

CAPÍTULO 2

Estado del arte

En los últimos 50 años, el procesamiento digital de señales se ha desarrollado como una gran disciplina en ingeniería. Las áreas de procesamiento de señales han crecido desde el origen de la Transformada de Fourier y el diseño digital de filtros hasta el análisis estadístico espectral, procesamiento de arreglos, de imagen, de audio, de multimedia, y diseño de procesadores de señales de alto rendimiento. Actualmente, existen varias áreas, que se benefician de muchas aplicaciones del procesamiento digital de señales.

2.1. Teoría de Estimación Lineal

Los primeros estímulos del desarrollo de la teoría de estimación lineal (filtrado) fueron aparentemente provistos por los estudios astronómicos, en los cuales, se estudió el movimiento de los planetas y cometas con el uso de mediciones telescópicas. Los comienzos de la teoría de estimación en la cual, intentos son hechos para minimizar varias funciones de errores son atribuidas a Galileo Galilei en 1632. Sin embargo, el origen de la teoría de estimación lineal es acreditada a Gauss, quien, a la edad de 18 años en 1795, inventó el *método de mínimos cuadrados* para estudiar el movimiento de los cuerpos celestes [Gauss, 1809]. Sin embargo, en los comienzos del siglo XIX, hubo una considerable controversia alrededor del actual inventor del método de mínimos cuadrados. La controversia sucedió porque Gauss no publicó su descubrimiento en 1795, más bien, fue primero publicado por Legendre en 1805, quien independientemente inventó ese método [Legendre, 1810].

Los primeros estudios de la estimación de la minimización de la media al cuadrado en procesos estocásticos fueron hechos por Kolmogorov, Krein y Wiener durante las décadas tercera y cuarta del siglo pasado [Kolmogorov, 1939; Krein, 1945; Wiener, 1949]. Los trabajos de Kolmogorov y Krein fueron independientes a los de Wiener, y mientras había un traslape en los resultados, sus intenciones fueron más bien diferentes. Hubo muchas diferencias conceptuales (como uno esperaría después de 140 años) entre el problema de Gauss y el problema tratado por Kolmogorov, Krein y Wiener, pero llegaron al mismo resultado.

Kolmogorov inspirado por el trabajo de Wold en procesos estacionarios discretos en tiempo [Wold, 1938], desarrollaron un tratamiento comprensivo del problema de predicción lineal para procesos estocásticos discretos en tiempo. Krein notó la relación de los resultados de Kolmogorov para un trabajo por Szegö en polinomios ortogonales [Szegö, 1939; Grenander y Szegö, 1958] y extendieron los resultados al tiempo continuo por el uso de una transformación bilineal.

Independientemente, Wiener formuló el problema de predicción lineal continuo y derivó una fórmula explícita para el predictor óptimo. Wiener también consideró el problema de filtrado de estimar un proceso contaminado por ruido. La formulación explícita para la estimación óptima requirió de la solución de una ecuación integral conocida como la ecuación Wiener-Hopf [Wiener y Hopf, 1931].

En 1947, Levinson formuló el problema de filtrado de Wiener en tiempo discreto. En el caso de señales de tiempo discreto, la ecuación de Wiener-Hopf en forma matricial es descrita en (2.1),

$$\mathbf{R}\mathbf{w}_o = \mathbf{p}, \quad (2.1)$$

donde, \mathbf{w}_o es el vector de pesos de ajuste del filtro óptimo de Wiener estructurado en la forma de filtro transversal, \mathbf{R} es la matriz de correlación de las entradas, y \mathbf{p} es el vector de correlación cruzada entre las entradas y la respuesta deseada. Para entradas estacionarias, la matriz de correlación \mathbf{R} asume una estructura especial conocida como *Toeplitz*, [Toeplitz, 1917]. Explotando las propiedades de una matriz Toeplitz, Levinson derivó un elegante procedimiento recursivo para resolver la forma matricial de la ecuación de Wiener-Hopf [Levinson, 1947]. En 1960, Durbin redescubrió el procedimiento recursivo de Levinson como un esquema para el ajuste de modelos autorregresivos a series de tiempo escalares. El problema considerado por Durbin es un caso especial de la ecuación (2.1), en la cual, el vector columna \mathbf{p} incluye los mismos elementos encontrados en la matriz de correlación \mathbf{R} . En 1963, Whittle mostró que hay una relación cerrada entre el método de recursión de Levinson-Durbin y los polinomios ortogonales de Szegő y también derivó una generalización multivariable de la recursión de Levinson-Durbin.

Wiener y Kolmogorov supusieron una cantidad infinita de información y supusieron procesos estocásticos estacionarios. Durante 1950, algunas generalizaciones de la teoría de filtrado de Wiener-Kolmogorov fueron hechas por varios autores para cubrir la estimación de procesos estacionarios dados sólo por un intervalo de observaciones finitas y también para cubrir la estimación de procesos no estacionarios. Sin embargo, algunos investigadores estuvieron insatisfechos con los más significativos resultados de este período porque fueron un tanto más complicados, difíciles de actualizar con aumentos en el intervalo de observación y dificultad para modificar el caso del vector. Las dos últimas dificultades resultaron particularmente evidentes en la década de los cincuenta del siglo pasado, en el problema de determinar las órbitas de los satélites. En esta aplicación, había generalmente un vector de observaciones de combinaciones de posición y velocidad, y también una gran cantidad de información fue secuencialmente acumulada con cada paso del satélite sobre una estación de seguimiento. Swerling fue uno de los primeros en atacar el problema presentando algunos algoritmos recursivos [Swerling, 1958]. Por diferentes razones, Kalman independientemente desarrolló un algoritmo un poco más restringido que el de Swerling, pero este fue un algoritmo que pareció particularmente mejor para los problemas de estimación dinámicos que trajeron el advenimiento de la era espacial [Kalman, 1960]. Después de que Kalman había publicado su artículo y había obtenido considerable fama, Swerling escribió una carta clamando prioridad para las ecuaciones para el filtro de Kalman [Swerling, 1963]. Sin embargo, su súplica, había caído en oídos sordos. Es irónico que los problemas de determinación de órbitas proveyeron los estímulos del método de mínimos cuadrados de Gauss y el filtro de Kalman, y en cada caso, hubo disputas respecto a los inventores. La formulación original de Kalman del problema de filtrado lineal fue derivada para procesos discretos en tiempo. El filtro continuo en tiempo fue derivado por Kalman en sus subsecuentes colaboraciones con Bucy; ésta última solución es algunas veces referida como el *filtro de Kalman-Bucy* [Kalman y Bucy, 1961]. En una serie de artículos, Kailath reformuló la solución para el problema de filtrado utilizando la aproximación de innovaciones [Kailath, 1968, 1970; Kailath y Frost, 1968; Kailath y Geesey, 1973]. En esta aproximación, un proceso estocástico $u(n)$ es representado como la salida de un filtro causal e invertible manejado por un proceso de ruido blanco $v(n)$, el cual es llamado proceso de innovación, con el término “innovación” denotando nuevo. La razón de esta terminología es que cada muestra del proceso $v(n)$ provee información enteramente nueva, en el sentido que es estadísticamente independiente de todas las muestras pasadas del proceso original $u(n)$, y asumiendo que es Gaussiano; de otro modo, cada muestra es no correlacionada con todas las muestras pasadas de $u(n)$. La idea

detrás de la aproximación de las innovaciones fue introducida por Kolmogorov (1939).

En [7], el desarrollo de un filtro convencional de Kalman es basado en el completo conocimiento de los parámetros del sistema, el ruido estadístico y las funciones determinísticas forzadas. En este trabajo, se habla del problema de los parámetros conocidos del sistema y el ruido estadístico desconocido y las funciones determinísticas forzadas. Dos conceptos son investigados: 1) Las funciones de los pesos adaptables para la ganancia del filtro de Kalman y las matrices del error de covarianza, donde estos pesos son funciones de muestras de la media y la varianza de las innovaciones de la secuencia; y 2) Suavizado robusto de las variables de estado estimadas. Los conceptos presentados relativos a este particular problema se aplican a la clase limitada de dinámicas de sistemas lineales asociadas con mediciones lineales. Por otra parte, las dinámicas de sistemas no lineales asociadas con mediciones lineales o no lineales, no son consideradas. Los conceptos también aplican para los casos donde las observaciones hechas por el sensor son las variables a ser estimadas. Se presentó una aplicación para un sistema lineal simple; sin embargo, la aplicación primaria sería para la estimación de la posición, velocidad y aceleración de un cuerpo moviéndose en un espacio tridimensional basada en la información observada que es colectada por un sensor remoto de seguimiento de cuerpos móviles. Las estimaciones de las variables de estado usando el proceso adaptable para el sistema lineal simple durante los períodos cuando el sistema no está siendo forzado están relativamente muy cercanos a los del filtro de Kalman convencional para períodos congruentes, pero hay un incremento en el error de la media al cuadrado, porque el estimador adaptable no es óptimo. Durante los períodos cuando el sistema está siendo forzado a pruebas extremas, mientras es comparado con las estimaciones del filtro convencional de Kalman, es realizada con la ganancia adaptable, el peso de la covarianza, y asociada al procedimiento de suavizado robusto. Las estimaciones realizadas con el procedimiento adaptable durante los períodos de forzado del sistema, con todo, contienen un considerable nivel de error de la media al cuadrado. Esto parece estar en prevaeciente *error (shortfall)* de los procedimientos de estimación adaptable. El compromiso planteado fue el conocimiento de las funciones determinísticas forzadas contra el alto error de estimación de la media al cuadrado en ausencia de información.

En [13], los sistemas de trenes eléctricos hay la necesidad de detectar y predecir señales armónicas contenidas en la información medida para el control de vehículos o con el propósito de monitoreo. Un método eficiente de estimación en línea para tales aplicaciones es el filtro de Kalman. Sin embargo, el rendimiento del algoritmo recursivo estándar de Kalman es fuertemente dependiente de la información a priori de los ruidos del proceso y la medición el cual es además desconocido o es aproximadamente conocido en situaciones prácticas. Además, el filtro de Kalman frecuentemente sufre del problema de *ajuste de ganancias* y entonces pierde la habilidad para ajustarse a cambios de parámetros abruptos. En este artículo, un filtro de Kalman adaptable basado en el análisis de la correlación fue propuesto para ayudar a resolver estos problemas. Los resultados de la simulación usando medidas actuales de un vehículo en línea demostraron la efectividad del método propuesto.

En [1], se presenta una aproximación basada en estimación para el problema de filtrado adaptable (control) en escenarios de filtros LMS con parámetros desconocidos en la segunda pasada. La aproximación discutida produce una estimación robusta para los parámetros desconocidos del sistema mientras satisface los objetivos de control adaptable. El objetivo de control es limitar el peor caso de ganancia de energía de perturbaciones exógenas, incertidumbre en la condición inicial, y el error de estimación de parámetros para la cancelación del error en la salida de la trayectoria secundaria. Los resultados de la simulación en un típico problema demuestran la cancelación de ruido.

En [20], el filtrado adaptable es ampliamente utilizado en muchos casos y usualmente conformado en una estructura FIR. Sin embargo, en un canal de ecualización inalámbrico multi-trayectoria, el canal puede ser presentado como un modelo cuya dificultad será encontrada, para la ecualización,

utilizando un filtro FIR adaptable. En esta situación, el canal puede ser compensado con características satisfactorias utilizando un filtro IIR adaptable y obtener un mejor funcionamiento que el FIR. Desafortunadamente, el algoritmo general tipo IIR es difícil de implementar con robustez y claridad. En otro campo de procesamiento de señales, tal como estimación de espectro e identificación de sistemas, la aproximación clásica es modelar la señal (el sistema) como un proceso ARMA, esto es, una señal puede ser considerada como la salida de un filtro con ceros y polos en función del sistema excitado con ruido blanco. Comparado con un modelo AR, en el proceso ARMA permite contar con todos los elementos de una función de transferencia. Un modelo ARMA puede también ser equivalente con un filtro IIR, eso es para ajustar los parámetros para habilitar la salida cerrada del filtro con una señal de referencia. Aquí se propone un nuevo marco de referencia para un filtro adaptable IIR y la estimación de parámetros ARMA basado en un filtro particular de Monte Carlo, y es demostrado con algunas simulaciones. El fenómeno de degeneración no ocurrirá en este tipo de filtrado. Los resultados de las simulaciones indicaron que el nuevo método tiene un nivel de convergencia aceptable.

En [12], el Filtro de Kalman (unscented) normal (UKF, por sus siglas en inglés) sufre de degradación de rendimiento y continuamente diverge mientras se mantiene el compromiso entre la distribución del ruido asumida a priori, que es conocida por el UKF y la verdadera en el sistema real. Aquí, el UKF adaptable fue desarrollado y aplicado para la estimación conjunta de estados y parámetros variantes en el tiempo. La función de costo construida está basada en el error entre las matrices de covarianza de innovación y sus correspondientes estimaciones. El algoritmo adaptable diseñado se encarga de actualizar en línea la covarianza del ruido del proceso minimizando la función de costo. Además renueva la función de covarianza que retroalimenta al filtro normal UKF. Como resultado de utilizar tal mecanismo de actualización, la robustez del filtro convencional UKF es sustancialmente mejorada con respecto a la incertidumbre y la covarianza del ruido variante en tiempo en el sistema real. Para ilustrar esto, se realizan simulaciones utilizando la dinámica de un helicóptero no tripulado para estimar conjuntamente los estados y los errores del modelo. Las mejoras del AUKF propuesto son demostradas comparando los resultados con y sin el mecanismo de adaptación.

En [10], se investigó la fusión de información en una aplicación de un multisensor, esta técnica realiza la estimación del estado de una planta no lineal. El método propuesto está basado en aproximaciones de filtros de Kalman que mejoran la estimación del estado obtenida por el filtro adaptable de Kalman, (*adaptive unscented Kalman filter (AUKF)*, en inglés). La tendencia común para la implementación del KF, asume matrices de distribución fijas pre-especificadas para ambos ruidos del proceso y de la medición. Aquí, sin embargo, las matrices de varianzas para ambas señales de ruido del proceso y de la medición, son a priori, asumidas desconocidas y éstas son incrementalmente estimadas y actualizadas utilizando el paradigma de la ventana deslizante en tiempo, entre la cual, la estimación de la varianza del ruido es calculada y adaptivamente actualizada cada vez que la ventana es recorrida hacia adelante. La metodología propuesta es probada en un problema de un tanque reactor movido continuo, en donde se estiman cuatro estados de su planta no lineal. Los resultados de las simulaciones demuestran la superioridad del método sugerido en la estimación de estados comparada con las aproximaciones reportadas previamente.

Un control de auto-ajuste rápido y flexible adaptivo (STC por sus siglas en inglés) se propuso en [19] para sistemas no lineales, variantes en tiempo rápidos y multi-entrada, multi-salida (MIMO) usando la salida original y el error de las redes neuronales recurrentes (OERNN). El punto clave de esta investigación para el control no lineal fue el desarrollo de un seguidor de trayectoria rápido con un sistema de control adaptivo flexible que no requirió conocimientos previos sobre la planta a controlar, o sea un modelo tipo caja negra. De ahí que sus algoritmos tienen una gran flexibilidad para diversas aplicaciones. Con el fin de llevar a cabo este objetivo de la investigación, la identificación ha

sido lograda con éxito sobre la base de un modelo de red neuronal recurrente, y con una ley óptima no lineal cuadrática, consiguiendo el seguimiento rápido de un robot manipulador de revoluta con tres grados de libertad.

En [9], se presentó un esquema de modelado para sistemas tipo caja negra basado en las redes de aprendizaje universal (ULN por sus siglas en inglés). La ULN, como un superconjunto de todo tipo de redes neuronales, se compone de dos tipos de elementos: nodos y ramas correspondientes a las ecuaciones y sus relaciones en una descripción tradicional de sistemas dinámicos. Siguiendo la idea de la ULN, un sistema tipo caja negra no lineal es primero representado por un conjunto de ecuaciones desconocidas relacionadas, y después es tratada como la ULN con nodos y ramas. Cada función nodo desconocida en la ULN es re-paramétrizada utilizando un modelo adaptativo difuso. Una de las características distintivas del modelo tipo caja negra construido de esta manera es que puede incorporar la información obtenida de los datos de entrada-salida en su modelado y por lo tanto sus parámetros a ser entrenados tienen un significado explícito útil para la estimación y aplicaciones.

En [3], se abordó el tema de un modelo libre de identificación de sistemas electrónicos altamente no lineales ya sea de los datos obtenidos a través de una simulación en el dominio del tiempo o de mediciones con hardware. Este método de identificación del sistema basado en el enfoque de caja negra, utiliza los datos generados por las herramientas de diseño conocido como PSpice® y MATLAB®, y es generalmente más simple e independiente del tipo de convertidor. Como aplicación de la identificación de una planta desconocida en los sistemas de electrónica de potencia, se presentó un enfoque constructivo de caja negra que tiene como objetivo generar, en tiempo discreto de pequeña señal, modelos lineales equivalentes para una clase general de convertidores, que incluye convertidores resonantes, moduladores de ancho de pulso (PWM) y convertidores PWM de conmutación en voltaje cero. El modelo resultante de pequeña señal, describe el convertidor como un sistema lineal invariante en el tiempo y el conocimiento del sistema lineal identificado puede ser aplicado a los convertidores de conmutación para la construcción de controladores retroalimentados. Los resultados de la identificación se compararon con el modelo analítico y los datos experimentales.

En [6], se mostró el uso de la técnica vector de regresión de soporte (SVR) para la identificación de sistemas tipo caja negra. Este método se deriva de la teoría de aprendizaje estadístico, y es de gran interés teórico y práctico. Se describió la teoría que sustenta el SVR, y se comparó con otros métodos de vector de soporte con otros enfoques mediante redes de base radial. Por último, se aplicó SVR para modelar el comportamiento de un brazo robot hidráulico, y se mostró que el SVR mejora los resultados publicados anteriormente.

En [5], se presentó una estructura para la identificación de sistemas tipo caja negra basada en redes recurrentes neurodifusas en tiempo continuo para una clase de sistemas dinámicos no lineales. La red propuesta obtiene la dinámica de un sistema mediante la generación de sus propios estados, con las únicas mediciones de la entrada y la salida del sistema. El algoritmo de entrenamiento se basa en la teoría de observadores adaptivos, la estabilidad de la red, la convergencia del algoritmo de entrenamiento, y la última cota del error de identificación, así como del error paramétrico. Los resultados experimentales se incluyen para ilustrar la eficacia del método propuesto.

En [18], se propuso un método de manejo de datos para determinar partes concurrentes en Sistemas a Eventos Discretos (DES por sus siglas en inglés). El objetivo es mejorar los resultados de los métodos de identificación de sistemas tipo caja negra sin tener en cuenta toda la información del sistema a excepción de los datos observados. Para permitir un análisis de los datos recogidos, el impacto de la concurrencia en los datos del sistema expuesto fueron determinados por dos criterios. Se propuso usar un algoritmo de optimización que aísla las partes concurrentes del sistema, minimizando la simultaneidad expresada por los dos criterios propuestos dentro de los subsistemas determinados.

Una aplicación de laboratorio mostró el potencial del método para la fabricación de sistemas del mundo real. El objetivo es ofrecer modelos identificados óptimos para la detección y el aislamiento.