

CAPÍTULO

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO

FUTURO

En esta sección se dan las conclusiones a las que se llegaron a lo largo del desarrollo de esta investigación. Así mismo, se enlista el conjunto de aportaciones a que se llegó a través de la realización de esta tesis. De igual forma se da un conjunto de directivas para la realización de trabajos futuros relacionados con este trabajo de tesis. Finalmente, se da una lista de las publicaciones derivadas de este trabajo.

6.1 Conclusiones

En este trabajo se describe un nuevo modelo de memoras asociativas que utilizan operadores y operaciones del álgebra geométrica, en particular del modelo conforme. Las memorias asociativas geométricas utilizan superficies de separación esféricas para su operación. De hecho, la memoria asociativa es una matriz cuyos renglones son, precisamente, las hiper-esferas de clase.

A diferencia de una memoria tradicional, que puede verse como una red neuronal de una sola capa, las memorias asociativas geométricas constan de dos capas. Y, a diferencia de una red neuronal, estas memorias convergen en un solo paso. Se desarrollaron tres modos de operación para estas memorias, para resolver los problemas de clasificación supervisada y no supervisada y la restauración de patrones.

El modelo de clasificación, como cualquier memoria asociativa, se divide en dos fases: la fase entrenamiento y la fase de clasificación. En la fase de entrenamiento se construyen las vecindades esféricas. Se presentaron varias maneras de construir las vecindades esféricas, en particular se desarrolló un método que utiliza una función de optimización que toma en cuenta tanto los patrones pertenecientes a una clase (puntos dentro de la hiper-esfera) como los patrones de las demás clases (puntos fuera de la hiper-esfera). La hiper-esfera obtenida de esta manera es óptima, en términos de programación cuadrática.

La fase de clasificación consiste en aplicar un producto interior entre la memoria generada y un patrón en su representación conforme. Al vector obtenido se le aplica un ajuste para determinar si el patrón se encuentra dentro o fuera de la hiper-esfera. Finalmente se utiliza una función de argumento máximo para obtener el índice que indica la clase a la que pertenece ese patrón.

Se presentaron condiciones formales bajo las cuales el modelo puede funcionar. En particular, se presentaron los casos de la clasificación perfecta y robusta. El modelo funciona bien cuando las clases son esféricamente separables.

También se presentaron algunos ejemplos numéricos y con patrones reales. El modelo funciona mejor cuando los patrones a clasificar se encuentran más cerca del centro de la hiper-esfera. Los patrones que se encuentran más cerca del borde y están afectados con ruido podrían no ser clasificados correctamente. No es posible clasificar a aquellos patrones que se encuentren afuera de todas las hiper-esferas. Esto se puede solucionar al quitar el ajuste en el segundo paso de la clasificación, pero entonces el modelo funcionaría como un clasificador de distancia mínima.

El modelo de restauración es, de alguna manera, similar al modelo de clasificación. También se divide en dos fases. En la fase en entrenamiento se construyen las hiper-esferas de separación. Al igual que el modelo de clasificación, se presentaron algunas estrategias para construir las hiper-esferas, al final se optó por una función de optimización, como en el modelo de clasificación, pero tomando en cuenta que el centro de la hiper-esfera es el patrón mismo. De la misma forma que en el modelo de clasificación, la hiper-esfera obtenida por este método es óptima.

La fase de clasificación es la misma que en el modelo de clasificación pero agregando un paso más. Después de obtener el índice por medio de la función máximo, la memoria regresa el centro de la hiper-esfera como patrón restaurado.

Se mostraron las condiciones para restauración perfecta y robusta. La cantidad de ruido que un patrón puede admitir se encuentra dada por el radio de la hiper-esfera correspondiente. Como en el modelo de clasificación, cuando un patrón afectado por ruido se encuentra afuera de todas las hiper-esferas no es posible la restauración.

Debido a que la función de optimización depende de una sola variable, se puede encontrar la hiper-esfera óptima utilizando la derivada de la función. Se mostraron también los resultados gráficamente del valor mínimo, que coincidieron con los valores obtenidos por medio de la función de optimización.

Se mostraron ejemplos con patrones reales, en este caso imágenes, para mostrar la eficiencia del modelo descrito. Como se pudo observar en estos experimentos, las imágenes recuperadas siempre presentan un error cuadrático medio de cero; es decir siempre se restaura la imagen original. Con un filtro, recuperar una imagen con error cuadrático medio no es posible.

Se probaron imágenes afectadas con ruido mezclado aleatorio, imágenes con desenfoque e imágenes con falta de información. En estos tres casos el modelo presentado presentó mejores resultados que al usar los filtros tradicionales. Además, los filtros no son capaces de restaurar imágenes con falta de información.

Hay que recalcar que el método de restauración descrito en este trabajo es un método de restauración de patrones, no es un método de restauración de imágenes. El hecho de que en los experimentos se utilicen imágenes, para mostrar el desempeño, se debe a que visualmente son más fáciles de interpretar y los resultados se observan con mayor claridad que al utilizar otro tipo de objetos.

Aunque el modo de operación para clasificación no supervisada no es propiamente una memoria asociativa, éstas juegan un papel importante para el algoritmo desarrollado. El nuevo algoritmo, basado en el algoritmo de k -medias, resuelve el problema del agrupamiento.

Los agrupamientos se generan por medio de un producto interior y una función de máximo, entre un punto y la memoria asociativa geométrica. A diferencia del algoritmo tradicional no se calculan las distancias entre los puntos y cada centro generado. De alguna forma, esto reduce la complejidad del algoritmo.

A diferencia del algoritmo tradicional, en el algoritmo propuesto algunos puntos de inicio podrían no ser considerados como pertenecientes a una clase específica. En algunos tipos de problemas esto puede ser una ventaja porque dichos puntos podrían ser considerados como ruido o como puntos espurios.

Se presentaron dos ejemplos para probar el algoritmo. En la mayoría de los casos los resultados dependen, en gran medida, de la posición de los primeros centros generados de manera aleatoria.

Aunque los resultados de los modelos presentados no fueron los mejores, en este trabajo se dio un primer paso para desarrollar modelos reconocimiento de patrones utilizando el álgebra geométrica. Si bien, los modelos presentados no pueden rivalizar con modelos de reconocimiento de patrones más sofisticados se espera que más adelante se logren mejorar combinándolos con otras ideas.

La idea es desarrollar nuevos modelos de clasificación (o reconocimiento) de patrones, no necesariamente memorias asociativas, que utilicen operadores del álgebra geométrica para su funcionamiento.

6.2 Aportaciones

El trabajo de tesis aporta las siguientes contribuciones a la ciencia, en particular en el área de la inteligencia artificial.

- Un nuevo modelo de memorias asociativas.
- Un algoritmo de clasificación que utiliza superficies de separación esféricas.
- Un nuevo modelo de clasificación supervisada de patrones en el marco del álgebra geométrica.
- Un nuevo modelo de clasificación no supervisada de patrones en el marco del álgebra geométrica.
- Un nuevo modelo de restauración de patrones en el marco del álgebra geométrica.

- Un modelo de memorias asociativas que funcionan ante ruido mezclado.
- Una mejora significativa al algoritmo de k-medias.
- Un algoritmo para resolver un problema de optimización por mínimos cuadrados con álgebra geométrica en el álgebra convencional.

6.3 Consideraciones para trabajos futuros

El siguiente paso es realizar una memoria asociativa de tipo hetero-asociativa, la diferencia con el modelo auto-asociativo, que se presentó en este trabajo, es que los patrones de entrada y salida son diferentes, incluso pueden ser de diferente dimensión. La idea consistiría en utilizar el producto exterior de alguna manera para almacenar el vector de salida dentro de la hiper-esfera.

Para mejorar la clasificación de patrones se puede considerar una hiper-esfera por cada patrón en el conjunto fundamental, estas hiper-esferas crecerán de manera individual hasta encontrarse con otras hiper-esferas. En caso de que las otras hiper-esferas sean de la misma clase se deben fusionar, si son de otra clase deberán dejar de crecer. La clasificación sería la misma que en el modelo mostrado en este trabajo, pero teniendo en cuenta la clase a la que pertenece cada patrón fundamental. Una ventaja de este método es que podría funcionar aún cuando las clases no sean esféricamente separables.

Además de las hiper-esferas se pueden utilizar otros objetos geométricos más complejos como elipsoides o paraboloides. O, inclusive, combinaciones entre diferentes tipos de objetos. De esta forma se podrían utilizar con conjuntos de puntos agrupados en formas irregulares, lo cual daría mejores resultados al momento de clasificar tanto en el modo supervisado como en el no supervisado.

Una forma de mejorar la restauración de patrones, en el caso de las imágenes, es hacer un pre-procesamiento al objeto antes de procesarlo por la memoria asociativa. Esto es, aplicar los filtros con los que se comparo el modelo junto con la memoria asociativa. También se puede combinar este modelo con la técnica de sub-patrones ya que ambos modelos obtuvieron los mejores resultados al hacer la comparación.

En el modo de operación no supervisado se utilizó como base el algoritmo de k -medias. Los resultados podrían mejorar notablemente si se utiliza un mejor algoritmo

como los mapas auto-organizados. Así mismo al combinar con otra forma irregular de superficie de separación en lugar de las hiper-esferas.

Una forma de disminuir el tiempo de cómputo es utilizar alguna técnica bio-inspirada para obtener el mínimo en la función de optimización. También se puede obtener mejores resultados incluyendo ambas restricciones al resolver el problema.

La clasificación presentada en este trabajo es una clasificación dura; es decir, un patrón dado pertenece o no a un clase cuando está dentro o fuera, respectivamente, de la hiper-esfera correspondiente. Sin embargo, con el cálculo del producto interior se puede tener, sin necesidad de más cálculos adicionales, una clasificación difusa usando las hiper-esferas como funciones de pertenencia en dos o más dimensiones.

Desarrollar otros modelos de “*soft-computing*” como los algoritmos genéticos, programación evolutiva, etc. pero que utilicen operadores y operaciones del álgebra geométrica. La idea sería utilizar multi-vectores como los elementos de operación básicos.

6.4 Publicaciones generadas

Este trabajó generó las siguientes publicaciones:

- R. Barrón, B. Cruz, H. Sossa y G. Laguna. «Conformal Geometric Algebra for Spherical Convex Hull Optimization.» *In Proc. of 3rd Internat. Conf. on Appl. of Geom. Algebras in Comput. Sci. and Eng., AGACSE 2008, 2008.*
- B. Cruz, R. Barron y H. Sossa. «Pattern Classification Based on Conformal Geometric Algebra and Optimization Techniques.» *MICAI 2008, Springer Verlag LNAI 5317, 2008: 273-283.*
- B. Cruz, R. Barron y H. Sossa. «Geometric Associative Memories and their Applications to Pattern Classification.» En *Geometric Algebra Computing for Computing Science and Engineering*, de Eduardo Bayro-Corrochano y G. Sheuermann. London: Springer Verlag, 2009.

- B. Cruz, H. Sossa y R. Barron. «Geometric Associative Processing Applied to Pattern Classification.» *ISNN 2009, Part II, Springer Verlag LNCS 5552*, 2009: 977-985.
- B. Cruz, R. Barrón y H. Sossa. «. «A New Unsupervised Learning for Clustering using Geometric Associative Memories.» *A Publicarse en CIARP 2009, Springer Verlag LNCS 5856*, 2009:239-246.