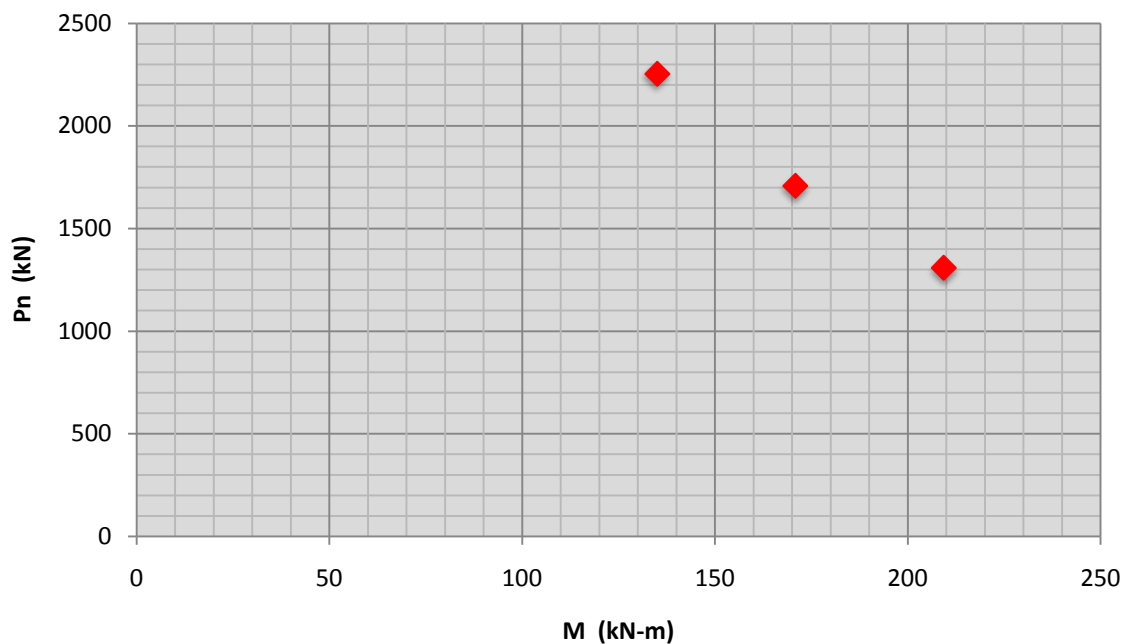


Figura 3.80. Grafica Carga vs Momento Ultimo para columnas SRC de la tabla 3.31.

b) Revisión de la capacidad de carga según el AISC 2005

Una vez seleccionados los especímenes representativos para el tipo de columna SRC, se procedió a revisarlas de acuerdo a los lineamientos y previsiones del AISC-2005 (fórmulas 12 a la 15), construyendo los respectivos diagramas de carga última vs. Momento último. Los cálculos se presentan a continuación.

Diagrama de interacción de SRC Viga-Columna**Columnas Número 56, 57 y 58;****Spec.No. V31, V32 y V33**

Datos:

$h_1 = h_2 =$	280	mm
$b = h =$	200	mm
$t_w =$	9	mm
$t_f =$	15	mm
$KL =$	3,000	mm
$F_y =$	260.62	Mpa
$f'_c =$	40.68	Mpa
$f_{yr} =$	419.89	Mpa
$h_c =$	250	mm
$A_s =$	7812.89	mm ²
$A_c =$	69974.06	mm ²
$A_g =$	77787.0	mm ²
$A_{sr} =$	6,761,256	mm ²
$E_s =$	516.0	Mpa
$E_c =$	200,000.0	Mpa
$I_s =$	29,977.0	mm ⁴
$I_c =$	56,960,000	mm ⁴
$I_{sr} =$	512,213,333	mm ⁴
$I_g =$	5,639,957	mm ⁴

10.04 % de A_s

OK, CUMPLE CON EL 1% MINIMO DE AREA DE ACERO
Con respecto al área de la sección transversal

Punto A

$M_A =$	0		
$C_1 =$	0.3		
$C_3 =$	0.80		
$EI_{eff} =$	1.656E+13	N-mm ²	ec. I2-15
$P_0 =$	4,672,422	N	ec. I2-14
$P_e =$	18,162,686	N	
$P_0 / P_e =$	0.257		ec. I2-13
$P_{n-A} =$	4,195,463	N	ec. I2-5

Punto B

$P_B =$	0
$Z_{SB} =$	74,469 mm ³
$Z_{CB} =$	620,577 mm ³
$M_B =$	195,928,086 N-mm
$h_n =$	49.82

Punto C

$P_C =$	2,419,563 N
$M_C =$	195,928,086 N-mm

Punto D

$P_D =$	1,209,782 N
$Z_r =$	56244 mm ³
$Z_s =$	558,443 mm ³
$Z_c =$	3,291,564
$M_D =$	226,065,419 N-mm

Puntos del Diagrama de Interaccion

Punto	Mn (N-mm)	Pn (N)
A	0	4,195.46
C	195.93	2,419.56
D	226.07	1,209.78
B	195.93	0

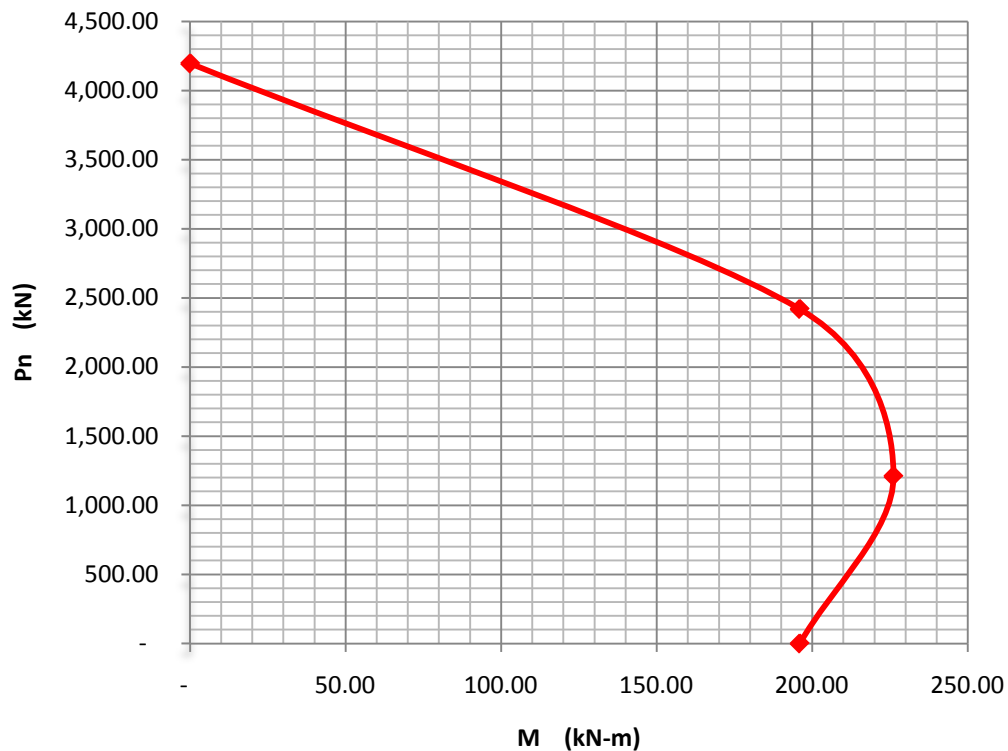


Fig. 3.81. Diagrama de interacción de capacidad de carga de las col. SRC V31, V32, V33 mediante AISC 2005.

c) Construcción de las curvas de interacción de capacidad de carga basadas en el programa SECTION BUILDER V. 8.

Para la evaluación de la capacidad de carga de las secciones SRC anteriormente descritas, se construyeron diversas curvas de interacción mediante la combinación de los diferentes modelos no lineales de los materiales disponibles en el programa **Section Builder**. Para el concreto se utilizaron los siguientes modelos:

- Rectángulo de Whitney – ACI
- Parabólico PCA
- Concreto no confinado de Mander

Para el acero estructural se utilizaron los siguientes modelos:

- Elástico
- Elasto-plástico perfecto
- Elasto-plástico con endurecimiento por deformación de Park.

La descripción de los modelos arriba mencionados, se realizó anteriormente en este mismo trabajo de tesis

Curvas de interacción de capacidad de carga

Las gráficas siguientes son el resultado de la combinación de los modelos mencionados previamente. En ellas puede observarse la relación que guardan carga última vs. momento último, y en particular resalta el hecho de que cuando se combina cualquier modelo no lineal de concreto con un modelo elástico de acero, se obtiene una curva semejante a un rectángulo, en lugar de la típica forma parabólica; por otra parte, puede observarse también que con esta combinación, el modelo lineal de concreto no tiene ninguna influencia en dicha curva, ya que en los tres casos se obtiene la misma configuración, debido probablemente a que el acero estructural alcanza elástico el límite de fluencia antes que el concreto y no permite que este último incurra en el rango inelástico, además cabe mencionar que el momento último resistente utilizando el acero estructural con comportamiento elástico es mucho mayor que utilizando modelos inelásticos de acero.

Todas las gráficas son sin factores de reducción “ ϕ ”

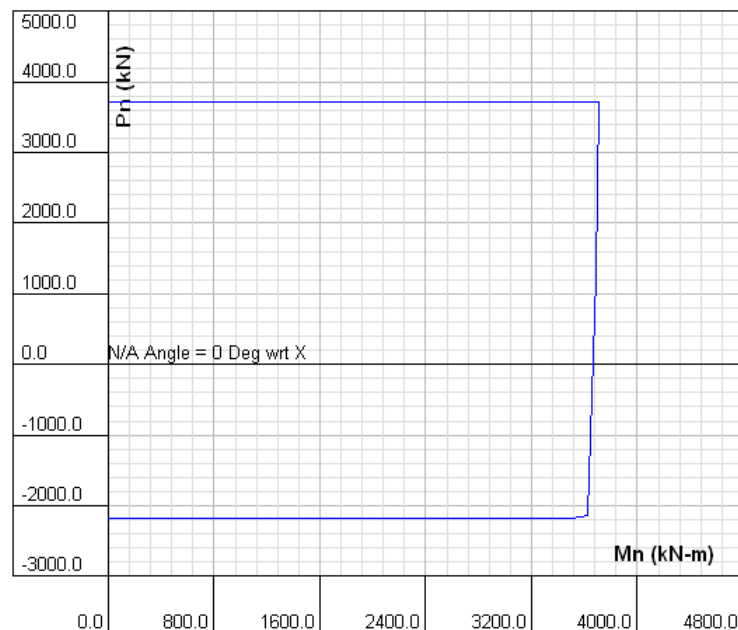


Figura 3.82. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elástico (acero)

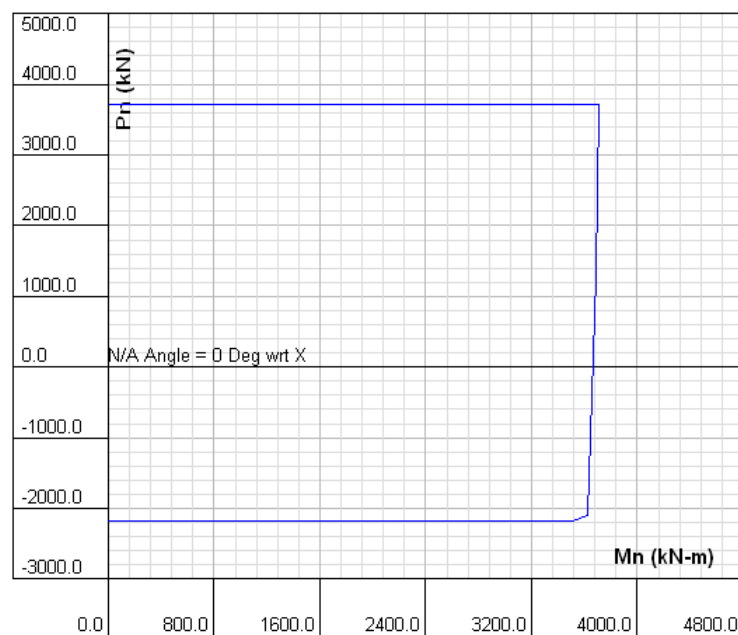


Figura 3.83. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo elástico (acero)

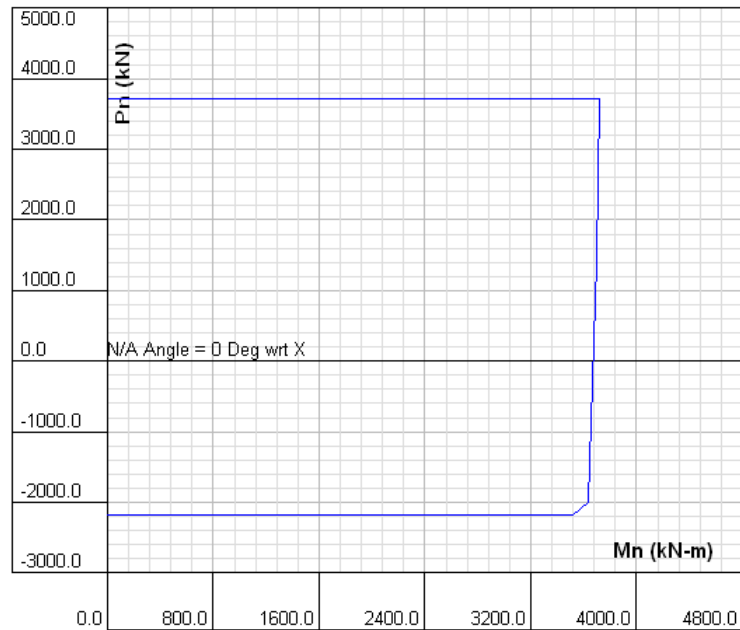


Figura 3.84. Modelo de Mander (concreto) + modelo elástico (acero)

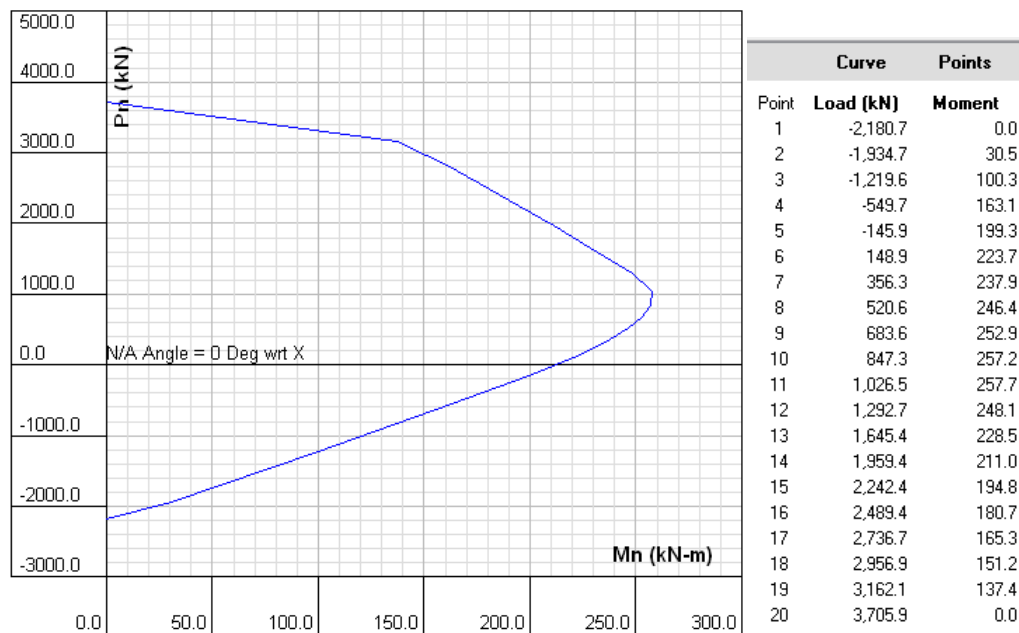


Figura 3.85. Modelo rectángulo de Whitney (concreto) + modelo elastoplástico (acero)

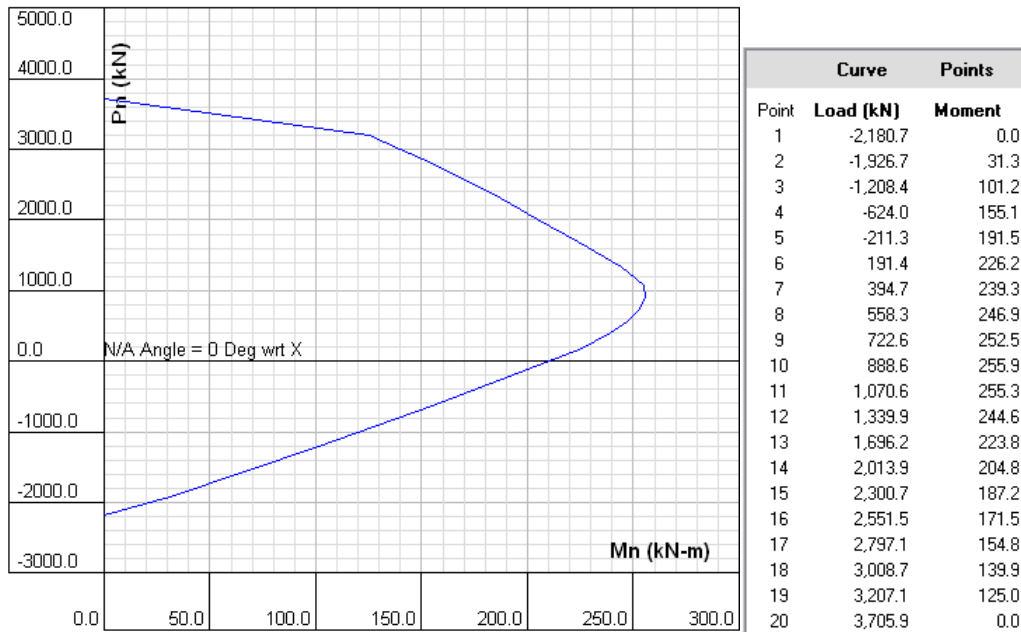


Figura 3.86. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo elastoplástico (acero)

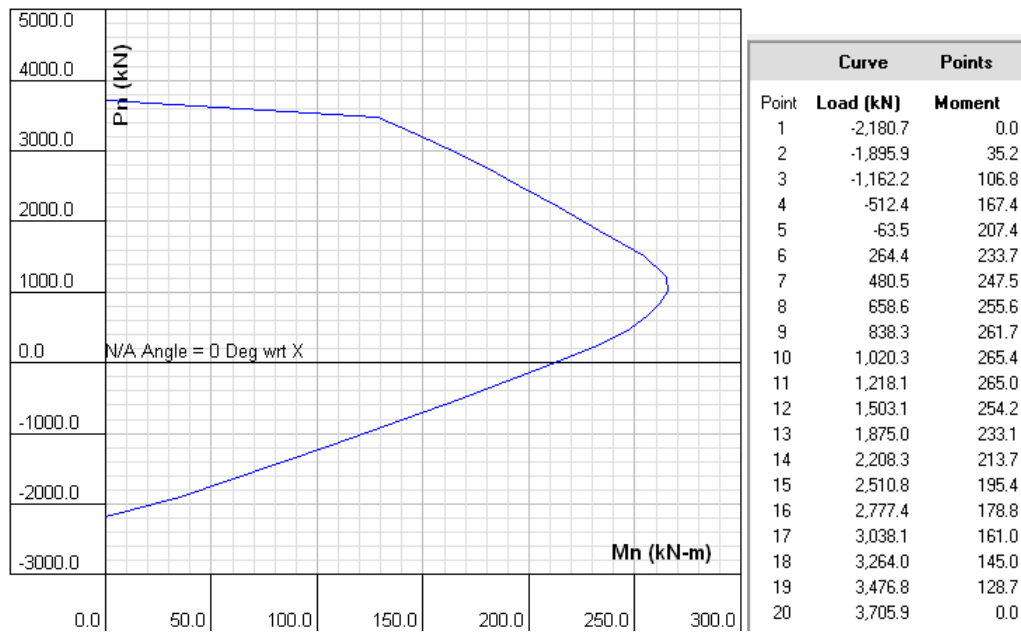


Figura 3.87. Modelo de Mander (concreto) + modelo elastoplástico (acero)

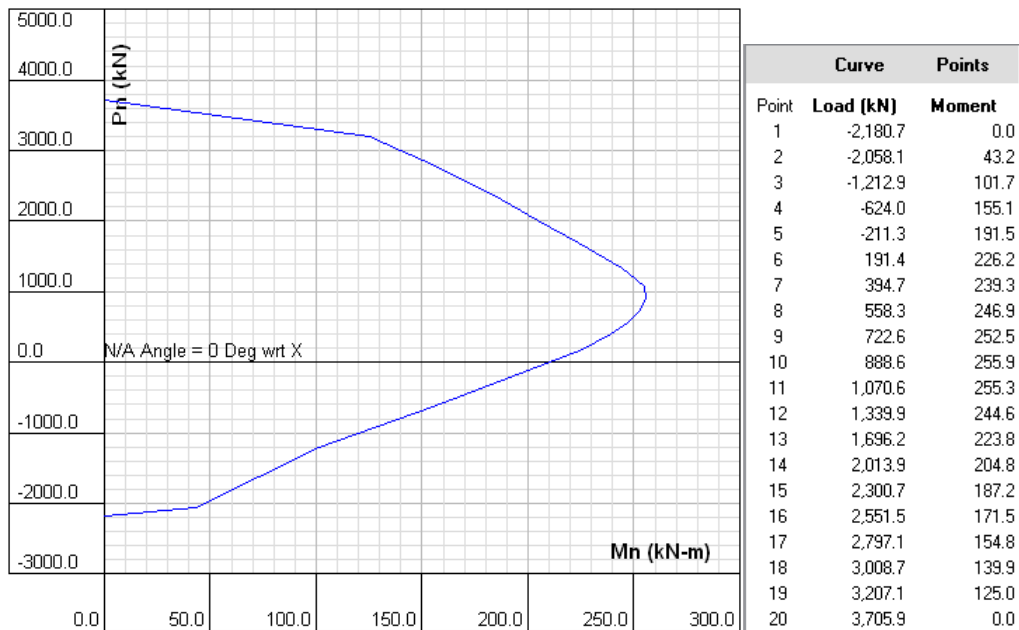


Figura 3.88. Modelo parabólico PCA (concreto) + modelo de Park (acero)

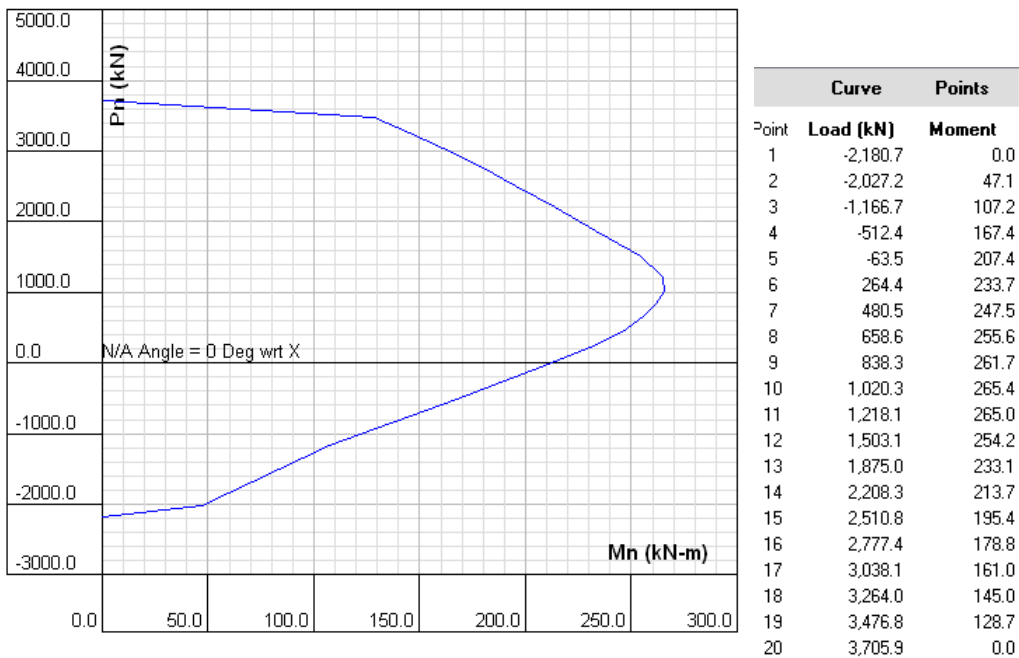


Figura 3.89. Modelo de Mander (concreto) + modelo de Park (acero)

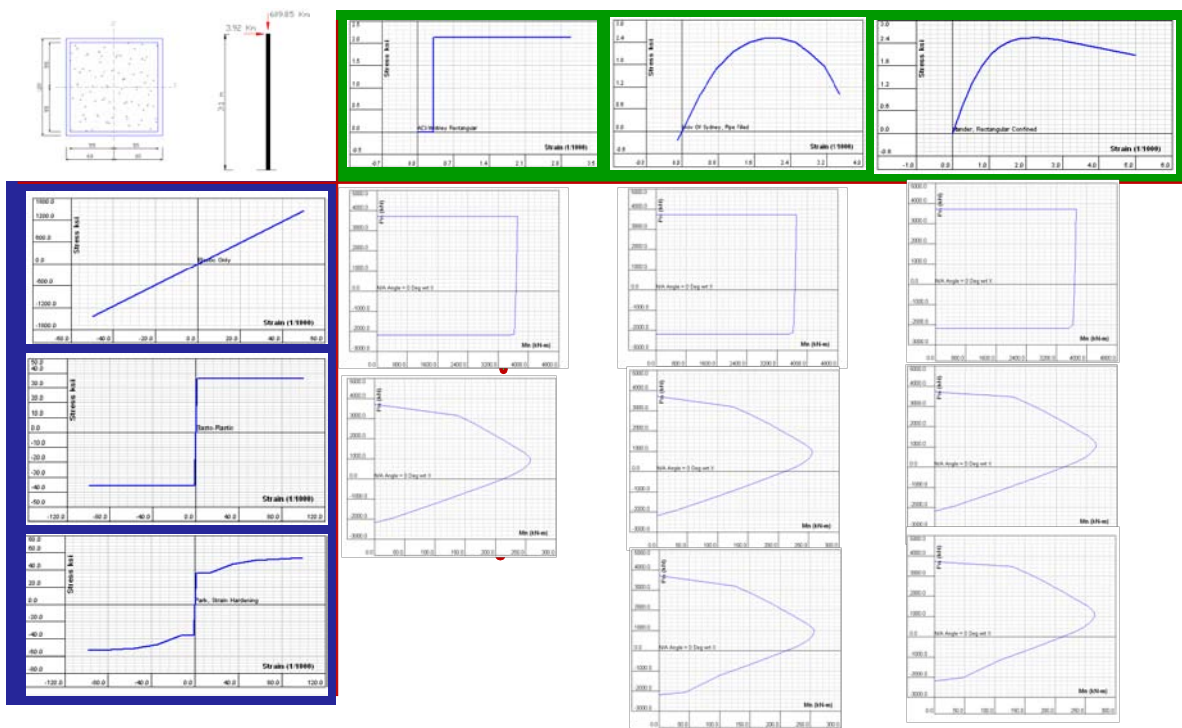


Figura 3.90 Comparación de la combinación de modelos de acero y concreto

III.4.2. FASE 2 – Estudio numérico tridimensional 3D de las columnas SRC

III.4.2.a Trabajos preliminares para la modelación: calibración de los parámetros materiales

Calibración de los parámetros del concreto para el modelo de Mazars 3D

La calibración de los parámetros del modelo de Mazars A_c , A_t , B_c , B_t para la probeta cilíndrica que emula a las probetas convencionales que se truenan en laboratorios, se realizó a través de un procedimiento exactamente igual que como se realizó para la probeta cilíndrica de las columnas SRC.

El único cambio obvio, es que las características de concreto que deseamos reproducir en esta ocasión son diferentes que para las columnas SRC

Siendo el valor de resistencia a compresión del concreto f'_c igual a **40.68 Mpa**

valor que se logró reproducir en la probeta cilíndrica, como ya se dijo, mediante los mismos procedimientos que para el cilindro de prueba de las columnas rectangulares estudiadas anteriormente.

Así también se realizó la calibración de la probeta sometida a tensión, siendo el esfuerzo resistente a tensión f_t igual a **3.20 Mpa**.

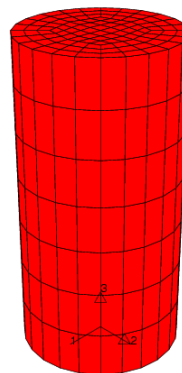


Figura 3.91. Modelado de un cilindro de concreto $f'_c = 31.85$ Mpa

III.4.2.b Introducción al estudio de las columnas SRC: V31, V32, V33.

Durante esta fase, se realiza el modelado numérico en tercera dimensión de las columnas SRC comentadas en la fase 1, esto en el programa FEAP, y se presentan los resultados encontrados, además, para la calibración de esfuerzos y desplazamientos, se toma uno de los especímenes, en este caso la columna 58 (V33) y se presentan sus resultados particulares.

Columna en estudio: **Col. No. 58
(V33)**

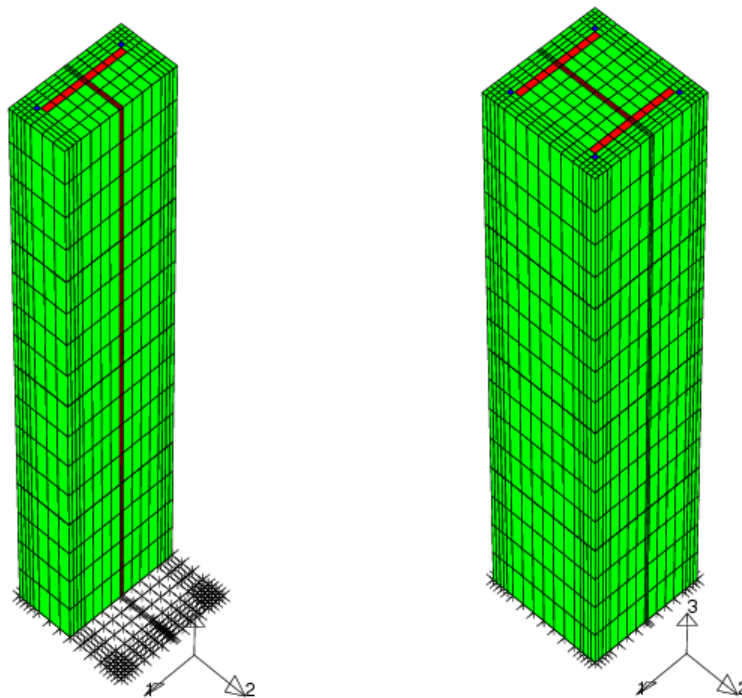


Figura 3.92. Topología y corte de columna V33 en 3D .

En el archivo de entrada al programa FEAP se introdujo los valores específicos de carga y excentricidad que corresponden a la columna **V33** y se presentan a continuación:

Acciones

$z1 = 1500$	Longitud de la columna (mm)
$ex = 160$	Excentricidad de la carga axial (mm)
$Pu = 1,308,222$	Carga axial ultima (N)
$Fx = (ex*Pu)/z1 = 139,544$	Fuerza lateral ultima que genera el Momento creado por $(Pu*ex)$

Como siguiente paso se corrobora que los resultados de salida respecto a cargas, correspondan a introducidos en el archivo de entrada, a continuación se muestra que esto es correcto.

Reacciones

Nodal Reactions				
Pr.Sum	-1.3986E+05	1.9586E-07	1.3054E+06	OK!
Sum	2.4902E-10	1.9900E-10	3.8501E-09	
Sum	1.0944E+06	2.0962E+06	4.1913E+06	

La fase anterior nos da la certeza de que los resultados presentados posteriormente, corresponden a las cargas aplicadas físicamente al espécimen de prueba.

III.4.2.c Estudio Elástico 3D

Esfuerzos y desplazamientos de columna V33 con comportamiento de Acero y Concreto Elástico Perfecto.

Se presentan los resultados encontrados para la columna en estudio, manteniendo el comportamiento del acero y concreto elástico en todo momento, este paso es muy importante por lo siguiente.

Da una visión aproximada del comportamiento del modelo y permite tener una idea de los resultados que se encontraran en la fase Inelástica.

E s f u e r z o s

Tabla 3.32. Material: Concreto, Elástico, 3D

	Esf. Mínimo	Esf. Máximo
	Compresión, Mpa	Tensión, Mpa
Esfuerzos en la Dirección 1	-8.87	5.01
Esfuerzos en la Dirección 3	-56.3	32.1
Esf. Principales en la Dirección 1	-8.1	32.6
Esf. Principales en la Dirección 3	-57.1	4.6

Tabla 3.33. Material: Acero Estructural, Elástico, 3D

	Esf. Mínimo	Esf. Máximo
	Compresión, Mpa	Tensión, Mpa
Esfuerzo en la Dirección 1	-48.2	21.7
Esfuerzo en la Dirección 3	-269	118
Esf. Principal en la Dirección 1	-41.9	118
Esf. Principal en la Dirección 3	-270	19.4

Tabla 3.34. Material: Varillas de refuerzo, Elástico, 3D

	Esf. Mínimo	Esf. Máximo
	Compresión, Mpa	Tensión; Mpa
Esfuerzo en la Dirección 1	-51.5	72.4
Esfuerzo en la Dirección 3	-301	148
Esf. Principal en la Dirección 1	-46.5	149
Esf. Principal en la Dirección 3	-301	23.7

D e s p l a z a m i e n t o s

Node	1 coord	2 coord	3 coord	1 Displ	2 Displ	3 Displ
3623	0.0000E+00	0.0000E+00	1.5000E+03	7.8499E+00	-3.5247E-12	-5.2101E-01

III.4.2.d Calibración de parámetros del modelo de Mazars para Concreto para las columnas V31, V32, V33, en dimensión 3.

Como se comentó anteriormente, el modelo de comportamiento inelástico de Mazars, presenta un efecto de malla, el cual consiste en que, los parámetros A_c , A_t , B_c , B_t que rigen esta formulación, varían de acuerdo a las dimensiones propias de la malla de cada modelo. Es por esto, que en base a ejercicio de calibración presentado para la probeta cilíndrica a compresión con $f'_c = 40.68 \text{ Mpa}$ se efectuó una re-calibración en base a los procedimientos efectuados para las columnas RCFT y CCFT.

Quedando los parámetros con los siguientes valores

Valores encontrados durante la Re-calibración de parámetros

Exponencial para daño en compresión	A_c	1.7
Coefficiente de control de daño en compresión	B_c	1500
Exponencial para daño en tensión	A_t	0.95
Coefficiente de control de daño en tensión	B_t	4650

Para este ejercicio, mientras el concreto trabaja bajo leyes inelásticas de Mazars, el acero se hace trabajar bajo leyes elásticas perfectas, con el fin de agilizar los procesos de cálculo, esta consideración no afecta los resultados

III.4.2.e Estudio Inelástico 3D

Esfuerzos, desplazamientos y daño de columna V33 con comportamiento Inelástico de Mazars para Concreto y Comportamiento Inelástico Von Mises para Acero

A continuación se presentan los resultados encontrados para la columna en estudio, ahora sometiendo al acero y al concreto a comportamientos inelásticos de material, lo cual nos arroja como resultados, valores de esfuerzos y desplazamientos más apegados a las pruebas de laboratorio en columnas físicas.

Esfuerzos en el Concreto

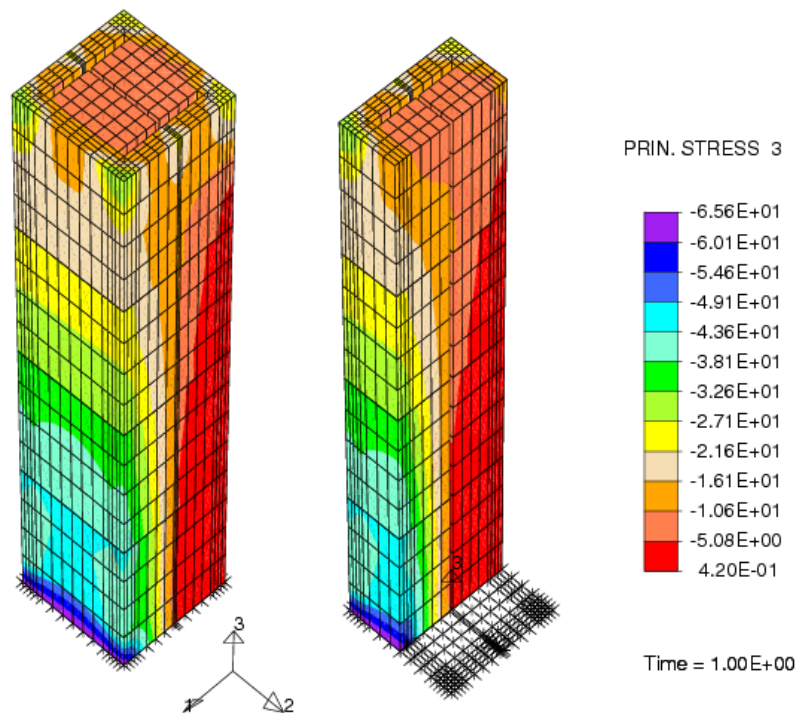


Figura 3.93. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 3) para Concreto.

Tabla 3.35. Material: Concreto, Inelástico, 3D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzos en la Dirección 1	-10	1.92
Esfuerzos en la Dirección 3	-64.5	4.08
Esf. Principales en la Dirección 1	-8.82	6.65
Esf. Principales en la Dirección 3	-65.6	0.42

Esfuerzos en el Perfil de Acero

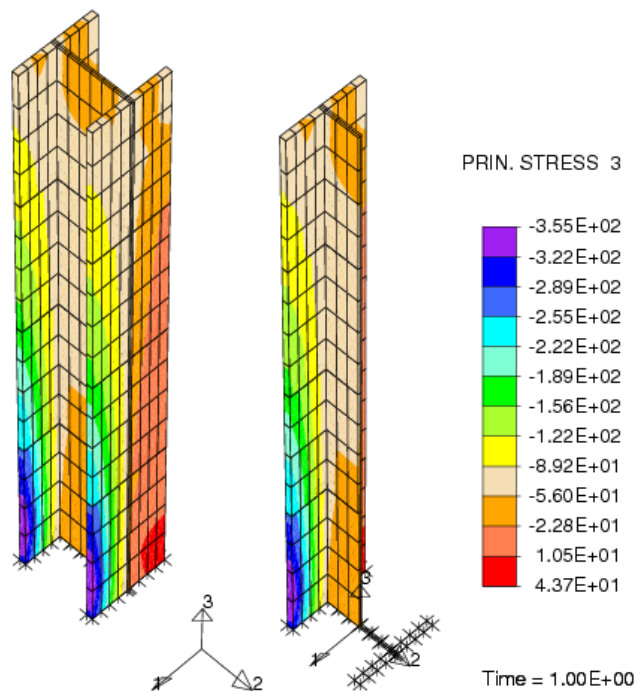


Figura 3.94. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 3) para el Perfil de Acero .

Tabla 3.36. Material: Acero Estructural, Inelástico, 3D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzo en la Dirección 1	-60.4	48.3
Esfuerzo en la Dirección 3	-354	301
Esf. Principal en la Dirección 1	-51.8	301
Esf. Principal en la Dirección 3	-355	43.7

Esfuerzos en las varillas de Acero de Refuerzo

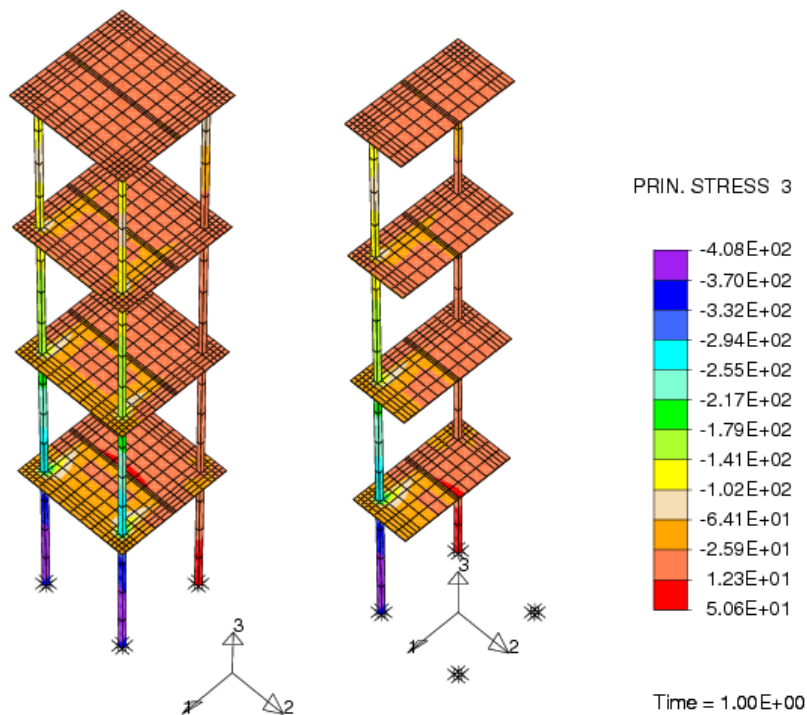


Figura 3.95. Esfuerzos Principal en la dirección vertical (dirección 3) para las varillas de Acero de Refuerzo.

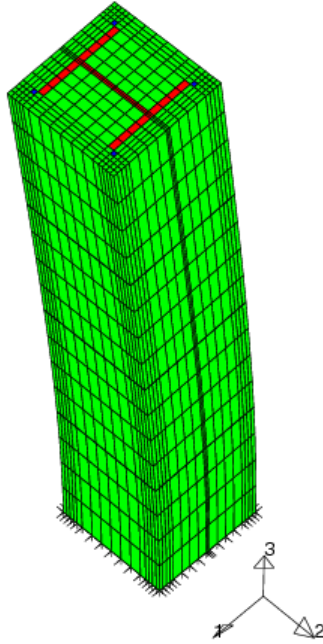
Tabla 3.37. Material: Varillas de refuerzo, Inelástico, 3D

	Esf. Mínimo (Compresión) (Mpa)	Esf. Máximo (Tensión) (Mpa)
Esfuerzo en la Dirección 1	-64.4	85.8
Esfuerzo en la Dirección 3	-408	352
Esf. Principal en la Dirección 1	-58.1	352
Esf. Principal en la Dirección 3	-408	50.6

Desplazamientos

Node : 3623

(localizado en la parte superior de la columna)



1 coord	2 coord	3 coord
0.00E+00	0.00E+00	1.50E+03

1 Displ	2 Displ	3 Displ
1.1918E+01	-1.0319E-11	-4.7700E-01

Figura 3.96. Configuración deformada de la columna sometida a las fuerzas de Carga y Momento Último (esc. 10X).

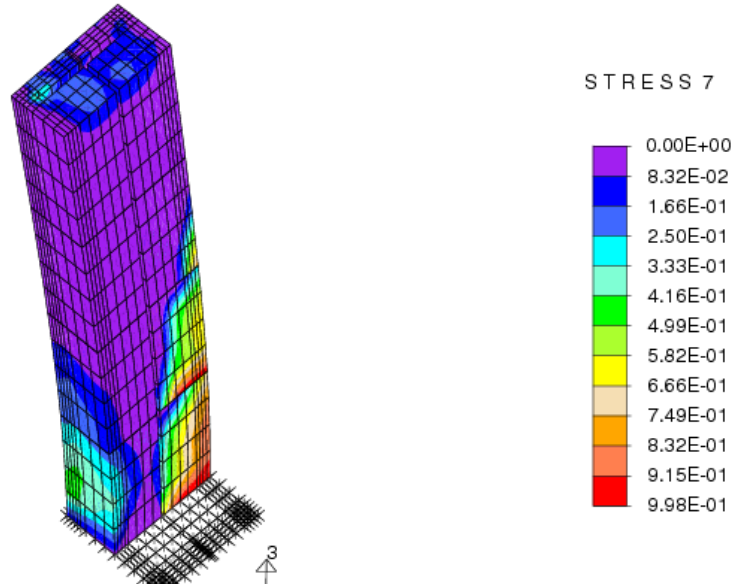
Configuración de Daño

Figura 3.97. Configuración de daño en el concreto para la columna sometida a las fuerzas de Carga y Momento Último.

III.4.3. FASE 3 – Estudio numérico bidimensional 2D de las columnas SRC

Como se comento previamente, existen ciertos factores que hacen que sea mucho más positivo para este trabajo el manejo de modelos en dos dimensiones, estos factores se comentan brevemente a continuación.

Los cálculos matemáticos en modelos en 3D son por mucho, mas tardados que los cálculos para modelos en 2D, y si a esto le sumamos el que los cálculos se están realizando en una computadora portátil convencional de 2G de RAM, motivo que forza a que los mallados no tengan mallas excesivamente finas para modelos en 3D, como las tendrían en el caso de contar con un equipo de súper computo. Pues por todo esto se hace necesario implementar los modelos en 2D, haciendo un meticuloso y cuidadoso proceso de revisión que asegure que los fenómenos que se presentaron en los modelos 3D, también se vean representados en los modelos 2D, sin que se pierda exactitud al instante de obtener resultados.

En base a lo arriba comentado, nos dimos a la tarea de proponer varios modelos que permitieran el modelado bilineal de columnas SRC, las cuales por contener dentro de su configuración de sección transversal un perfil embebido, dificultaba la búsqueda del modelo bilineal, pues ciertamente había varias opciones, entre las que se encuentra el tradicional acoplamiento de los materiales en base a su modulo de Young y en base a el área transversal de cada componente, sin embargo, esta opción no era satisfactoria para su uso en este trabajo, ya que al aplicarla, los comportamientos no lineales de los materiales, no serian apegados a la realidad, en ninguno de los casos.

Dicho lo anterior, se concluye que las columnas SRC si deben ser estudiadas solo mediante modelos tridimensionales, sin embargo, como ya se comento, actualmente el modelo de adherencia entre acero y concreto con el que contamos, solo es aplicables a modelos bidimensionales, motivo por el cual quedara como trabajo para futuras investigaciones el crear e implementar el modelo de adherencia para modelos tridimensionales.

Dejando así la fase 3 para columnas SRC pendiente para futuros trabajos, motivo por lo que en este solo se presentan resultados referentes a los modelos tridimensionales de la fase 2.

Capítulo IV

APLICACIONES PRÁCTICAS DEL MODELO

- IV.1 Planteamiento de la aplicación práctica**
- IV.2. Descripción del proyecto de ingeniería “remodelación de oficinas”**
- IV.3. Análisis de la columna C-03**
- IV.4. Aplicación práctica del modelo bilineal con comportamiento no lineal de los materiales.**
- IV.5. Notas finales del capítulo cuatro**

RESUMEN

Para el desarrollo de este capítulo se contó con el apoyo de parte de una firma de ingeniería, la cual cedió información de un proyecto estructural a este trabajo de tesis, y se procedió a realizar una propuesta de columnas de sección compuesta que se comportaran de la misma manera que las columnas tradicionales de concreto sugeridas por la firma de ingeniería, además se desarrolló el diagrama de interacción de las columnas compuestas, modelándolas en 2D en el programa FEAP y comparando los resultados con la curva obtenida con el programa comercial section builder v.8.

Capítulo IV

APLICACIONES PRÁCTICAS DEL MODELO

IV.1 Planteamiento de la aplicación práctica

Para finalizar este trabajo de investigación, se presenta en este capítulo, una aplicación práctica con el fin de utilizar los modelos bilineales de columnas que han sido creados para ser utilizados en el programa de computadora FEAP.

Dicha aplicación consiste en hacer un estudio comparativo entre los modelos no lineales, bidimensionales de columnas compuestas desarrollados en esta tesis en el programa FEAP y las columnas tradicionales, calculadas para un proyecto llamado “remodelación de oficinas”, desarrollado en mayo de 2010, por la empresa veracruzana VEHESA, la cual se dedica a hacer cálculos estructurales, cabe hacer mención que toda la información y la documentación presentada en este capítulo y que tiene que ver con el proyecto, fue proporcionada por la misma empresa VEHESA y que se cuenta con su consentimiento para su inclusión en este texto.

IV.2 Descripción del proyecto de ingeniería “remodelación de oficinas”

Se trata del cálculo y diseño estructural del reforzamiento de un edificio destinado a oficinas cuyas dimensiones en planta son de 8.75 m de ancho por 25.90 m de largo de dos niveles con una altura libre del nivel de piso terminado al nivel superior de losa de 3.00 m cada uno, con cubierta de losa de concreto armado. El reforzamiento consistirá en agregar nuevas columnas y trabes (marcos) de concreto armado.

La cimentación es reforzada con zapatas aisladas de concreto armado.

Criterios de análisis y diseño estructural

El análisis de la estructura se llevo a cabo con un modelo tridimensional en el programa STAAD-PRO en el cual se introdujeron los valores de las cargas calculadas que estan actuando sobre la estructura, con lo cual se obtienen las fuerzas internas bajo las cuales esta sometida la estructura, con estos valores se diseñan los armados de columnas, trabes y cimentación basádonos en el reglamento para concreto ACI.

Datos generales del proyecto

El edificio en cuestión se ubica en Avenida Valentín Gómez Farías, #712, entre calle Emiliano Zapata y calle Manuel Doblado, Col. Flores Magón, Veracruz, Ver.

Especificaciones

Materiales

Concreto $f'c = 250 \text{ Kg/cm}^2$

Acero de refuerzo = $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

Reglamentos

Reglamento para construcciones de concreto ACI.

Reglamento de Construcciones del DF y sus NTC

Manual de Diseño de Obras Civiles de CFE para Diseño por Sismo

Programas de cómputo y ayudas de diseño estructural

STAAD – PRO, Programa de diseño estructural

Geometría

La geometría del edificio se presenta en las páginas siguientes y es tomada de los planos estructurales



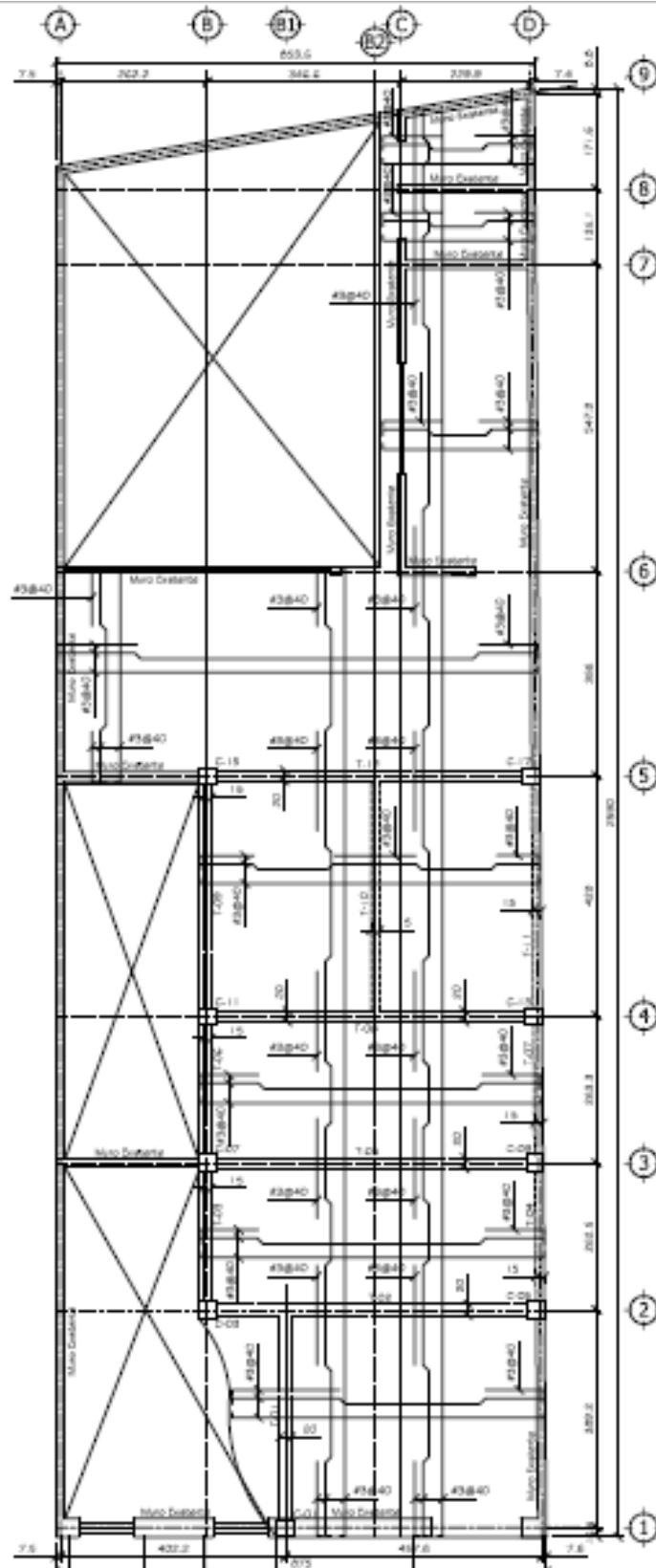


Figura 4.2. Losa de entrepiso.

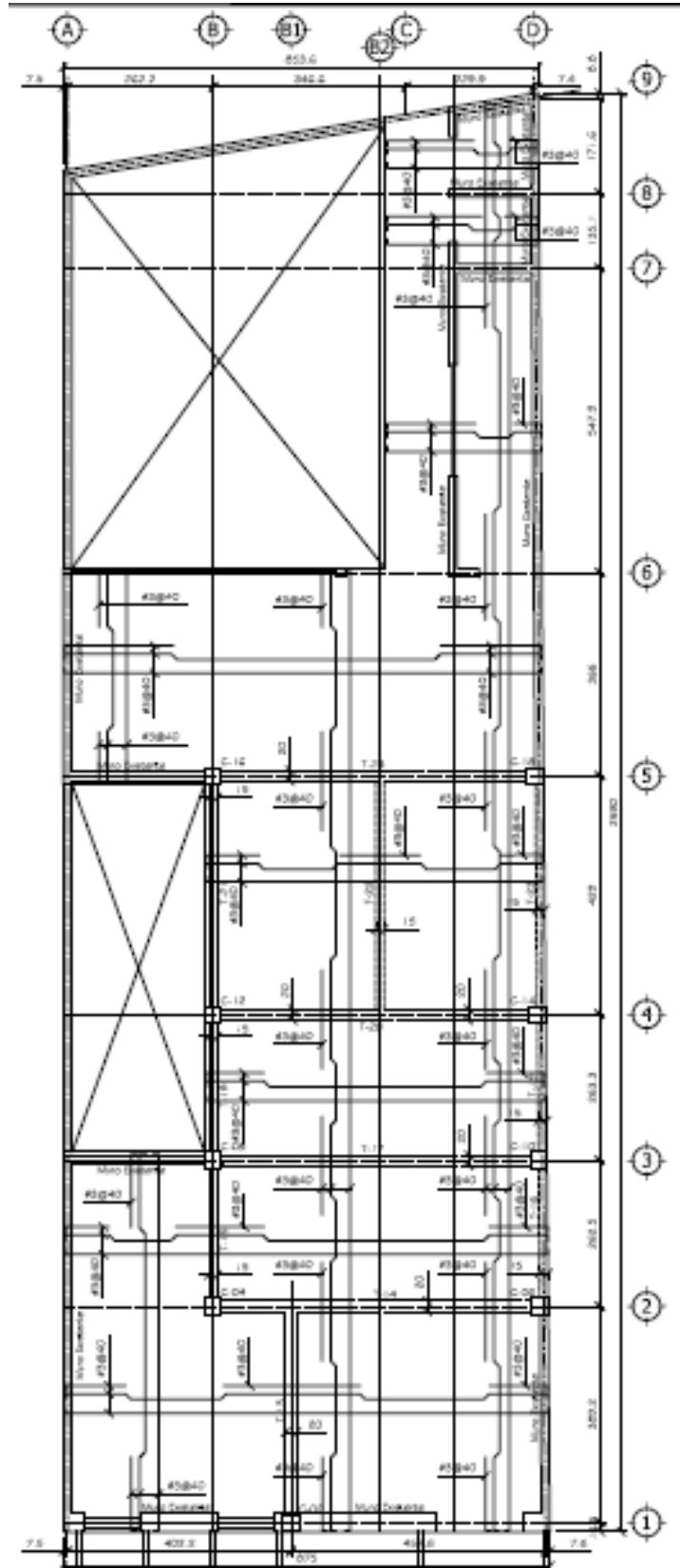
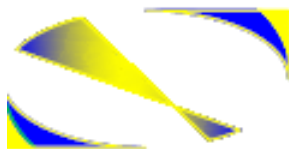


Figura 4.3. Losa de azotea.



VEHESA

INGENIERIA Y CONSTRUCCION

MEMORIA DE CÁLCULO

SELLOS	
REFERENCIAS:	
NOTAS:	
PROYECTO:	UBICACIÓN:
REMODELACION OFICINAS	Avenida Valentín Gómez Farías, #712, entre calle Emiliano Zapata y calle Manuel Doblado, Col. Flores Magón, Veracruz, Ver.
CALCULÓ:	DRO:
Ing. Daniel Velázquez Hermida Ced. Prof. 3748303	Ing. Osvaldo Martínez Mendoza Ced. Prof. 4155055 Reg. Mpal. 504-M-060 Reg. SSA. 08-SSV-176
PROPIETARIO:	Lugar y Fecha:
Sr. Julio Ocegueda Jacobo	H. Veracruz, Ver. A 07 de Mayo del 2010

PROL. GRACIANO SANCHEZ No. 6, CEDRO Y MANGLAR, COL. AMPLIACION MIGUEL ALEMAN BOCA DEL RÍO,
VER. TEL. 01 (229) 2 02 46 04, CEL. 22 91 11 67 79
E-mail: vehesa@consultant.com

Figura 4.4. Caratula de la Memoria de cálculo del proyecto



Diseño de columnas de concreto estructural, según la memoria de cálculo de VEHESA.

Se presenta a continuación, los detalles de la sección transversal de las columnas de concreto reforzado, según los cálculos realizados por la empresa comentada.

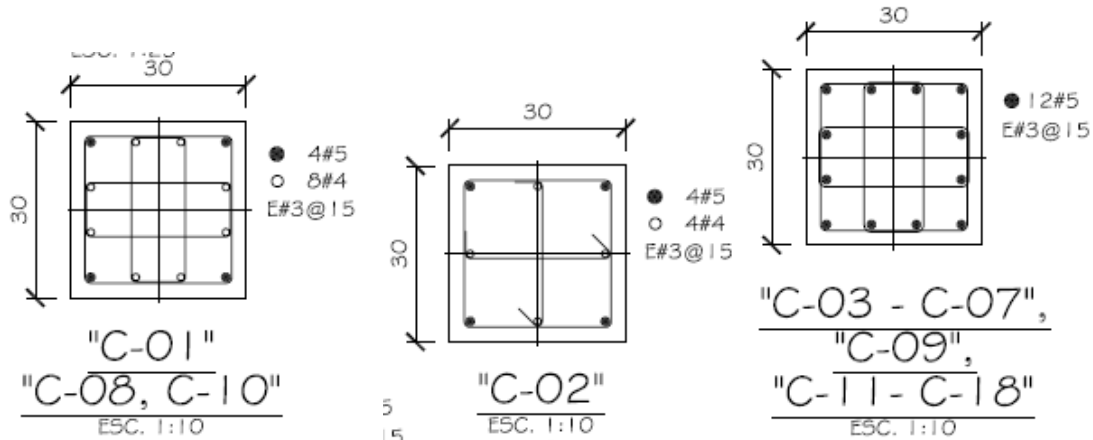


Figura 4.6. Detalles de armado de columnas, proyecto original

Como se observa en los croquis, la columna mas esforzada es la denominada "C-03", de 30x30cm y reforzada con 12 varillas numero 5.

IV.3 Análisis de la columna C-03

Se presenta a continuación la curva de interacción para la columna **C-03** en estudio, dicha curva se desarrollo con ayuda del programa comercial Section Builder v.8.

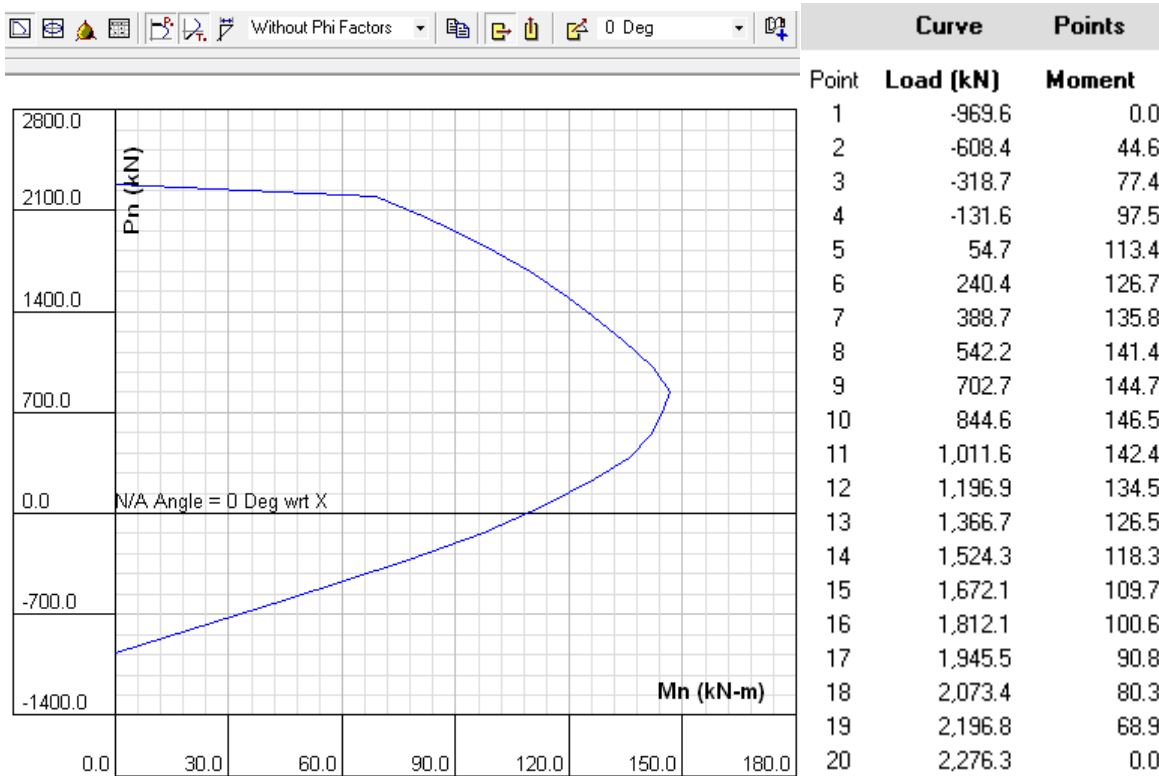


Figura 4.7. Curva de interacción de carga axial y momento ultimo, columna C-03

También se introduce los valores que generan la curva de interacción de la grafica.

IV.4 Aplicación práctica del modelo bilineal con comportamiento no lineal de los materiales.

En este apartado se demuestra la ventaja de utilizar, primero, columnas compuestas, y segundo, modelos de elementos finitos para columnas en dos dimensiones y con comportamiento de materiales inelásticos o no lineales.

Se propone para este comparativo cambiar las columnas **C-03** calculadas en el proyecto de ingeniería comentado en el punto anterior, por columnas de camisa de acero con forma rectangular y rellena de concreto,

Descripción de la sección RCFT propuesta.

Perfil estructural:	OR 203x7.9
Fy del perfil:	250 Mpa
Modulo de Young del acero Es:	200000 Mpa

F'cdel concreto:	67.5 Mpa
Modulo de Young del concreto Ec:	38614 Mpa

Diagrama de interacción P-M generado mediante modelo bilineal de columna RCFT con modelo de comportamiento de Mazars para el concreto y modelo elasto - plástico para el acero.

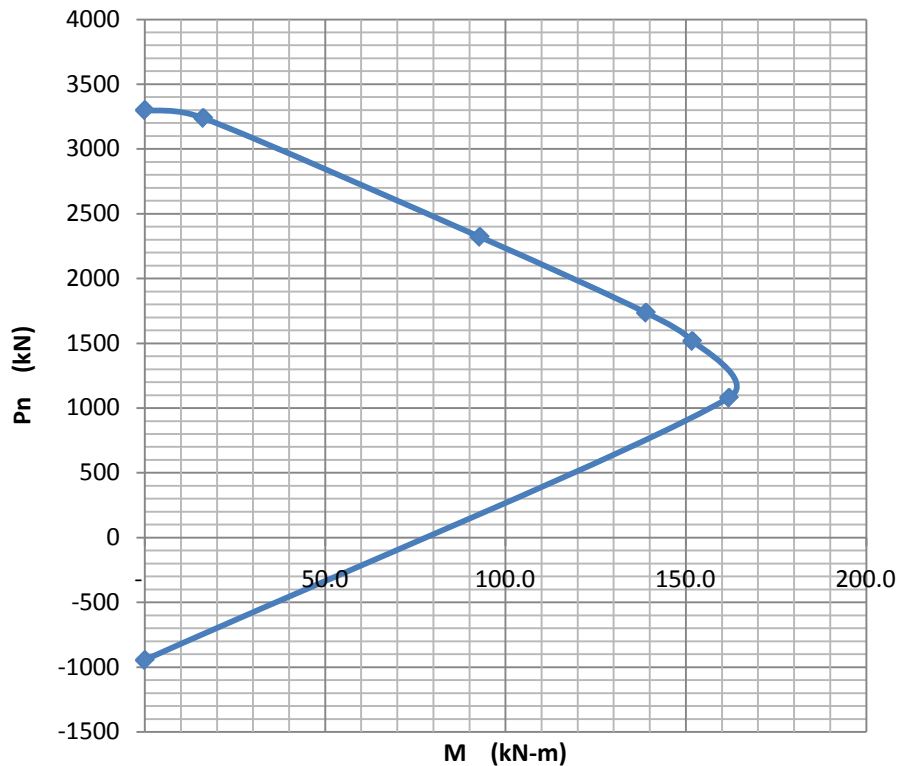


Figura 4.8. Curva de interacción de carga axial y momento ultimo en columna RCFT, a base de un modelo bilineal creado en FEAP

IV.5 Notas finales del capítulo cuatro

Se puede observar y concluir con base en la semejanza del diagrama de interacción generado a partir del programa FEAP para modelos de elemento finito y en este caso para la columna RCFT comentada en el punto IV.4 , con el diagrama de interacción generado para la columna de concreto reforzado C-03 que se presenta en el proyecto de ingeniería de VEHESA lo siguiente.

- Se optimiza la sección transversal ya que la empresa propone columnas de 30x30cm y con RCFT las columnas propuestas son de 20x20cm, lo cual entre otras cosas, arquitectónicamente ofrece la ventaja de dar mas área útil a la construcción, algo sumamente apreciado en la ingeniería actual
- El comportamiento mecánico estructural observado en el modelo bidimensional inelástico generado en FEAP, ofrece (como se ve en la figura 4.8 comparada con la figura 4.7) un rango más amplio en la resistencia mecánica del elemento estructural, siendo el momento máximo resistente en la *columna convencional* de 149 kN-m y su fuerza axial máxima resistente de 2275 kN. Contra los valores ofrecidos por la columna *compuesta modelada* en FEAP los siguientes $M_u=165$ kN-m y $P_u=3300$ kN. Esto es un aumento de más del 10% en la resistencia mecánica del elemento estructural utilizando menos área transversal de columnas.

CONCLUSIONES

El trabajo se enfocó al estudio del comportamiento mecánico estructural de columnas y vigas-columnas compuestas RCFT, CCFT, SRC sujetas a cargas axiales cuasi-estáticas incrementales con diferentes valores de excentricidad a fin de generar momento flexionante, y considerando la integración de leyes de comportamiento de materiales inelásticos tanto para el concreto como para el acero; asimismo, el acero estructural se modeló con una formulación en grandes transformaciones para simular el efecto de pandeo local que es la causa del colapso de dichos elementos estructurales. Así pues, también se estudió el cambio de la respuesta estructural que presentan dichas columnas cuando numéricamente se agrega la degradación de la adherencia en la interfaz entre el acero y el concreto: esto se hizo mediante la implementación de elementos de interfaz de espesor cero asociados a una ley termodinámica de adherencia.

Con base en los resultados, se puede concluir lo siguiente:

- Se reafirma la idea de que en general, el uso de secciones compuestas en columnas se vuelve una mejor solución respecto al uso de secciones de concreto reforzado o de perfiles de acero estructural por cuenta propia, pues las columnas compuestas ofrecen mejor comportamiento mecánico con menores secciones transversales..
- De los trabajos experimentales del Dr. Kim se desprende que el procedimiento analítico para la construcción de la curva de interacción de capacidad de carga de columnas compuestas, propuesto por el AISC-2005, es bastante aceptable en términos de predicción de la resistencia.
- Las previsiones propuestas por el AISC-2005 fueron formuladas con base a un limitado número de pruebas experimentales, por lo que el modelo no lineal aquí implementado es una buena solución numérica de acompañamiento para la simulación de diversos casos no contemplados en los experimentos, dando una buena predicción numérica de la respuesta estructural de una columna dada.

- Las gráficas de capacidad de carga construidas con auxilio del programa **Section Builder** arrojan resultados interesantes. En ellas puede observarse la relación que guardan carga última vs. momento último, y en particular resalta el hecho de que cuando se combina cualquier modelo no lineal de concreto con un modelo elástico de acero, se obtiene una curva semejante a un rectángulo, en lugar de la típica forma parabólica; por otra parte, puede observarse también que con esta combinación, el modelo lineal de concreto no tiene ninguna influencia en dicha curva, ya que en los tres casos se obtiene la misma configuración, debido probablemente a que el acero estructural alcanza elástico el límite de fluencia antes que el concreto y no permite que este último incurra en el rango inelástico.
- Cabe señalar que los modelos empleados para el concreto en el programa “**Section Builder**” no consideran ninguna resistencia a la tensión por parte del concreto, y asignan toda esa resistencia al acero, por ello en el caso elástico del acero no se presenta ninguna variación en las respectivas curvas de interacción. Adicionalmente, puede deducirse que en la predicción de la respuesta estructural real de cualquier estructura en concreto reforzado debe considerarse, por mínima que sea, la resistencia a la tensión del concreto y su respectivo agrietamiento.
- Vale la pena mencionar que los cálculos se realizaron en una máquina estándar de 2G de capacidad con ambiente Windows XP, y en varias ocasiones, la memoria fue insuficiente, por lo que no pudieron hacerse mallas más refinadas.
- Para el modelado con elementos finitos *cube 8*, de las columnas tubulares circulares rellenas de concreto, CCFT se requirió evitar la singularidad de los elementos de la malla que se encuentran en el centro del círculo, esto se logró modelando con coordenadas cartesianas y funciones trigonométrica, en vez de utilizar un modelado basado en coordenadas polares.
- Se simplificó el problema a una resolución 2D. Ahora bien, si bien es cierto que hacer una modelación 2D de un problema evidentemente no arroja mejores resultados que los obtenidos en un espacio tridimensional, tres razones de peso respaldan esta opción:
 - o La primera, es el costo de cálculo. Si de antemano para el análisis puramente elástico el número de ecuaciones es significativamente inferior en el caso 2D que en el 3D, la diferencia se hace aún mayor cuando se introducen tanto procesos disipativos como los efectos de grandes transformaciones en el problema. Considerando que los estudios experimentales produjeron flexión únicamente en uno de los planos, el efecto de bimomento podía ser despreciable, lo que favorece nuestra decisión de simplificar el modo de resolución.

- o La segunda, es la estabilidad de los modelos no lineales del concreto. Dado que se utilizó el modelo de Mazars, el cual se inspira en la Mecánica del Daño Continuo, éste presenta menor sensibilidad a los efectos de inversión de carga en un espacio 2D que en un espacio 3D. Debe mencionarse que este modelo solo analiza el daño unidireccional y no posee mecanismos internos que controlen los efectos de anisotropía inducida típicos en espacios tridimensionales, por lo que resulta muy inestable y de difícil convergencia en 3D.
 - o La tercera, es que el modelo no lineal de degradación de la adherencia, y el elemento de interfaz de espesor nulo que controla la disipación superficial sólo están disponibles en este momento para una resolución 2D.
- Para desarrollar la analogía de resultados entre modelos 3D y 2D, y facilitar la realización de los modelos bidimensionales se utilizaron básicamente dos artificios de modelado (los cuales vale la pena comentar debido a que sin ellos, los modelos daban resultados erróneos):
 - o La carga axial a la que se sometieron las columnas en estudio, se distribuyó sobre la cara superior de la columna de manera proporcional, con base en los módulos de Young característicos del acero y del concreto, así como en el porcentaje de área transversal que participa en la resistencia a dicha carga axial.
 - o Los modelos bidimensionales de las columnas RCFT y CCFT fueron contruidos en deformaciones planas con espesor unitario, esto es 1mm, motivo por el cual, la carga aplicada a los modelos, fue la correspondiente a ese espesor unitario, de tal modo que se corroboró que los efectos de borde reales que existen en el problema tridimensional no tienen mayor influencia en la respuesta, es decir, analizar unitariamente la columna arroja resultados satisfactorios.
- Los modelos generados y analizados en el programa FEAP, permitieron realizar las curvas de interacción de capacidad de carga (carga axial última-momento último), mismos que al ser comparados con las curvas realizadas con el programa comercial así como con las curvas generadas con el reglamento AISC-2005, ofrecieron resultados satisfactoriamente semejantes a estas dos referencias comentadas, esto otorga una herramienta más, y mención aparte diferentes, para el análisis de columnas compuestas.

- Los estudios realizados muestran que la presencia de la adherencia y su degradación afectan directamente el grado de daño que alcanza el concreto al interior de la columna. Se observa que la distribución de daño en el concreto no cambia realmente, manteniéndose en la misma región; sin embargo, si se observó que cuando el límite de la resistencia elástica de la adherencia se redujo a un 50%, la falla local de la placa se alcanzó un poco antes de alcanzar la carga última prevista. También resulta interesante observar que cuando se introduce el efecto de adherencia, el daño en el concreto comienza antes que con el modelo de adherencia perfecta. Dado que esta última representa una zona de disipación de energía superficial, atribuimos que la interfaz absorbe y transfiere una parte de energía que en un modelo estándar es absorbida totalmente por el acero estructural.
- Las curvas de capacidad de carga obtenidas con adherencia muestran que no hay un efecto importante en la capacidad de carga de la columna por la reducción de la resistencia de la adherencia, aunque la distribución de esfuerzos -y con ello el daño- en el concreto sí varía de manera inversamente proporcional, es decir, a menor resistencia de la adherencia, mayor daño en el concreto. De manera particular, se observó que dependiendo del tipo de combinación de carga-momento, la adherencia es solicitada de manera diferente: en combinaciones de baja excentricidad (prácticamente solo carga axial), la decohesión es el fenómeno que impera en la interfaz, en tanto que en altas excentricidades (flexión inducida), es el esfuerzo cortante el que actúa principalmente en la degradación de la interfaz acero-concreto.

Finalmente, como perspectivas y trabajos futuros podemos mencionar que se requiere desarrollar una solución para integrar los efectos de la adherencia en el modelado tridimensional de este tipo de estructuras, así como una solución simplificada para elementos tipo “viga” (*frame elements*) que permita integrar estos elementos compuestos en el modelado típico de estructuras, y que incluya los comportamientos no lineales de sus tres principales integrantes: acero, concreto y adherencia.

Referencias Bibliográficas

ACI (2008). “Requisitos de reglamento para Concreto Estructural y comentario”, ACI 318S-08, American Concrete Institute, Farmington Hill, MI.

AISC (2005). “Specification for Structural Steel Buildings” , American Institute of Steel Construction, Chicago, IL.

Bazant, Z.P. and Prat, P.C. (1988). “Microplane model for brittle-plastic material I: theory”, J. Engng. Mech. ASCE, Vol. 114: 1672-1702

Blanco B. (2009). “Modelos para analizar miembros compuestos de concreto y acero”, II UNAM, Mexico

Buen, O. de y López, H. (2004). “Diseño de estructuras de acero, construcción compuesta”, Fundación ICA, Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, AC.

Dominguez N., Brancherie D., Davenne L. and Ibrahimbegovic A., (2004). “Prediction of crack pattern distribution in reinforced concrete by coupling a strong discontinuity model of concrete cracking and a bond-slip of reinforcement model”, Engineering Computations, 22(No. 5/6), 558–582.

D. K. Kim, (2005). “A database for composite columns”, M.S. Thesis, School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta.

EUROCODE 4, (2004)., “Design of composite steel and concrete structures; Part 2,” European Standard, prEN 1994-2:2004

Fitchant S., Pijaudier-Cabot G. & La Borderie Ch. March (1997). « Continuum Damage modelling : approximation of crack induced anisotropy”. Mechanics Research communications. Vol. 24. No. 2: 109-114

Huebner Kenneth H., (1975). "The finite element method". Ed. John wiley and Sons. United Stated of America

Mazars J., (1986). "A description of micro- and macro-scale damage of concrete structures”, Journal of Engineering Fracture Mechanics, 45(No. 5/6), 729-737.

Mazars J., (2002). "Continuum damage modeling for concrete structures in dynamic situations”, Laboratoire de mecanique et technologie, ENS Cachan/ CNRS/ Univ. Paris 6. France.

McCormac J.C. (2002). "Diseño de Estructuras de Acero, Método LRFD”, Editorial Alfaomega, 2da edición.

Ladeveze, P. (1983). Sur une theorie de l'endommagement anisotrope, Int. Report n. 34, Laboratoire de Mecanique et Technologie, Cachan, France.

Leon, R.T., Kim, D.K., and Hajjar, J.F. (2007), "Limit State Response of Composite Columns and Beam-Columns: Application of design provisions for the 2005 AISC specification,” *Engineering Journal*, AISC, No. 5, 1th Quarter, pp. 341–358.

Leon, R.T., Kim, D.K., and Hajjar, J.F. (2008), "Limit State Response of Composite Columns and Beam-Columns: Formulation of Design Provisions for the 2005 AISC Specification,” *Engineering Journal*, AISC, No. 4, 4th Quarter, pp. 21–46.

P. G. Ciarlet, (1978). "The Finite Element Method for Elliptic Problems,” North-Holland, Ámsterdam, 1978.

P. G. Ciarlet, (1991)."Basic error estimates for elliptic problems" en Handbook of Numerical Analysis (Vol II) J.L. Lions y P. G. Ciarlet (ed.), North-Holland, Ámsterdam, 1991, p. 17-351.

Perez de la C., M. J., (2009). “Estudio del comportamiento mecánico de ductos sometidos a diferentes condiciones de carga mediante modelado numérico”, M. en C. Tesis, Instituto Politécnico Nacional, Mexico.

R. Taylor, (2001). *FEAP - A Finite Element Analysis Program, Version 7.4*, Example Manual, Programmer Manual, Theory Manual and User Manual, University of Berkeley, California, 2001.

Roik, K. and Bergmann, R. (1992),. “Composite Columns,” in *Constructional Steel Design*, Dowling, P., Harding, J.E. and Bjorhovde, R. (eds.), Elsevier Science Publishers, New York, pp. 443–470.

Reinhard B. and Gerhard H. (2004). “New Design Method for Composite Columns Including High Strength Steel”, *Composite Construction in Steel and Concrete V*, ASCE.

Shah, S.P., Maji, A. (1989). “Experimental observation of cracking and damage”, *Cracking and damage*, eds. J. Mazars, Z.P. Bazant, Elsevier: 15-20

Terán, G.A., (2008). “El Papel de la Innovación Dentro del Contexto de la Ingeniería Estructural Mexicana: El Caso de los Contravientos Restringidos Contra Pandeo,” *Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, XVI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Veracruz, Méx.

Viest, I.M., Colaco, J.P., Furlong, R.W., Griffis, L.G., Leon, R.T., and Wyllie, L.A., Jr. (1997), *Composite Construction: Design for Buildings*, McGraw-Hill, New York, NY.

Apéndice A

CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Es importante el conocimiento de la respuesta del material para el análisis elástico e inelástico, por lo que se presentan los diagramas de esfuerzo-deformación, la cual representa el comportamiento del material (Perez de la C., M. J., 2009).

Comportamiento mecánico en tensión

El esfuerzo es una función de las fuerzas internas en un cuerpo, que se producen por la aplicación de las cargas exteriores, que cuando esto sucede ocurre un cambio en la deformación. La curva esfuerzo deformación es una representación del comportamiento del sólido mientras que la carga aumenta monotónicamente a la fractura. Estas curvas son usualmente presentadas como: curva esfuerzo deformación de ingeniería, en la cual las dimensiones originales de los especímenes son generalmente usados en la mayoría de los cálculos y la curva esfuerzo deformación verdadera, aquí son usadas las dimensiones instantáneas del sólido en cada punto durante la prueba.

Comenzaremos definiendo el esfuerzo axial de compresión uniaxial de ingeniería como la fuerza aplicada P entre el área A_0 transversal original del sólido. Suponiendo que el esfuerzo es constante en toda la sección transversal del sólido, por lo que tenemos,

$$\sigma_{ing} = \frac{P}{A_0} \quad \text{A.1}$$

de la misma manera definimos la deformación de la curva de ingeniería, que es la relación entre el cambio o elongación de la longitud medida original ΔL del sólido y la longitud original L_0 . Suponiendo que la deformación unitaria es constante en toda la longitud del sólido, por lo que tenemos;

$$\varepsilon_{ing} = \frac{\Delta L}{L_0} \quad A.2$$

a continuación se muestra la gráfica de esfuerzo-deformación de ingeniería, obtenida de materiales sometidos a pruebas de tensión.

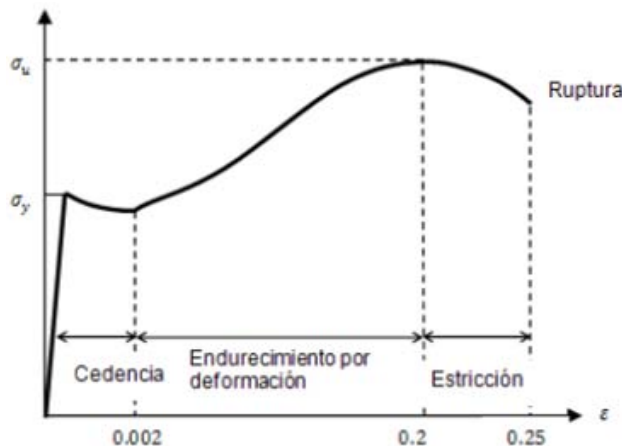


Figura A.1. Diagrama esfuerzo-deformación para un acero bajo al carbón.

De la figura A.1, se observa la porción de línea recta que es la región elástica, donde el esfuerzo es linealmente proporcional a la deformación. El punto en el cual la línea sale de la parte recta es el límite de proporcionalidad, aquí la curva disminuye su pendiente y el material se deforma con muy poco o ningún aumento en la carga. El material fluye o se deforma plásticamente en este punto.

Posteriormente la curva aumenta su pendiente y alcanza un valor máximo, donde σ_u es el esfuerzo que el material es capaz de soportar. Después la curva desciende hasta donde ocurre la fractura.

El diagrama esfuerzo deformación indica también la rigidez de un material, esto es el módulo de elasticidad o módulo de Young, que es la pendiente de la línea recta de la curva, esto es;

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad A.3$$

la forma de la curva esfuerzo deformación y los valores asignados sobre los puntos de la curva de un metal dependen de su composición, tratamiento térmico y condiciones, historia previa de deformación plástica, el valor de deformación de la prueba, temperatura, orientación relativos de esfuerzos aplicados y de la medida y forma del sólido.

Los parámetros que se usan para describir esta curva son: la fuerza a la tensión, la fuerza de fluencia o punto de fluencia, fuerza última a tensión, porcentaje de elongación y reducción del área, siendo los tres primeros parámetros de fuerza y los restantes indica ductilidad.

Curva esfuerzo deformación real

En el diagrama de esfuerzo deformación real está basada en las medidas instantáneas, obtenidas del sólido.

El esfuerzo y deformación real se determinan de la siguiente manera,

$$\sigma_{real} = \frac{P}{A_0} \quad A.4$$

$$\varepsilon_{real} = \int_0^L \frac{dL}{L} = \ln \frac{L}{L_0} \quad A.5$$

esta deformación representa la suma de los incrementos de deformación dividida por la longitud L , correspondiente a un incremento particular de la longitud dL .

De la relación que existe en la deformación y esfuerzo real con los de ingeniería, se tiene,

$$\varepsilon_{real} = \ln(1 + \varepsilon_{ing}) \quad A.6$$

$$\sigma_{real} = \sigma_{ing}(1 + \varepsilon_{ing}) \quad A.7$$

cabe mencionar, que de una comparación las curvas esfuerzo deformación, se tiene que la curva real se encuentra por arriba de la de ingeniería, esto es debido a que se considera el área instantánea en la prueba a tensión del material.

Modelos de curva esfuerzo deformación en tensión uniaxial

Las curvas de esfuerzo deformación son difíciles de utilizar en soluciones matemáticas de problemas complejos. Sin embargo, modelos idealizados de la respuesta del material pueden ser usados en el análisis. En esta sección se verán 4 modelos de curvas idealizadas para entender el comportamiento del material.

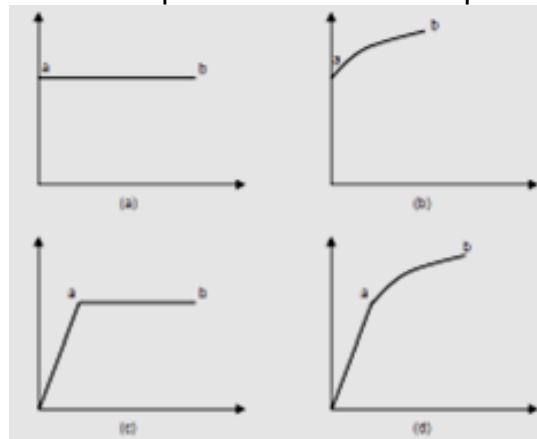


Figura A.2. Diagramas idealizados de esfuerzo deformación.

La figura A.2a son materiales referidos como rígidos perfectamente plástico, este modelo no considera la deformación elástica. La respuesta mostrada en la figura A.2b se dice que es rígido plástico, éste incluye endurecimiento por deformación.

En la figura A.2c, la parte a-b es paralela al eje de deformación, y el esfuerzo permanece constante conforme aumenta la deformación, la respuesta es elástico perfectamente plástico, la cual no ignora la deformación elástica. Y por último, la respuesta de endurecimiento por deformación elástica lineal, dada en la figura A.2d.

Criterios de fluencia

El estudio del comportamiento de materiales es conocido como la teoría de plasticidad. En general una teoría completa de plasticidad tiene tres componentes:

1. Criterio de fluencia, que define la iniciación de la fluencia del material.
2. Relación de flujo, que relaciona los incrementos de deformación plástica con los incrementos de esfuerzos después de la iniciación de la fluencia.
3. Relación de endurecimiento, que predice los cambios en la superficie de fluencia.

Han surgido varios criterios para predecir el punto de fractura basado en propiedades del material, como es el esfuerzo de fluencia. Muchos de estos son, sin embargo, sólo de interés histórico, porque están en conflicto con lo experimental encontrando que un esfuerzo hidrostático no tiene efecto en la fluencia. Los criterios se aplican dependiendo como se espere la falla del material, es decir; frágil o dúctil. Los dos criterios más ampliamente aceptados para la aparición del comportamiento inelástico (fluencia) en materiales dúctiles bajo esfuerzos combinados; son el criterio de Von Mises y el de Tresca. A continuación se describe el primero.

Criterio de von mises (1913)

A este criterio se le conoce como la energía de distorsión máxima. En este enfoque, la energía elástica total se divide en dos partes: una asociada a los cambios volumétricos del material y otra que causa distorsiones por cortante. Igualando la energía de distorsión o deformación por cortante en el punto de fluencia en tensión simple a la energía correspondiente a esfuerzo combinado, se establece el criterio de fluencia para estos esfuerzos.

Según esta teoría de Von Mises, asume que la fluencia inicia cuando la energía de distorsión se iguala en un punto a la energía de distorsión a la fluencia en tensión

uniaxial. Dicha energía de distorsión está asociada con un cambio en la forma de cuerpo.

Por definición, este criterio se expresa como;

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} \quad \text{A.8}$$

expresado en esfuerzos principales, se tiene;

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2]} \quad \text{A.9}$$

se puede ver que el esfuerzo de Von Mises es un tipo de promedio del esfuerzo de corte en el tensor de esfuerzos.

En la figura A.3 se muestra el criterio de Tresca y Von Mises; de acuerdo a ésta, cualquiera de las dos líneas da un criterio para la fluencia de un material perfectamente plástico. Y se puede observar que la discrepancia en el hexágono de Tresca y la elipse de Von Mises no es my grande; la teoría del esfuerzo cortante máximo es en general más conservadora.

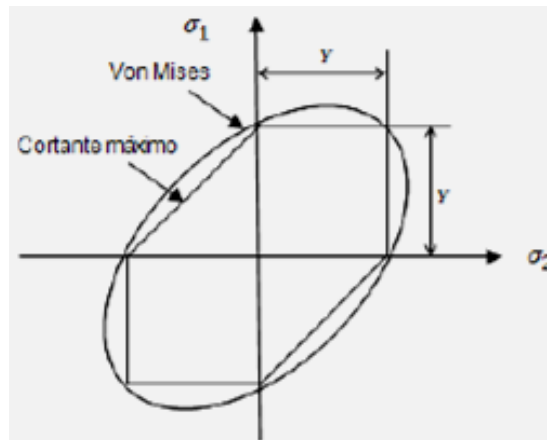


Figura A.3. Criterio de Tresca y de Von Mises.

Si los esfuerzos principales son conocidos, el criterio de Tresca es más fácil de aplicar que el criterio de Von Mises. Este último criterio predice un esfuerzo de fluencia a cortante puro alrededor de un 15 por ciento que lo predicho por el criterio de Tresca. Materiales que se comportan según cualquiera de los dos criterios son a menudo llamados materiales J_2 , donde el esfuerzo efectivo puede ser escrito solamente en términos de invariantes (*Boresi et al. 2003*).

Elasticidad y campos de esfuerzos

Los avances realizados con la computadora digital dentro de las décadas pasadas han abierto nuevos campos para ingenieros y científicos. Los problemas previamente considerados como singular, solamente se podían resolver mediante experimentos y fórmulas empíricas simplificadas, ahora se pueden analizar numéricamente a gran detalle. En el campo de la mecánica del medio continuo esto ha aumentado el interés en descripciones matemáticas detalladas.

Por tanto, se presenta algunos conceptos generales que son fundamentales en la teoría de la elasticidad, que se requieren para el estudio de las técnicas de análisis de esfuerzos empleados.

Tensor de esfuerzos

Básicamente existen dos tipos de fuerza cuya acción produce la aparición de esfuerzos en un cuerpo. Estos esfuerzos son las fuerzas de superficies y las llamadas fuerza de cuerpo. Las primeras son llamadas de superficie porque actúan sobre la superficie del cuerpo. Dichas fuerzas por lo general son ejercidas cuando un cuerpo entra en contacto con otro. Las fuerzas del segundo tipo se deben a acciones centrífugas, gravitacionales, o de algún otro campo. Estas fuerzas están asociadas a la masa del espécimen y es común que no sean tomadas en cuenta para el análisis.

Cuando un cuerpo está sujeto a un sistema de cargas externas, se producen fuerzas internas en diferentes partes del cuerpo, tal que cada elemento del cuerpo está en un estado de equilibrio estático.

Se puede representar las componentes cartesianas de esfuerzos en un pequeño elemento cúbico, como el que se muestra en la figura A.4. La convención de signos empleada en la construcción del cubo establece que si la normal que define la cara del cubo está en la dirección positiva de x , y , y z , entonces la componente normal y cortante de esfuerzos asociados a ella, también estarán en la dirección positiva de x , y , y z . Si la normal está en la dirección negativa de x , y , y z , entonces las componentes de esfuerzos normal y cortante también estarán en la dirección negativa de x , y , y z (Domínguez et al. 1992).

La cara del esfuerzo normal del cubo son denotado por σ_x , σ_y y σ_z , donde el subíndice denota las direcciones normales a la cara. El esfuerzo cortante que actúa en las caras normal al eje x es resuelto dentro de dos componentes τ_{xy} y τ_{xz} paralelas al eje y y z , respectivamente. El primer subíndice indica la dirección normal a la cara y el segundo la dirección de la componente. De forma similar, el esfuerzo cortante en la cara normal al eje y es denotado por τ_{yx} y τ_{yz} , y en las caras normal al eje z por τ_{zx} y τ_{zy} . Las nueve componentes de

esfuerzos en cualquier punto forma un tensor de segundo orden σ_{ij} , conocido como el tensor de esfuerzo, donde i y j toman valores de 1, 2 y 3.

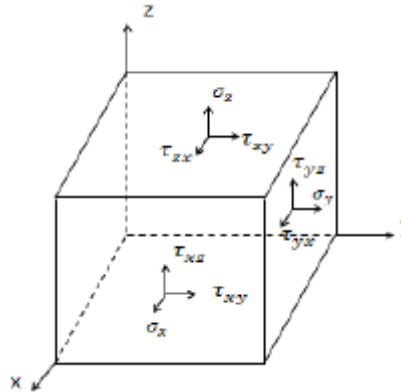


Figura A.4. Componentes cartesianas de esfuerzo actuando en las caras de un pequeño elemento cúbico Las componentes de esfuerzos pueden ser mostradas como elementos de una matriz cuadrada.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

El tensor de esfuerzo es simétrico con respecto a sus subíndices, esto puede ser expresado como $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. De aquí que son seis componentes de esfuerzos independientes, tres componentes normal σ_x , σ_y y σ_z , y tres componentes de esfuerzos cortantes τ_{xy} , τ_{yz} y τ_{zx} , lo cual especifica el estado de esfuerzo en cada punto del cuerpo. La matriz que representa el tensor de esfuerzo es simétrica.

La media de los tres esfuerzos normales, es igual a $(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$, y es conocido como el esfuerzo hidrostático denotado por σ_y .

Tensor de deformación

En un cuerpo dado sometido a un sistema de fuerzas, los puntos individuales del cuerpo se mueven. A este movimiento de un punto arbitrario se le llama desplazamiento y es una cantidad vectorial. Si los distintos puntos del cuerpo sufren diferentes movimientos, cada uno de los cuales puede representarse sólo por su vector individual de desplazamiento, cada vector puede descomponerse en componentes tales como u , v , w , las cuales son paralelas a los ejes de coordenada cartesiana x , y , z , respectivamente.

El movimiento de un cuerpo puede considerarse como la suma de dos partes:

- La traslación y/o rotación del cuerpo como un todo.
- El movimiento de los puntos del cuerpo respecto de otros puntos del mismo cuerpo.

A la primera de las dos partes que constituyen el movimiento de un cuerpo se les denomina movimiento de cuerpo rígido. Éste es aplicable tanto a cuerpos que se consideran completamente rígidos como a cuerpos reales que son deformables. Al movimiento de los puntos de un cuerpo respecto de ellos mismos se le llama deformación y es, por supuesto, una propiedad exclusiva de los cuerpos reales.

La deformación es una cantidad geométrica que depende del movimiento relativo de dos o tres puntos en un cuerpo. Como los desplazamientos de cuerpo rígido no producen deformaciones, no son tomadas en cuenta para estudiar las deformaciones. De igual modo que para los esfuerzos, las deformaciones se clasifican en normales y cortantes o tangenciales. La deformación normal se define como el cambio de longitud de un segmento de línea entre dos puntos, dividida entre la longitud inicial del segmento de línea. La deformación cortante se define como el cambio angular entre dos segmentos de líneas, los cuales eran originalmente perpendiculares. Las relaciones entre deformaciones y desplazamientos se pueden determinar considerando la distorsión en un cubo que forma parte de un cuerpo.

La deformación normal ϵ_x se define como el cambio de longitud en un segmento de la línea paralela al eje x , dividido por su longitud; esto es,

$$\frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{A.10a}$$

por similitud se tiene,

$$\frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{A.10b}$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} \quad \text{A.10c}$$

la deformación cortante γ_{xy} se define como el cambio en el ángulo recto formado por segmentos de líneas paralelos a los ejes x y y ; esto es,

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{A.11a}$$

de manera similar;

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad \text{A.11b}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad \text{A.11c}$$

En ciertos problemas donde el campo de desplazamientos puede calcularse analíticamente, tal es el caso del método del elemento finito, por lo que las ecuaciones (A.10) y (A.11) son muy importantes. Entonces que, las deformaciones pueden conocerse directamente si se conocen los desplazamientos (*Domínguez et al. 1992*).

Ecuaciones de equilibrio

Un cuerpo que se somete a un sistema de fuerzas de superficie y fuerzas de cuerpo, se producen esfuerzos de magnitudes y direcciones variables. La distribución de dichos esfuerzos debe ser tal que se mantenga el equilibrio en el cuerpo entero; así como también debe mantenerse el equilibrio de cada elemento del mismo.

Las ecuaciones de equilibrio son:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \bar{X} = 0 \quad \text{A.12a}$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \bar{Y} = 0 \quad \text{A.12b}$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \bar{Z} = 0 \quad \text{A.12c}$$

Donde $\bar{X}, \bar{Y},$ y $\bar{Z}$ son las fuerzas de cuerpo.

Ecuaciones de compatibilidad

Las deformaciones y las relaciones de cambio de forma deben ser compatibles entre ellas. La interpretación física de la compatibilidad, es que no debe existir ningún tipo de discontinuidad en el material después de la deformación adicional a las que se presentaba previamente el cuerpo sin deformar. Esto implica que u, v y w deben ser funciones de posición continua.

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial_x \partial_y} \quad \text{A.14a}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xz}}{\partial_x \partial_z} \quad \text{A.14b}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial_y \partial_z} \quad \text{A.14c}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial_x \partial_y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial_z \partial_x} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial_y \partial_z} \quad \text{A.14d}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial_x \partial_z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xz}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial_y \partial_z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial_x \partial_y} \quad \text{A.14e}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial_y \partial_z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{xz}}{\partial_x \partial_y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial_x \partial_z} \quad \text{A.14f}$$

Ecuaciones de continuidad

Al considerar un sólido cuyo comportamiento de la partícula obedece la ley de Hooke para un material elástico lineal, homogéneo e isotrópico, y tomando en consideración las relaciones de simetría, entonces se puede relacionar los seis esfuerzos y deformaciones principales en función de las tres constantes (E , G , ν) como sigue (*Boresi et al. 2003*).

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \\ \gamma_{xy} &= \frac{\gamma_{xy}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\gamma_{yz}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} &= \frac{\gamma_{zx}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \gamma_{zx} \end{aligned} \quad \text{A.15}$$

Apéndice B

EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El método de los elementos finitos es una técnica de análisis numérico empleada para obtener soluciones aproximadas para una amplia variedad de problemas de ingeniería. En la actualidad, se sabe que en muchas situaciones es necesario resolver estos problemas obteniendo soluciones numéricas aproximadas en vez de soluciones exactas. Así mismo, con la aparición de la computadora alteró radicalmente la capacidad disponible para resolver ecuaciones diferenciales parciales, lográndose que las soluciones numéricas estén al alcance de los analistas. El método del elemento finito emplea un arreglo de varias subregiones o elementos de tamaño muy pequeño y que están interconectados entre sí. El modelo por elementos finitos de un problema, ofrece una aproximación por elementos de las ecuaciones gobernantes.

El concepto básico de este método es el de dividir el continuo en un número finito de elementos, es decir discretizar el continuo y resolver sobre cada uno de los elementos las ecuaciones del sistema para después ensamblar la solución total. Los elementos pueden ser colocados en una gran variedad de posiciones y las dimensiones se pueden usar para representar aun las formas más complejas. (*Huebner, 1975*).

Al igual que otros procedimientos numéricos alternativos, empleados para solucionar problemas prácticos en el campo de la mecánica del medio continuo, el método del elemento finito requiere formular y resolver sistemas de ecuaciones diferenciales. La principal ventaja de este método reside en la capacidad de ser automatizado para formar ecuaciones y la habilidad que tiene para representar estructuras irregulares y complejas, así como diversas condiciones de frontera.

Mediante el método del elemento finito se calcula las deformaciones que sufre el elemento debido a fuerzas externas a él, o por contacto con otros elementos. Una vez hecho esto, pasa a otro elemento que sea adyacente al anterior, tomando en cuenta las condiciones de frontera de los elementos.

Antecedente histórico del método del elemento finito

El principio básico del método del elemento finito ha sido empleado durante siglos en diferentes formas. Todas ellas tienen la característica común de reemplazar un problema real por uno más simple, haciendo uso de los llamados elementos finitos.

El desarrollo del método del elemento finito, tal como se conoce en la actualidad, inició en la década de los 40s. En 1941, Hrenikoff y en 1943 Mc Henry publicaron trabajos donde aplicaban el método a problemas de elasticidad en estructuras. En 1943, Courant sugirió el uso de polinomios de interpolación pieza por pieza en subregiones triangulares. El trabajo de Courant es particularmente importante ya que se extendió el concepto del método del elemento finito a otros campos y no se limitó al de la mecánica estructural.

En 1947, Levy aplicó el método del método del elemento finito a la aeronáutica, un campo que captó la atención de muchos investigadores y que fue objeto de múltiples estudios. La formulación general del método de la ingeniería matricial de estructuras, basado en los principios energéticos fundamentales de la elasticidad (el principio de los trabajos D'Alembert), se debió a Argyris y Kesley.

En 1953, Levy introdujo la formulación del método basándose en la matriz de rigidez. Levy aplicó esta formulación para estudiar el comportamiento elástico de las alas tipo Delta en aeronaves, resolviendo las ecuaciones planteadas con computadoras digitales. En 1956, Turner, Clough, Martin y Topp publicaron un artículo considerado como la contribución clave del progreso del método del elemento finito. Este trabajo y el representado por Argyris y Kesley dieron origen a que el método tuviera desarrollo explosivo y que fuera extensamente aplicado en el campo de la ingeniería.

El término método del elemento finito fue propuesto por Clough en 1960, en una publicación referente a problemas de elasticidad plana. El problema de la flexión de placas fue tratado en primera instancia por Melosh, Adini y Clough, ambos fueron publicados en 1961 y emplearon elementos finitos rectangulares. Melosh, en 1963, estableció las bases matemáticas para fundamentar el método del elemento finito, convirtiéndolo en un área de estudio interesante para los académicos, de igual forma reconoció que el método del elemento finito es un variante del método de Rayleigh-Ritz y lo confirmó como una técnica de uso general para manejar problemas continuos de elasticidad. Zienkewicz y Cheung interpretaron el método del elemento finito de una manera más amplia, presentando la formulación variacional del método (*Huebner, 1975*).

Actualmente, el método del elemento finito ha sido aplicado a un sin número de campos de la ingeniería y la física, teniendo un desarrollo espectacular en las últimas décadas

Método de trabajo del elemento finito

En un problema del medio continuo de cualquier dimensión, la variable en consideración, tal como; temperatura, desplazamiento, esfuerzo o cualquier otra cantidad tiene una infinidad de valores, ya que es una función de cada uno de los puntos que forman el dominio en estudio, por lo que, el problema tiene un número infinito de incógnitas. El método del elemento finito discretiza el dominio reduciendo el problema a un número finito de incógnitas, mediante la división del dominio en elementos y expresando al mismo tiempo el campo de incógnitas en términos de funciones aproximadas para cada elemento. Las funciones de aproximación (también llamadas funciones de interpolación) son definidas en términos de los puntos nodales. El comportamiento del campo de la variable respecto a los elementos viene dado por los valores nodales del campo y de las funciones de interpolación para los elementos. Para el método del elemento finito, los valores nodales en el campo de la variable se convierten en las nuevas incógnitas, las funciones de interpolación definen la variable a través del ensamble de los elementos.

Naturalmente, la exactitud de la solución depende tanto del tamaño, como de la cantidad de elementos usados, así como de las funciones de interpolación utilizadas. El método del elemento finito posee una característica que lo hace único entre los métodos numéricos aproximados. Una característica del elemento finito es la capacidad para formular soluciones para elementos individuales antes de ensamblarlos para representar el problema completo. Un ejemplo de dicha característica es que si se trata un problema de análisis de esfuerzos, sería posible encontrar la rigidez para cada elemento, y ensamblar todos los elementos para determinar posteriormente la rigidez de la estructura completa.

El método del elemento finito realiza un procedimiento ordenado, el cual puede resumirse en los siguientes pasos:

1. Discretización del continuo. El primer paso consiste en dividir el dominio de estudio en elementos. Para un dominio no solo se desea sino que es necesario usar diferentes elementos.

2. Seleccionar de las funciones de interpolación. El siguiente paso es asignar los nodos a cada elemento y elegir el tipo de función de interpolación para representar el cambio de la variable sobre el elemento. La variable puede ser un escalar, un vector o un tensor de orden superior. En muchas ocasiones, pero no siempre, se seleccionan polinomios como funciones de interpolación para la variable porque éstos se integran fácilmente. El grado del polinomio elegido depende del número de nodos asignados a cada elemento, de la naturaleza y el número de las incógnitas de cada nodo y los requerimientos de continuidad impuestos a los nodos a lo largo de los límites de los elementos.

3. *Definir las propiedades del elemento.* Una vez que ha sido establecido el modelo de elementos finitos (esto es, ya que se eligieron los elementos y las funciones de interpolación), se está en posibilidad de determinar las ecuaciones matriciales que expresan las propiedades de cada uno de los elemento. Para realizar esto se puede emplear alguna de las cuatro formulaciones posibles del método de los elementos finitos: la formulación directa, la formulación variacional, la formulación de los pesos residuales, o la formulación del balance de energía. La formulación variacional es la más conveniente, pero para cualquier aplicación depende de la naturaleza del problema.

4. *Ensamblar las propiedades del elemento para obtener las ecuaciones del sistema,* considerando a las condiciones de frontera. Para determinar las propiedades de todo el sistema modelado por la red de elementos, se deben ensamblar las propiedades de todos los elementos. Esto es, se requiere combinar las ecuaciones matriciales expresando el comportamiento del dominio entero o sistema. Las ecuaciones matriciales para el sistema tienen la misma forma que las ecuaciones para un solo elemento, excepto que éstas contienen muchos más términos, porque incluyen a todos los nodos. La parte de condiciones de frontera es fundamental para llevar a buen término un análisis mediante el método del elemento finito. Si no se presentan en forma adecuada las condiciones de frontera que tiene el espécimen modelado, los resultados obtenidos serán poco confiables.

5. *Resolver las ecuaciones del sistema.* El proceso de ensamble del paso precedente, establece una serie de ecuaciones simultáneas, las cuales pueden resolverse para obtener los valores nodales desconocidos de la variable.

6. *Solución computacional.* Es esta parte se realiza la solución de las ecuaciones del sistema para calcular los parámetros importantes. A continuación se mencionan algunas ventajas que se presenta con el método de los elementos finitos, así como ciertas desventajas (Logan, 2002).

Ventajas del MEF

1. Se pueden general modelos de un dominio irregular.
2. Puede manejar diferentes condiciones de cargas.
3. Cuerpo modelados compuestos de diferentes materiales debidos a que las ecuaciones del elemento se evalúan individualmente.
4. Manejo de números ilimitados y tipos de condiciones de frontera.
5. Es aplicable a diferentes áreas de la ingeniería.
6. Incluye efectos dinámicos.

Desventajas del MEF

1. Se requiere una inversión considerable en tiempo y dinero, lo que no se justifica en soluciones de problemas sencillos.
2. Número limitado de datos de la curva esfuerzo-deformación que se pueden introducir al programa
3. Tiene problemática para analizar materiales incompresibles.

Tipos de elementos finitos

Para realizar un análisis mediante el método del elemento finito, es necesario comenzar con la discretización del dominio, de este modo se idealiza la región física de interés. Así por ejemplo, una estructura puede idealizarse empleando elementos axiales. Los elementos finitos se pueden clasificar dependiendo de la dimensionalidad involucrada, por lo que se tiene:

1. Elementos unidimensionales (axiales).
2. Elementos bidimensionales.
3. Elementos tridimensionales.

Los elementos unidimensionales tienen una sección transversal determinada, pero por lo general se representan esquemáticamente como un segmento de línea. El empleo más común de estos elementos se refiere a problemas de transferencia de calor y problemas de estructuras que involucran miembros que soportan fuerzas axiales.

La figura B.1a muestra un elemento unidimensional sin refinamiento, el cual tiene dos nodos, uno en cada extremo. El elemento unidimensional cuadrático, figura B.1b, el cual es el elemento de orden superior más comúnmente empleado, y consta de tres nodos.

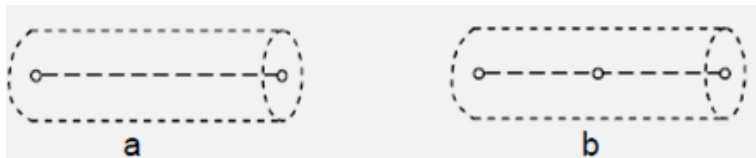


Figura B.1. Elementos finitos unidimensionales.

La función de interpolación en forma de polinomio, corresponde a un elemento unidimensional cuadrático, es:

$$u(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad \text{B.1}$$

Desde a_i , $i = 0, 1, 2$ y 3 son las incógnitas correspondientes a los desplazamientos en cada uno de los nodos. El grado del polinomio es igual al número de coeficientes incógnitos, menos uno.

Los elementos finitos bidimensionales, que se emplean con mayor frecuencia, son el triángulo y el cuadrilátero. Los elementos triangulares más comunes son los tetraedros y paralelepípedos, figura B.2a y B.2b. En ambos, los elementos lineales sólo se presentan en los lados rectos, mientras que los elementos de orden superior pueden tener superficies curvas (*Domínguez et al. 1992*).

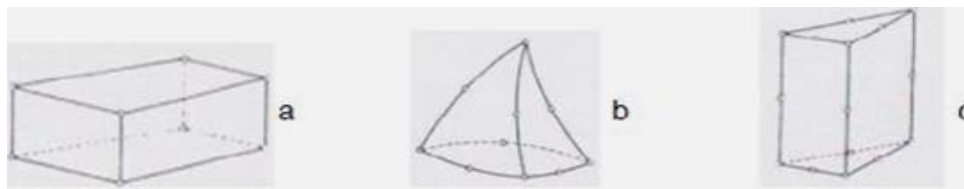


Figura B.2. Elementos finitos tridimensionales.

Otro grupo de elementos tridimensionales que pueden emplearse en otros problemas que involucran formas cilíndricas, se muestra en la figura B.2c. Dichos elementos son similares al elemento triangular bidimensional, excepto que éstos permiten una variación en su tercera dimensión.

En el análisis de problemas axisimétricos se emplean cuadrilátero en vez de triángulos. Cuando se tienen dificultades en idealizar superficies o fronteras curvas usando elementos con lados rectos y superficies planas, se requiere emplear elementos con lados y/o caras curvas. Estos elementos son paraméricamente equivalentes con sus elementos rectilíneos correspondientes, por ello se les denomina elementos isoparamétricos. En las figura B.3 y B.4 se muestran elementos de orden superior, cuadráticos y cúbicos, para regiones triangulares y cuadriláteros, respectivamente, en las cuales se presentan elementos de lados rectos, por una parte, y elementos isoparamétricos por la otra (*Dominguez, et .1992*).

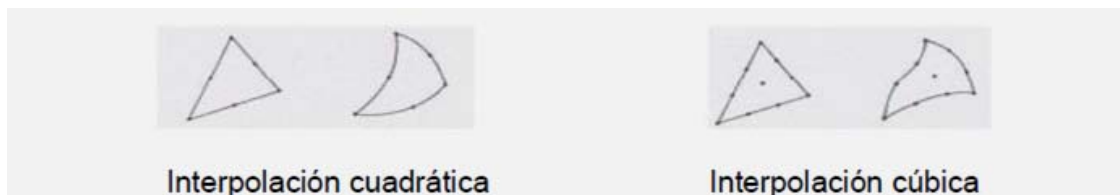


Figura B.3. Elementos triangulares y sus formas isoparamétricas con interpolación cuadrática y cubica.

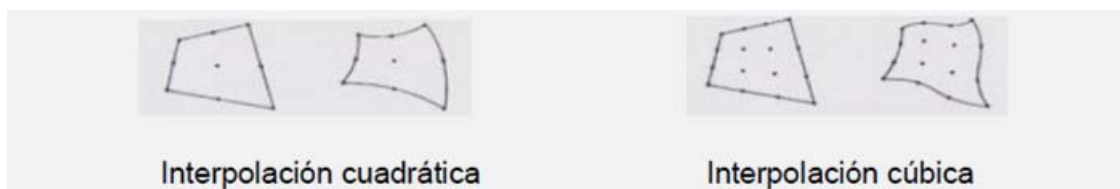


Figura B.4. Elementos cuadriláteros y sus formas isoparamétricas con interpolación cúbica y cuarta.

Non-linear modelling of composite CFT & SRC columns taking account of bonding

G. Vergara¹, N. Domínguez¹

¹ *Sección de Estudios de Posgrado e Investigación,
Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura (SEPI-ESIA), Instituto Politécnico Nacional of Mexico
e-mail: ndominguez@ipn.mx*

Introduction

The practice of steel-concrete composite construction has been growing in the worldwide due to some attractive advantages: adaptability for architectural design, good level of security and protection for fire events, and a good seismic structural response. In spite of this, local government codes provides bare information about this topic -even in countries placed in seismic regions-, adopting traditionnal and conservative rules for designing this kind of hybrid elements. In practice, it is very common to associate concrete and steel strengths as they were only one, without taking account of three essential points: (a) concrete and steel have different material behaviors, (b) there is a deformation incompatibility, and (c) bonding between them is not perfect. Due to all of these reasons, structural elements might be designed with an over calculated security factor, and the consequent over-cost. Motivated by developing more efficient composite structural elements, the aim of this work is to reproduce numerically the real structural response of composite columns by using a Finite Element code, and compare these results to the local practices of design.

Finite Element modelling

In order to reach our objectives, we simulated the realistic structural response of two basic kind of composite columns: Steel sections encased in concrete (Steel-Reinforced Concrete or SRC) and steel sections filled with concrete (Concrete Filled Tubes, or CFT). Before doing the numerical simulations, we took as reference the experimental results reported by Kim [2], who studied 1181 specimens of different columns (SRC, CCFT & RCFT). This campaign of tests was done in order to evaluate the last AISC 2005 provisions for this kind of structural elements. Combining different non linear material models for steel (elastoplastic, plasticity with strain hardening -Park's model-, etc.), and concrete (University of Sidney's "pipe-filled" model, Mander's "pipe-filled" model, Whitney-ACI's "rectangle" model, etc.), and considering a perfect bonding between them, we reconstructed the typical force-flexural moment interaction curve of the selected columns. From a preliminary comparison between these combinations, it was appreciated that non-linear models considering tension in concrete, predict better the observed experimental collapse behavior of hybrid columns. Because all these models are developed in the framework of Plasticity theory, we proposed to adopt for concrete a non-linear model based on Damage theory.

The finite element simulations were carried out in the FEAP code [4], where a non linear behavior for 3D damage in concrete (Mazars model [3]) was implemented, as well as a bonding deterioration model (Dominguez model [1]); to support this bond thermodynamic model, it was necessary to develop an special 3D interface finite element, in the same way as it is explained in [1] for 2D problems. For steel, we

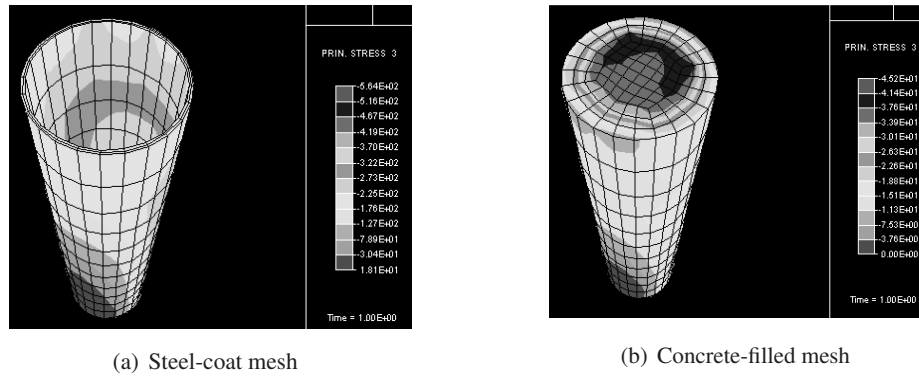


Figure 1: 3D modelling of SRC column in FEAP.

adopted the already-integrated classical elastoplastic model with isotropic hardening. Because the experimental tests considered an external moment acting at the upper edge of the column, in the numerical model a distributed lateral load was applied on the upper surface of the mesh. In which concerns to the buckling effect, the incremental pseudo-static analysis was done using a finite deformation resolution.

Preliminary conclusions

Our preliminary work in SRC columns shows that influence of bonding is not so important while behavior of all materials rests in the elastic range. Nevertheless, as soon as shear stresses in steel-concrete reach an elastic limit stress (0.4MPa), bonding deterioration produces a redistribution of stresses in concrete body, and the steel coat takes more efforts than concrete. The study of CFT columns are still in process. The whole results obtained from this work will be presented and commented in the conference.

References

- [1] Dominguez N., Brancherie D., Davenne L. and Ibrahimbegovic A., *Prediction of crack pattern distribution in reinforced concrete by coupling a strong discontinuity model of concrete cracking and a bond-slip of reinforcement model*, Engineering Computations, **22**(No. 5/6), 558–582, 2005.
- [2] D. K. Kim, *A database for composite columns*, M.S. Thesis, School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, 2005.
- [3] Mazars J., *A description of micro- and macro-scale damage of concrete structures*, Journal of Engineering Fracture Mechanics, **45**(No. 5/6), 729-737, 1986.
- [4] R. Taylor, *FEAP - A Finite Element Analysis Program, Version 7.4*, Example Manual, Programmer Manual, Theory Manual and User Manual, University of Berkeley, California, 2001.