

# CAPÍTULO 1

---

## Introducción

---

### 1.1. Antecedentes

El filtrado digital es una de las funciones más importantes del procesamiento digital de señales. Los filtros digitales son ampliamente utilizados en diversas aplicaciones, incluyendo procesamiento de voz e información de comunicaciones, procesamiento de imagen y video, aparatos electrónicos de uso personal, sonar, radar, exploración sísmológica y petrolífera, [8, 14].

Un *filtro* es, [14], en el más simple sentido, un dispositivo que mejora y/o rechaza ciertas componentes de una señal. *Adaptar* es cambiar algunas características de acuerdo al conocimiento del medio ambiente. Combinando estos dos términos, sugieren que el objetivo de un filtro adaptivo es: cambiar su selectividad basada en las características específicas de las señales que están siendo procesadas.

En procesamiento digital de señales, el término filtro adaptivo, describe a un conjunto particular de estructuras computacionales y métodos para el procesamiento de señales. Mientras muchas de las técnicas más populares utilizadas en filtros adaptivos han sido desarrolladas y refinadas en los últimos 40 años, el campo de los filtros adaptivos es parte del campo de la teoría de optimización que data de los trabajos científicos de Galileo y Gauss en los siglos XVIII y XIX. Desarrollos modernos en los filtros adaptivos comenzaron en los años 30 y en los 40 con los aportes de Kolmogorov, Wiener y Levinson para formular y resolver tareas de estimación lineal.

#### 1.1.1. ¿Qué es un filtro adaptivo?

Un *filtro adaptivo* es un dispositivo computacional que intenta modelar la relación entre dos señales en tiempo real de una manera iterativa. Los filtros adaptivos son frecuentemente realizados como un conjunto de instrucciones de programa ejecutadas en un dispositivo de procesamiento aritmético (un microprocesador o un circuito DSP), o como un conjunto de operaciones lógicas implementadas en un FPGA (*field-programmable gate array*) o en un circuito integrado VLSI (*Very Large Scale Integration*). Sin embargo, ignorando cualquier error introducido por efectos de precisión numérica en estas implementaciones, la operación fundamental de un filtro adaptivo puede ser caracterizada independientemente de la realización física que se tome.

Un filtro adaptivo es definido por cuatro aspectos, [14, 2]:

1. Las *señales* que son procesadas por el filtro.
2. La *estructura* que define cómo es calculada la señal de salida respecto a la señal de entrada.
3. Los *parámetros* dentro de su estructura puedan ser modificados iterativamente para cambiar la relación entrada-salida del filtro.

4. El *algoritmo adaptivo* que describe cómo son ajustados los parámetros de un instante de tiempo a otro.

Seleccionando una estructura particular de filtro adaptivo, uno especifica el número y tipo de parámetros que pueden ser ajustados. El algoritmo utilizado para actualizar los valores de los parámetros del sistema puede tomar un sinnúmero de formas y es frecuentemente derivado como una forma de procedimiento de optimización que minimiza un criterio de error que es útil para la condición a manejar.

### 1.1.2. El problema de filtrado adaptivo

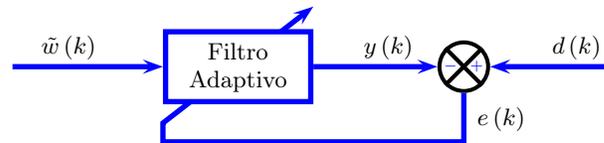


Figura 1.1: El problema general del filtrado adaptivo.

En la Figura 1.1 se observa un diagrama de bloques en el cual una muestra de una *señal de entrada* digital  $\tilde{w}(k)$ , es alimentada al dispositivo llamado *filtro adaptivo*, éste, calcula una correspondiente muestra de la *señal de salida*  $y(k)$  en el tiempo  $k$ . Por el momento, la estructura del filtro adaptivo no es importante, excepto por el hecho de que contiene parámetros ajustables cuyos valores afectan el cálculo de  $y(k)$ . La señal de salida es comparada a una segunda señal  $d(k)$ , llamada *respuesta deseada de la señal*, substrayendo las dos muestras en el tiempo  $k$ . La señal de la diferencia está dada por,

$$e(k) = d(k) - y(k), \quad (1.1)$$

y es conocida como *señal de error*. La señal de error es alimentada en un procedimiento el cual altera o adapta los parámetros del filtro de un tiempo  $k$  a un tiempo  $(k + 1)$  de una manera bien definida. Este proceso de adaptación es representado por la flecha oblicua que atraviesa el bloque del filtro adaptivo en la Figura 1.1. A medida que el índice del tiempo  $k$  es incrementado, se espera que la salida del filtro adaptivo resulte mejor y similar a la señal de respuesta deseada a través de este proceso de adaptación, o sea que la magnitud del  $e(k)$  decrezca a través del tiempo. En este contexto, el significado de *mejor* es especificado por la forma del algoritmo adaptivo utilizado para ajustar los parámetros del filtro.

En la tarea del filtrado adaptivo, adaptación se refiere al método por el cual los parámetros del sistema son cambiados de un tiempo  $k$  a un tiempo  $(k + 1)$ . El número y tipo de parámetros dentro de este sistema depende de la estructura computacional seleccionada para el sistema.

### 1.1.3. Estimación de parámetros como un componente de la teoría de identificación

La teoría de identificación moderna, [17], básicamente trata con el problema de la extracción eficiente de señales y algunas propiedades dinámicas basadas en la información o en mediciones disponibles.

La identificación de sistemas dinámicos está tradicionalmente interesada con dos temas:

- Estimación de parámetros basada en mediciones directas y completas del espacio de estado.
- Estimación del espacio de estado (filtrado y observación) de la dinámica no lineal completamente conocida.

La identificación de parámetros para diferentes clases de sistemas dinámicos ha sido extensivamente estudiada durante las últimas tres décadas. Básicamente fue considerada la clase de sistemas dinámicos cuya dinámica depende linealmente de los parámetros desconocidos, y el ruido externo fue considerado que era de naturaleza estocástica.

## 1.2. Planteamiento del problema

Uno de los problemas principales del procesamiento digital de señales en sistemas tipo caja negra, es utilizar un dispositivo (un filtro) que realice la tarea de estimar e identificar sus componentes internas, eliminando aquellas que son consideradas como ruidos que afectan su buen funcionamiento y así emitir una respuesta más parecida a la ideal. Dentro del proceso de estimación de estados internos y así la descripción de la dinámica de los estados observables, los modelos utilizados comúnmente cuentan con la limitación de requerir de la evolución de lo que se conoce como los parámetros del sistema. Ello tiene que ver (la descripción de los estados), en la forma más simple con la primitiva de la ecuación que describe el comportamiento del sistema de referencia, en donde se observa la dinámica de los parámetros, que requieren ser conocidos y que en la realidad al ser un sistema tipo caja negra, ellos requerirán ser estimados.

La pregunta obligada será ¿cómo estimar los parámetros o parámetro de un sistema estocástico SISO tipo caja negra invariante en el tiempo?

## 1.3. Justificación

La estimación de parámetros de los sistemas tipo caja negra ha sido necesaria en los sistemas de seguimiento ya que la descripción heurística de los mismos requiere de mucho trabajo informático, lo que lleva a dar respuestas correctas pero fuera de tiempo o muy costosas.

Los modelos considerados en el proceso de estimación se basan comúnmente en conocer la dinámica de los parámetros dentro de la caja negra, tal es el caso del Filtro de Kalman.

El error de identificación usado en los filtros identificadores está en función a su vez del error de estimación, lo cual no sería posible construir sin una estimación paramétrica.

Dentro de los identificadores al considerar heurísticas, se tiene el problema de construir la región de estabilidad del sistema a describir, lo que hace más complejo el proceso de identificación.

Respecto de lo anterior el proceso de estimación, es requerido para afectar de una manera adecuada al proceso de identificación y lograr dar una respuesta correcta en tiempo y forma de acuerdo a la evolución del sistema de referencia.

## 1.4. Hipótesis

Es posible desarrollar un estimador de parámetros de manera recursiva de un sistema estocástico descrito por un modelo de primer orden en diferencias finitas, que se logre observar por el funcional del error de identificación una alta convergencia a la señal de referencia estacionaria.

## 1.5. Objetivo de la tesis

Desarrollar un algoritmo de filtrado recursivo y adaptable para sistemas *autorregresivos (AR)* de primer orden, que sea capaz de estimar el parámetro interno desconocido, utilizando de referencia, un modelo tipo caja negra en diferencias finitas, al cual se le aplica una señal con ruido de entrada estacionaria.

### 1.5.1. Objetivos particulares

Desarrollar:

- El filtro estimador a través del segundo momento de probabilidad, considerando tan sólo la respuesta del sistema de referencia.
- La integración del filtro estimador en el filtro identificador.
- El proceso de adaptación para mejorar la respuesta de ambos filtros, por la afectación al filtro estimador.
- El algoritmo del filtro integrado (estimador-identificador) para probar su funcionamiento a diferentes condiciones de excitación estacionarias.

## 1.6. Límites y Alcances del trabajo

- Sólo se considera un modelo de primer orden estacionario en diferencias finitas respecto del sistema de referencia que es del tipo SISO, AR (1).
- Se considera que el sistema de referencia es estable en el sentido BIBO (entradas acotadas, salidas acotadas, por sus siglas en inglés).
- Los ruidos considerados están acotados por los dos primeros momentos de probabilidad.
- Las señales consideradas están acotadas por una función de distribución normal, con media y varianzas conocidas.
- El estimador se describe de forma recursiva considerando las condiciones de estacionariedad.
- Sólo se utilizó un identificador de primer orden expresado en diferencias finitas.
- El funcional del error de identificación se construyó a través del segundo momento de probabilidad del error de identificación y se expresó de manera recursiva.
- El proceso de adaptación sólo se consideró en el estimador.
- La adaptación sólo fue de manera proporcional, considerando el error de identificación y a su funcional.
- Se desarrolló la implementación y simulación del filtro integrado con el proceso de adaptación, en el simulador MATLAB®.
- Para diferentes condiciones de entrada, se probó la respuesta del filtro integrado.
- No se conoce la dinámica interna del sistema de referencia.
- No se comparó con otros filtros.
- No se desarrolló dentro de un espacio vectorial.

- Se consideró como estable, de acuerdo a la literatura al respecto, que la respuesta del estimador requería estar acotada dentro de un círculo unitario.
- Se probaron diferentes técnicas de adaptación.
- No se implantó dentro de un circuito digital.
- Se probó su nivel de convergencia para diferentes excitaciones.
- Se compararon las respuestas del filtro con y sin adaptación.

## 1.7. Contribuciones

El presente trabajo aporta el desarrollo y metodología para construir un algoritmo de estimación de parámetros, cuyo funcional de error permite observar un alto nivel de convergencia.

Lo que permite ser considerado dentro del área de filtrado digital, para ser usado en aplicaciones con perturbaciones acotadas y del tipo estacionario.

El algoritmo está basado en el esquema clásico de observadores de estado con algunas modificaciones, para la descripción de los parámetros internos del sistema tipo caja negra.

## 1.8. Método de investigación y desarrollo utilizado

El método de investigación utilizado es el de procesos estocásticos para la estimación de parámetros, considerando que las señales de excitación y observable, son medibles a excepción de lo que ocurre en la caja negra.

Para la construcción del estimador, se consideró:

- a) Un modelo tipo AR (1), con media y varianza acotados.
- b) Los segundos momentos de probabilidad respecto al modelo de referencia, considerando la des-correlación entre la señal de salida y la de excitación.
- c) La forma recursiva del estimador considerando que todos sus elementos son equiprobables.
- d) La integración del estimador a un identificador así como su proceso de adaptación.
- e) Se verifica el nivel de convergencia del filtro integrado después de dos iteraciones, por el proceso de adaptación.

## 1.9. Organización de la tesis

El presente trabajo se estructura de la siguiente forma:

En el Capítulo 2 se presenta el estado del arte, es decir, se plantean algunas de las contribuciones que se han realizado a lo largo de la historia. Aquí se abordan algunos de los problemas principales que se han presentado y las técnicas que se han utilizado para resolverlos.

En el Capítulo 3 se presentan los sistemas AR, aquí se da una perspectiva general de dichos sistemas. Se muestran sus características principales y se plantean algunas de las propiedades que

son útiles en los capítulos siguientes.

En el Capítulo 4 se plantean las características principales acerca del filtrado digital. Se presenta el filtrado adaptivo, además es aquí en donde se desarrolla el algoritmo de filtrado adaptivo para sistemas AR de primer orden.

En el Capítulo 5 se realizan algunas simulaciones de los algoritmos obtenidos en el capítulo anterior. También se presenta la identificación del estado observable  $i(k)$  de un motor de corriente directa, considerando para ello el proceso de adaptación y la estimación del parámetro interno del sistema tipo caja negra. Dichas simulaciones son realizadas con el software MATLAB<sup>®</sup>, y como se puede apreciar en las gráficas, los resultados obtenidos fueron muy satisfactorios.

En el Capítulo 6 se dan algunas conclusiones referentes al trabajo realizado, además de algunas perspectivas para trabajos futuros.

En el Apéndice A se muestran los programas utilizados en la simulación del algoritmo de estimación-identificación implementado. Finalmente, se presentan las Referencias bibliográficas utilizadas para desarrollar este trabajo.