

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
UNIDAD PROFESIONAL “ADOLFO LÓPEZ MATEOS”
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**MODELO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN
INCLUYENDO EL EFECTO DE EXCENTRICIDAD**

TESIS

Que para obtener el grado de

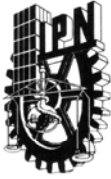
Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica

PRESENTA

ROBERTO FLORES ÁNGELES



MÉXICO D.F, MAYO DE 2011



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de MÉXICO siendo las 13:00 horas del día 27 del mes de MAYO del 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la: E. S. I. M. E. ZAC. para examinar la tesis titulada:

“MODELO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN INCLUYENDO EL EFECTO DE EXCENRICIDAD”

Presentada por el alumno:

FLORES
Apellido paterno

ÁNGELES
Apellido materno

ROBERTO
Nombre(s)

Con registro:

A	0	9	0	4	8	5
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA


Después de intercambiar opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

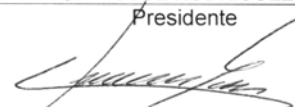
LA COMISIÓN REVISORA

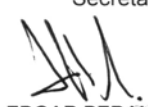
Director(a) de tesis


DR. DANIEL OLGUÍN SALINAS


DR. JAIME JOSÉ RODRÍGUEZ RIVAS
Presidente

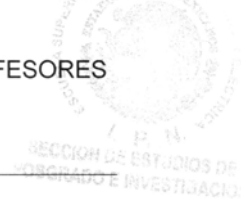

DR. DANIEL RUIZ VEGA
Secretario

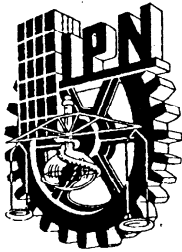

DR. FERMÍN PASCUAL ESPINO CORTÉS
Segundo vocal


DR. EDGAR PERALTA SÁNCHEZ
Tercer vocal

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES


DR. JAIME ROBLES GARCÍA





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
COORDINACIÓN GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

CARTA DE CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México D. F., el día 27 del mes de Mayo del año 2011 el que suscribe Roberto Flores Ángeles, alumno del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica con número de registro A090485, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME-Zacatenco del IPN, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Daniel Olguín Salinas y cede los derechos del trabajo intitulado: Modelo del Motor de Inducción Incluyendo el Efecto de Excentricidad, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguientes direcciones de correo electrónico: robertf_@msn.com, y/o dolguin47@yahoo.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Roberto Flores Ángeles

Nombre y firma

Dedicatorias

A Dios, por haberme permitido llegar a concluir una etapa importante en mi formación profesional.

Con cariño a mis padres y hermanas, por brindarme todo su apoyo.

A Carmen, por darme siempre ánimos para seguir adelante.

Agradecimientos

Al Dr. Daniel Olguín Salinas, por su excelente dirección en el desarrollo de este trabajo, pero sobre todo por sus consejos para mejorar día a día y no desfallecer ante las dificultades encontradas.

Al M. en C. Tomás J. Asiaín, por el apoyo brindado en el laboratorio.

A los profesores y personal de apoyo del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la SEPI-ESIME Zacatenco.

A la Comisión Revisora, por sus valiosos comentarios y observaciones para la mejora de este trabajo.

A la empresa Ingeniería González S.A. de C.V., por el apoyo brindado en la reconstrucción del motor prototipo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

Al Programa Institucional para la Formación de Investigadores y a la Secretaría de Investigación y Posgrado del I.P.N.

Resumen

Debido a que la máquina de inducción en su operación como motor, es una de las máquinas eléctricas más empleadas en la industria, principalmente en la petrolera, del acero y minera, surge la necesidad de mantener su operación continua para evitar grandes pérdidas económicas. Por este motivo, se han desarrollado técnicas de diagnóstico en línea y fuera de línea para detectar fallas incipientes acertadamente.

Una falla común en este tipo de máquinas es la presencia de excentricidad causada principalmente por el desgaste y falla de rodamientos, desbalance del rotor o una incorrecta alineación. Además, de no ser diagnosticada a tiempo puede provocar daños graves como el roce del rotor con el estator y en consecuencia la destrucción de la máquina.

En este trabajo se realiza un análisis del efecto de la excentricidad en las inductancias del motor de inducción, así como del impacto en su dinámica ante condiciones de arranque en vacío y ante fallas de corto circuito trifásico en sus terminales.

Se presentan modelos matemáticos de la máquina en diferentes marcos de referencia y se emplea el modelo en el marco de referencia abc que considera la dependencia de las inductancias de la posición del rotor. Se aplica la técnica de máquina modificada para incluir la red externa al modelo del motor. Asimismo, para el cálculo de las inductancias se utiliza el Método de Función de Devanado.

Para considerar los efectos de los diferentes tipos de excentricidad se hace uso de una expresión que representa la distribución geométrica del entrehierro ante la presencia de excentricidad estática, dinámica y la combinación de ambas. Se realiza un programa en lenguaje Fortran 90 para la simulación de la dinámica de la máquina, para las diferentes condiciones antes mencionadas.

Abstract

The induction machine in the motor operation is one of the most used electrical machines in the petroleum, mining and steel industries. For this reason, the necessity of maintaining a continuous operation is indispensable to avoid enormous economic losses. Therefore, on-line and off-line diagnostic techniques have been developed in order to detect incipient faults in an early stage.

A common fault which is presented in this type of rotating machines is the eccentricity, and it is mainly caused by wear and failure of bearings, unbalance of the rotor or misalignment. Besides, if eccentricity is not diagnosed properly it can cause several failures such as friction between stator and rotor, and as a consequence the destruction of the machine.

In this work, an analysis considering the effect of eccentricity in the machine inductances is done as well as the impact on its dynamic behavior under no-load starting performance and during a 3-phase fault at the machine terminals.

Mathematical models in different reference frames are presented. The induction machine abc reference frame model is used since it takes into account the inductances rotor position dependence. Also, the modified machine technique is proposed to include the external impedance in the induction motor model and the Winding Function Method is employed to calculate these inductances.

In order to consider the effects of different sorts of eccentricity, an expression for the air gap distribution is used, which can include static, dynamic and the combination of both eccentricities. A program in Fortran 90 is developed to simulate the dynamic of the machine taking into account the different conditions mentioned above.

Contenido

	Pág.
RESUMEN	ix
ABSTRACT	xi
CONTENIDO	xiii
ÍNDICE DE FIGURAS	xvii
ÍNDICE DE TABLAS	xxiii
NOMENCLATURA	xxv
CAPITULO I	
INTRODUCCIÓN	
1.1 Introducción	1
1.2 Objetivos	2
1.2.1 <i>Objetivo general</i>	2
1.2.2 <i>Objetivos específicos</i>	2
1.3 Justificación	3
1.4 Metas	4
1.5 Antecedentes	5
1.6 Contribuciones	10
1.7 Estructura de la tesis	10
CAPITULO II	
MODELOS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN DIFERENTES MARCOS DE REFERENCIA	
2.1 Introducción	13
2.2 Antecedentes	13
2.3 Ecuaciones del motor de inducción	15
2.3.1 <i>Ecuación de aceleración</i>	15
2.3.2 <i>Ecuaciones eléctricas del motor de inducción</i>	16
2.3.2.1 <i>Ecuaciones de voltaje</i>	17
2.3.2.2 <i>Ecuaciones de los enlaces de flujo</i>	19
2.4 Ecuaciones de transformación al marco dq0 arbitrario	20
2.4.1 <i>Transformación de las ecuaciones del motor de inducción al marco de referencia dq0 arbitrario</i>	23
2.5 Sistema en por unidad	24
2.5.1 <i>Ecuaciones del motor de inducción en PU</i>	25
2.6 Modelo máquina-modificada	28
2.7 Modelos de la máquina de inducción en variables de estado	30
2.7.1 <i>Modelo en variables de estado en el marco de referencia dq0 arbitrario</i>	30
2.7.2 <i>Modelo en variables de estado en el marco de referencia abc</i>	31
2.8 Modelo de circuitos múltiples acoplados de la máquina de inducción	32
2.8.1 <i>Sistema de ecuaciones</i>	33
2.9 Resultados de simulación	36

CAPITULO III METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS INDUCTANCIAS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

3.1	Introducción	41
3.2	Método de función de devanado	41
3.2.1	<i>Desarrollo del método de función de devanado</i>	42
3.3	Fenómeno de excentricidad en la máquina de inducción	48
3.3.1	<i>Tipos de excentricidad y factores que la provocan</i>	48
3.3.1.1	<i>Excentricidad estática</i>	49
3.3.1.2	<i>Excentricidad dinámica</i>	49
3.3.1.3	<i>Excentricidad mixta</i>	50
3.4	Modelado de la excentricidad. Representación geométrica del entrehierro para diferentes condiciones	51
3.5	Cálculo de las inductancias empleando el método de función de devanado	52
3.6	Resultados de simulación	55

CAPITULO IV APLICACIÓN DE METODOLOGÍA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1	Introducción	63
4.2	Primer caso de estudio	63
4.2.1	<i>Función de conductores e inversa del entrehierro</i>	64
4.2.2	<i>Inductancias de la máquina para diferentes condiciones de excentricidad</i>	66
4.2.3	<i>Velocidad y característica Par-Velocidad en el arranque en condiciones de excentricidad</i>	71
4.3	Segundo caso de estudio	74
4.3.1	<i>Función de conductores e inversa del entrehierro</i>	74
4.3.2	<i>Inductancias de la máquina para diferentes condiciones de excentricidad</i>	75
4.3.3	<i>Arranque del motor de inducción en condiciones sanas y con excentricidad</i>	81
4.3.4	<i>Simulación de falla trifásica a tierra</i>	85

CAPITULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1	Introducción	91
5.2	Conclusiones	91
5.3	Aportaciones	93
5.4	Recomendaciones para trabajos futuros	93

REFERENCIAS 95

PRODUCTOS OBTENIDOS 103

Artículos	103
Programas	103

APÉNDICE A: GENERALIDADES DEL MOTOR DE INDUCCIÓN	
A.1 Introducción	105
A.2 Campo magnético rotatorio	105
A.3 Deslizamiento	107
A.4 Circuito equivalente y diagrama fasorial en estado estacionario	107
A.5 Expresiones de par en el marco de referencia abc	111
APÉNDICE B: ANÁLISIS DE FOURIER	
B.1 Introducción	113
B.2 Representación de una función por funciones sinusoidales	113
B.3 Análisis de una onda periódica	116
APÉNDICE C: DIMENSIONES Y PARÁMETROS DEL MOTOR PROTOTIPO	
C.1 Introducción	119
C.2 Datos nominales y dimensiones	119
C.3 Parámetros del circuito equivalente	120
APÉNDICE D: DESCRIPCIÓN DEL SIMULADOR DIGITAL	
D.1 Introducción	121
D.2 Diagrama de flujo	121
D.3 Archivos de datos de entrada	122
D.4 Archivos de datos de salida	123
D.5 Resultados del programa	124

Índice de Figuras

		Pág.
Figura 2.1	Bobina con polaridades de acuerdo a la convención motor o carga [24].	16
Figura 2.2	Diagrama de la máquina de inducción con devanados concentrados y representación de los ejes d y q.	18
Figura 2.3	Relación entre el marco de referencia abc y el marco arbitrario dq0 [12].	21
Figura 2.4	Motor de inducción conectado a un bus infinito por medio de una red externa.	29
Figura 2.5	Circuito equivalente de un rotor jaula de ardilla donde se muestran las n trayectorias de corriente mas la corriente en el anillo i_e [33].	34
Figura 2.6	Arranque del motor de inducción en el marco de referencia abc.	37
Figura 2.7	Arranque del motor de inducción en el marco de referencia fijo en el rotor.	38
Figura 2.8	Arranque del motor de inducción en el marco de referencia estacionario.	38
Figura 2.9	Arranque del motor de inducción en el marco de referencia síncrono.	39
Figura 3.1	Geometría considerada para el desarrollo de la función de devanado [3]. (a) Sistema de coordenadas cilíndricas, (b) devanado concentrado de cuatro polos.	43
Figura 3.2	Formade determinar $H_g (\Phi_m)$ [3].	45
Figura 3.3	Posición de entrehierro mínimo fija.	49
Figura 3.4	El entrehierro mínimo depende de la posición del rotor [38].	50
Figura 3.5	Posiciones en el espacio de las bobinas A y B [27].	53
Figura 3.6	Función de conteo de conductores para los devanados del estator y rotor.	56
Figura 3.7	Comparación de las funciones de conteo de conductores.	56
Figura 3.8	Representación de las Funciones por series de Fourier.	57
Figura 3.9	Función inversa del entrehierro para diferentes grados de excentricidad estática.	58
Figura 3.10	Inductancias propias y mutuas del estator en condiciones normales. a) Inductancias propias de los devanados del estator. b) Inductancias mutuas entre devanados del estator.	58
Figura 3.11	a) Inductancias mutuas entre los devanados del estator y la trayectoria lr1 del rotor. b) Inductancia propia de la trayectoria l del rotor lr1. Ambas en condiciones normales.	59

Figura 3.12	Inductancias propias y mutuas del estator con 50% de excentricidad estática. a) Inductancias propias de los devanados del estator. b) inductancias mutuas entre devanados del estator.	59
Figura 3.13	a) Inductancias mutuas entre los devanados del estator y la trayectoria lr1 del rotor. b) Inductancia propia de la trayectoria lr1 del rotor. Ambas en condiciones de 50% de excentricidad estática.	60
Figura 3.14	Resultados obtenidos comparados con resultados publicados en [33]. a) Inductancia mutua entre el devanado a y el rotor lr1, sin excentricidad. b) Inductancia mutua entre el devanado a y el rotor lr1, con 50% de excentricidad estática. c) Inductancia propia de la trayectoria lr1 del rotor con 50 % de excentricidad estática.	61
Figura 4.1	Primer caso de estudio. a) Función de conductores. b) Representación en series de Fourier.	64
Figura 4.2	Inversa del entrehierro para diferentes posiciones del rotor. Primer caso de estudio.	66
Figura 4.3	Inductancias propias y mutuas del motor del primer caso de estudio en condiciones sanas. a) Inductancias propias y mutuas de los devanados del estator. b) Inductancias mutuas entre devanados del estator y rotor.	67
Figura 4.4	Inductancias propias y mutuas del primer caso de estudio en condiciones de excentricidad estática. a) Inductancias propias y mutuas del estator. b) Inductancias propias del rotor. c) Inductancias mutuas del rotor. d) Inductancias mutuas entre estator y rotor.	68
Figura 4.5	Inductancias propias y mutuas del primer caso de estudio en condiciones de excentricidad dinámica. a) Inductancias propias del estator. b) Inductancias mutuas del estator. c) Inductancias propias y mutuas del rotor. d) Inductancias mutuas entre estator y rotor.	69
Figura 4.6	Inductancias propias y mutuas del primer caso de estudio en condiciones de excentricidad mixta. a) Inductancia propia del estator. b) Inductancia mutua del estator. c) Inductancia propia del rotor. d) Inductancia mutua del rotor.	70
Figura 4.7	Inductancias mutuas del primer caso de estudio en condiciones de excentricidad mixta. a) Entre devanados de la misma fase. b) Entre devanado de la fase a del estator y devanados del rotor.	71
Figura 4.8	Arranque en condiciones de excentricidad estática. Primer caso de estudio. a) Par electromagnético. b) Velocidad.	72
Figura 4.9	Arranque en condiciones de excentricidad dinámica. Primer caso de estudio. a) Par electromagnético. b) Velocidad.	72
Figura 4.10	Arranque en condiciones de excentricidad mixta. Primer caso de estudio. a) Par electromagnético. b) Velocidad.	73
Figura 4.11	Arranque en diferentes condiciones de excentricidad. Primer caso de estudio. a) Par electromagnético. b) Velocidad.	73

Figura 4.12	Segundo caso de estudio. a) Función de conductores. b) Representación en series de Fourier.	74
Figura 4.13	Inversa del entrehierro para diferentes posiciones del rotor. Segundo caso de estudio.	75
Figura 4.14	Inductancias propias y mutuas del estator del segundo caso de estudio en condiciones sanas. a) Inductancias propias de los devanados del estator. b) Inductancias mutuas entre devanados del estator.	76
Figura 4.15	Inductancias mutuas del segundo caso de estudio en condiciones sanas. a) Inductancias mutuas entre fase a del estator y las fases del rotor. b) Inductancias mutuas entre fase b del estator y las fases del rotor.	76
Figura 4.16	Inductancias del segundo caso de estudio en condiciones de excentricidad estática. a) Inductancias propias del estator. b) Inductancias mutuas del estator. c) Inductancias propias del rotor. d) Inductancias mutuas del rotor. e) Inductancias mutuas entre estator y rotor.	78
Figura 4.17	Inductancias del segundo caso de estudio en condiciones de excentricidad dinámica. a) Inductancias propias del estator. b) Inductancias mutuas del estator. c) Inductancias propias del rotor. d) Inductancias mutuas del rotor. e) Inductancias mutuas entre estator y rotor.	79
Figura 4.18	Inductancias en condiciones de excentricidad mixta. Segundo caso de estudio. a) Inductancias propias del estator. b) Inductancias mutuas del estator. c) Inductancias propias del rotor. d) Inductancias mutuas del rotor. e) Inductancias mutuas entre devanados de la misma fase. f) Inductancia mutua entre devanados de la fase b del estator y devanados de las fases del rotor.	80
Figura 4.19	Arranque en condiciones de excentricidad estática. Segundo caso de estudio. a) Corriente de la fase a del estator. b) Corriente de la fase a del rotor.	81
Figura 4.20	Arranque en condiciones de excentricidad estática. Segundo caso de estudio. A) Par electromagnético. b) Velocidad.	82
Figura 4.21	Arranque en condiciones de excentricidad dinámica. Segundo caso de estudio. a) Corriente de la fase a del estator. b) Corriente de la fase a del rotor.	82
Figura 4.22	Arranque en condiciones de excentricidad dinámica. Segundo caso de estudio. a) Par electromagnético. b) Velocidad.	83
Figura 4.23	Arranque en condiciones de excentricidad mixta. Segundo caso de estudio. a) Corriente de la fase a del estator. b) Corriente de la fase a del rotor.	84
Figura 4.24	Arranque en condiciones de excentricidad mixta. Segundo caso de estudio. A) Par electromagnético. b) Velocidad.	84

Figura 4.25	Comparación de la velocidad para diferentes excentricidades . Segundo caso de estudio.	85
Figura 4.26	Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad estática. Segundo caso de estudio. a) Corriente en el estator. b) Par electromagnético.	86
Figura 4.27	Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad estática. Segundo caso de estudio. a) Velocidad. b) Característica Par-Velocidad.	86
Figura 4.28	Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad dinámica. Segundo caso de estudio. a) Corriente en el estator. b) Par electromagnético.	87
Figura 4.29	Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad dinámica. Segundo caso de estudio. a) Velocidad. b) Característica Par-Velocidad.	87
Figura 4.30	Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad mixta. Segundo caso de estudio. a) Corriente en el estator. b) Par electromagnético.	88
Figura 4.31	Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad mixta. Segundo caso de estudio. a) Velocidad. b) Característica Par-Velocidad.	88
Figura 4.32	Comparación ante una falla trifásica para diferentes excentricidades. Segundo caso de estudio. a) Velocidad. b) Característica Par-Velocidad.	89
Figura A.1	a)Corrientes desfasadas 120° en el tiempo, b) devanados distribuidos en el espacio desfasados 120° .	105
Figura A.2	Flujo magnético rotatorio en el espacio. Posición de la fmm resultante para diferentes instantes de tiempo.	106
Figura A.3	Circuito equivalente con acoplamiento transformador.	109
Figura A.4	Circuito equivalente por fase con valores referidos al estator.	110
Figura A.5	Diagrama fasorial para el circuito equivalente de la figura A.4 [13].	110
Figura C.1	Motor prototipo. Lado izquierdo: aislamiento entre grupos. Lado derecho: 12 terminales al exterior.	120
Figura D.1	Diagrama de flujo del programa principal.	121
Figura D.2	Archivo de datos de entrada para emplear el método de función de devanado.	122
Figura D.3	Archivo de datos de entrada para la simulación transitoria.	122
Figura D.4	Portada del programa MMIIIEE.	124
Figura D.5	Enlaces de flujo del estator en pu.	125
Figura D.6	Enlaces de flujo del rotor en pu.	125
Figura D.7	Corrientes del estator en pu.	125

Figura D.8	Corrientes del rotor en pu.	125
Figura D.9	Voltajes del estator en pu.	126
Figura D.10	Par, velocidad, deslizamiento en pu.	126
Figura D.11	Característica Par vs Velocidad en pu.	126
Figura D.12	Corrientes del estator durante la falla.	127
Figura D.13	Corrientes del rotor durante la falla.	127
Figura D.14	Característica Par contra Velocidad durante la falla.	127
Figura D.15	Deslizamiento, velocidad, par electromagnético. Durante la falla.	127

Índice de Tablas

	Pág.	
Tabla 2.1	Datos y parámetros del motor de inducción [12].	37
Tabla 3.1	Datos del motor de inducción de la referencia [33].	55
Tabla 4.1	Datos del motor de inducción. Primer caso de estudio [72].	64
Tabla C.1	Datos de placa del motor prototipo.	119
Tabla C.2	Principales dimensiones del motor prototipo.	120
Tabla C.3	Parámetros del motor prototipo.	120
Tabla D.1	Archivo de salida funcon.dat.	123
Tabla D.2	Archivo de salida series.dat.	123
Tabla D.3	Archivo de salida inversadeg.dat.	123
Tabla D.4	Archivo de salida inductanciasabc.dat.	123
Tabla D.5	Archivo de salida dinamica.dat.	124

Nomenclatura

ϕ	Ángulo de defasamiento
θ	Ángulo entre el eje d del marco arbitrario y el eje de la fase a del estator, ángulo arbitrario referido al estator
β	Ángulo entre el eje d del marco arbitrario y el eje de la fase a del rotor
θ_r	Ángulo que forma el rotor con respecto a una referencia en el estator
H	Constante de inercia de la máquina
i	Corriente
i_{sbase}	Corriente base del estator
i_a	Corriente de la fase a de la línea externa
i_b	Corriente de la fase b de la línea externa
i_c	Corriente de la fase c de la línea externa
i_0	Corriente de la línea externa en el eje 0
i_d	Corriente de la línea externa en el eje d
i_q	Corriente de la línea externa en el eje q
i_e	Corriente en el anillo de la jaula del motor
i_{0s}	Corriente en el eje 0 del estator
i'_{0r}	Corriente en el eje 0 del rotor referida al estator
i_{ds}	Corriente en el eje d del estator
i'_{dr}	Corriente en el eje d del rotor referida al estator
i_{qs}	Corriente en el eje q del estator
i'_{qr}	Corriente en el eje q del rotor referida al estator
i_{as}	Corriente en la fase a del estator
i_{ar}	Corriente en la fase a del rotor
i'_{ar}	Corriente en la fase a del rotor referida al estator
i_{bs}	Corriente en la fase b del estator
i_{br}	Corriente en la fase b del rotor
i'_{br}	Corriente en la fase b del rotor referida al estator
i_{cs}	Corriente en la fase c del estator
i_{cr}	Corriente en la fase c del rotor
i'_{cr}	Corriente en la fase c del rotor referida al estator
I_m	Corriente pico

i_{abc}	Corrientes de la línea externa en el marco abc
i_{dq0}	Corrientes de la línea externa en el marco dq0
i_s	Corrientes del estator
i_r	Corrientes del rotor
i_{abcs}	Corrientes en el marco de referencia abc del estator
i'_{abcr}	Corrientes en el marco de referencia abc del rotor referidas al estator
i_{dq0s}	Corrientes en el marco de referencia dq0 del estator
i'_{dq0r}	Corrientes en el marco de referencia dq0 del rotor referidas al estator
Ψ	Enlaces de flujo
Ψ_{as}	Enlaces de flujo del devanado de la fase a del estator
Ψ_{ar}	Enlaces de flujo del devanado de la fase a del rotor
Ψ'_{ar}	Enlaces de flujo del devanado de la fase a del rotor referidos al estator
Ψ_{bs}	Enlaces de flujo del devanado de la fase b del estator
Ψ_{br}	Enlaces de flujo del devanado de la fase b del rotor
Ψ'_{br}	Enlaces de flujo del devanado de la fase b del rotor referidos al estator
Ψ_{cs}	Enlaces de flujo del devanado de la fase c del estator
Ψ_{cr}	Enlaces de flujo del devanado de la fase c del rotor
Ψ'_{cr}	Enlaces de flujo del devanado de la fase c del rotor referidos al estator
Ψ_s	Enlaces de flujo del estator
Ψ_r	Enlaces de flujo del rotor
Ψ_{0s}	Enlaces de flujo en el eje 0 del estator
Ψ'_{0r}	Enlaces de flujo en el eje 0 del rotor referidos al estator
Ψ_{ds}	Enlaces de flujo en el eje d del estator
Ψ'_{dr}	Enlaces de flujo en el eje d del rotor referidos al estator
Ψ_{qs}	Enlaces de flujo en el eje q del estator
Ψ'_{qr}	Enlaces de flujo en el eje q del rotor referidos al estator
Ψ_{abcs}	Enlaces de flujo en el marco de referencia abc del estator
Ψ'_{abcr}	Enlaces de flujo en el marco de referencia abc del rotor referidos al estator
Ψ_{dq0s}	Enlaces de flujo en el marco de referencia dq0 del estator
Ψ'_{dq0r}	Enlaces de flujo en el marco de referencia dq0 del rotor referidos al estator
Ψ_{sbase}	Flujo base
f_{base}	Frecuencia base
Z_{sbase}	Impedancia base

—	Indica que la cantidad esta en por unidad
L	Inductancia
L_{sbase}	Inductancia base
L_b	Inductancia de dispersión de cada barra de la jaula del rotor
L_e	Inductancia de dispersión de los anillos de la jaula del rotor
l_s	Inductancia de dispersión de los devanados del estator
l_r	Inductancia de dispersión de los devanados del rotor
l'_r	Inductancia de dispersión de los devanados del rotor referida al estator
L_{ex}	Inductancia de la impedancia externa
L_{mr}	Inductancia de magnetización de cada trayectoria de la jaula del rotor
l_{ms}	Inductancia de magnetización de los devanados del estator
l_{mr}	Inductancia de magnetización de los devanados del rotor
l_{sr}	Inductancia mutua entre devanados del estator y rotor
$L_{r_i r_j}$	Inductancia mutua entre dos trayectorias i, j del rotor
l_{asar}	Inductancia mutua entre la fase a del estator y la fase a del rotor
l_{asbr}	Inductancia mutua entre la fase a del estator y la fase b del rotor
l_{ascr}	Inductancia mutua entre la fase a del estator y la fase c del rotor
l_{aras}	Inductancia mutua entre la fase a del rotor y la fase a del estator
l_{arbs}	Inductancia mutua entre la fase a del rotor y la fase b del estator
l_{arcs}	Inductancia mutua entre la fase a del rotor y la fase c del estator
l_{asbs}	Inductancia mutua entre la fase a y b del estator
l_{arbr}	Inductancia mutua entre la fase a y b del rotor
l_{ascs}	Inductancia mutua entre la fase a y c del estator
l_{arcr}	Inductancia mutua entre la fase a y c del rotor
l_{bsar}	Inductancia mutua entre la fase b del estator y la fase a del rotor
l_{bsbr}	Inductancia mutua entre la fase b del estator y la fase b del rotor
l_{bscr}	Inductancia mutua entre la fase b del estator y la fase c del rotor
l_{bras}	Inductancia mutua entre la fase b del rotor y la fase a del estator
l_{brbs}	Inductancia mutua entre la fase b del rotor y la fase b del estator
l_{brcs}	Inductancia mutua entre la fase b del rotor y la fase c del estator
l_{bsas}	Inductancia mutua entre la fase b y a del estator
l_{brar}	Inductancia mutua entre la fase b y a del rotor
l_{bscs}	Inductancia mutua entre la fase b y c del estator

l_{brcr}	Inductancia mutua entre la fase b y c del rotor
l_{csar}	Inductancia mutua entre la fase c del estator y la fase a del rotor
l_{csbr}	Inductancia mutua entre la fase c del estator y la fase b del rotor
l_{cscr}	Inductancia mutua entre la fase c del estator y la fase c del rotor
l_{cras}	Inductancia mutua entre la fase c del rotor y la fase a del estator
l_{crbs}	Inductancia mutua entre la fase c del rotor y la fase b del estator
l_{crtc}	Inductancia mutua entre la fase c del rotor y la fase c del estator
l_{csas}	Inductancia mutua entre la fase c y a del estator
l_{crar}	Inductancia mutua entre la fase c y a del rotor
l_{csbs}	Inductancia mutua entre la fase c y b del estator
l_{crbr}	Inductancia mutua entre la fase c y b del rotor
l_{asas}	Inductancia propia de la fase a del estator
l_{arar}	Inductancia propia de la fase a del rotor
l_{bsbs}	Inductancia propia de la fase b del estator
l_{brbr}	Inductancia propia de la fase b del rotor
l_{cscs}	Inductancia propia de la fase c del estator
l_{crcr}	Inductancia propia de la fase c del rotor
L_{sr}	Inductancias mutuas entre estator y rotor
L_{ss}	Inductancias propias y mutuas del estator
L_{rr}	Inductancias propias y mutuas del rotor
z_0	Matriz de impedancias en el eje 0
z_d	Matriz de impedancias en el eje d
z_q	Matriz de impedancias en el eje q
J	Momento polar de inercia
P	Número de polos
p	Operador de derivada d/dt
T_{base}	Par base
T_L	Par de carga mecánica
T_e	Par electromagnético
$VA_{base3\phi}$	Potencia base
P	Potencia instantánea de entrada al estator
P_r	Potencia instantánea de entrada al rotor
$\overline{X_{ls}}$	Reactancia de dispersión del estator
$\overline{X'_{lr}}$	Reactancia de dispersión del rotor referida al estator

$\overline{X_M}$	Reactancia de magnetización
$\overline{X_{ls-mod}}$	Reactancia modificada
$\overline{X_S}$	Reactancia propia del estator
$\overline{X'_R}$	Reactancia propia del rotor referido al estator
R	Resistencia
R_e	Resistencia de cada anillo de la jaula del rotor
R_b	Resistencia de cada barra de la jaula del rotor
r_{ex}	Resistencia de la impedancia externa
$\overline{r_{s-mod}}$	Resistencia modificada
R_s	Resistencias del estator
R_r	Resistencias del rotor
r_{abcs}	Resistencias en el marco de referencia abc del estator
r'_{abcr}	Resistencias en el marco de referencia abc del rotor referidas al estator
T	Superíndice que indica la transpuesta de una matriz
T_{dq0}	Transformación a un marco de referencia arbitrario
T_{dq0s}	Transformación a un marco de referencia arbitrario para el estator
T_{dq0r}	Transformación a un marco de referencia arbitrario para el rotor
$(T_{dq0s})^{-1}$	Transformación inversa para el estator
$(T_{dq0r})^{-1}$	Transformación inversa para el rotor
f_0	Variables en el eje 0
f_a	Variables en el eje a
f_b	Variables en el eje b
f_c	Variables en el eje c
f_d	Variables en el eje d
f_q	Variables en el eje q
ω_e	Velocidad angular de sincronismo en radianes eléctricos
ω_r	Velocidad angular del rotor en radianes eléctricos
ω_{mr}	Velocidad angular del rotor en radianes mecánicos
ω	Velocidad arbitraria
ω_{base}, ω_0	Velocidad eléctrica base
ω_{mbase}	Velocidad mecánica base
e_{sbase}	Voltaje base del estator
e_a	Voltaje de la fase a de la línea externa

e_{a_b}	Voltaje de la fase a del bus infinito
e_b	Voltaje de la fase b de la línea externa
e_{b_b}	Voltaje de la fase b del bus infinito
e_c	Voltaje de la fase c de la línea externa
e_{c_b}	Voltaje de la fase c del bus infinito
e_0	Voltaje de la línea externa en el eje 0
e_d	Voltaje de la línea externa en el eje d
e_q	Voltaje de la línea externa en el eje q
e_{0_b}	Voltaje del bus infinito en el eje 0
e_{d_b}	Voltaje del bus infinito en el eje d
e_{q_b}	Voltaje del bus infinito en el eje q
v_e	Voltaje en el anillo de la jaula del motor
e_2	Voltaje inducido en una bobina
e_{as}	Voltaje línea a neutro de la fase a del estator
e_{bs}	Voltaje línea a neutro de la fase b del estator
e_{cs}	Voltaje línea a neutro de la fase c del estator
e_{0s}	Voltaje línea a neutro en el eje 0 del estator
e'_{0r}	Voltaje línea a neutro en el eje 0 del rotor referido al estator
e_{ds}	Voltaje línea a neutro en el eje d del estator
e'_{dr}	Voltaje línea a neutro en el eje d del rotor referido al estator
e_{qs}	Voltaje línea a neutro en el eje q del estator
e'_{qr}	Voltaje línea a neutro en el eje q del rotor referido al estator
V_m	Voltaje pico
e_{abc}	Voltajes de la línea externa en el marco abc
e_{dq0}	Voltajes de la línea externa en el marco dq0
e_{abc_b}	Voltajes del bus infinito en el marco abc
e_s	Voltajes del estator
e_r	Voltajes del rotor
e_{abcs}	Voltajes en el marco de referencia abc del estator
e'_{abcr}	Voltajes en el marco de referencia abc del rotor referidos al estator
e_{dq0s}	Voltajes en el marco de referencia dq0 del estator
e'_{dq0r}	Voltajes en el marco de referencia dq0 del rotor referidos al estator

CAPÍTULO

I

INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción

Desde su invención la máquina de inducción ha sido utilizada por más de un siglo en la industria como convertidor de energía eléctrica a mecánica, esto debido principalmente a su simplicidad, robustez, confiabilidad, bajo costo de mantenimiento, entre otras [8,10,12,14,15,16]. Una de las principales ventajas es que no existe conexión entre el estator y rotor, debido a que su funcionamiento se basa en el principio de inducción o acción transformador, reduciendo así costos de mantenimiento y prolongando su vida útil.

La máquina de inducción puede operar como motor ó generador, aunque su uso para suministrar energía a una carga es más limitado. El uso como motor se extiende desde motores monofásicos para usos domésticos, hasta motores trifásicos de gran capacidad empleados principalmente en plantas de bombeo, enfriamiento, compresores, industrias papelera, cementera, textil, robótica, transporte eléctrico, entre otras.[8,10,11,12].

Su clasificación se basa principalmente en la construcción del rotor. El motor de inducción de *rotor devanado*, el cual se caracteriza por tener un conjunto de devanados trifásicos en el rotor. Las terminales del devanado del rotor están conectadas en anillos rozantes aislados e instalados sobre la flecha, en los cuales se puede tener acceso para realizar mediciones o conectar circuitos externos. Este tipo de máquinas son poco comunes, encontrándose en un número limitado de aplicaciones específicas [16].

El motor de inducción *jaula de ardilla* consiste de un rotor formado por barras de aluminio o cobre dispuestas dentro de ranuras y cortocircuitadas en los extremos por anillos, motivo por el cual recibe el nombre de jaula de ardilla. Este tipo de motor es mas simple, económico y robusto que el de rotor devanado, en consecuencia, su uso se ha extendido a numerosas aplicaciones [8,14,16].

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Modelar y analizar el comportamiento dinámico del motor de inducción cuando el rotor presenta excentricidad estática, dinámica y la combinación de las mismas.

1.2.2 Objetivos específicos

- Desarrollar modelos matemáticos del motor de inducción en diferentes marcos de referencia sin la presencia de excentricidad.
- Calcular las inductancias de la máquina empleando la técnica de función de devanado para condiciones normales de operación y con excentricidad.
- Proponer un modelo matemático en el marco de referencia abc en el cual se incluyen las inductancias modificadas por la presencia de excentricidad para analizar el comportamiento dinámico del motor conectado a un bus infinito a través de una impedancia externa.

1.3 Justificación

El crecimiento de la población trae como consecuencia la demanda de mejores bienes y servicios. Por lo tanto, el desarrollo industrial es una parte esencial para satisfacer esta demanda. Sin embargo, esto se traduce en la necesidad de generar más energía o mejor aún, en administrarla de la mejor forma posible. La energía eléctrica representa más del 30 % de la energía total empleada a nivel mundial y la mayor parte de esta es convertida en energía mecánica a través de motores eléctricos, entre los cuales el motor de inducción es de los más empleados en todos los niveles, desde el doméstico hasta el industrial, incrementándose su uso debido al avance de tecnologías como la electrónica de potencia y técnicas digitales de control principalmente para la aplicación de variadores de velocidad, logrando con esto que su uso sea aplicable a un campo más amplio de los requerimientos tecnológicos [10,14,32].

En un país industrializado, entre un 40 y 50 % de la energía generada es consumida por motores de inducción [35]. Por esta razón, se han desarrollado técnicas de mantenimiento, análisis y diseño que permiten mantener en operación continua las industrias que dependen fuertemente de los motores de inducción, reduciendo daños ambientales y evitando pérdidas económicas y de energía.

Aunque el motor de inducción es una máquina robusta, existen factores que pueden afectar su desempeño y que además pueden ser ajenos a la construcción y diseño del mismo, como es el caso del desalineamiento donde el acoplamiento con la carga no es adecuado provocando vibraciones que de no corregirse pueden llevar a un daño mayor de la máquina, e incluso a su destrucción. La presencia de vibraciones causadas por excentricidad del entrehierro es una de las principales causas de falla en máquinas eléctricas rotatorias, siendo el desbalance del rotor la más común en motores de inducción [43].

Algunos de los métodos empleados en el diagnóstico de máquinas eléctricas rotatorias son el monitoreo del campo electromagnético, medición de temperatura, monitoreo por rayos

infrarrojos, monitoreo de las emisiones de radio frecuencia, análisis químico, mediciones del nivel de ruido [33], monitoreo de vibraciones [25], análisis de las señales de corriente del motor MCSA (Motor Current Signiture Analysis) [28,34,39,55,59,66], colocación de bobinas exploradoras en las ranuras del estator o en la flecha [36,65], detección de descargas parciales[76].

No obstante, otra técnica que ha recibido menos atención y de la cual se pueden obtener resultados satisfactorios es el desarrollo de modelos matemáticos. Por medio de simulaciones se obtienen resultados para condiciones normales de operación y en condiciones de falla para establecer patrones que indiquen el grado o tipo de desperfecto. Una vez obtenidas las características de interés se pueden llevar a la práctica y diagnosticar máquinas reales. Además, los resultados obtenidos de los modelos pueden ser de gran ayuda en casos en los que los métodos basados en sensores no sean satisfactorios [33,43].

1.4 Metas

- Emplear el modelo matemático del motor de inducción en el marco de referencia abc para hacerle adaptaciones que permitan hacer estudios del comportamiento dinámico ante la presencia de excentricidad en el rotor.

- Utilizar una función para aproximar la distribución geométrica del entrehierro para tomar en cuenta la no uniformidad del mismo.

- Aplicar la técnica de función de devanado para el cálculo de las inductancias del motor considerando el efecto de la excentricidad estática, dinámica y la combinación de ambas.

- Desarrollar un programa en Fortran 90 para la simulación de la dinámica de la máquina tomando en cuenta la no uniformidad del entrehierro.

1.5 Antecedentes

La invención del motor de inducción se remonta al siglo XIX, siendo sus principales bases la ley de inducción electromagnética de Faraday y las ecuaciones de Maxwell. El desarrollo de esta máquina se debe principalmente a Galileo Ferraris (1885) y Nicola Tesla (1886) [14]. Una de las principales características era que el rotor era completamente cilíndrico, en el primer caso manufacturado de cobre y en el segundo, de material ferromagnético con un devanado cortocircuitado. En 1889 Dobrovolsky inventó el motor de inducción de rotor devanado y posteriormente el de rotor jaula de ardilla. Fue hasta 1900 cuando su uso se expandió fuertemente en la industria. Desde entonces el principio de funcionamiento es básicamente el mismo con mejoras en construcción y funcionamiento[14].

Desde que el motor de inducción comenzó a formar parte fundamental en el desarrollo industrial surgió la necesidad de desarrollar técnicas de análisis así como herramientas matemáticas para estudiar su comportamiento. Dentro de la literatura existen básicamente tres vertientes en el análisis de las máquinas de inducción: desarrollo de modelos matemáticos, técnicas de diagnóstico en línea y fuera de línea y el desarrollo de simulaciones empleando la técnica del elemento finito.

En el área del modelado matemático se realizaron trabajos en los cuales se analizaba el comportamiento de la máquina en condiciones ideales, es decir, se consideraba solo el estado estacionario. En 1935 Levine [21] realizó un estudio del motor de inducción en el cual desarrolló ecuaciones en coordenadas abc que permitían conocer el comportamiento de la máquina en condiciones de corto circuito, devanados no simétricos y cargas pulsantes.

Con los avances en el análisis de las máquinas eléctricas rotatorias y el desarrollo de métodos como las transformaciones a diferentes marcos de referencia para simplificar los modelos matemáticos y eliminar la dependencia de la posición del rotor, en 1965 P. C. Krause [22] presenta un trabajo relacionado con la simulación de máquinas de inducción simétricas en el cual reúne las transformaciones desarrolladas en un principio por Park,

Stanley, Kron y Bereton [12] y unificó las teorías anteriores en una sola que denominó marco de referencia arbitrario, teniendo la característica de simular la máquina en cualquier marco de referencia. El uso de este tipo de transformaciones es actualmente de gran utilidad especialmente en el área de control de motores y estabilidad de SEP's.

En 1993 X. Luo et al [27] presentaron un modelo para la simulación de máquinas de inducción, el cual puede representar una máquina con m circuitos en estator y n en el rotor, denominado modelo de circuitos múltiples acoplados. Este modelo es basado principalmente en la función de devanado, los parámetros de la máquina son calculados directamente de su geometría y considera la variación de las inductancias mutuas entre estator y rotor. De acuerdo a su análisis, las simulaciones obtenidas muestran resultados aceptables comparados con modelos en el marco de referencia dq0. Asimismo, en este modelo se pueden simular diferentes condiciones de falla como barras rotas, anillos rotos o devanados abiertos o en corto circuito.

El modelo de circuitos múltiples se ha venido empleando básicamente para la simulación del motor jaula de ardilla. En 1995 H. A. Toliyat and T. A. Lipo [30] realizaron un análisis transitorio de la máquina de inducción en condiciones de falla tanto en el estator como en el rotor, considerando fallas entre vueltas de devanados, barras y anillos rotos, además de tomar en cuenta los armónicos espaciales de la máquina para el desarrollo de las ecuaciones. Otros modelos se han desarrollado para considerar efectos como la saturación y el efecto de barra profunda [31]. Más tarde en 2002 B. Liang et al. [43] retomaron el modelo para simular el motor de inducción jaula de ardilla ante condiciones de desbalance de voltajes del estator, barras rotas y lo extienden para hacer un análisis espectral de las frecuencias que aparecen en dichas fallas.

El modelado de la excentricidad en máquinas rotatorias se ha basado principalmente en la teoría de la función de devanado que fue desarrollada en los años sesenta por N. Schmitz y D. Novotny [3], éste método se basa principalmente en la geometría de la máquina

considerando la distribución espacial de los devanados tanto del estator como del rotor. Es importante mencionar que el método fue desarrollado para máquinas sin saliencia del rotor.

T. Bratoljic en 1967 [23] estableció una técnica para el cálculo de las fuerzas magnéticas en máquinas eléctricas con presencia de excentricidad del rotor, de manera particular en turbogeneradores. El método fue basado en la distribución espacial en dos dimensiones del campo magnético en el entrehierro.

A principios de los años noventa la función de devanado se comenzó a utilizar para simular los efectos de la excentricidad en el cálculo de las inductancias. En 1996 H. A. Toliyat et al. [33] empleó la función de devanado y el modelo del motor de inducción desarrollado por X. Luo y colaboradores [27] para simular condiciones de arranque de la máquina con la presencia de excentricidad. Posteriormente se desarrolló un método modificado de la función de devanado MWFA (Modified Winding Function Approach) por sus siglas en inglés, para el modelado de máquinas síncronas bajo condiciones de excentricidad [35]. Otros investigadores usaron la técnica de función de devanado para simulación de diferentes condiciones de falla en motores de inducción incluyendo fallas mecánicas y eléctricas obteniendo dinámicas de la máquina y espectros de frecuencias para dichas fallas [37,38,40,41].

En 2002 J. Faiz and I. Tabatabaei [42] presentaron un trabajo en el cual amplían la teoría de función de devanado debido a que, en trabajos anteriores [33,38], al calcular las inductancias no se cumplía la igualdad entre inductancias mutuas, ya que esta teoría era válida para máquinas con entrehierro uniforme. No obstante, una modificación permitió obtener mejores resultados para condiciones simétricas y asimétricas de cualquier máquina rotatoria. Se han realizado otras mejoras en modelos para el cálculo de las inductancias en condiciones de excentricidad basados principalmente en la geometría de la máquina [45,49].

Se han desarrollado modelos más detallados en los cuales además de simular condiciones de entrehierro uniforme, se pueden incluir cruzamiento de barras, efecto de las ranuras del estator, debido a que el modelo en 2-D, propuesto por G. Bossio et al [50], permite considerar no uniformidades a lo largo del eje axial. Éste modelo ha sido empleado en otros trabajos para estudios de excentricidad axial en máquinas de inducción [53,56,61].

Otra área que ha tenido un avance importante es el diagnóstico de máquinas eléctricas rotatorias, que se basa principalmente en la realización de mediciones en campo. En 1986 Cameron et al. [25] realizaron un estudio para detectar la presencia de excentricidad en máquinas de inducción de gran capacidad basándose en dos métodos, el monitoreo de las corrientes del estator y la medición de vibraciones. Thomson [28,39] realizó un diagnóstico en línea por medio del monitoreo del análisis de los espectros de corriente de motores de inducción demostrando que esta técnica puede ser usada para detectar fallas como barras rotas, problemas de excentricidad y desalineamiento.

A nivel internacional existen una gran cantidad de trabajos relacionados con el diagnóstico de fallas en máquinas rotatorias. Se ha invertido gran esfuerzo en esta área debido a que existen dificultades en determinar que tipo de falla es exactamente la que presenta la máquina. Recientemente se pueden encontrar trabajos que por lo regular se basan en el monitoreo en línea del ángulo de fase o factor de potencia, voltajes y/o corrientes (potencia) para la detección de fallas eléctricas como barras y anillos rotos, ya que por medio de la técnica del monitoreo de vibraciones es más complicado detectarlas [55,59,63,66].

Otra herramienta que ha sido de gran utilidad es el método del elemento finito el cual, en el área de la ingeniería eléctrica ha sido empleado para realizar simulaciones de máquinas. La ventaja de esta técnica es que se pueden tomar en consideración aspectos que por medios analíticos sería muy complicado como efectos de no linealidad en las características de los materiales, detalles de geometría como el efecto de ranuras, inductancias de dispersión, entre otros. También, en el área de diseño ha resultado ser de gran ayuda, ya que puede ser empleada para calcular parámetros e incluso hacer análisis térmicos.

Entre algunos de los trabajos desarrollados en esta área y relacionados con las máquinas eléctricas rotatorias están el cálculo de las inductancias por medio de la teoría general de máquinas y elemento finito empleando el potencial vectorial magnético como resultado de la solución, aplicando el método a una máquina de imanes permanentes para el cálculo del par [32].

En 2007 T. Lubin et al. [54] presentaron una comparación en el cálculo de las inductancias y par electromagnético para una máquina de reluctancia, determinadas por medio del elemento finito y el método de función de devanado. Una conclusión importante de este trabajo es, que a pesar de la similitud de los resultados obtenidos con ambas técnicas, el elemento finito presenta la gran desventaja de requerir bastante tiempo de simulación, por lo que la función de devanado es más adecuada para resolver cálculos de inductancias.

En el análisis de motores de inducción bajo condiciones de entrehierro no uniforme se encuentran algunos trabajos en los que se modela la excentricidad. De dicho modelo se obtienen patrones de espectros de frecuencia con los cuales se determina que tipo de excentricidad es la que presenta la máquina [58,62].

Dentro de los estudios que se desarrollan en el país es conveniente señalar que existen dos institutos donde se ha trabajado en el área de máquinas eléctricas rotatorias con presencia de fallas como la excentricidad: el Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE) y el Instituto Politécnico Nacional en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación (SEPI) en ESIME Zacatenco.

En el IIE se encuentra la Gerencia de Equipos Eléctricos con la línea de investigación de máquinas eléctricas rotatorias que tiene como finalidad analizar y diagnosticar fallas para garantizar la confiabilidad y evitar fallas en dichas máquinas. El IIE se centra en el diagnóstico en línea y fuera de línea de máquinas eléctricas rotatorias de mediana y gran capacidad [36,65].

En la SEPI ESIME Zacatenco se ha desarrollado con más fuerza el área de modelado de máquinas eléctricas. Se ha trabajado en diferentes modelos, tanto de motores como de generadores, para estudios de estabilidad [71,72,74] y en determinación de parámetros [73]. Sin embargo, existen también trabajos relacionados con el diagnóstico en línea de motores de gran capacidad [74]. En los últimos años se han realizado trabajos relacionados con el estudio de la excentricidad, los cuales se han enfocado en máquinas síncronas de polos salientes para analizar su estabilidad con la presencia de entrehierro no uniforme [77,78].

1.6 Contribuciones

- Se obtiene el modelo matemático del motor de inducción en el marco de referencia abc.
- Se elabora un programa digital en Matlab Simulink para la solución de los modelos en el marco dq0 y abc.
- Se comparan los resultados de los modelos dq0 y abc.
- Se emplea la técnica de la máquina modificada para analizar el comportamiento del motor conectado a un bus infinito por medio de una impedancia externa.
- Se desarrolla la técnica de función de devanado para calcular las inductancias del motor de inducción con rotor jaula de ardilla.
- Se desarrolla un programa digital en lenguaje Fortran 90 del modelo del motor en el marco abc, con la característica de poder modificar las inductancias dependientes de la posición del rotor para diferentes tipos de excentricidades.
- Se analiza el comportamiento dinámico del motor considerando la presencia de excentricidad en el rotor.
- Se reconstruye y obtienen todas las dimensiones y parámetros de un motor de inducción para emplearlo como prototipo.

1.7 Estructura de la tesis

El trabajo presentado en esta tesis se divide en cinco capítulos. La estructura de los capítulos es como a continuación se indica:

Capítulo 1 titulado “Introducción”. Se describen los objetivos, justificación, metas, antecedentes históricos y contribuciones que de este trabajo resultan, además se da una descripción breve del contenido de los capítulos de la tesis.

Capítulo 2 titulado “Modelos del Motor de Inducción en Diferentes Marcos de Referencia”. Se da una descripción general de los modelos más empleados del motor de inducción en diferentes marcos de referencia, se desarrolla la técnica de la máquina modificada para el motor y algunas simulaciones en condiciones normales de operación para corroborar su validez.

Capítulo 3 titulado “Metodología para el Cálculo de las Inductancias del Motor de Inducción”. Se da una descripción detallada del método de función de devanado, de la función geométrica del entrehierro y del tipo de excentricidades. Se aplica la metodología para el cálculo de las inductancias en condiciones normales de operación y con excentricidad del rotor, validando ésta con una referencia.

Capítulo 4 titulado “Aplicación de Metodología y Análisis de Resultados” Se realizan diferentes simulaciones del motor de inducción en condiciones normales de arranque y ante fallas de corto circuito con y sin la presencia de excentricidad, analizando su comportamiento ante cada una de ellas.

Capítulo 5 titulado “Conclusiones y Recomendaciones”. Se resumen las principales conclusiones y logros del trabajo. Además, se dan recomendaciones para estudios que pueden realizarse relacionados con el área de máquinas rotatorias considerando excentricidad.

Finalmente se dan las referencias y apéndices correspondientes.

CAPÍTULO

II

MODELOS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN DIFERENTES MARCOS DE REFERENCIA

2.1 Introducción

En el presente capítulo se muestra la teoría de los marcos de referencia aplicados a las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del motor de inducción. Se presentan los marcos más empleados y los diferentes modelos matemáticos que de ellos resultan [12,13]. Además, se desarrollan las principales ecuaciones que rigen el comportamiento de la máquina, la convención empleada y el sistema en por unidad [12,24,75]. Se plantea el modelo en el marco abc considerando la variación de las inductancias con la posición del rotor. También, se presenta el modelo de circuitos múltiples acoplados, el cual puede representar una máquina con un número m de circuitos en el estator y n en el rotor teniendo la posibilidad de simular fallas como barras o anillos rotos y cortos entre espiras. Posteriormente se detalla la técnica de máquina modificada para incluir una impedancia externa conectada a un bus infinito. Por último, se presentan resultados de simulaciones para diferentes condiciones de operación.

2.2 Antecedentes

Desde la invención de las máquinas eléctricas y más aun, ante su gran crecimiento dentro de la industria, surgió la necesidad de desarrollar técnicas de análisis para estudiar su comportamiento ante diferentes condiciones de operación. El modelado ha resultado ser de gran utilidad para la simulación de éstas [12,22].

Cuando se formulan las ecuaciones de una máquina de inducción en su marco de referencia natural, se puede observar que algunas de las inductancias varían con la posición del rotor, por lo que existen diferentes transformaciones a distintos marcos de referencia para simplificar las ecuaciones y eliminar la dependencia de la posición del rotor [12,79]. Estos marcos pueden girar a una velocidad arbitraria y al hacerle una asignación de velocidad de rotación se pueden obtener los comúnmente conocidos: fijo en el rotor, síncrono y estacionario. Estas transformaciones pueden ser aplicadas a circuitos resistivos, capacitivos e inductivos [12].

Los primeros trabajos relacionados con la parte matemática de las máquinas eléctricas aparecieron a mitad de los años veinte, en los treintas y cuarentas [6]. A finales de la década de 1920, R.H. Park hizo una importante aportación para el análisis de máquinas eléctricas. Propuso transformar las variables de los devanados del estator (corrientes, voltajes y enlaces de flujo) de una máquina síncrona a un marco de referencia montado sobre el rotor. Con esta transformación se eliminan las inductancias que dependen de la posición del rotor debido al movimiento relativo de los circuitos y a su reluctancia variable [12,13,79].

A finales de la década de 1930 H.C. Stanley introdujo un cambio de variables para máquinas de inducción eliminando la dependencia de las inductancias asociando las variables del rotor con devanados ficticios estacionarios (marco de referencia fijo en el estator) [12,13].

G. Kron eliminó la dependencia de las inductancias mutuas de una máquina de inducción haciendo una transformación a ambos devanados (estator y rotor) a un marco de referencia girando a la velocidad síncrona. Este marco de referencia es conocido como síncrono [5,12,13].

D.S. Bereton et al. Prácticamente utilizó la transformada de Park aplicada a máquinas síncronas transformando las variables del estator a un marco fijo en el rotor [12,13].

Posteriormente a mitad de los años sesenta P. C. Krause mostró que las inductancias variantes en el tiempo podían ser eliminadas refiriendo las variables tanto del estator como del rotor a un marco de referencia común, el cual puede girar a cualquier velocidad (es decir a una velocidad arbitraria), por tal motivo lo denominó marco de referencia arbitrario [12,22].

2.3 Ecuaciones del motor de inducción

En esta parte se presentan las ecuaciones fundamentales para obtener el modelo de la máquina de inducción en coordenadas de fase, mismas que serán de utilidad para el desarrollo de la transformación a un marco de referencia dq0.

2.3.1 Ecuación de aceleración

Esta ecuación es esencial para estudios transitorios. El par electromagnético desarrollado por el motor acciona la carga mecánica. Si se presenta una diferencia entre estos pares, la máquina acelera o desacelera [7,74].

$$T_e - T_L = J \frac{d\omega_{mr}}{dt} \quad (2.1)$$

donde T_e es el par electromagnético y T_L el par de carga mecánica aplicado a la flecha, ambos en Nm, J es el momento polar de inercia del rotor y la carga acoplada en kgm^2 , ω_{mr} es la velocidad angular del rotor en radianes mecánicos por segundo. Es importante mencionar que en la operación como generador los pares electromagnético y de carga mecánica cambian de signo.

Para expresar la ecuación anterior en términos de la velocidad angular del rotor en radianes eléctricos hay que hacer una conversión de acuerdo a la expresión siguiente:

$$\omega_r = \frac{P}{2} \omega_{mr} \quad (2.2)$$

donde ω_r es la velocidad en radianes eléctricos sobre segundo y P es el número de polos de la máquina. Despejando la velocidad mecánica de la ecuación anterior y sustituyendo en la 2.1 la ecuación de aceleración queda expresada en términos de la velocidad eléctrica del rotor en radianes sobre segundo de la siguiente forma:

$$T_e - T_L = J \frac{2}{P} \frac{d\omega_r}{dt} \quad (2.3)$$

2.3.2 Ecuaciones eléctricas del motor de inducción

Las ecuaciones que describen el comportamiento eléctrico del motor de inducción parten de la convención motor recomendada por el IEEE [24]. Dicha convención se basa en la Fig. 2.1, la cual consta de una bobina con una resistencia fija y con dirección de referencia positiva para las corrientes y enlaces de flujos, además de polaridad positiva para voltajes. Se toma en consideración que una corriente positiva produce un enlace de flujo positivo. La ecuación (2.4) representa la caída de tensión a través de un inductor y la corriente al paso de este.

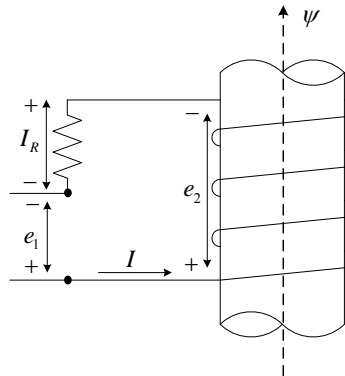


Figura 2.1 Bobina con polaridades de acuerdo a la convención motor o carga [24].

$$e_2 = Ri + \frac{d\psi}{dt} \quad (2.4)$$

También se sabe que existe una relación entre flujos y corrientes, de esta forma se pueden tener como variables de estado flujos ó corrientes:

$$\psi = Li \quad (2.5)$$

Para el desarrollo de los modelos se hacen las siguientes consideraciones [22]:

- Entrehierro uniforme.
- Circuito magnético lineal, por lo tanto no se considera la saturación en el modelo.
- Devanados de estator idénticos, distribuidos para producir una fuerza magnetomotriz sinusoidal a lo largo del entrehierro.
- Se considera que el arreglo de las bobinas del rotor generan una fmm sinusoidal en el espacio teniendo el mismo número de polos.
- Se desprecia el efecto de ranuras del estator sobre las inductancias del rotor.
- Los materiales magnéticos se consideran sin pérdidas.

Además de esto, de acuerdo a la convención IEEE se tiene lo siguiente [24,72,78]:

- El eje d adelanta 90° al eje q .
- El rotor gira en sentido contrario a las manecillas del reloj y su posición está dada por el ángulo entre el eje d y el eje de la fase a .
- La convención motor o carga es asignada tanto a los devanados del estator como del rotor.

2.3.2.1 Ecuaciones de voltaje

Para la parte eléctrica se consideran los devanados trifásicos del estator y rotor representados por devanados concentrados desplazados 120° en el espacio. La Fig. 2.2

muestra una máquina de inducción trifásica de dos polos. Los devanados trifásicos pueden ser conectados en estrella o delta y están distribuidos a lo largo del estator dentro de las ranuras. En el caso del motor de rotor devanado se tiene que físicamente ambos devanados son similares, sin embargo, en el tipo jaula de ardilla se tienen barras cortocircuitadas por anillos [12,13].

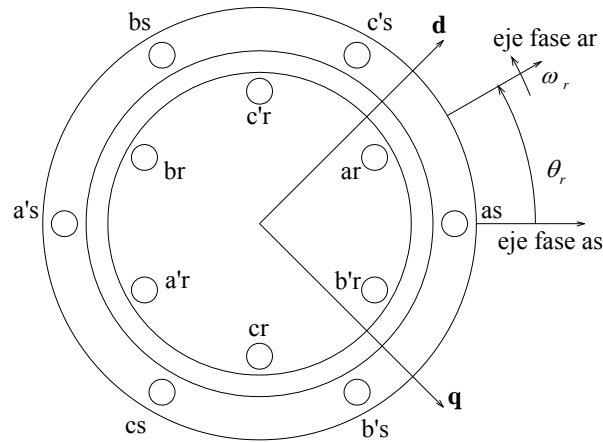


Figura 2.2. Diagrama de la máquina de inducción con devanados concentrados y representación de los ejes d y q.

Empleando la convención motor, las ecuaciones de voltaje para el estator y rotor son:

$$e_s = R_s i_s + \frac{d\psi_s}{dt} \quad (2.6)$$

$$e_r = R_r i_r + \frac{d\psi_r}{dt} \quad (2.7)$$

Los subíndices indican las cantidades del estator y rotor y se encuentran en forma simplificada. Un desarrollo más detallado se muestra en [81].

El motor de inducción jaula de ardilla es suficiente considerarlo como si se tratara de un rotor devanado con sus correspondientes devanados trifásicos cortocircuitados; esto debido a que en la jaula la densidad de conductores de las barras es uniforme, por lo tanto las

corrientes en éstas producen una fuerza magnetomotriz (fmm) sinusoidalmente distribuida, como en el caso de un devanado trifásico distribuido [11,22].

2.3.2.2 Ecuaciones de los enlaces de flujo

Una parte fundamental en el modelo del motor de inducción es el desarrollo de las ecuaciones que describen los enlaces de flujo en 2.6 y 2.7 antes mencionadas. En este caso la expresión matricial resultante es de dimensión 6x6 debido a que se consideró el rotor jaula de ardilla como un devanado similar al del estator. En esta parte del modelo se considera el acoplamiento magnético de los circuitos que conforman la máquina. En el marco de referencia natural, se tiene que la matriz de estos enlaces tiene la forma siguiente [12]:

$$\begin{bmatrix} \psi_{as} \\ \psi_{bs} \\ \psi_{cs} \\ \psi'_{ar} \\ \psi'_{br} \\ \psi'_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{ls} + l_{ms} & -\frac{1}{2}l_{ms} & -\frac{1}{2}l_{ms} & l_{ms} \cos(\theta_r) & l_{ms} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & l_{ms} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\frac{1}{2}l_{ms} & l_{ls} + l_{ms} & -\frac{1}{2}l_{ms} & l_{ms} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & l_{ms} \cos(\theta_r) & l_{ms} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\frac{1}{2}l_{ms} & -\frac{1}{2}l_{ms} & l_{ls} + l_{ms} & l_{ms} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & l_{ms} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & l_{ms} \cos(\theta_r) \\ l_{ms} \cos(\theta_r) & l_{ms} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & l_{ms} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & l'_{lr} + l_{ms} & -\frac{1}{2}l_{ms} & -\frac{1}{2}l_{ms} \\ l_{ms} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & l_{ms} \cos(\theta_r) & l_{ms} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}l_{ms} & l'_{lr} + l_{ms} & -\frac{1}{2}l_{ms} \\ l_{ms} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & l_{ms} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & l_{ms} \cos(\theta_r) & -\frac{1}{2}l_{ms} & -\frac{1}{2}l_{ms} & l'_{lr} + l_{ms} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \\ i'_{ar} \\ i'_{br} \\ i'_{cr} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

De la expresión anterior se puede observar que las inductancias mutuas entre estator y rotor dependen de la posición del rotor y las mutuas y propias entre los mismos devanados son constantes. La corriente i_a produce una distribución sinusoidal de la densidad de flujo en el entrehierro y los devanados de las tres fases están distribuidos sinusoidalmente. Por esta razón, el flujo que enlaza al devanado de la fase b o c debido a la corriente i_a es el enlace de flujo de la fase a por el coseno del ángulo entre los devanados, que en este caso es de 120° , por lo que $\cos(120^\circ) = -1/2$ y la inductancia mutua es $-1/2l_{ms}$ [11]. Los valores del rotor

están referidos al estator debido a que el comportamiento de la máquina de inducción es similar al del transformador [12], como se muestra en el desarrollo del circuito equivalente en el apéndice A.

2.4 Ecuaciones de transformación al marco dq0 arbitrario

Como se observa en las ecuaciones anteriores las inductancias mutuas entre devanados del estator y rotor dependen de la posición de este último. Para eliminar esta dependencia se aplica una transformación a un marco de referencia arbitrario que gira en la dirección del rotor a una velocidad arbitraria ω como se muestra en la Fig. 2.3 [12,22].

Cualquier sistema particular que describa a una máquina se le llama marco de referencia y una conversión de un marco a otro se le llama transformación [79]. Una vez obtenido el modelo en el marco dq0 arbitrario se puede fácilmente pasar a otros marcos de referencia. Los más comunes para el análisis de máquinas de inducción son los siguientes [12,78]:

Marco de referencia estacionario con $\omega = 0$.

Marco de referencia fijo en el rotor con $\omega = \omega_r$.

Marco de referencia a la velocidad de sincronismo con $\omega = \omega_e$.

donde ω_r y ω_e son las velocidades angulares del rotor y de sincronismo respectivamente.

En forma general la transformación del marco de referencia abc al dq0 es:

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = [T_{dq0}] \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

De la Fig. 2.3 se puede observar que el marco de referencia rota a una velocidad $\omega(t)$. El ángulo $\theta(t)$ es el ángulo entre el eje d del marco arbitrario y el eje de la fase a del estator y puede expresarse como:

$$\theta(t) = \int_0^t \omega(t) dt + \theta(0) \quad (2.10)$$

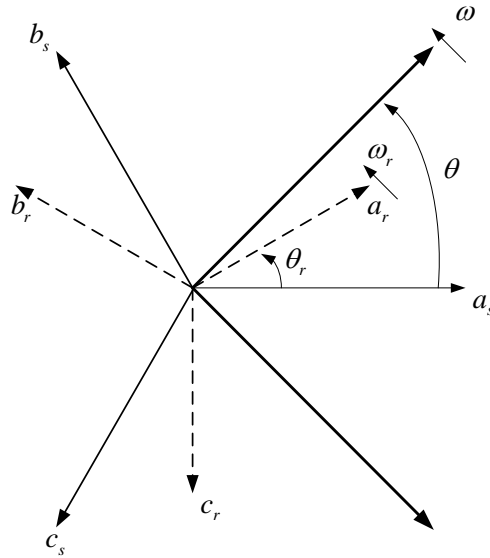


Figura 2.3 Relación entre el marco de referencia abc y el marco arbitrario dq0 [12].

De igual forma el ángulo $\theta_r(t)$ es el que forma el rotor con respecto a la fase a del estator rotando a una velocidad $\omega_r(t)$, y puede ser expresado como:

$$\theta_r(t) = \int_0^t \omega_r(t) dt + \theta_r(0) \quad (2.11)$$

Dadas las relaciones anteriores, la transformación a un marco de referencia arbitrario, para los devanados del estator, está dada por:

$$T_{dq0s} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \text{sen}(\theta) & \text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

y su inversa:

$$(T_{dq0s})^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Para realizar la transformación a las variables del rotor el ángulo entre la fase a de éste y el eje d es $(\theta - \theta_r)$, por lo que la transformación tiene la misma forma que el estator. Haciendo un cambio de variable para simplificar las expresiones:

$$\beta = \theta - \theta_r \quad (2.14)$$

Por lo tanto se tiene:

$$T_{d0qr} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \cos\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \text{sen}(\beta) & \text{sen}\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

y su inversa:

$$(T_{dq0r})^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \text{sen}(\beta) & 1 \\ \cos\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

2.4.1 Transformación de las ecuaciones del motor de inducción al marco de referencia dq0 arbitrario

Teniendo las ecuaciones de transformación en un marco de referencia arbitrario, éstas se pueden aplicar a la máquina. En [81] se detalla el procedimiento para aplicar dicha transformación. Las ecuaciones transformadas al marco de referencia de dos ejes para los voltajes del estator quedan de la siguiente forma:

$$e_{ds} = r_s i_{ds} + \omega \psi_{qs} + \frac{d\psi_{ds}}{dt} \quad (2.17)$$

$$e_{qs} = r_s i_{qs} - \omega \psi_{ds} + \frac{d\psi_{qs}}{dt} \quad (2.18)$$

$$e_{0s} = r_s i_{0s} + \frac{d\psi_{0s}}{dt} \quad (2.19)$$

De igual forma para las ecuaciones del rotor se tiene lo siguiente:

$$e'_{dr} = r'_r i'_{dr} + (\omega - \omega_r) \psi'_{qr} + \frac{d}{dt} \psi'_{dr} \quad (2.20)$$

$$e'_{qr} = r'_r i'_{qr} - (\omega - \omega_r) \psi'_{dr} + \frac{d}{dt} \psi'_{qr} \quad (2.21)$$

$$e'_{0r} = r'_r i'_{0r} + \frac{d}{dt} \psi'_{0r} \quad (2.22)$$

Los enlaces de flujo también tienen que ser transformados al marco de referencia arbitrario, ya que de esta forma se simplifica la ecuación (2.8) eliminando la dependencia de la posición del rotor y obteniendo una matriz de elementos constantes, como se muestra en la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{qs} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{ls} + L_M & 0 & 0 & \frac{3}{2} l_{ms} & 0 & 0 \\ 0 & l_{ls} + L_M & 0 & 0 & \frac{3}{2} l_{ms} & 0 \\ 0 & 0 & l_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} l_{ms} & 0 & 0 & l'_{lr} + L_M & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} l_{ms} & 0 & 0 & l'_{lr} + L_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l'_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{0s} \\ i'_{dr} \\ i'_{qr} \\ i'_{0r} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Donde $L_M = (3/2)l_{ms}$. En la matriz de inductancias se puede observar que la máquina es simétrica ya que se cumple la igualdad $L_{sr} = L_{rs}$.

2.5 Sistema en por unidad

Es de gran ayuda el empleo de un sistema por unidad, ya que éste elimina las unidades físicas de los parámetros empleados (como son Volts, Amperes, Ohms, etc.), expresando cantidades adimensionales. Además, el sistema por unidad permite que la simulación de los sistemas sea más simple, sin hacer uso de grandes cantidades numéricas, y de esta forma la interpretación de los mismos sea más clara. Existen dos métodos en por unidad, el recíproco y el no recíproco, y la aplicación de estos depende de los resultados que se hayan obtenido en la transformación para pasar del marco abc al dq0. En el caso del motor de inducción se emplea el sistema por unidad recíproco, ya que se puede observar que las

inductancias mutuas entre los devanados del estator y rotor son recíprocas, de igual forma que las inductancias mutuas de los propios devanados [74,75,79].

Este sistema se define como sigue [7,75]:

$$\text{Cantidad en P.U.} = \frac{\text{Cantidad Real}}{\text{Cantidad base}} \quad (2.24)$$

Por lo general las variables principales son seleccionadas como valores base. Dependiendo de la transformación que se haya empleado para el modelo, pueden existir inductancias mutuas entre el estator y rotor que no son recíprocas, en este caso se emplea un sistema por unidad no recíproco para eliminar esa no reciprocidad existente [7,75].

En el análisis de máquinas las tensiones y corrientes se han expresado como valores instantáneos representados por un valor pico y una función senoidal en función del tiempo y frecuencia. Las cantidades base se seleccionan de la siguiente forma [7,78]:

e_{sbase} Voltaje pico de fase de la máquina [V].

i_{sbase} Corriente pico de la corriente de fase [A].

f_{base} Frecuencia de operación de la máquina [Hz].

Los valores subsecuentes están relacionados con los anteriores y se detallan en [81].

2.5.1 Ecuaciones del motor de inducción en PU

Una vez definido el sistema en por unidad se aplica a las ecuaciones que describen el comportamiento electromecánico de la máquina de inducción. Las ecuaciones para los voltajes del estator y rotor son:

$$\overline{e}_{ds} = \overline{r}_s \overline{i}_{ds} + \overline{\omega} \overline{\psi}_{qs} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} (\overline{\psi}_{ds}) \quad (2.25)$$

$$\overline{e}_{qs} = \overline{r}_s \overline{i}_{qs} - \overline{\omega} \overline{\psi}_{ds} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} (\overline{\psi}_{qs}) \quad (2.26)$$

$$\overline{e}_{0s} = \overline{r}_s \overline{i}_{0s} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} (\overline{\psi}_{0s}) \quad (2.27)$$

$$\overline{e}'_{dr} = \overline{r}'_r \overline{i}'_{dr} + (\overline{\omega} - \overline{\omega}_r) \overline{\psi}'_{qr} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} (\overline{\psi}'_{dr}) \quad (2.28)$$

$$\overline{e}'_{qr} = \overline{r}'_r \overline{i}'_{qr} - (\overline{\omega} - \overline{\omega}_r) \overline{\psi}'_{dr} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} (\overline{\psi}'_{qr}) \quad (2.29)$$

$$\overline{e}'_{0r} = \overline{r}'_r \overline{i}'_{0r} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} (\overline{\psi}'_{0r}) \quad (2.30)$$

Al aplicar el sistema por unidad a los enlaces de flujo en la matriz de inductancias se tiene que la inductancia es equivalente a la reactancia para una frecuencia dada [75,79].

$$\begin{bmatrix} \overline{\psi}_{ds} \\ \overline{\psi}_{qs} \\ \overline{\psi}_{0s} \\ \overline{\psi}'_{dr} \\ \overline{\psi}'_{qr} \\ \overline{\psi}'_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{X}_{ls} + \overline{X}_M & 0 & 0 & \overline{X}_M & 0 & 0 \\ 0 & \overline{X}_{ls} + \overline{X}_M & 0 & 0 & \overline{X}_M & 0 \\ 0 & 0 & \overline{X}_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ \overline{X}_M & 0 & 0 & \overline{X}'_{lr} + \overline{X}_M & 0 & 0 \\ 0 & \overline{X}_M & 0 & 0 & \overline{X}'_{lr} + \overline{X}_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{X}'_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{i}_{ds} \\ \overline{i}_{qs} \\ \overline{i}_{0s} \\ \overline{i}'_{dr} \\ \overline{i}'_{qr} \\ \overline{i}'_{0r} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

La potencia instantánea de entrada al motor es:

$$P = e_{as} i_{as} + e_{bs} i_{bs} + e_{cs} i_{cs} \quad (2.32)$$

Sustituyendo los voltajes y corrientes en términos de las componentes dq0:

$$P = \frac{3}{2} [e_{ds} i_{ds} + e_{qs} i_{qs} + 2e_{0s} i_{0s}] \quad (2.33)$$

Aplicando el sistema por unidad:

$$P = \overline{e_{ds} i_{ds}} + \overline{e_{qs} i_{qs}} + 2\overline{e_{0s} i_{0s}} \quad (2.34)$$

El par electromagnético desarrollado es obtenido como la potencia asociada con los voltajes rotacionales divididos por la velocidad de la flecha en radianes mecánicos por segundo [7]. Los términos de los voltajes rotacionales de las ecuaciones 2.20 y 2.21 para e'_{dr}, e'_{qr} son $(\omega - \omega_r) \psi'_{qr}$, $-(\omega - \omega_r) \psi'_{dr}$, respectivamente. La potencia de entrada al rotor está dada por:

$$P_r = \frac{3}{2} [e'_{dr} i'_{dr} + e'_{qr} i'_{qr}] \quad (2.35)$$

Sustituyendo las expresiones de voltajes rotacionales en la ecuación 2.35:

$$\frac{3}{2} [\psi'_{qr} i'_{dr} - \psi'_{dr} i'_{qr}] (\omega - \omega_r) \quad (2.36)$$

La velocidad mecánica de la flecha con respecto a los ejes dq es:

$$\omega_m = -\frac{2}{P} (\omega - \omega_r) \quad (2.37)$$

Donde P es el número de polos. Dividiendo la ecuación 2.36 por la 2.37 se obtiene el par electromagnético desarrollado por el motor:

$$T_e = \frac{3}{2} [\psi'_{dr} i'_{qr} - \psi'_{qr} i'_{dr}] \frac{P}{2} \quad (2.38)$$

El par electromagnético en por unidad es:

$$\overline{T_e} = [\overline{\psi'_{dr} i'_{qr}} - \overline{\psi'_{qr} i'_{dr}}] \quad (2.39)$$

De igual forma aplicando el sistema por unidad a la ecuación de aceleración de la máquina (2.1) se obtiene lo siguiente:

$$p \overline{\omega_r} = \frac{1}{2H} (\overline{T_e} - \overline{T_L}) \quad (2.40)$$

El término H es la constante de inercia equivalente de la máquina y la carga mecánica acoplada a la flecha.

2.6 Modelo máquina-modificada

Se plantea que el motor de inducción está conectado a un bus infinito por medio de una impedancia externa, que en este caso es la alimentación al motor (como se muestra en la Fig. 2.4). La máquina modificada-bus infinito consiste en incluir las impedancias externas de la línea dentro de las ecuaciones del modelo del motor. Esto puede realizarse simplemente con sumar la resistencia externa a la resistencia del devanado del estator, y la reactancia externa a la reactancia de dispersión del mismo devanado [5,72,79].

Para el desarrollo de la técnica máquina modificada se igualan las ecuaciones de la red externa con las de la máquina, ambas vistas desde las terminales.

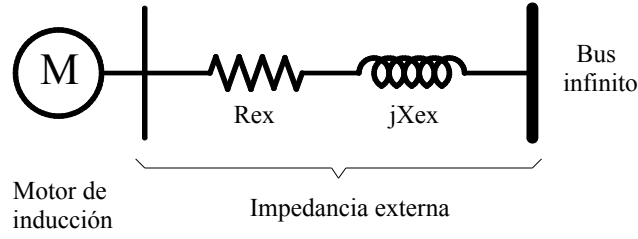


Figura 2.4 Motor de inducción conectado a un bus infinito por medio de una red externa.

Después de desarrollar las igualdades y realizar las simplificaciones necesarias [81] se llega a las siguientes expresiones:

$$\overline{e_{d_b}} = \overline{r_{s\text{-mod}} i_{d_s}} + \omega \overline{\psi_{q_s\text{-mod}}} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} \overline{\psi_{d_s\text{-mod}}} \quad (2.41)$$

$$\overline{e_{q_b}} = \overline{r_{s\text{-mod}} i_{q_s}} - \omega \overline{\psi_{d_s\text{-mod}}} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} \overline{\psi_{q_s\text{-mod}}} \quad (2.42)$$

$$\overline{e_{0_b}} = \overline{r_{s\text{-mod}} i_{0_s}} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} \left(\overline{\psi_{0_s\text{-mod}}} \right) \quad (2.43)$$

Las ecuaciones anteriores muestran que el voltaje que ve la máquina es el del bus infinito. Los términos en los cuales se aplica la técnica de máquina modificada se encuentran en las ecuaciones anteriores marcados con los subíndices *mod*, que a continuación se detallan:

$$\overline{X_{l_s\text{-mod}}} = \overline{X_{l_s}} + \overline{X_{ex}} \quad (2.44)$$

$$\overline{r_{s\text{-mod}}} = \left(\overline{r_s} + \overline{r_{ex}} \right) \quad (2.45)$$

De igual forma para el marco de referencia *abc* se tienen las expresiones siguientes:

$$\overline{e_{a_b}} = \overline{r_{s\text{-mod}} i_{a_s}} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d \overline{\psi_{a\text{-mod}}}}{dt} \quad (2.46)$$

$$\overline{e_{b_b}} = \overline{r_{s\text{-mod}} i_{b_s}} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d\overline{\psi_{b\text{-mod}}}}{dt} \quad (2.47)$$

$$\overline{e_{c_b}} = \overline{r_{s\text{-mod}} i_{c_s}} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d\overline{\psi_{c\text{-mod}}}}{dt} \quad (2.48)$$

donde las cantidades modificadas se refieren a la suma del estator e impedancia externa. Los voltajes que ve la máquina al igual que en el caso anterior, son los del bus infinito.

2.7 Modelos de la máquina de inducción en variables de estado

2.7.1 Modelo en variables de estado en el marco de referencia $dq0$ arbitrario

Una vez desarrolladas las ecuaciones necesarias que describen el comportamiento dinámico de la máquina de inducción, transformadas al marco de referencia arbitrario y expresadas en un sistema por unidad, se obtiene el modelo en variables de estado. Para el caso del modelo en el marco de referencia arbitrario se puede obtener un modelo simple de quinto orden, que son las ecuaciones del estator y rotor en el eje d y q más la ecuación de aceleración. Esto es posible, debido a que, dentro de las consideraciones para el modelado se toma en cuenta una máquina simétrica, y generalmente los motores de inducción no tienen el hilo neutro conectado a tierra, como consecuencia no se presentan las componentes de secuencia cero [13].

El desarrollo de forma más detallada se presenta en [81]. El modelo mostrado describe las ecuaciones diferenciales para un motor de inducción de rotor devanado o para uno con rotor jaula de ardilla sencilla con la diferencia que en éste último los voltajes del rotor son iguales a cero debido a que las barras se encuentran cortocircuitadas por los anillos [12,13,72]. Este trabajo se enfoca principalmente en el motor con rotor jaula de ardilla, por lo tanto, el modelo para este tipo de motor queda de la siguiente forma:

$$P \begin{bmatrix} \overline{\theta_r} \\ \overline{\omega_r} \\ \overline{\psi_{ds}} \\ \overline{\psi'_{dr}} \\ \overline{\psi_{qs}} \\ \overline{\psi'_{qr}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_{d11} & z_{d12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_{d21} & z_{d22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & z_{q11} & z_{q12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & z_{q21} & z_{q22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\theta_r} \\ \overline{\omega_r} \\ \overline{\psi_{ds}} \\ \overline{\psi'_{dr}} \\ \overline{\psi_{qs}} \\ \overline{\psi'_{qr}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \omega_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{ds} \\ e_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2H}(\overline{T_e} - \overline{T_m}) \\ -\omega \overline{\psi_{qs}} \\ -\omega_0(\omega - \omega_r)\overline{\psi'_{qr}} \\ \omega \overline{\psi_{ds}} \\ \omega_0(\omega - \omega_r)\overline{\psi'_{dr}} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Donde $[Z] = -\omega_0 [R][Y]$.

$[R]$ es la matriz diagonal de resistencias,

$[Y]$ es la inversa de la matriz de reactancias (ecuación. 2.31) y ésta viene de despejar las corrientes de la expresión $[\overline{\psi}] = [\overline{X}][\overline{I}]$.

Todas las matrices son de dimensión 6x6, además, en este caso éstas son constantes debido a la transformación aplicada.

2.7.2 Modelo en variables de estado en el marco de referencia abc

Una vez que se formuló el modelo del motor de inducción en el marco de referencia $dq0$ arbitrario y además de que los resultados obtenidos de la simulación son los requeridos, se aplica la transformación inversa para obtener el modelo en el marco abc en por unidad [77,78]. Otra forma de obtenerlo es a partir del planteamiento de las ecuaciones en el marco natural y aplicar el sistema por unidad recíproco al mismo. El modelo obtenido es de octavo orden como se muestra en la ecuación 2.50.

Se puede apreciar la complejidad de este modelo no solo por el orden, sino también porque cada una de las z implica la inversa de la matriz de inductancias, mismas que a su vez dependen de la posición del rotor. Dentro de la simulación se tiene que calcular la inversa de la matriz en cada iteración, lo que requiere de mayor esfuerzo computacional.

$$P \begin{bmatrix} \overline{\theta_r} \\ \overline{\omega_r} \\ \overline{\psi_{as}} \\ \overline{\psi_{bs}} \\ \overline{\psi_{cs}} \\ \overline{\psi'_{ar}} \\ \overline{\psi'_{br}} \\ \overline{\psi'_{cr}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \overline{z_{11}} & \overline{z_{12}} & \overline{z_{13}} & \overline{z_{14}} & \overline{z_{15}} & \overline{z_{16}} \\ 0 & 0 & \overline{z_{21}} & \overline{z_{22}} & \overline{z_{23}} & \overline{z_{24}} & \overline{z_{25}} & \overline{z_{26}} \\ \hline 0 & 0 & \overline{z_{31}} & \overline{z_{32}} & \overline{z_{33}} & \overline{z_{34}} & \overline{z_{35}} & \overline{z_{36}} \\ 0 & 0 & \overline{z_{41}} & \overline{z_{42}} & \overline{z_{43}} & \overline{z_{44}} & \overline{z_{45}} & \overline{z_{46}} \\ \hline 0 & 0 & \overline{z_{51}} & \overline{z_{52}} & \overline{z_{53}} & \overline{z_{54}} & \overline{z_{55}} & \overline{z_{56}} \\ 0 & 0 & \overline{z_{61}} & \overline{z_{62}} & \overline{z_{63}} & \overline{z_{64}} & \overline{z_{65}} & \overline{z_{66}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\theta_r} \\ \overline{\omega_r} \\ \overline{\psi_{as}} \\ \overline{\psi_{bs}} \\ \overline{\psi_{cs}} \\ \overline{\psi'_{ar}} \\ \overline{\psi'_{br}} \\ \overline{\psi'_{cr}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \hline \frac{1}{2H}(\overline{T_e} - \overline{T_m}) \\ \hline \overline{\omega_0 e_{as}} \\ \hline \overline{\omega_0 e_{bs}} \\ \hline \overline{\omega_0 e_{cs}} \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Para tener el modelo completo en componentes de fase es necesario obtener una expresión del par electromagnético. Aplicando la transformación inversa a la ecuación 2.39 se obtiene:

$$\overline{T_e} = \frac{2\sqrt{3}}{9} \left[\overline{\psi'_{ar}} (\overline{i'_{cr}} - \overline{i'_{br}}) + \overline{\psi'_{br}} (\overline{i'_{ar}} - \overline{i'_{cr}}) + \overline{\psi'_{cr}} (\overline{i'_{br}} - \overline{i'_{ar}}) \right] \quad (2.51)$$

2.8 Modelo de circuitos múltiples acoplados de la máquina de inducción

Este modelo es de utilidad para la simulación de máquinas de inducción con devanados conectados arbitrariamente y/o en condiciones desbalanceadas de operación. Los parámetros son calculados directamente de la geometría y de la distribución del devanado de la máquina. Está basado en la aproximación del acoplamiento magnético considerando que la corriente en cada barra es una variable independiente. Los efectos de la distribución de la fuerza magnetomotriz no senoidal son considerados tanto en el estator como en el rotor [33].

El modelo en el marco de referencia dq0 toma en consideración que los devanados del estator son sinusoidalmente distribuidos, por lo que no se puede emplear para casos en los

que se cuenta con devanados arbitrariamente conectados. No obstante, en este modelo los parámetros (especialmente las inductancias mutuas entre estator y rotor) son considerados variantes en el tiempo y pueden ser evaluados en tiempo real, mientras que las inductancias de dispersión y el efecto de borde de bobina son precalculados y se toman como constantes [27].

2.8.1 Sistema de ecuaciones

Haciendo las siguientes consideraciones [33]:

- 1) La saturación se desprecia.
- 2) Se desprecian las corrientes de eddy y las pérdidas por fricción y batimiento.
- 3) Se consideran aisladas las barras del rotor.

La máquina de inducción se considera con m circuitos (no confundir con fases) en el estator y n barras en el rotor [27,30,33,38,43,52,68]. La jaula del rotor puede verse como n trayectorias igualmente espaciadas. Considerando la Fig. 2.5, la primera trayectoria puede estar formada por la primer barra y la $(k+1)$ ésima barra, donde $(1 \leq k \leq n)$; la segunda trayectoria formada por la segunda barra y la $(k+2)$ ésima barra y así sucesivamente. Por lo tanto, para una jaula formada por n barras se tienen $2n$ nodos y $3n$ ramas. Las corrientes comprenden n trayectorias cerradas (i_k^r) mas una corriente que circula en uno de los anillos (i_e) que será igual a cero en un motor con anillos completos [33].

Tomando en cuenta lo anterior, las ecuaciones que describen la dinámica de la máquina son:

$$e_s = R_s i_s + \frac{d\psi_s}{dt} \quad (2.52)$$

$$e_r = R_r i_r + \frac{d\psi_r}{dt} \quad (2.53)$$

$$\psi_s = L_{ss} i_s + L_{sr} i_r \quad (2.54)$$

$$\psi_r = L_{sr}^T i_s + L_{rr} i_r \quad (2.55)$$

$$i_s = [i_{s1} \quad i_{s2} \quad \dots \quad i_{sm}]^T \quad (2.56)$$

$$i_r = [i_{r1} \quad i_{r2} \quad \dots \quad i_{rn}]^T \quad (2.57)$$

$$e_s = [v_{s1} \quad v_{s2} \quad \dots \quad v_{sm}]^T \quad (2.58)$$

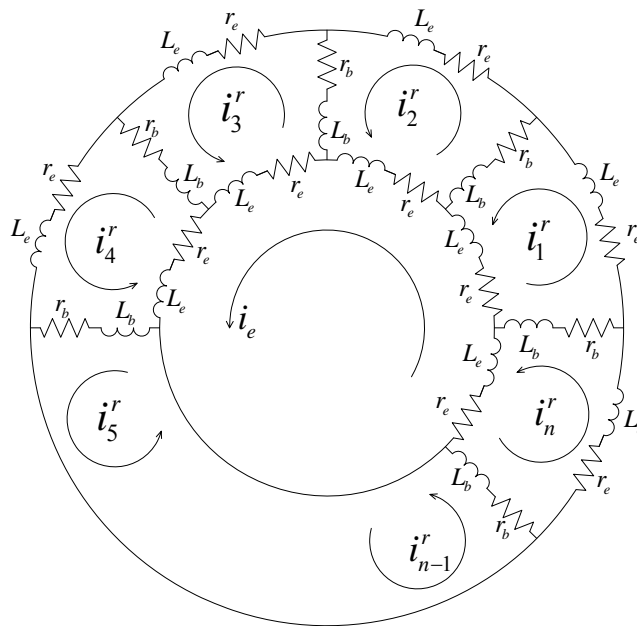


Figura 2.5 Circuito equivalente de un rotor jaula de ardilla donde se muestran las n trayectorias de corriente mas la corriente en el anillo i_e [33].

De acuerdo a la Fig. 2.5 para el caso de los voltajes del rotor jaula de ardilla e_r es:

$$e_r = \begin{bmatrix} v_1^r & v_2^r & \cdots & v_n^r & v_e \end{bmatrix}^T \quad (2.59)$$

En este caso $v_e = 0$ de igual forma que $v_k^r = 0$ para $k = 1, 2, \dots, n$.

Con esta formulación, las corrientes en los m circuitos del estator y en las n barras del rotor se consideran independientes. Estos circuitos pueden ser conectados arbitrariamente para formar las fases del estator y las configuraciones de las barras y anillos [27]. La representación de este tipo de máquina es fundamentalmente la misma que en el caso de rotor devanado, donde se considera que la jaula puede ser remplazada por un grupo de trayectorias mutuamente acopladas [33]. La matriz de inductancia L_{ss} es de dimensión $m \times m$, L_{rr} $(n+1) \times (n+1)$ y L_{sr} de dimensión $m \times n$ formada como sigue:

$$L_{sr} = \begin{bmatrix} L_{11}^{sr} & L_{12}^{sr} & \cdots & L_{1n}^{sr} & L_{1e}^{sr} \\ L_{21}^{sr} & L_{22}^{sr} & \cdots & L_{2n}^{sr} & L_{2e}^{sr} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ L_{m1}^{sr} & L_{m2}^{sr} & \cdots & L_{mn}^{sr} & L_{me}^{sr} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

La matriz L_{rr} es:

$$L_{rr} = \begin{bmatrix} L_{mr} + 2(L_b + L_e) & L_{r_1 r_2} - L_b & L_{r_1 r_3} & \cdots & L_{r_1 r_{n-1}} & L_{r_1 r_n} - L_b & -L_e \\ L_{r_2 r_1} - L_b & L_{mr} + 2(L_b + L_e) & L_{r_2 r_3} - L_b & \cdots & L_{r_2 r_{n-1}} & L_{r_2 r_n} & -L_e \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{r_{n-1} r_1} & L_{r_{n-1} r_2} & L_{r_{n-1} r_3} & \cdots & L_{mr} + 2(L_b + L_e) & -R_b & -L_e \\ L_{r_n r_1} - L_b & L_{r_n r_2} & L_{r_n r_3} & \cdots & L_{r_n r_{n-1}} & L_{mr} + 2(L_b + L_e) & -L_e \\ -L_e & -L_e & -L_e & \cdots & -L_e & -L_e & nL_e \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

donde L_{mr} es la inductancia de magnetización de cada trayectoria, L_b es la inductancia de dispersión de cada barra de la jaula, L_e es la inductancia de dispersión de los anillos y $L_{r_i r_j}$ es la inductancia mutua entre dos trayectorias (i, j) del rotor. La matriz de resistencias del rotor R_r es de dimensión $(n+1) \times (n+1)$ además de ser simétrica como se muestra a continuación:

$$R_r = \begin{bmatrix} 2(R_b + R_e) & -R_b & 0 & \cdots & 0 & -R_b & -R_e \\ -R_b & 2(R_b + R_e) & -R_b & \cdots & 0 & 0 & -R_e \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2(R_b + R_e) & -R_b & -R_e \\ -R_b & 0 & 0 & \cdots & -R_b & 2(R_b + R_e) & -R_e \\ -R_e & -R_e & -R_e & \cdots & -R_e & -R_e & nR_e \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

La ecuación de aceleración es la misma que en los modelos anteriores (ecuación 2.1). La expresión del par electromagnético se puede obtener de la siguiente forma [27]:

$$T_e = I_s^T \frac{\partial L_{sr}}{\partial \theta} I_r \quad (2.63)$$

El cálculo de las inductancias es de suma importancia para la simulación de una máquina de inducción. Éstas son calculadas por medio de la función de devanado [27,33], la cual puede considerar asimetrías en la posición de las bobinas en las ranuras, misma que se verá con más detalle en el capítulo siguiente.

2.9 Resultados de simulación

Es interesante comparar los resultados de las variables del motor de inducción en los diferentes marcos de referencia antes descritos para observar las diferencias que se

presentan de aplicar las diferentes velocidades al marco arbitrario. Para esta comparación se desarrollaron programas de simulación en Matlab-Simulink en los marcos dq0 y abc. Los parámetros de la máquina que se emplearon para este fin se muestran en la tabla 2.1.

Tabla 2.1 Datos y parámetros del motor de inducción [12].

No. Polos	6	r_s	0.0453
Fases	3	r_r'	0.0222
Tensión	220 V (60 Hz)	X_{ls}	0.0775
Potencia	10 HP	X_{lr}'	0.0322
H	0.5 s	X_M	2.042

Las cantidades no especificadas se encuentran en por unidad. Se presentan resultados del arranque del motor partiendo de condiciones de reposo y con par de carga igual a cero. Además se aplica el sistema por unidad antes descrito. En la Fig. 2.6 se muestran las variables de la máquina en el marco de referencia abc.

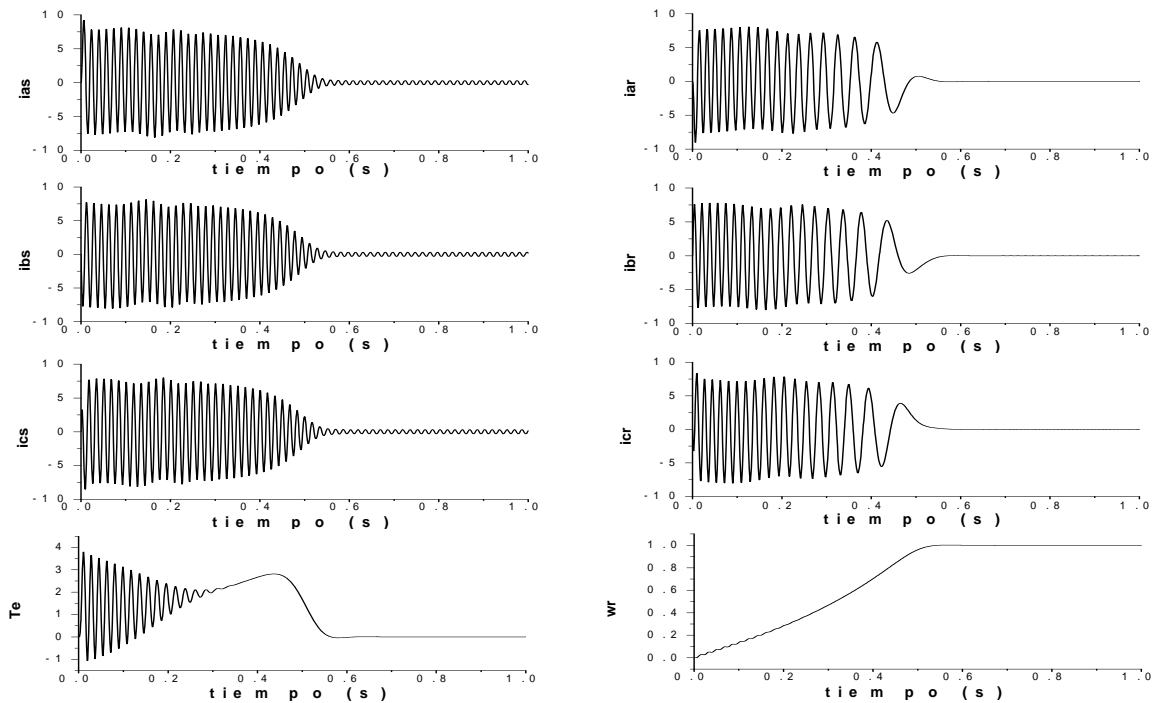


Figura 2.6 Arranque del motor de inducción en el marco de referencia abc.

En las Figs. 2.7-2.9 se muestra el arranque de la máquina en el marco de referencia arbitrario, asignando las velocidades de los marcos más comunes.

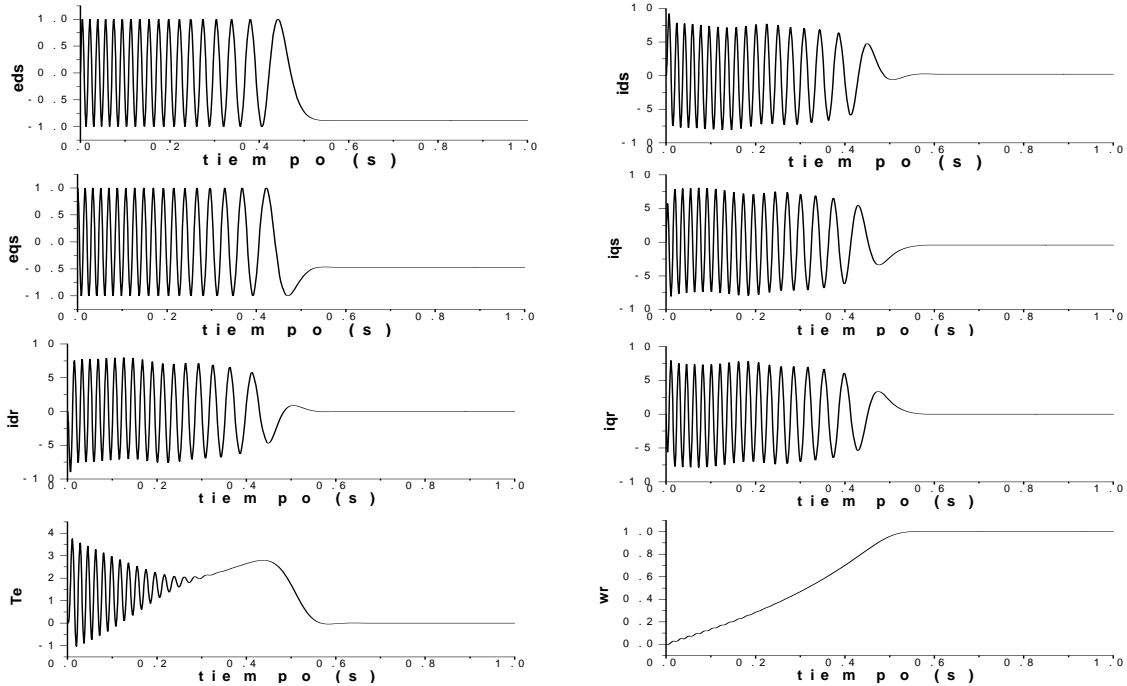


Figura 2.7 Arranque del motor de inducción en el marco de referencia fijo en el rotor.

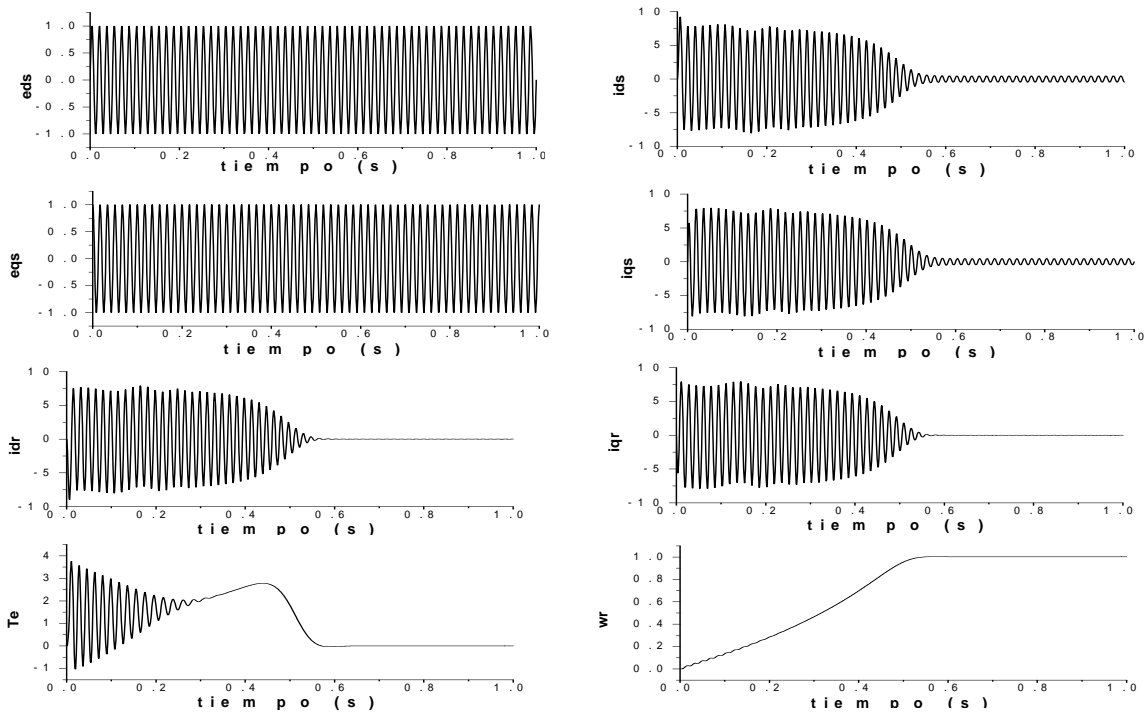


Figura 2.8 Arranque del motor de inducción en el marco de referencia estacionario.

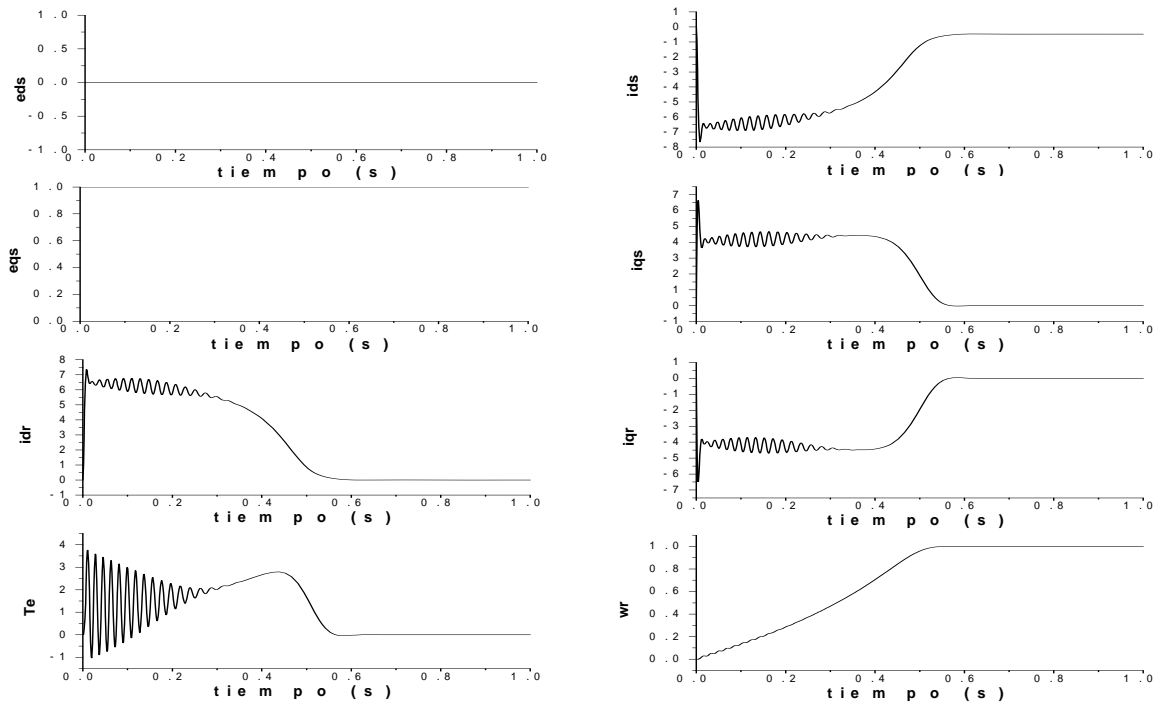


Figura 2.9 Arranque del motor de inducción en el marco de referencia síncrono.

En la Fig. 2.7 se aplicó la transformación con el marco de referencia fijo en el rotor. En este caso el eje d coincide con el eje de la fase a del rotor, por lo tanto, haciendo una comparación con las variables en el marco natural de la máquina se puede observar que el comportamiento de la corriente en el eje d es igual al de la corriente en la fase a , es decir $i'_{dr} = i'_{ar}$. Por otro lado, cuando el marco de referencia es estacionario la posición inicial del eje d es cero, coincidiendo con el eje de la fase a del estator. Las variables de la fase a coinciden con las del eje d . En la Fig. 2.8 se puede observar que i_{ds} es igual a i_{as} de la Fig. 2.6. Finalmente, al seleccionar la velocidad síncrona se obtiene el marco de referencia síncrono. En este caso el marco gira a la frecuencia de operación de la máquina, por esta razón, las magnitudes de las variables una vez alcanzado el estado estacionario, se mantienen constantes, correspondiendo a los valores instantáneos, Fig. 2.9. Es importante señalar que la máquina acelera hasta la velocidad síncrona debido a que no se consideraron las pérdidas por fricción y batimiento [12]. Haciendo una comparación entre los diferentes marcos, se puede observar que el par y la velocidad son independientes de la transformación que se aplique.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS INDUCTANCIAS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

3.1 Introducción

En el presente capítulo se presenta la metodología para calcular las inductancias del motor de inducción, haciendo énfasis en la máquina con tipo de rotor jaula de ardilla. Se emplea para dicho cálculo la teoría de función de devanado, la cual requiere de algunos datos de los devanados y sus dimensiones. Son detallados los puntos más importantes y resultados aplicados a la geometría de una máquina. Además, otra parte importante es la distribución geométrica del entrehierro, por lo que se presenta una expresión para su aproximación con el fin de representar la no uniformidad como consecuencia de la excentricidad del rotor. Finalmente, se detallan los tipos de excentricidad, sus características y resultados correspondientes.

3.2 Método de función de devanado

El método de la función de devanado fue desarrollado en los años sesenta por N. Schmitz y D. Novotny [3]. Dicho método se basa principalmente en la geometría de la máquina considerando la distribución espacial de los devanados tanto del estator como del rotor. Es importante mencionar que esta técnica fue en primera instancia desarrollada para máquinas con polos lisos.

A finales de los años noventa la función de devanado se comenzó a utilizar para simular los efectos de la excentricidad en el cálculo de las inductancias y en la dinámica de arranques

del motor de inducción [33]. Posteriormente se desarrolló un método modificado de la función de devanado para el modelado de máquinas síncronas bajo condiciones de excentricidad [35]. Otros investigadores han empleado la técnica para la simulación de diferentes tipos de fallas tanto mecánicas como eléctricas, obteniendo espectros en el dominio de la frecuencia para posteriormente ser comparados con mediciones en línea y fuera de línea [37,38,40,41].

En [42] se amplió el método de la función de devanado para el cálculo de las inductancias en condiciones simétricas y asimétricas del entrehierro, ya que permite obtener resultados más aproximados y se cumple que $L_{xy}=L_{yx}$, condición que no se cumplía con el método desarrollado inicialmente, debido a que solo era indicado para el caso de entrehierro uniforme, lo cual era erróneo porque en un circuito magnético lineal debe existir dicha reciprocidad.

El cálculo de las inductancias en el modelo de una máquina eléctrica rotatoria es de suma importancia ya que de estas depende la correcta simulación de su comportamiento dinámico [27]. Además, la función de devanado permite considerar asimetría en las bobinas que conforman cada uno de los devanados por fase.

Esta técnica ha sido empleada con resultados importantes en el análisis de la estabilidad transitoria de máquinas síncronas de polos salientes en donde las inductancias juegan un papel importante en las condiciones de liberación de fallas [77,78].

3.2.1 Desarrollo del método de función de devanado

El objetivo principal de este método es determinar la componente radial del campo magnético en el entrehierro de la máquina como función de las coordenadas cilíndricas r , Φ_m y z [18,27].

Haciendo las siguientes consideraciones [3,18]:

- La permeabilidad (μ) del material ferromagnético se considera infinitamente alta, por lo que no hay contribución del campo magnético en esas partes.
- Se considera que el entrehierro es mucho menor que el radio del rotor $g \ll r$.
- La i_T axial en cada fase es cero (\bullet) = (+).
- Debido a la geometría de la máquina se emplea el sistema de coordenadas cilíndricas r, Φ_m, z .

Las dimensiones del problema se pueden simplificar asumiendo que el campo magnético es independiente del eje z , como el entrehierro es mucho menor al radio del rotor, la variación de r puede ser despreciada reduciendo el problema a una dimensión. Considerando la Fig. 3.1, se parte de la Ley de Ampere en la trayectoria cerrada $abcd$.

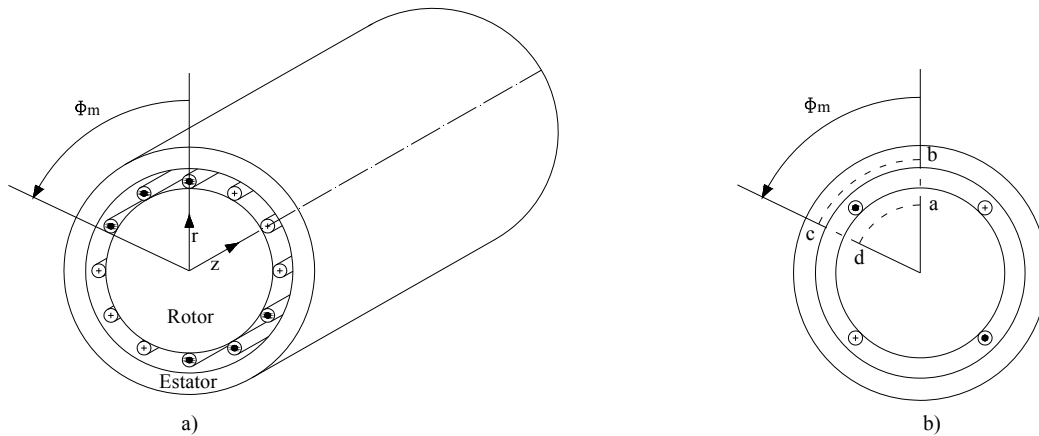


Figura 3.1 Geometría considerada para el desarrollo de la función de devanado [3]. (a) Sistema de coordenadas cilíndricas, (b) devanado concentrado de cuatro polos.

Esta ley indica que una corriente eléctrica o un flujo eléctrico variante a través de una superficie produce un campo magnético circulante alrededor de cualquier trayectoria que encierra dicha superficie.

$$\oint_{abcd} H \cdot dl = I_T \quad (3.1)$$

como:

$$H = \frac{B}{\mu} \quad (3.2)$$

donde $\mu = \mu_r \mu_0$. La contribución a lo largo del material ferromagnético es aproximadamente cero y a lo largo del entrehierro la contribución de la integral será el producto de la longitud del entrehierro y la componente de la intensidad del campo magnético en el mismo punto H_g , por lo que (3.1) queda de la siguiente forma [42]:

$$\oint_{abcd} \overline{H_x} \cdot d\vec{l} = H_x(\Phi_m)g(\Phi_m) - H_x(0)g(0) = I_T \quad (3.3)$$

Donde el subíndice x hace referencia a que devanado se aplica el análisis. Definiendo:

$$n_x(\Phi_m) \quad (3.4)$$

como la función de distribución de conductores [3]; la corriente neta total puede ser calculada multiplicando dicha función por una corriente unitaria. Esta técnica consiste en hacer un conteo de los conductores por ranura de cada devanado tomando como convención que los puntos son corrientes que salen, que además son positivas y los signos + son corrientes que entran tomándolas como negativas. Como se muestra en la Fig. 3.2, por lo que (3.3) se puede escribir como [42]:

$$\oint_{abcd} \overline{H_x} \cdot d\vec{l} = H_x(\Phi_m)g(\Phi_m) - H_x(0)g(0) = n_x(\Phi_m)i_x \quad (3.5)$$

despejando $H_x(\Phi_m)$:

$$H_x(\Phi_m) = \frac{n_x(\Phi_m)i_x + H_x(0)g(0)}{g(\Phi_m)} \quad (3.6)$$

Como las trayectorias regresan a la posición $\Phi_m = 0$, $H_g(0)$ aparece como una constante en cada ecuación. El devanado de la Fig. 3.1 consiste de cuatro conductores igualmente

espaciados a lo largo de la superficie del rotor e interconectados de tal manera que los conductores adyacentes tienen un sentido contrario de corriente. Desplegando el modelo de la Fig. 3.1b se pueden observar los valores de la corriente encerrada por la trayectoria abcd para diferentes valores de Φ_m . Para el análisis se considera que el conductor es muy delgado y el cambio de corriente de cero a un valor dado ocurre de manera abrupta al centro del conductor. En la Fig. 3.2 se puede observar que para valores de $\Phi_m = 0$ y $\Phi_m = \pi/4$ la corriente es igual a cero debido a que no hay conductores dentro de la trayectoria, para $\Phi_m = \pi/4$ y $\Phi_m = 3\pi/4$ un conductor es encerrado por la trayectoria, para $\Phi_m = 3\pi/4$ y $\Phi_m = 5\pi/4$ nuevamente la corriente es cero ya que hay dos conductores en la trayectoria pero con sentidos diferentes, y así sucesivamente.

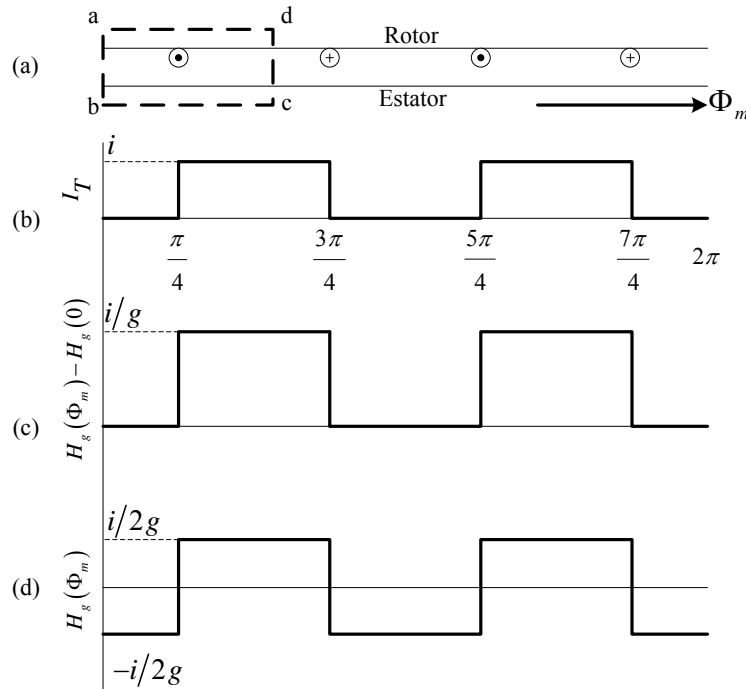


Figura 3.2 Formade determinar $H_g(\Phi_m)$ [3].

Para calcular $H_x(0)$ se hace uso de la ley de Gauss para campos magnéticos. Considerando una superficie gaussiana:

$$\oint_S \mathbf{B}_x(\Phi_m) \cdot d\mathbf{S} = \oint_S \mu_0 \mathbf{H}_x(\Phi_m) \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (3.7)$$

La cual indica que el flujo magnético total que cruza a través de cualquier superficie cerrada es cero. En la figura 3.2 se muestra que para obtener el valor promedio de cero, la curva (c) se traslada hacia abajo un valor de $i/2g$ obteniendo $H_g(0) = -i/2g$, es decir, la intensidad de campo magnético está distribuida uniformemente a través de los polos. Sin embargo, lo dicho anteriormente es válido solo cuando la distribución del entrehierro es uniforme [3,18]. A continuación se detalla el procedimiento para obtener una expresión que es válida para ambos casos. Sustituyendo (3.6) en (3.7):

$$\oint_S \mu_0 \left(\frac{n_x(\Phi_m) i_x + H_x(0) g(0)}{g(\Phi_m)} \right) \cdot dS = 0 \quad (3.8)$$

Como el valor promedio es cero, indica que la integral es cero en el intervalo $[0, 2\pi]$. Además, se considera el problema en una dimensión, debido a que no se toman en cuenta variaciones en los ejes r y z , por lo tanto (3.8) se puede escribir como:

$$i_x \int_0^{2\pi} \frac{n_x(\Phi_m)}{g(\Phi_m)} d\Phi_m + H_x(0) g(0) \int_0^{2\pi} \frac{1}{g(\Phi_m)} d\Phi_m = 0 \quad (3.9)$$

despejando:

$$H_x(0) g(0) = - \frac{i_x \int_0^{2\pi} \frac{n_x(\Phi_m)}{g(\Phi_m)} d\Phi_m}{\int_0^{2\pi} \frac{1}{g(\Phi_m)} d\Phi_m} \quad (3.10)$$

Sustituyendo (3.10) en (3.6):

$$H_x(\Phi_m) = \frac{n_x(\Phi_m)}{g(\Phi_m)} i_x - \frac{i_x \int_0^{2\pi} \frac{n_x(\Phi_m)}{g(\Phi_m)} d\Phi_m}{g(\Phi_m) \int_0^{2\pi} \frac{1}{g(\Phi_m)} d\Phi_m} \quad (3.11)$$

Considerando que P es la inversa del entrehierro y definiendo el operador $\langle f \rangle$ como el valor promedio de una función, tomando los límites de integración:

$$\langle f \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\Phi) d\Phi \quad (3.12)$$

por lo tanto la ecuación (3.11) se pueden simplificar como [42]:

$$H_x(\Phi_m) = \left[n_x(\Phi_m) - \frac{\langle P n_x \rangle}{\langle P \rangle} \right] P(\Phi_m) i_x \quad (3.13)$$

donde la función de devanado se define como:

$$N_x(\Phi_m) = n_x(\Phi_m) - \frac{\langle P n_x \rangle}{\langle P \rangle} \quad (3.14)$$

Por lo tanto, en forma simplificada la intensidad del campo magnético es:

$$H_x(\Phi_m) = N_x(\Phi_m) P(\Phi_m) i_x \quad (3.15)$$

Si el desarrollo se hiciera considerando un entrehierro uniforme (Fig. 3.2) los cálculos se simplifican considerablemente. En este caso la función de devanado y la expresión de la intensidad de campo magnético son las siguientes:

$$N_x(\Phi_m) = n_x(\Phi_m) - \langle n_x \rangle \quad (3.16)$$

$$H_x(\Phi_m) = N_x(\Phi_m) P i_x \quad (3.17)$$

La función de devanado representa la distribución de la fuerza magnetomotriz (fmm) a lo largo del entrehierro debida a la circulación de una corriente x [33].

3.3 Fenómeno de excentricidad en la máquina de inducción

Cuando el eje del estator, rotor y rotación coinciden, la distribución del entrehierro de un motor es uniforme; de otra forma, se presenta una no uniformidad denominada excentricidad [52]. Generalmente en motores de gran capacidad se establecen rigurosos criterios de diseño para mantener un valor mínimo de excentricidad. A pesar de esto, no es posible asegurar que después de haber instalado la máquina no se presente dicha falla. Expertos en el área de diagnóstico en línea han comprobado que pueden ocurrir problemas en las máquinas ya instaladas debidas a problemas de excentricidad.[25,34].

Un valor aceptable de excentricidad es del 10%. Sin embargo, en el proceso de manufactura se alcanzan valores menores para reducir al mínimo ruido y vibraciones [34].

Un nivel extremo de excentricidad puede resultar en el roce del rotor con el estator, dañando el núcleo y devanados, así como también altos niveles de vibración causando daños en rodamientos. El diagnóstico de este problema es característico del diseño y tipo de operación de cada máquina. Un nivel de 20% de excentricidad no es considerado aceptable y un 50% es ya un problema serio, por lo que se tendrá que sacar de operación el motor [34].

3.3.1 Tipos de excentricidad y factores que la provocan

Existen principalmente dos tipos de excentricidad: estática y dinámica. No obstante, en la práctica generalmente se presenta la combinación de ambas [34,77,78]. Un estudio reportado por el IEEE mostró que la presencia de vibraciones causadas por excentricidad del entrehierro son la principal causa de daño en máquinas rotatorias [51]. A pesar de que el origen de este tipo de fallas está clasificado como mecánico [26], es importante analizar los efectos en la parte eléctrica y de manera conjunta, el comportamiento electromecánico de la máquina.

3.3.1.1 Excentricidad estática

Este primer caso se presenta cuando el entrehierro mínimo está fijo en un punto en el espacio y no es función de la posición del rotor. En este caso solo coinciden el eje de rotación y el eje del rotor [33,34,52]. Se muestra en la Fig. 3.3.

En un motor nuevo la excentricidad estática es causada principalmente por el incremento en las tolerancias de fabricación entre los centros del diámetro interno del estator y los rodamientos [34]. Un incremento puede ser causado por un incorrecto posicionamiento del núcleo del estator, mal centrado de los rodamientos posteriores a una reparación o por la ovalidad del estator [33,34,51].

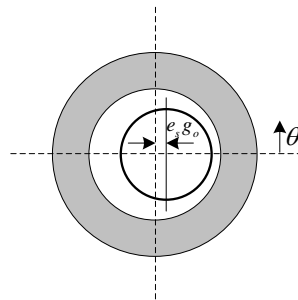


Figura 3.3 Posición de entrehierro mínimo fija.

3.3.1.2 Excentricidad dinámica

La excentricidad dinámica aparece cuando el eje de rotación del rotor se mueve alrededor del eje del estator, por lo que la posición de entrehierro mínimo se mueve con la posición del rotor, como se puede apreciar en la Fig. 3.4 [34,38,52].

La excentricidad dinámica en una máquina nueva depende básicamente de las mediciones o lecturas de la circunferencia del rotor (run-out) obtenidas de un medidor micrométrico, el cual indica la uniformidad del mismo. Un valor típico para máquinas de gran capacidad (2 MW) es 0.05 mm [34].

Un incremento en la excentricidad dinámica puede ser producido por la deformación del rotor debido al sobrecalentamiento, tolerancias de fabricación, manufactura incorrecta de las partes mecánicas, desgaste y falla de rodamientos, velocidad crítica de giro del rotor especialmente donde las flechas de las máquinas son de grandes dimensiones, deflexión de la flecha, e incluso a altos niveles de excentricidad estática por la distribución no uniforme del campo magnético [34,38,51].

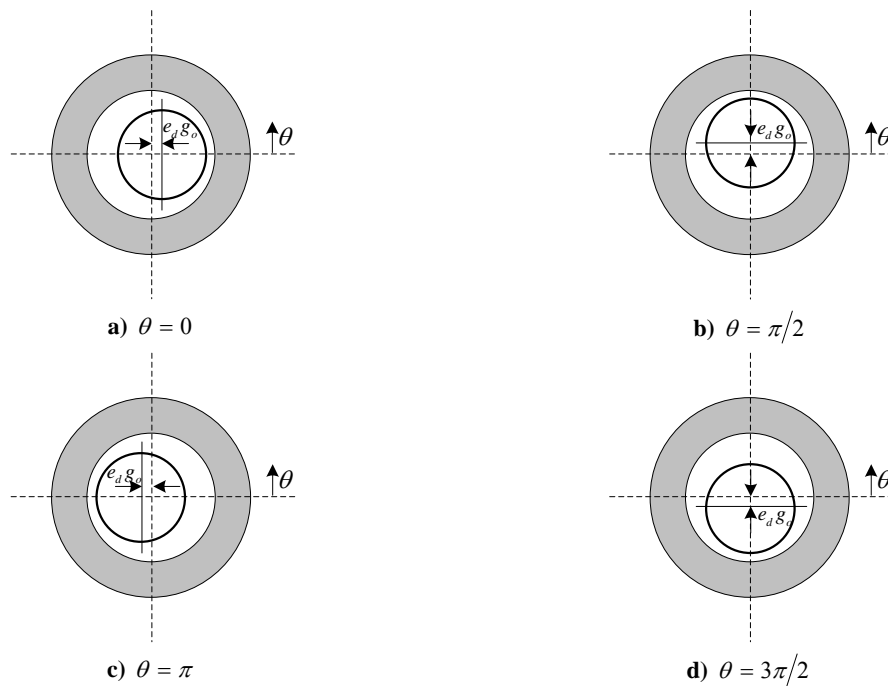


Figura 3.4 El entrehierro mínimo depende de la posición del rotor [38].

3.3.1.3 Excentricidad mixta

Como se mencionó anteriormente, las dos clases de excentricidad no son excluyentes una de otra, y en una máquina se presenta la combinación de ambas. No obstante, para propósitos de estudio se pueden analizar separadamente. En este caso, ninguno de los ejes coincide (estator, rotor y rotación) [52].

Como ejemplo, el entrehierro de una máquina con una potencia de 2 MW, 4 polos, es de 2.5 mm y su tolerancia de excentricidad de 10%. Por lo tanto, si se obtiene una medición de la circunferencia del rotor (run-out) de 0.05 mm, se tendrá un nivel permitido de 8.0% y 2.0% de excentricidad estática y dinámica respectivamente [34].

3.4 Modelado de la excentricidad. Representación geométrica del entrehierro para diferentes condiciones

De las ecuaciones desarrolladas en la sección 3.2, existe un término que es de suma importancia en la determinación de la función de devanado, la inversa del entrehierro P . Este depende de la distribución geométrica del entrehierro. Al principio del desarrollo de esta técnica, éste se consideró constante, por lo que los cálculos anteriores se simplificaban de manera notable [3,18]. Posteriormente surgió la necesidad de hacer simulaciones para condiciones desbalanceadas principalmente para efectos de excentricidad del rotor, de esta forma ya no era conveniente emplear un entrehierro constante, por lo que se han desarrollado diferentes funciones que son útiles para casos simétricos y asimétricos. Una función que representa de manera completa el comportamiento del entrehierro es [50]:

$$g(\theta, \theta_r) = g_0(1 - e_s \cos \theta - e_d \cos(\theta - \theta_r)) \quad (3.18)$$

La ecuación anterior representa la distribución del entrehierro a lo largo de la periferia del estator. En esta se pueden incluir efectos de no uniformidad causados por la presencia de excentricidad del rotor. Donde θ es un ángulo arbitrario referido al estator, θ_r es el ángulo de posición del rotor respecto a una referencia fija en el estator, g_0 es el entrehierro mínimo en condiciones uniformes, e_s es el grado de excentricidad estática y e_d es el grado de excentricidad dinámica. Esta expresión es similar a la utilizada en máquinas síncronas de polos salientes, con la diferencia que la distribución del entrehierro en condiciones uniformes no es constante (g_0) debido a la saliencia que presenta el rotor [78]. Sin

embargo, en otros trabajos sobre motores de inducción se ha incluido el efecto de ranuras en esta función, por lo que deja de ser una función constante [50].

3.5 Cálculo de las inductancias empleando el método de función de devanado

Los enlaces de flujo para un devanado están dados por:

$$\psi = \int_S \overline{B_x} \cdot d\overline{A} = \int_S \overline{B_x}(\Phi_m) r d\Phi_m dz \quad (3.17)$$

Donde s es cualquier superficie encerrada por los conductores que forman dicho devanado. Debido a que B_x es normal a la superficie del rotor el producto punto se convierte en un producto escalar. Los límites en el eje z se escogen de tal forma que se considere la longitud axial completa del devanado es decir $[0, l]$ y como el integrando es independiente de z y r :

$$\psi = rl \int_S \overline{B_x}(\Phi_m) d\Phi_m \quad (3.18)$$

Como $B = \mu_0 H$, de (3.15) se tiene que:

$$B_x(\Phi_m) = \mu_0 H_x(\Phi_m) = \mu_0 N_x(\Phi_m) P(\Phi_m) i_x \quad (3.19)$$

De la teoría de la función de devanado también se sabe que la fmm para cualquier valor de Φ_m en el entrehierro producido por una corriente i_A que fluye a través de la bobina A es:

$$F_A(\Phi_m) = N_A(\Phi_m) i_A \quad (3.20)$$

Considerando ahora una segunda bobina B que tiene n_B vueltas (donde $n_B(\Phi_m)$ es la distribución de devanado de la bobina B (como se observa en la Fig. 3.5) [27]. Se desea

calcular el flujo que enlaza a esa bobina debido a la corriente que fluye en la bobina A. para esto, el flujo en el entrehierro esta relacionado con la fmm por:

$$\varphi = F \cdot P \quad (3.21)$$

donde P es la permeancia del entrehierro de sección transversal A y longitud l . Con respecto a la Fig. 3.5 la variación del flujo en el entrehierro desde el rotor hacia el estator a través de la sección transversal $(rd\Phi_m)l$ es:

$$d\varphi = F_A(\Phi_m)\mu_0rl\frac{d\Phi_m}{g} \quad (3.22)$$

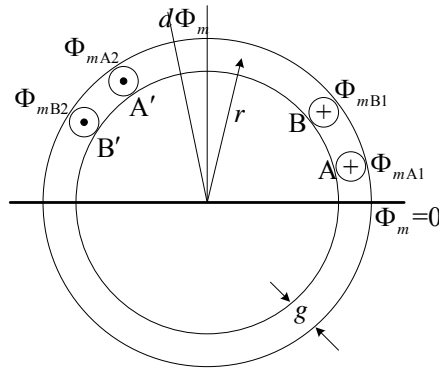


Figura 3.5 Posiciones en el espacio de las bobinas A y B [27].

Considerando ahora el flujo enlazando a la bobina B. La variación del enlace de flujo de la bobina B es:

$$d\psi_{BA} = \frac{\mu_0rl}{g}i_A n_B(\Phi_m)N_A(\Phi_m)d\Phi_m \quad (3.23)$$

El enlace de flujo total en el devanado B es:

$$\psi_{BA} = \frac{\mu_0rl}{g}i_A \int_{\Phi_{mB1}}^{\Phi_{mB2}} n_B(\Phi_m)N_A(\Phi_m)d\Phi_m \quad (3.24)$$

Como el propósito es considerar un entrehierro no uniforme, se tiene que el flujo producido por un devanado x y que enlaza al devanado adyacente y esta dado por [42]:

$$\psi_{yx}(\Phi_m) = \mu_0 r l i_x \int_0^{2\pi} P(\Phi_m) N_x(\Phi_m) n_y(\Phi_m) d(\Phi_m) \quad (3.25)$$

como $L = \psi/i$ la inductancia mutua entre x y y es:

$$L_{yx} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} P(\Phi_m) N_x(\Phi_m) n_y(\Phi_m) d(\Phi_m) \quad (3.26)$$

Sustituyendo la definición de función de devanado (3.14):

$$L_{yx} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} P(\Phi_m) \left[n_x(\Phi_m) - \frac{\langle P n_x \rangle}{\langle P \rangle} \right] n_y(\Phi_m) d(\Phi_m) \quad (3.27)$$

desarrollando la multiplicación dentro de la integral:

$$L_{yx} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} \left(P(\Phi_m) n_x(\Phi_m) n_y(\Phi_m) - P(\Phi_m) \frac{\langle P n_x \rangle}{\langle P \rangle} n_y(\Phi_m) \right) d(\Phi_m) \quad (3.28)$$

separando:

$$L_{yx} = \mu_0 r l \left[\int_0^{2\pi} P(\Phi_m) n_x(\Phi_m) n_y(\Phi_m) d(\Phi_m) - \int_0^{2\pi} P(\Phi_m) \frac{\langle P n_x \rangle}{\langle P \rangle} n_y(\Phi_m) d(\Phi_m) \right] \quad (3.29)$$

multiplicando (3.29) por $2\pi/2\pi$ para no alterarla se tiene lo siguiente:

$$L_{yx} = \frac{2\pi}{2\pi} \left\{ \mu_0 r l \left[\int_0^{2\pi} P(\Phi_m) n_x(\Phi_m) n_y(\Phi_m) d(\Phi_m) - \int_0^{2\pi} P(\Phi_m) \frac{\langle P n_x \rangle}{\langle P \rangle} n_y(\Phi_m) d(\Phi_m) \right] \right\} \quad (3.30)$$

agrupando:

$$L_{yx} = 2\pi\mu_0 rl \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\Phi_m) n_x(\Phi_m) n_y(\Phi_m) d(\Phi_m) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\Phi_m) \frac{\langle Pn_x \rangle}{\langle P \rangle} n_y(\Phi_m) d(\Phi_m) \right] \quad (3.31)$$

Para la primera integral se obtiene el valor promedio de la multiplicación de tres funciones: inversa del entrehierro, función de distribución de conductores del devanado x y devanado y respectivamente. Para la segunda integral $\langle Pn_x \rangle / \langle P \rangle$ es un valor constante por lo que sale de la integral y queda el valor promedio de la multiplicación de la inversa del entrehierro por la función de conteo de conductores del devanado y . Esto es [42]:

$$L_{yx} = 2\pi\mu_0 rl \left[\langle Pn_x n_y \rangle - \frac{\langle Pn_x \rangle \langle Pn_y \rangle}{\langle P \rangle} \right] \quad (3.32)$$

La inductancia propia de un devanado se puede calcular haciendo $y=x$ en la ecuación anterior.

3.6 Resultados de simulación

Considerando lo anterior se desarrolló un programa en Fortran 90 para calcular las inductancias del motor de inducción, cuya descripción se encuentra en el apéndice D. Con el fin de validarlo se tomaron como referencia los datos de una máquina que a continuación se detallan [33]:

Tabla 3.1. Datos del motor de inducción de la referencia [33].

Longitud del estator	(l)	0.1024128 m
Entrehierro	(g_0)	0.456438 e-3 m
Radio medio	(r)	0.0632968 m
Número de vueltas en el estator en serie (N_s)		90
Número de ranuras en el estator		36
Número de barras del rotor		28
Número de polos		4

Primero se tienen que generar las funciones de conteo de conductores tanto del estator como del rotor. Para determinar la distribución del devanado del rotor se consideran circuitos independientes de acuerdo al modelo de circuitos múltiples acoplados, por lo tanto las trayectorias se consideran como se muestra en la Fig. 2.5. En la Fig. 3.6 se presentan las funciones de conteo de conductores. Una comparación con los resultados de la referencia [33] se muestra en la Fig. 3.7.

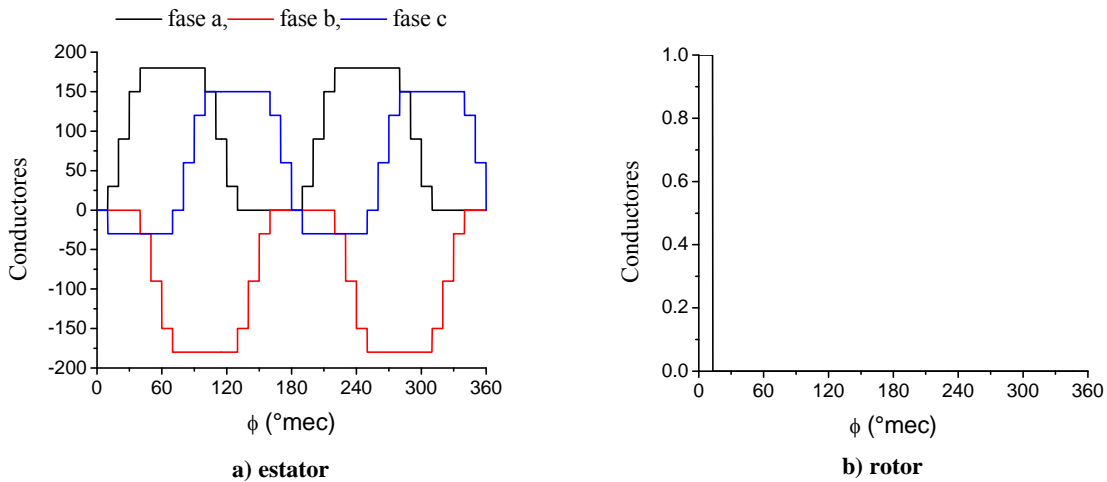


Figura 3.6 Función de conteo de conductores para los devanados del estator y rotor.

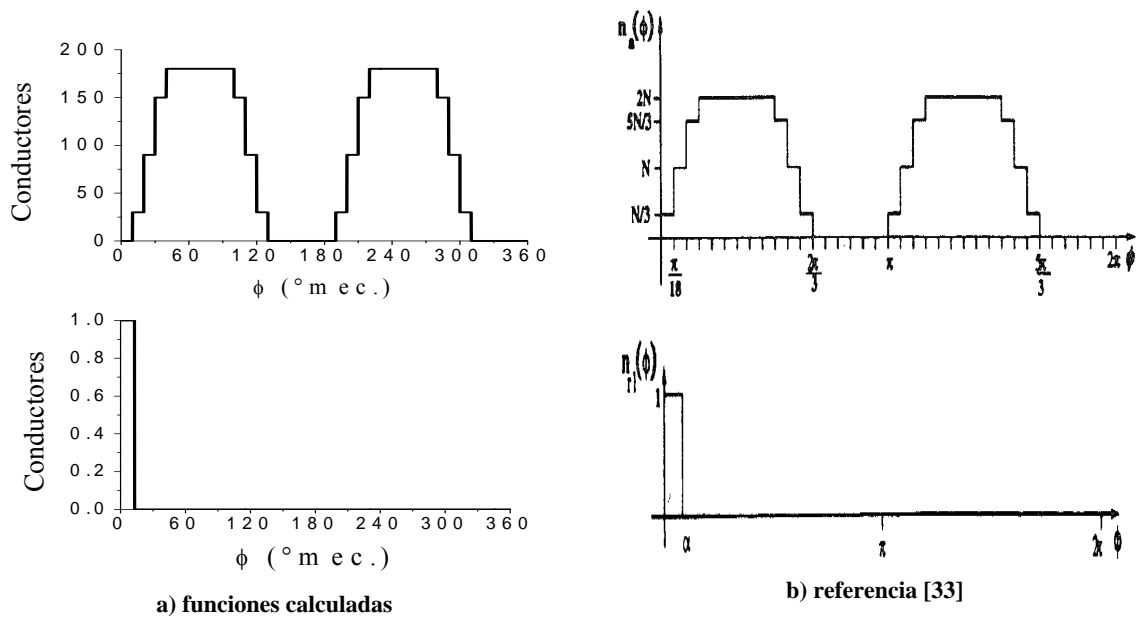


Figura 3.7 Comparación de las funciones de conteo de conductores.

En la Fig. 3.7 se puede apreciar que la función de devanado obtenida está desplazada un ángulo correspondiente al que se tiene en ranuras. Esto es porque se tomó una posición inicial diferente; sin embargo, los resultados no deben diferir significativamente.

En seguida se calculan los coeficientes de Fourier de cada una de las funciones anteriores, empleando el análisis mostrado en el apéndice B, con el fin de considerar los armónicos espaciales debidos a la distribución de los devanados en la periferia de la máquina. En este caso se tomaron en cuenta un total de 100 componentes armónicas. En la Fig. 3.8 se muestran las funciones obtenidas aproximándolas por series de Fourier.

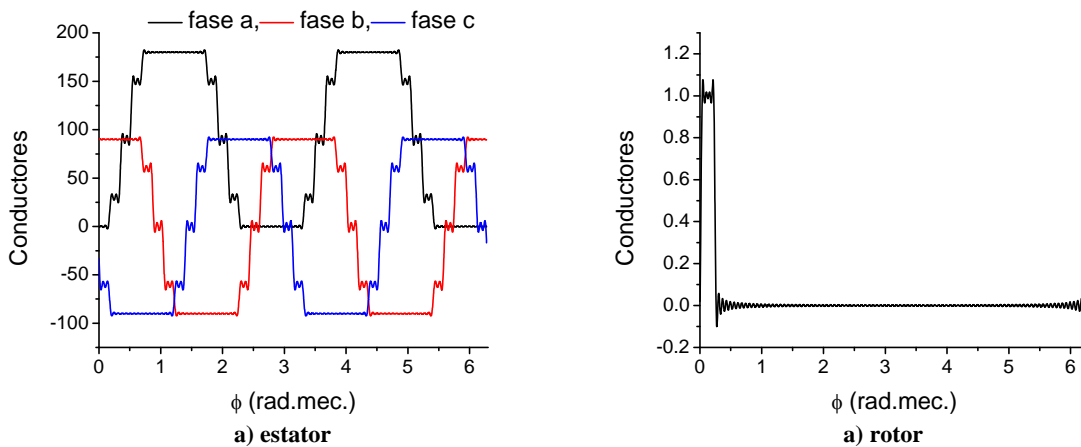


Figura 3.8 Representación de las Funciones por series de Fourier.

En la Fig. 3.9 se muestra la inversa del entrehierro para diferentes grados de excentricidad estática. También, a esta función se le calculan sus coeficientes de Fourier, ya que será útil para representar la variación de la posición del rotor y del entrehierro.

Una vez teniendo todas las funciones se puede realizar el cálculo de las inductancias de la máquina haciendo uso de la ecuación (3.32), se van calculando todos los valores promedio de acuerdo a la inductancia que se desea calcular, por ejemplo si se desea calcular la inductancia propia de la fase *a* del estator se necesitarían los valores promedio $\langle P_{n_a n_a} \rangle$, $\langle P_{n_a} \rangle$ y $\langle P \rangle$.

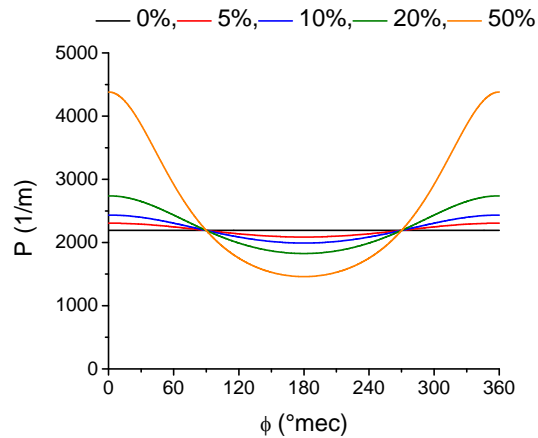


Figura 3.9 Función inversa del entrehierro para diferentes grados de excentricidad estática.

Para considerar el efecto de la posición del rotor hay que calcular cada uno de los valores promedio para cada posición, es decir integrar de 0 a 2π cada una de las funciones anteriores para cada ángulo del rotor hasta completar una vuelta completa.

Como ejemplo se calculan las inductancias propias y mutuas de la máquina para condiciones de operación normales, es decir, sin excentricidad del rotor. En la Fig. 3.10 se muestran las inductancias propias y mutuas del estator, en la Fig. 3.11 las inductancias mutuas entre estator y rotor y la inductancia propia de la trayectoria del rotor.

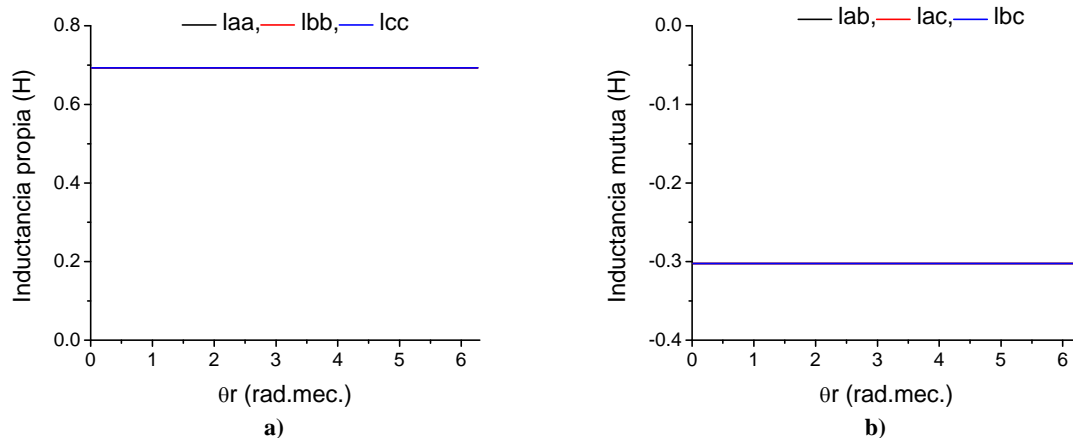


Figura 3.10 Inductancias propias y mutuas del estator en condiciones normales. a) Inductancias propias de los devanados del estator. b) Inductancias mutuas entre devanados del estator.

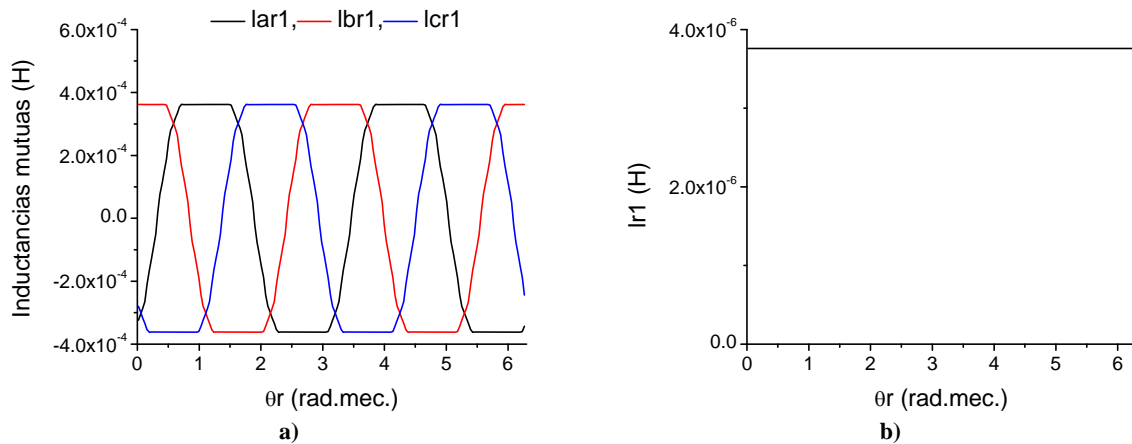


Figura 3.11 a) Inductancias mutuas entre los devanados del estator y la trayectoria l_{r1} del rotor. b) Inductancia propia de la trayectoria 1 del rotor l_{r1} . Ambas en condiciones normales.

De las figuras anteriores se puede observar que las inductancias propias y mutuas de los devanados del estator son constantes. De igual forma, la inductancia propia de la trayectoria del rotor. Las únicas inductancias que dependen de la posición del rotor son las mutuas entre estator y rotor. Además, estas últimas varían cosenoidalmente con respecto a la posición en grados o radianes eléctricos debido a la relación $\omega_e = (P/2)\omega_m$. Finalmente se calcularon las inductancias para un grado de 50% de excentricidad estática. De igual forma se obtuvieron cada una de las inductancias mencionadas anteriormente. En la Fig. 3.12 se presentan las inductancias propias y mutuas de los devanados del estator y en la Fig. 3.13 las mutuas entre estator y rotor, además de la propia del rotor.

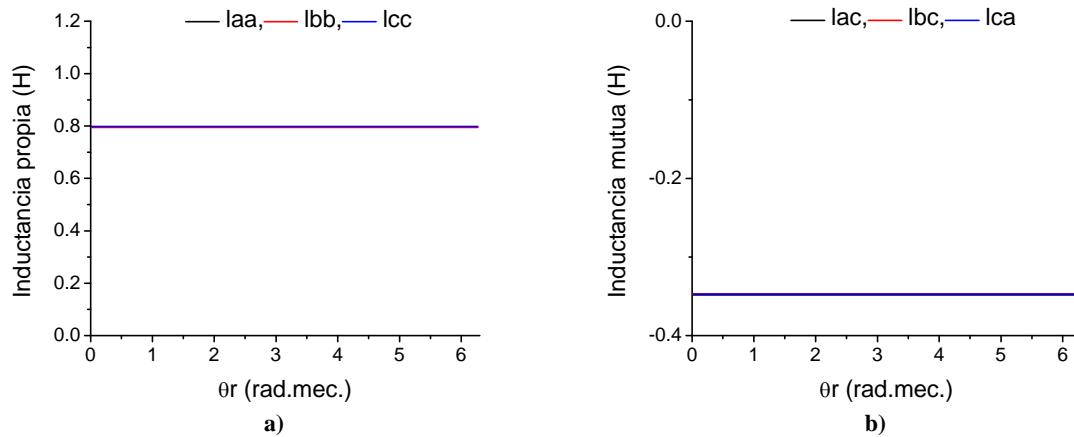


Figura 3.12 Inductancias propias y mutuas del estator con 50% de excentricidad estática. a) Inductancias propias de los devanados del estator. b) Inductancias mutuas entre devanados del estator.

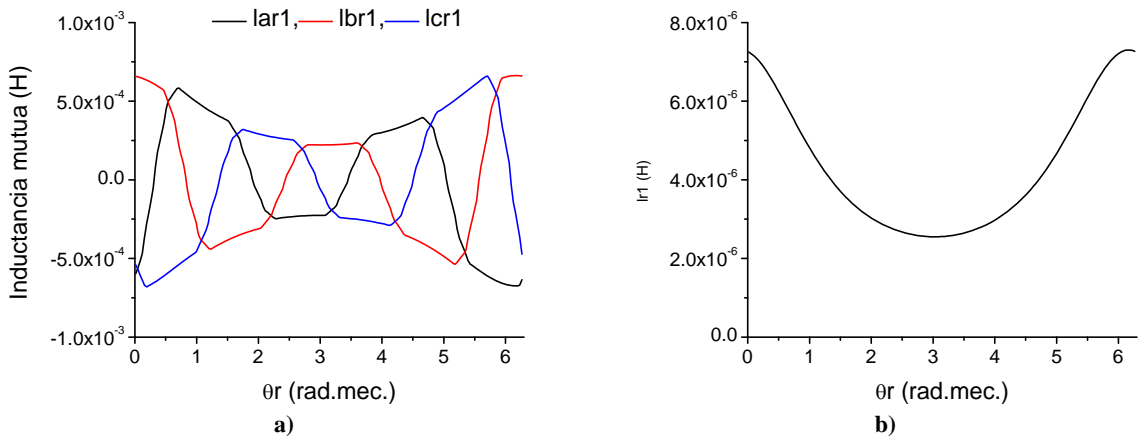
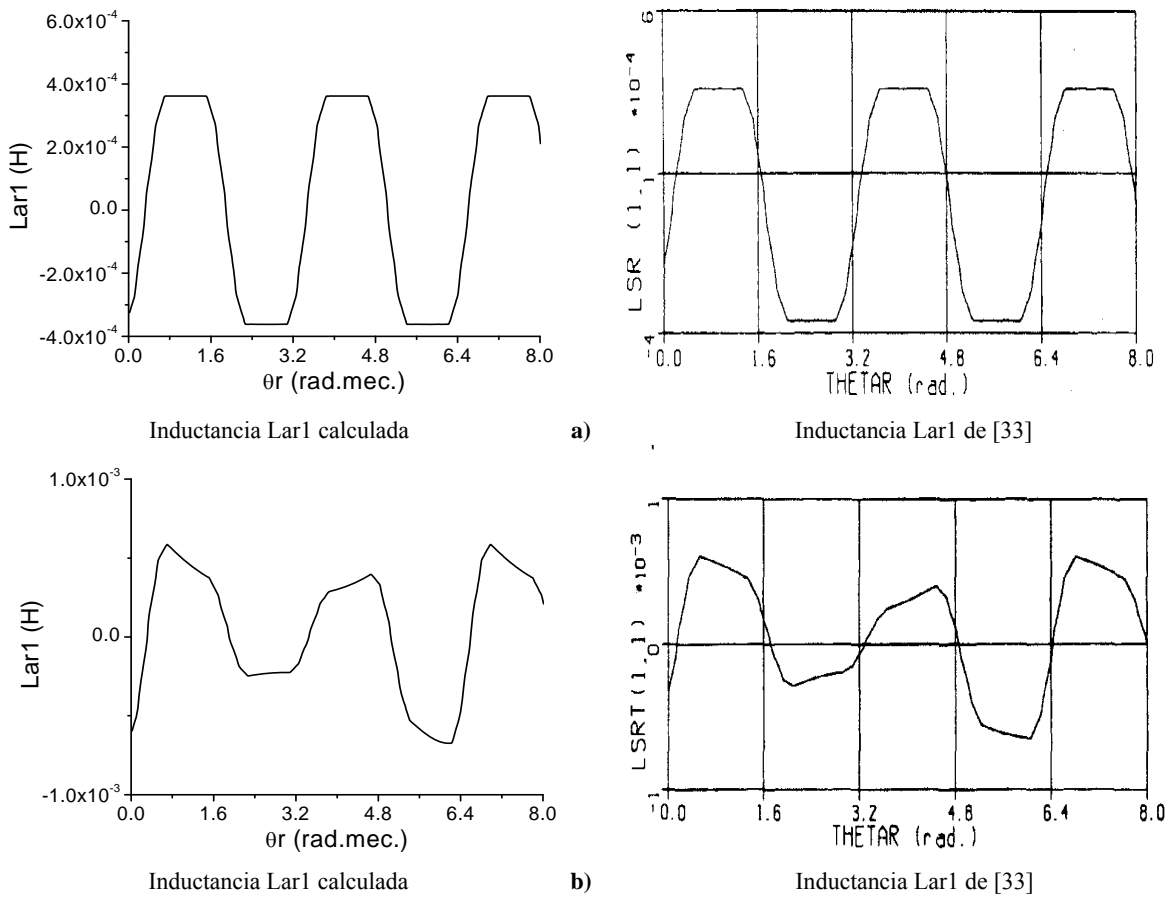


Figura 3.13 a) Inductancias mutuas entre los devanados del estator y la trayectoria l_{r1} del rotor. b) Inductancia propia de la trayectoria 1 del rotor. Ambas en condiciones de 50% de excentricidad estática.

En la Fig. 3.14 se comparan los resultados obtenidos con los presentados en [33].



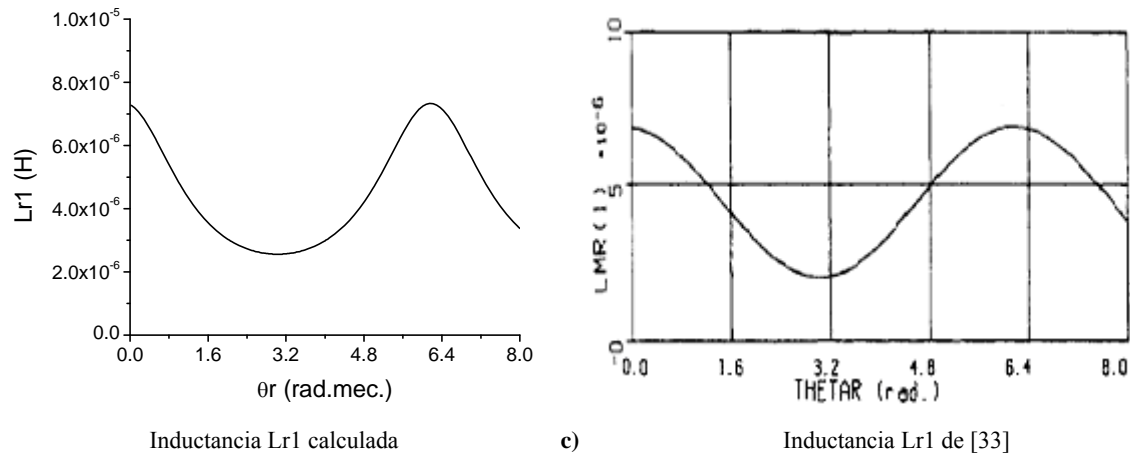


Figura 3.14 Resultados obtenidos comparados con resultados publicados en [33]. a) Inductancia mutua entre el devanado a y el rotor lr1, sin excentricidad. b) Inductancia mutua entre el devanado a y el rotor lr1, con 50% de excentricidad estática. c) Inductancia propia de la trayectoria lr1 del rotor con 50 % de excentricidad estática.

De las Figs. 3.12 y 3.13 se puede observar que las inductancias propias y mutuas del estator no dependen de la posición del rotor cuando se presenta excentricidad estática, son constantes. Sin embargo, sus valores aumentaron, además de que ya no son simétricos, es decir, $L_{aa} \neq L_{bb} \neq L_{cc}$ y $L_{ac} \neq L_{bc} \neq L_{ca}$, esto significa que la matriz L_{ss} ya no es simétrica como el caso sin falla. Por otro lado, la afectación más grave se observa en las inductancias mutuas entre estator y rotor que, además de aumentar sus valores, se distorsionan con la posición del rotor. Finalmente la inductancia de magnetización de la trayectoria del rotor también se ve afectada por la posición del rotor, ya que es este caso depende de este. En la Fig. 3.14 se muestra la comparación de los resultados con los de la referencia [33].

CAPÍTULO IV

APLICACIÓN DE METODOLOGÍA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Introducción

En el presente capítulo se presentan resultados de simulación aplicando la metodología presentada anteriormente. Para este fin se empleó un programa digital en lenguaje fortran 90 llamado MMIEEE en el cual se integran los conceptos del modelado de la máquina y el cálculo de las inductancias empleando el método de función de devanado, éste programa se detalla en el apéndice D. Se selecciona el modelo del motor descrito por la ecuación (2.50), ya que considera las inductancias dependientes de la posición del rotor, por lo que se pueden modificar para considerar excentricidad. Para dos casos de estudio se muestra el cálculo de las inductancias, dinámicas de arranque y falla trifásica en condiciones de entrehierro uniforme ó “sano” y para diferentes condiciones de excentricidad.

4.2 Primer caso de estudio

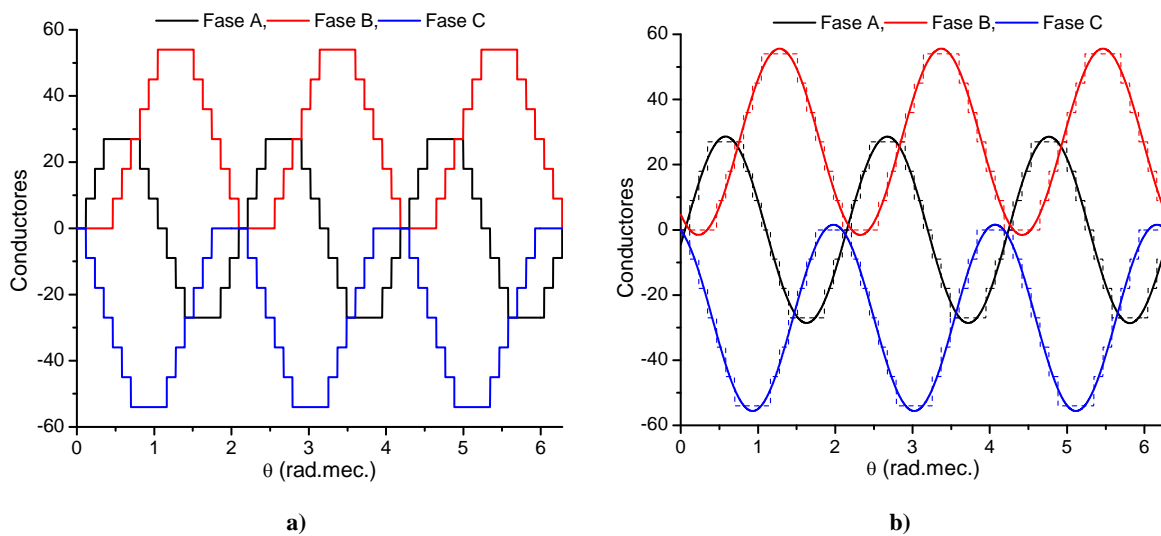
En este primer caso de estudio se aplicó la metodología a una máquina de laboratorio de 5 kVA, la cual tiene la posibilidad de funcionar como máquina síncrona de polos salientes y como máquina asíncrona de rotor devanado y jaula de ardilla, por lo que se seleccionó en su modo de operación de motor de inducción con rotor devanado. Sus parámetros se muestran en la tabla 4.1 y debido a que el estator es el mismo para sus diferentes modos de operación, las dimensiones requeridas para el cálculo de las inductancias fueron tomadas de [77,78].

Tabla 4.1. Datos del motor de inducción. Primer caso de estudio [72].

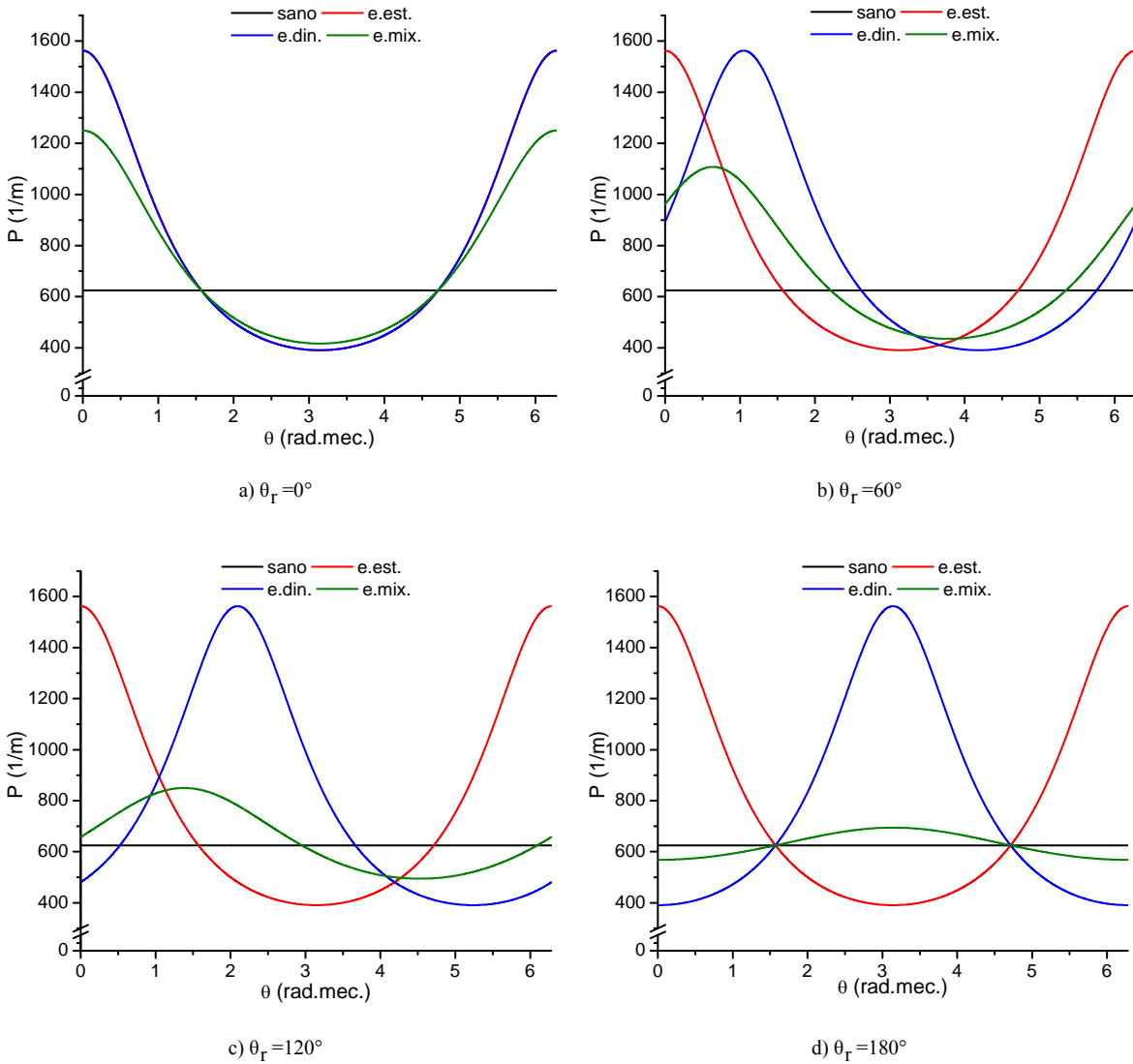
Potencia nominal	5 kVA
Número de polos	6
Frecuencia nominal	60 Hz
Voltaje nominal	220 V
Corriente nominal	13.5 A
Resistencia del estator	1.3976 Ω
Reactancia de dispersión del estator	0.5201 Ω
Resistencia del rotor	1.3048 Ω
Reactancia de dispersión del rotor	0.5201 Ω
Reactancia de magnetización	24.8793 Ω
Inercia del rotor	0.2708 kgm ²

4.2.1 Función de conductores e inversa del entrehierro

La función de devanado para el cálculo de las inductancias se basa principalmente en la función de conductores y la inversa del entrehierro, ya que por medio de estas se pueden determinar todas las inductancias en una máquina rotatoria para condiciones de entrehierro uniforme y no uniforme. En la función de conductores se pueden tomar en cuenta los armónicos espaciales debidos a la distribución de los devanados dentro del estator. En la Fig. 4.1a se muestra dicha función para la máquina y se puede apreciar el número de polos que se logra con esta distribución.


Figura 4.1 Primer caso de estudio. a) Función de conductores. b) Representación en series de Fourier.

En la Fig. 4.1b se muestra las funciones representadas por las 12 primeras armónicas de la serie de Fourier, por lo que se puede observar que se aproximan a funciones sinusoidales. En la Fig. 4.2 se muestra la función inversa del entrehierro, para diferentes tipos de excentricidad y para diferentes posiciones del rotor. La posición de entrehierro mínima permanece constante en el caso de la excentricidad estática, sin embargo, para la dinámica y la mixta dicha posición gira junto con el rotor. Por otro lado, se puede apreciar que el comportamiento es similar a la máquina síncrona de polos salientes solo que no es notable la saliencia [77,78].



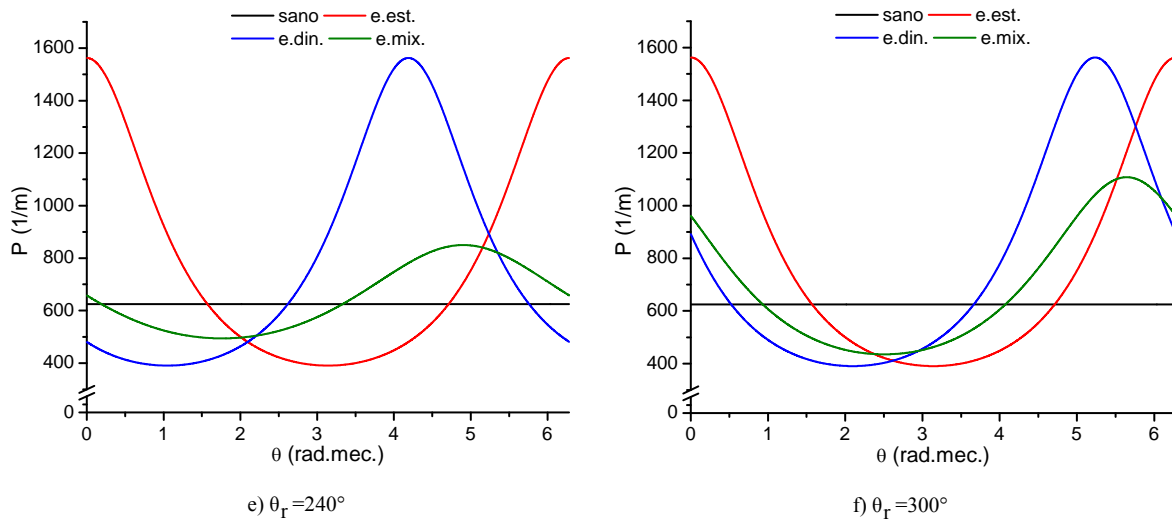


Figura 4.2 Inversa del entrehierro para diferentes posiciones del rotor. Primer caso de estudio.

4.2.2 Inductancias de la máquina para diferentes condiciones de excentricidad

En esta parte se calculan todas las inductancias de la máquina en condiciones de entrehierro uniforme y para diferentes grados de excentricidad. En la Fig. 4.3a se muestra la inductancia propia de la fase a y la mutua entre a y b de los devanados del estator, debido a la no saliencia del rotor éstas son constantes; la mutua es negativa y su valor es la mitad del de la propia. En la Fig. 4.3b se muestran las inductancias mutuas entre devanados del estator y rotor, en este caso solo se presentan las mutuas entre los devanados de la fase a y los devanados del rotor, teniendo en cuenta que son las mismas para las tres fases solo que desplazadas 120° . Estas inductancias dependen de la posición del rotor y varían de forma cosenoidal. En este caso la máquina es de seis polos, por lo que en la Fig.4.3b se puede observar que hay tres ciclos de la onda en una revolución mecánica ya que las unidades del ángulo de la posición del rotor son radianes mecánicos y entre esta cantidad y los radianes eléctricos existe una relación dada por la ecuación (2.2). Las curvas que describen las inductancias propias en condiciones sanas del rotor son las mismas que para el caso del estator ya que se considera que su devanado tiene las mismas características que el estator. Otro punto importante es que los resultados de las inductancias propias del estator para este caso son aproximadamente el doble que para la máquina síncrona de polos salientes

[77,78], esto se debe a que el valor promedio de la función de la inversa del entrehierro para el caso motor es el doble, lo que influye directamente en la ecuación (3.32).

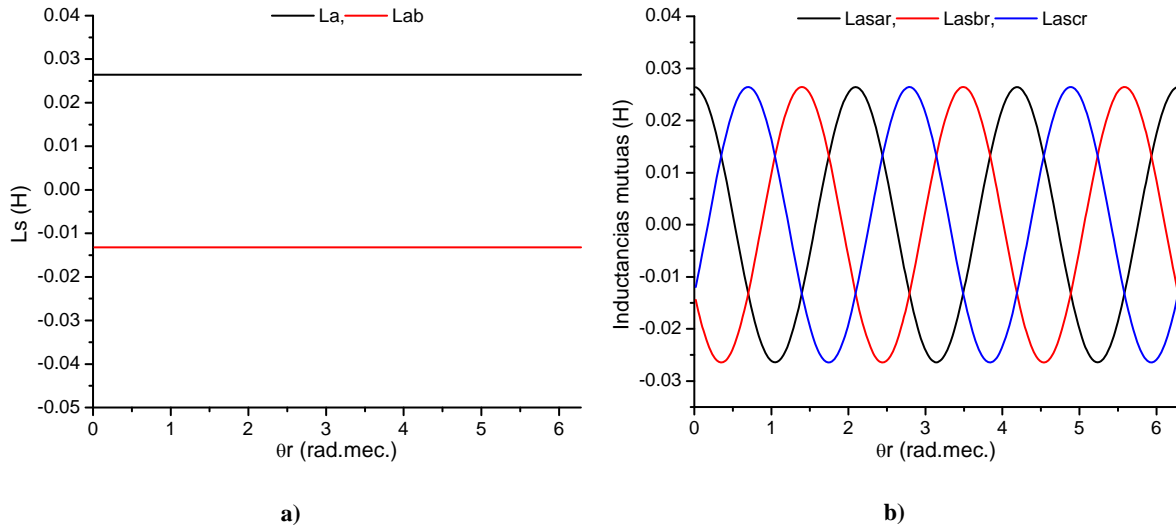


Figura 4.3 Inductancias propias y mutuas del motor del primer caso de estudio en condiciones sanas.
a) Inductancias propias y mutuas de los devanados del estator. b) Inductancias mutuas entre devanados del estator y rotor.

El objetivo es mostrar el impacto de la no uniformidad del entrehierro en las inductancias, por tal motivo, se consideró como primera instancia el efecto de la excentricidad estática. Cuando esta se incluye en la función inversa del entrehierro los valores anteriores tienden a aumentar entre más sea el porcentaje de no uniformidad. Para este caso las inductancias propias y mutuas del estator se mantienen constantes pero con diferente magnitud. El caso del rotor ya no es igual al del estator y sus inductancias varían con la posición del rotor, esto debido a que el rotor ve un entrehierro variable ya que este tipo de excentricidad no depende de la posición de éste (Fig. 4.2). Por otro lado, las inductancias mutuas entre estator y rotor siguen dependiendo cosenoidalmente de la posición, solo que su valor máximo se ve afectado. En la Fig. 4.4 se puede observar el efecto de la excentricidad estática en las inductancias de la máquina para los devanados del estator y rotor.

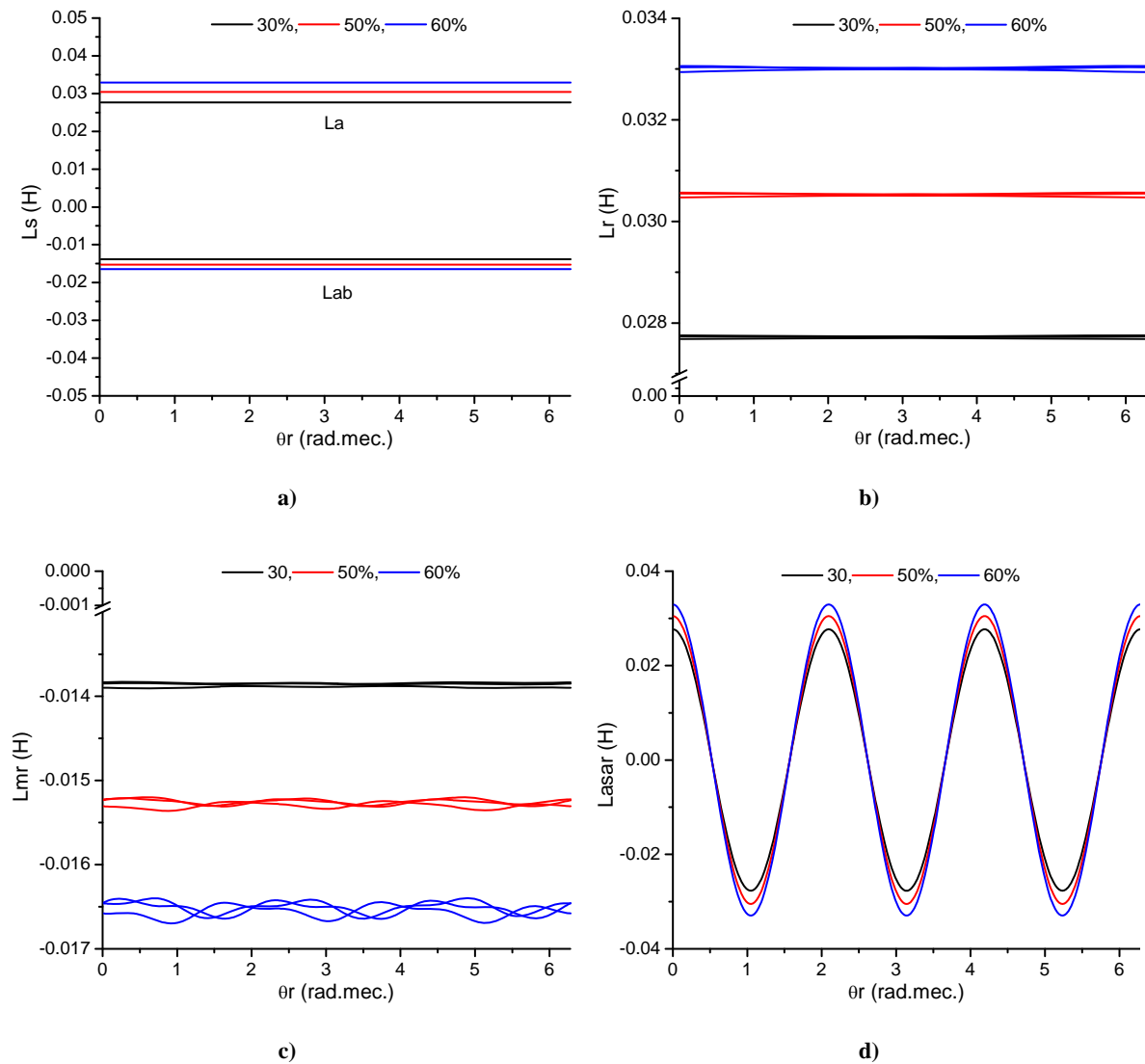


Figura 4.4 Inductancias propias y mutuas del primer caso de estudio en condiciones de excentricidad estática. a) Inductancias propias y mutuas del estator. b) Inductancias propias del rotor. c) Inductancias mutuas del rotor. d) Inductancias mutuas entre estator y rotor.

Para el caso de la excentricidad dinámica pasa el efecto contrario, ahora las inductancias que varían son las del estator, ya que éste ve un entrehierro variable debido a que la posición de entrehierro mínimo se mueve a lo largo de la periferia del estator. Comparando ambos resultados, en la Fig. 4.5 se puede apreciar que las inductancias propias y mutuas de los devanados del rotor (Fig. 4.5c) son aproximadamente iguales a las propias y mutuas del devanado del estator en el caso de excentricidad estática (Fig. 4.4a). Las inductancias mutuas del estator (Fig. 4.5b) se ven menos afectadas que las mutuas del rotor del caso

anterior (Fig. 4.4c) y las inductancias propias del estator tienden al mismo comportamiento de las propias del rotor (Figs. 4.5a y 4.4b). No obstante, el comportamiento y afectación de las inductancias mutuas entre devanados del estator y rotor se mantiene igual (Fig. 4.5d).

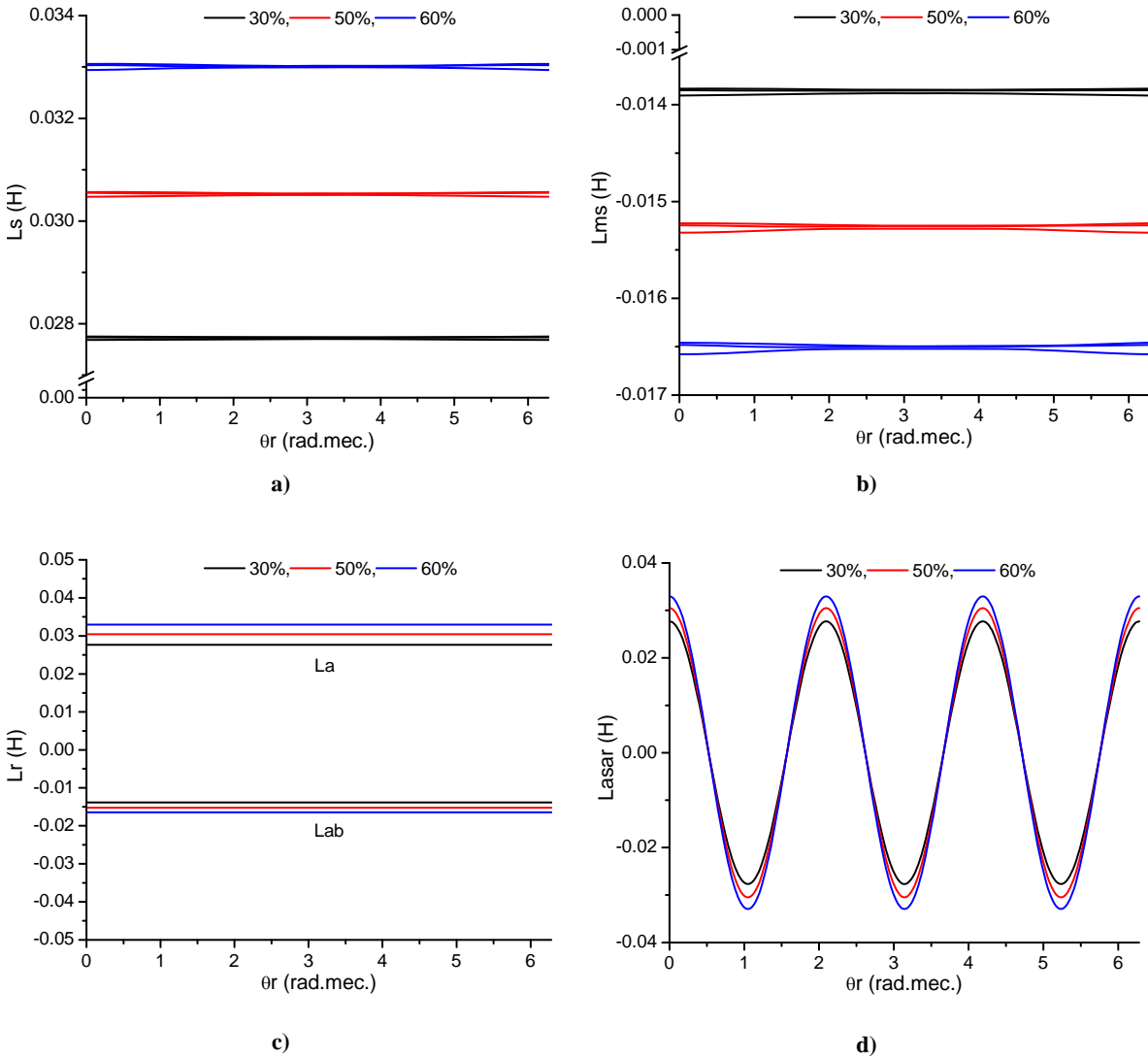


Figura 4.5 Inductancias propias y mutuas del primer caso de estudio en condiciones de excentricidad dinámica.
a) Inductancias propias del estator. b) Inductancias mutuas del estator. c) Inductancias propias y mutuas del rotor.
d) Inductancias mutuas entre estator y rotor.

El tercer caso considerado, es la combinación de los dos anteriores y es el más aproximado a un problema real ya que ambas excentricidades se presentan simultáneamente. En este caso todas las inductancias se ven afectadas en magnitud y ninguna es constante. En la Fig. 4.6 se puede observar que tanto las inductancias propias como las mutuas son iguales

para rotor y estator. Por otro lado, el efecto es el mismo cuando se considera el 5% de excentricidad estática y 15% dinámica que de forma inversa, teniendo un porcentaje total del 20%, éste es diferente cuando ambas son del 10%. De acuerdo a [34] la tolerancia total es del 10%, y es la que provoca menos distorsión en las gráficas de la Fig. 4.6.

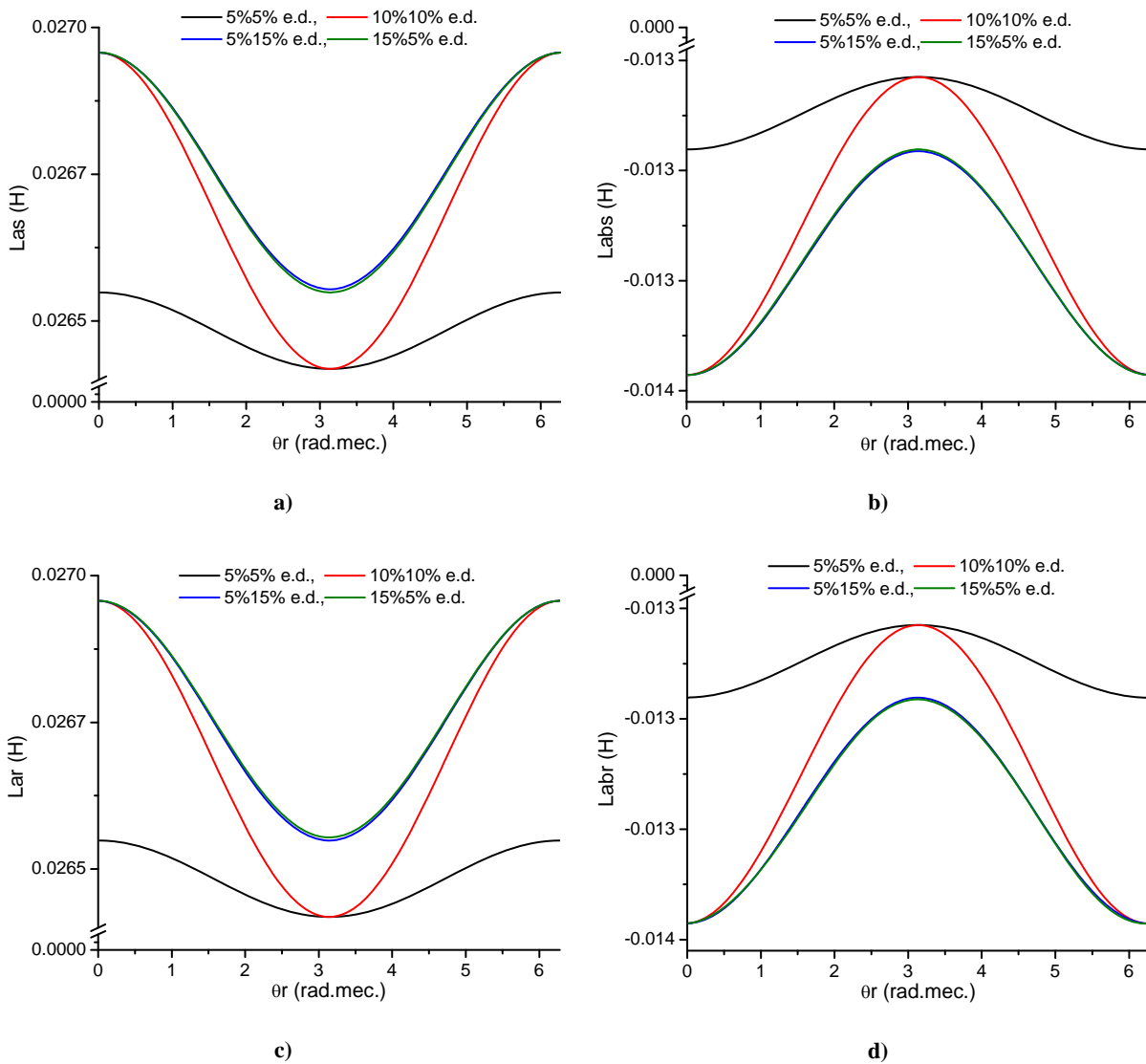


Figura 4.6 Inductancias propias y mutuas del primer caso de estudio en condiciones de excentricidad mixta. a) Inductancia propia del estator. b) Inductancia mutua del estator. c) Inductancia propia del rotor. d) Inductancia mutua del rotor.

Con estos porcentajes de excentricidad no se ven afectadas las inductancias mutuas entre los devanados del estator y rotor. En la Fig. 4.7 se puede apreciar que las cuatro combinaciones tienden a dar los mismos resultados.

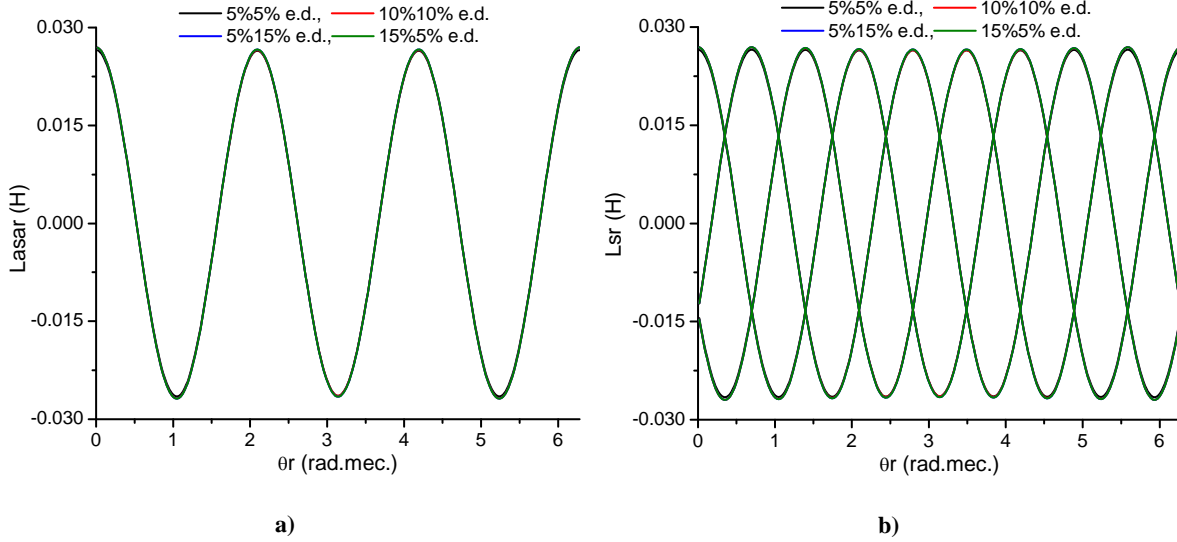


Figura 4.7 Inductancias mutuas del primer caso de estudio en condiciones de excentricidad mixta. a) Entre devanados de la misma fase. b) Entre devanado de la fase a del estator y devanados del rotor.

4.2.3 Velocidad y característica Par-Velocidad en el arranque en condiciones de excentricidad.

Una vez calculadas las inductancias para diferentes casos, éstas pueden ser empleadas dentro de la matriz “L” del modelo de estado del motor de inducción con la finalidad de analizar su comportamiento transitorio ante la presencia de excentricidad, o simplemente emplear los parámetros del circuito equivalente donde solo se considera la componente fundamental de la distribución de los devanados. En esta parte se aplican voltajes trifásicos senoidales defasados 120° en el tiempo y el motor acelera desde cero sin considerar un par de carga. Debido a la dinámica característica de esta máquina, es difícil ver una diferencia de resultados en el tiempo completo del arranque, por lo que se presentan curvas características de velocidad y par contra velocidad, en las cuales se aprecia mejor la influencia de considerar el entrehierro no uniforme.

Se consideraron excentricidades del 30% y 60% para el caso de la estática y dinámica y en la mixta del 10% y 20%. En la Fig. 4.8 se presentan la velocidad y la característica par-

velocidad para excentricidad estática. El caso de 30% no afecta el arranque del motor, pero el doble, provoca mayores pulsaciones de par, que se pueden apreciar en la Fig. 4.8a.

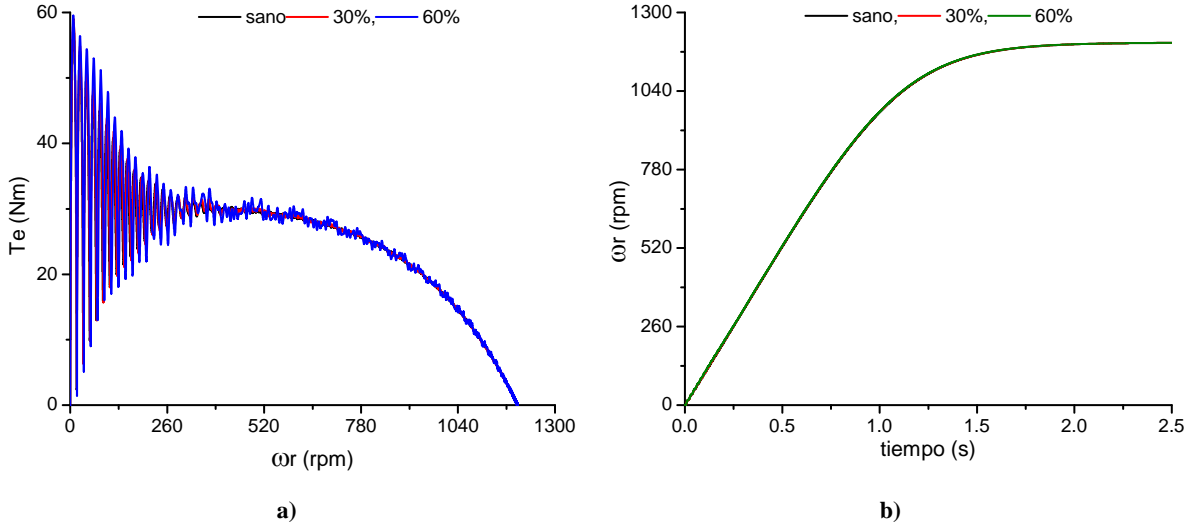


Figura 4.8 Arranque en condiciones de excentricidad estática. Primer caso de estudio.
 a) Par electromagnético. b) Velocidad.

El arranque para el caso de excentricidad dinámica no presenta una diferencia notable en comparación con la estática, las pulsaciones que provoca son aproximadamente de la misma magnitud y en la velocidad no se aprecia afectación alguna (Fig. 4.9).

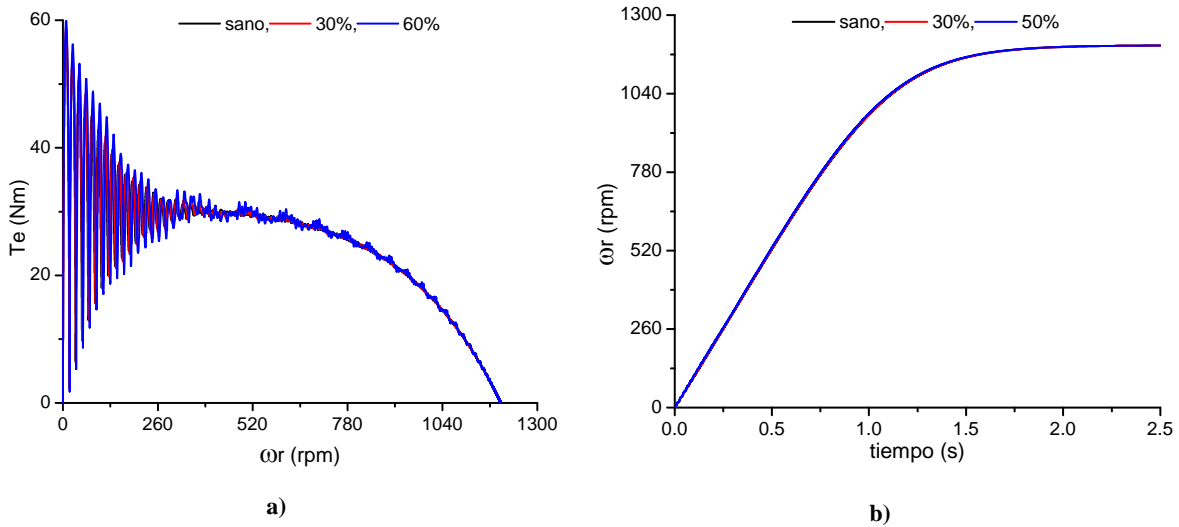


Figura 4.9 Arranque en condiciones de excentricidad dinámica. Primer caso de estudio.
 a) Par electromagnético. b) Velocidad.

En la Fig. 4.10a se presenta la curva característica par-velocidad donde se consideró la combinación de las excentricidades y la mayor afectación se da cuando ambas suman un 20%, pero se puede apreciar que cuando la estática es igual a la dinámica estas variaciones son ligeramente mayores. En la Fig. 4.10b se muestra el efecto de las pulsaciones de par en la velocidad de la máquina. En la Fig. 4.11 se muestra la comparación de cada uno de los casos.

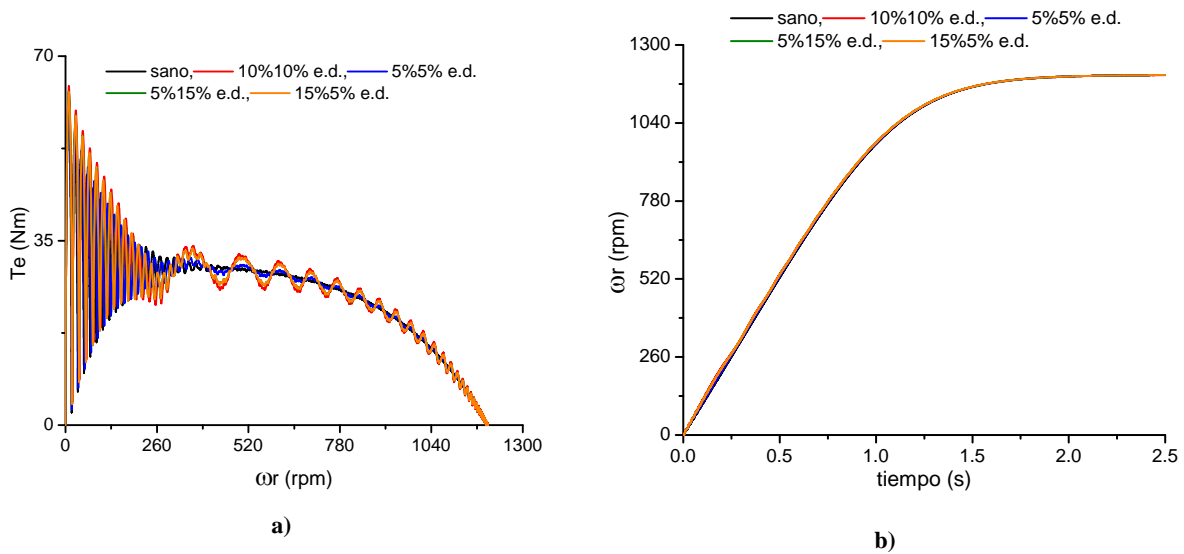


Figura 4.10 Arranque en condiciones de excentricidad mixta. Primer caso de estudio.
 a) Par electromagnético. b) Velocidad.

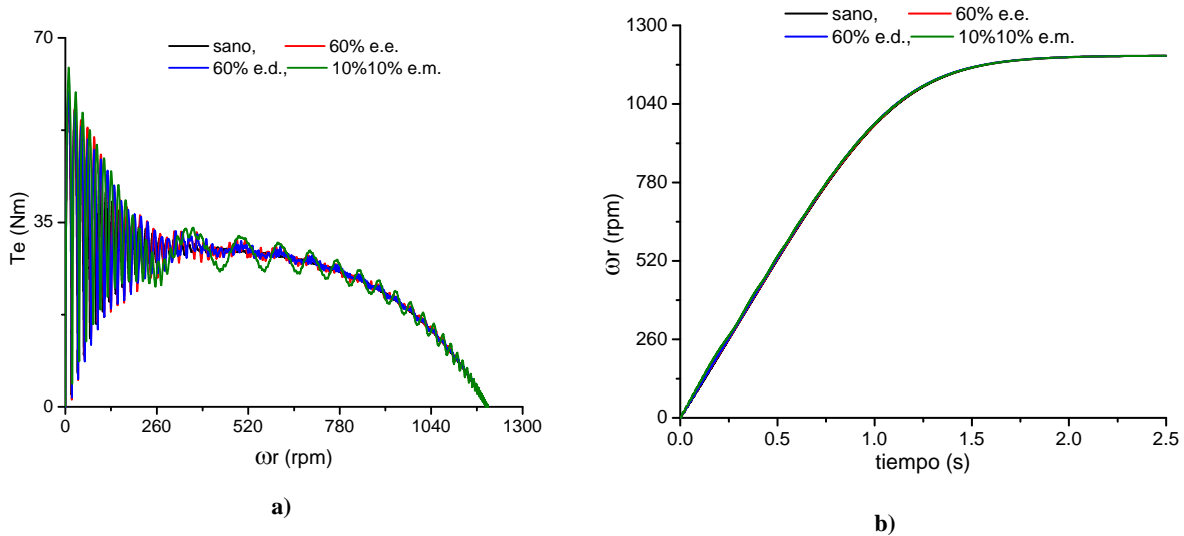


Figura 4.11 Arranque en diferentes condiciones de excentricidad. Primer caso de estudio.
 a) Par electromagnético. b) Velocidad.

4.3 Segundo caso de estudio

En este caso de estudio se empleó un motor de inducción tipo jaula de ardilla el cual fue reconstruido para obtener las dimensiones necesarias para aplicar el método de función de devanado. Además, se determinaron los parámetros del circuito equivalente y la constante de inercia del rotor con el fin de tener la posibilidad de emplearlos en la simulación transitoria. En el apéndice C se presentan los parámetros y principales dimensiones, mismos que son utilizados en esta sección.

4.3.1 Función de conductores e inversa del entrehierro

De igual forma que el caso anterior se considera la jaula como un devanado trifásico de iguales características que el estator. Por tal motivo, la función de conductores de la Fig. 4.12a es igual para el rotor. En la Fig. 4.12b se muestra la misma función aproximada por series de Fourier con el fin de incluir el efecto de los armónicos espaciales debidos a la distribución de los devanados dentro del estator. En este caso se incluyeron 120 componentes armónicas, esta diferencia se puede apreciar en la Fig. 4.12b donde la función se aproxima más a la original.

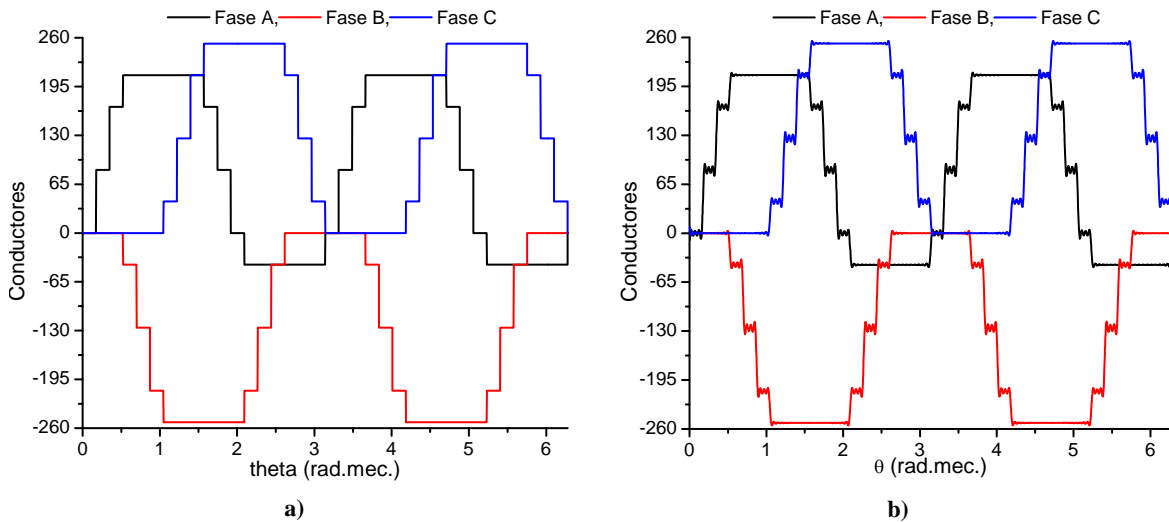


Figura 4.12 Segundo caso de estudio. a) Función de conductores. b) Representación en series de Fourier.

De la figura anterior se puede distinguir que en este caso se trata de una máquina de cuatro polos. En la Fig. 4.13 se muestra la función inversa del entrehierro, para diferentes tipos de excentricidad y para diferentes posiciones del rotor. Las características son las mismas que en el primer caso solo difiere el valor de la función que es mayor al doble debido a que el entrehierro es más pequeño.

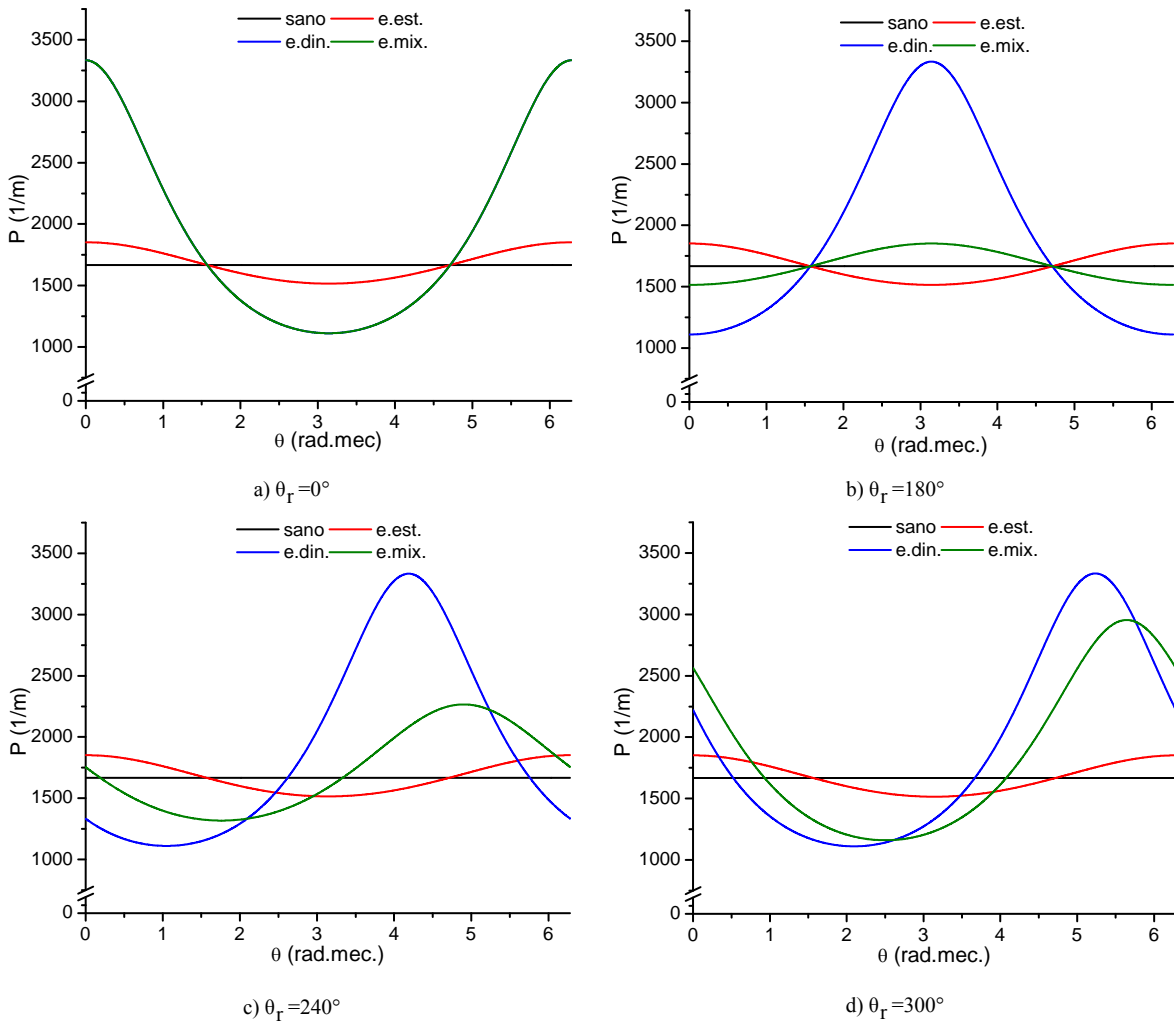


Figura 4.13 Inversa del entrehierro para diferentes posiciones del rotor. Segundo caso de estudio.

4.3.2 Inductancias de la máquina para diferentes condiciones de excentricidad

En la Fig. 4.14 se muestran las inductancias propias y mutuas del estator. Se puede observar que éstas son constantes y no varían con la posición del rotor, además que las propias son

positivas y las mutuas son aproximadamente la mitad de las anteriores pero con signo negativo.

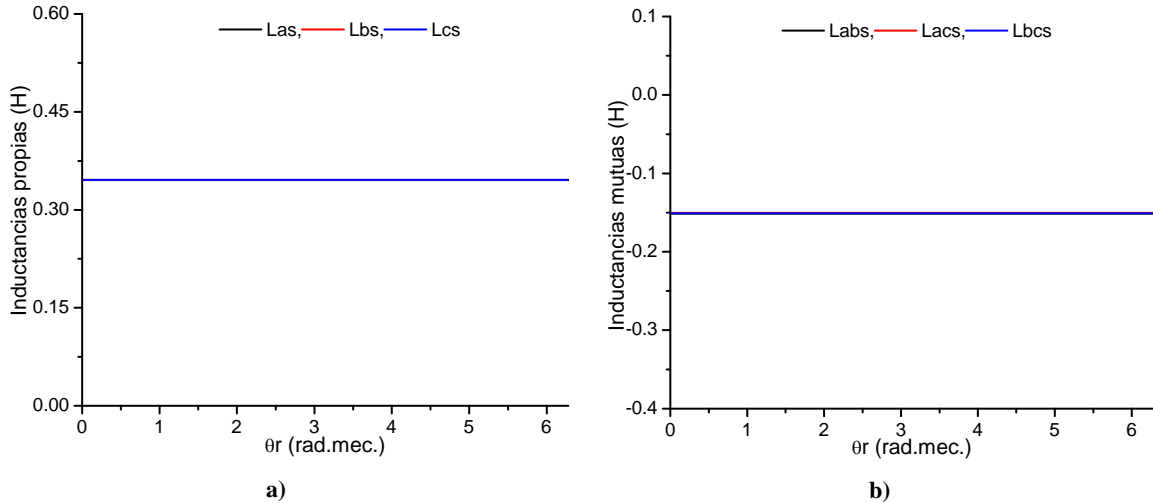


Figura 4.14 Inductancias propias y mutuas del estator del segundo caso de estudio en condiciones sanas. a) Inductancias propias de los devanados del estator. b) Inductancias mutuas entre devanados del estator.

En la Fig. 4.15 se muestran las inductancias mutuas entre devanados del estator y rotor, en este caso solo se presentan las mutuas entre los devanados de las fases a y b del estator y los devanados del rotor, teniendo en cuenta que son las mismas para las tres fases solo que desplazadas 120° . Las inductancias del rotor son iguales a las del estator ya que se considera a la jaula como un rotor devanado.

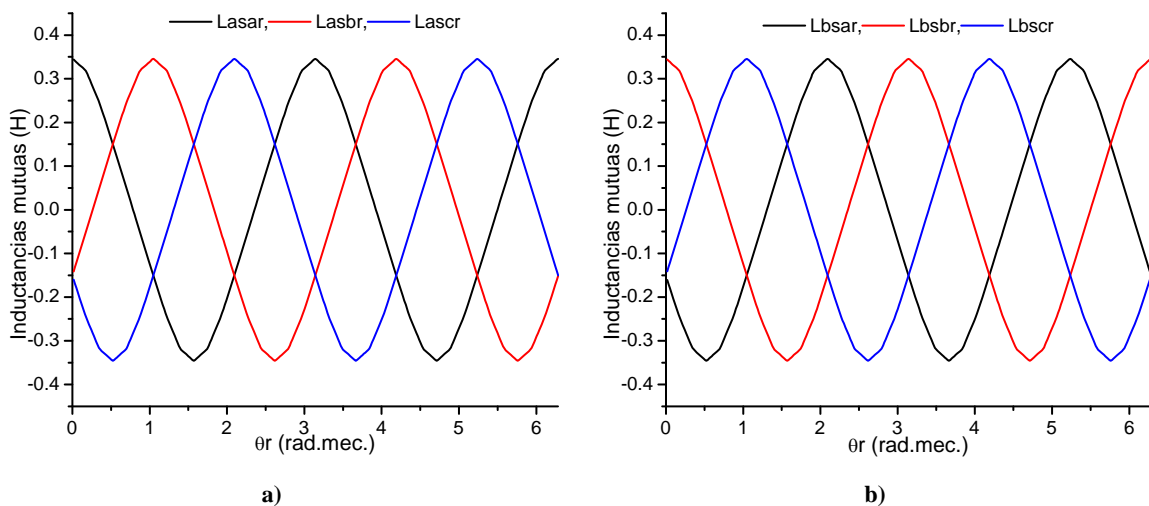
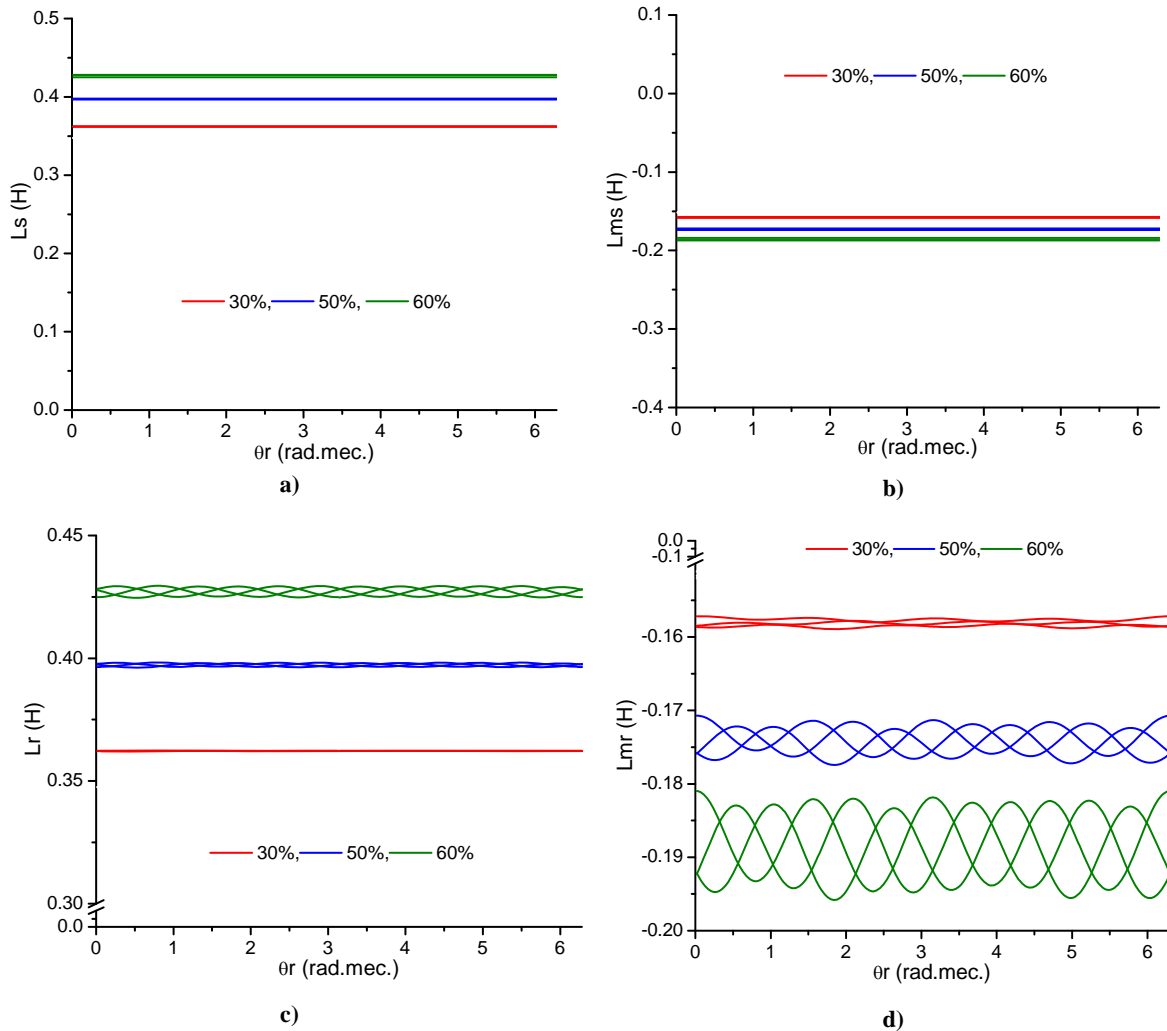


Figura 4.15 Inductancias mutuas del segundo caso de estudio en condiciones sanas. a) Inductancias mutuas entre fase a del estator y las fases del rotor. b) Inductancias mutuas entre fase b del estator y las fases del rotor.

Cuando se incluye excentricidad estática en la función inversa del entrehierro los valores anteriores tienden a aumentar entre más sea el porcentaje de no uniformidad. Para este caso las inductancias propias y mutuas del estator se mantienen constantes pero con diferente magnitud. El caso del rotor ya no es igual al del estator, sus inductancias varían de forma cosenoidal con la posición del rotor.

En la Fig. 4.16 se puede observar el efecto de la excentricidad estática en las inductancias de la máquina para los devanados del estator y rotor. En este caso de estudio se puede observar una mayor afectación en las inductancias propias y mutuas del rotor en comparación con el primer caso de estudio.



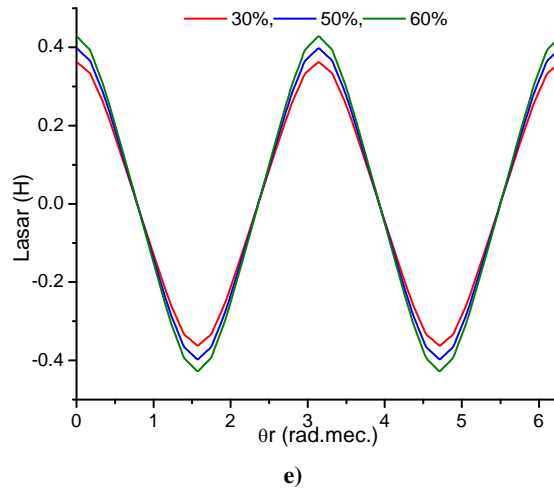
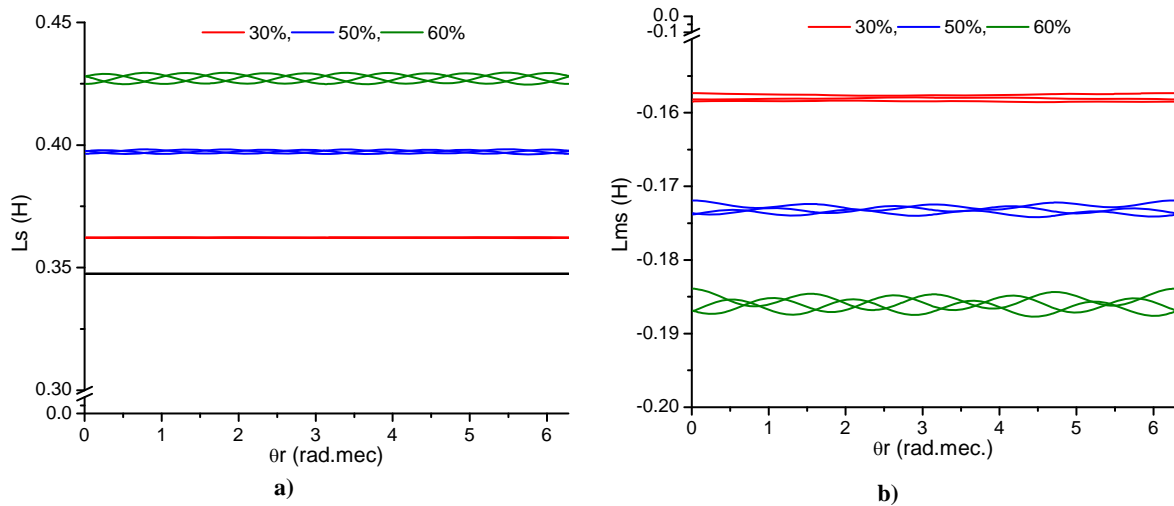


Figura 4.16 Inductancias del segundo caso de estudio en condiciones de excentricidad estática. a) Inductancias propias del estator. b) Inductancias mutuas del estator. c) Inductancias propias del rotor. d) Inductancias mutuas del rotor. e) Inductancias mutuas entre estator y rotor.

En el caso de la excentricidad dinámica ocurre el efecto inverso. Sin embargo, en este caso ya no son iguales los valores de las inductancias del rotor y estator como en la máquina del primer caso de estudio, solo las mutuas presentan un comportamiento similar. En la Fig. 4.17 se observa la variación de las inductancias. Asimismo, se observa que la excentricidad estática afecta más las inductancias mutuas del rotor (Fig. 4.16d) en comparación con las mutuas del estator por la excentricidad dinámica (Fig. 4.17b).



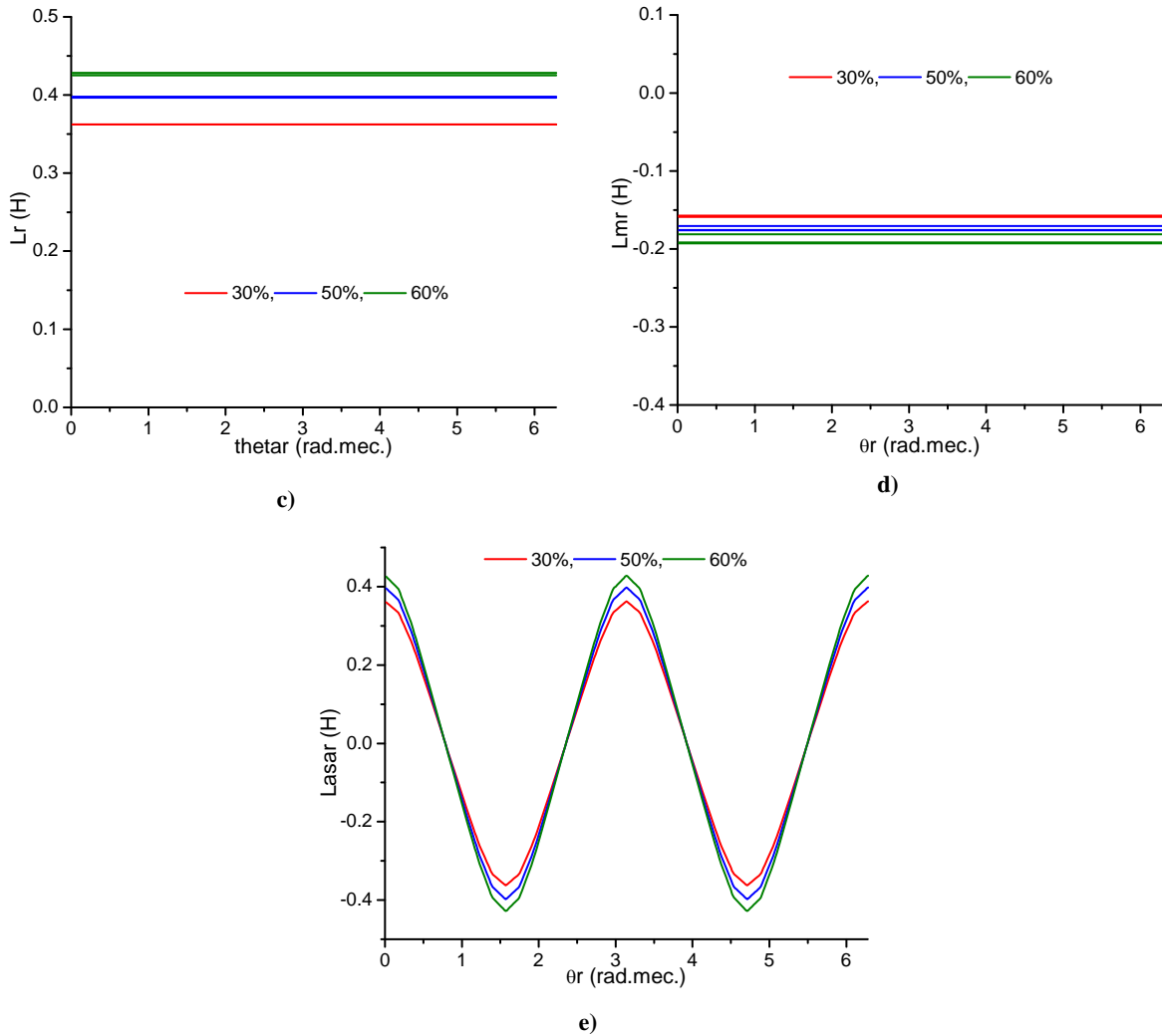


Figura 4.17 Inductancias del segundo caso de estudio en condiciones de excentricidad dinámica. a) Inductancias propias del estator. b) Inductancias mutuas del estator. c) Inductancias propias del rotor. d) Inductancias mutuas del rotor. e) Inductancias mutuas entre estator y rotor.

Finalmente, se presenta la combinación de ambas excentricidades (Fig. 4.18), en la cual todas las inductancias de la máquina se ven afectadas, las propias del estator presentan una cierta similitud con las propias del rotor, de igual forma que las mutuas entre los mismos devanados, a diferencia del caso donde la excentricidad total es del 60% en el rotor se presenta una mayor distorsión. En este caso ningún eje coincide (eje de rotación de la máquina, eje del rotor, eje del estator), por tal motivo ambos, estator y rotor, ven el entrehierro variable.

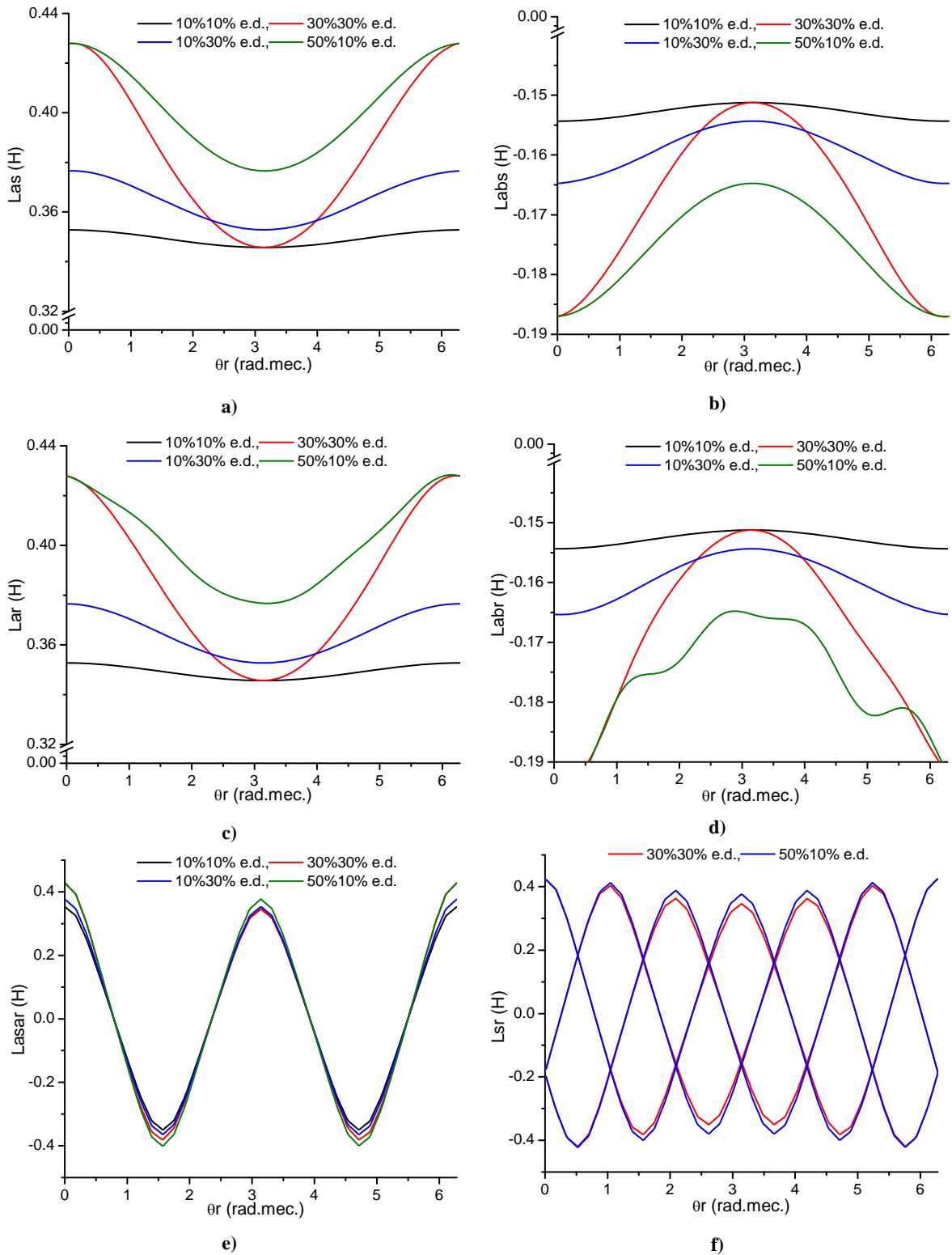


Figura 4.18 Inductancias en condiciones de excentricidad mixta. Segundo caso de estudio. a) Inductancias propias del estator. b) Inductancias mutuas del estator. c) Inductancias propias del rotor. d) Inductancias mutuas del rotor. e) Inductancias mutuas entre devanados de la misma fase . f) Inductancia mutua entre devanados de la fase b del estator y devanados de las fases del rotor.

En la Fig. 4.18f se puede apreciar que a diferencia de los casos anteriores las inductancias mutuas entre estator y rotor se ven afectadas en su magnitud, en la posición de 180° del rotor su valor máximo es menor que al inicio y final de su ángulo de posición.

4.3.3 Arranque del motor de inducción en condiciones sanas y con excentricidad

A diferencia de la máquina de laboratorio que tiene varias modalidades de operación, este motor de inducción es de 1 HP de potencia y está diseñado para operar como tal, por lo que su dinámica es más rápida. Por tal motivo, es posible obtener una mejor comparación entre resultados.

Como primer caso se incluye excentricidad estática del 50% y 60 %, siendo estos los que presentan mayor distorsión en las inductancias. En la Fig. 4.19 se presentan las curvas de corriente características del arranque. El caso de 30% de excentricidad presenta un comportamiento muy cercano al del caso sano, sin embargo incrementándola al doble, la máquina tarda más tiempo en alcanzar su estado permanente, presenta mayores pulsaciones y picos de corriente mayores en el arranque.

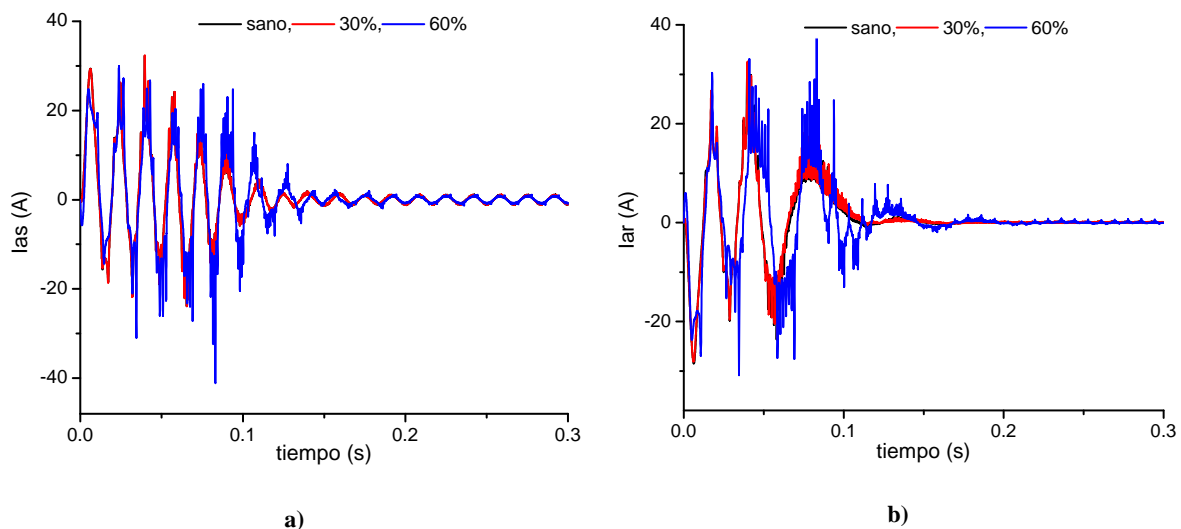


Figura 4.19 Arranque en condiciones de excentricidad estática. Segundo caso de estudio. a) Corriente de la fase a del estator. b) Corriente de la fase a del rotor.

Esto se ve reflejado en el par electromagnético y la velocidad, en la Fig. 4.20a se aprecia como el par aún después del transitorio no es constante, sino que presenta pulsaciones mayores a la condición sana. En la Fig. 4.20b el motor tarda mayor tiempo en alcanzar su velocidad en vacío y el arranque es menos uniforme.

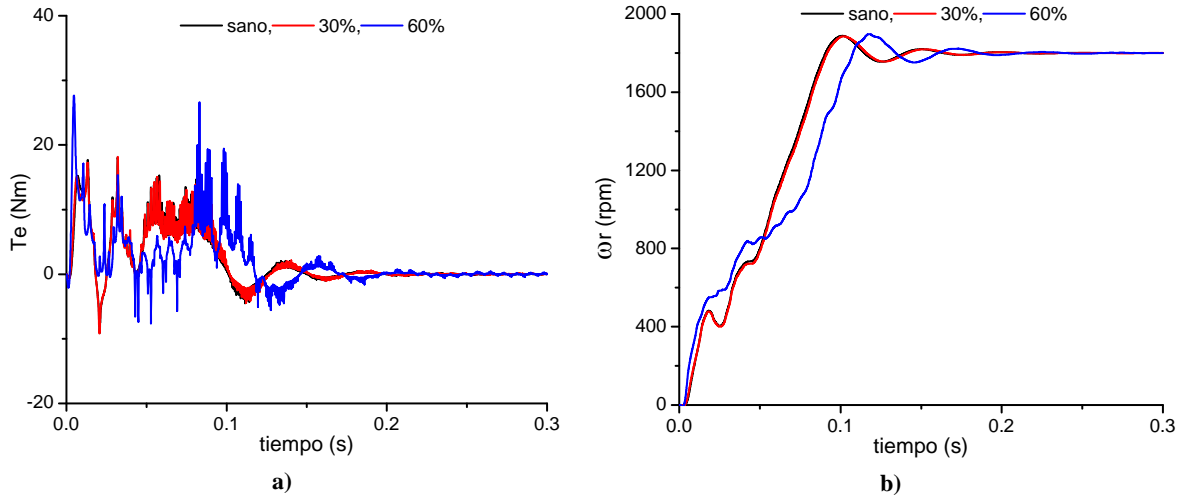


Figura 4.20 Arranque en condiciones de excentricidad estática. Segundo caso de estudio. a) Par electromagnético. b) Velocidad.

Al comparar los mismos grados de excentricidad estática con dinámica claramente se observa que para el segundo tipo la afectación es menor. En la Fig. 4.21 las corrientes presentan menos distorsión en el arranque y en el estado permanente.

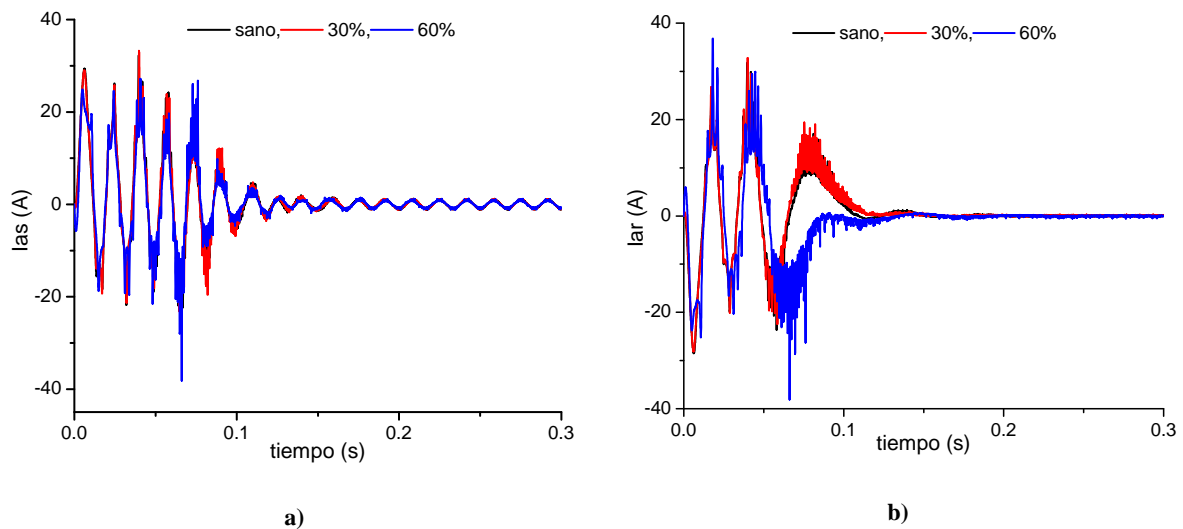


Figura 4.21 Arranque en condiciones de excentricidad dinámica. Segundo caso de estudio. a) Corriente de la fase a del estator. b) Corriente de la fase a del rotor.

En la Fig. 4.22 es más notoria la presencia de menores pulsaciones de par y velocidad para el caso de excentricidad dinámica.

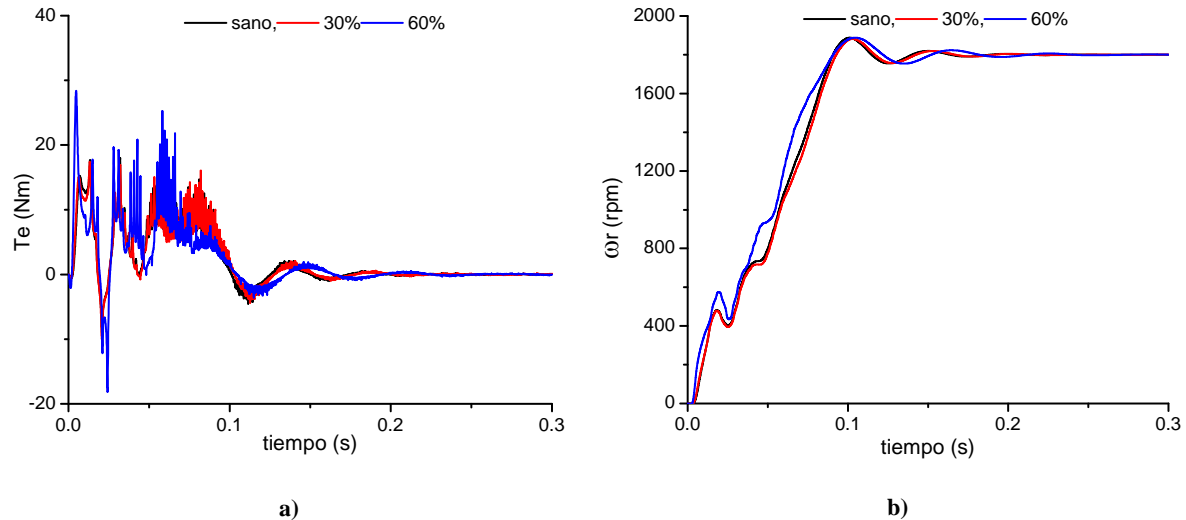


Figura 4.22 Arranque en condiciones de excentricidad dinámica. Segundo caso de estudio. a) Par electromagnético. b) Velocidad.

Cuando se presentan ambas excentricidades, el grado en que afectan la dinámica depende del porcentaje total de su combinación, no hay una diferencia notable si predomina un tipo o el otro. Para el caso donde ambas suman un 60% el comportamiento del arranque es similar. Comparando con los casos anteriores, la excentricidad mixta afecta menos que la puramente estática. En las Figs. 4.23 y 4.24 se puede apreciar un comportamiento similar al de excentricidad dinámica.

Con el fin de hacer una comparación entre todos los tipos, en la Fig. 4.25 se muestra la característica de velocidad ante el arranque y en estado permanente. Se seleccionaron los casos más representativos de cada tipo de excentricidad, siendo la estática la que mayor afecta tanto en el arranque como en el estado permanente teniendo mayor contenido armónico. No obstante, aún la condición sana presenta pulsaciones en la velocidad y par debido a los armónicos considerados, las cuales no aparecen cuando solo se consideran componentes fundamentales como el caso presentado en el apéndice C donde se emplean solo los parámetros del circuito equivalente.

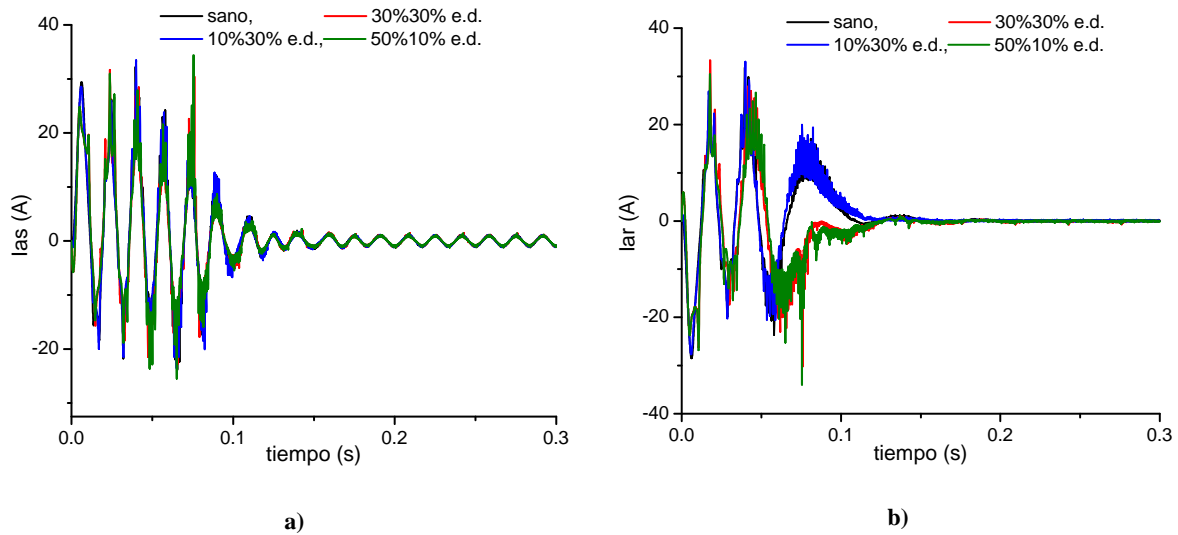


Figura 4.23 Arranque en condiciones de excentricidad mixta. Segundo caso de estudio. a) Corriente de la fase a del estator. b) Corriente de la fase a del rotor.

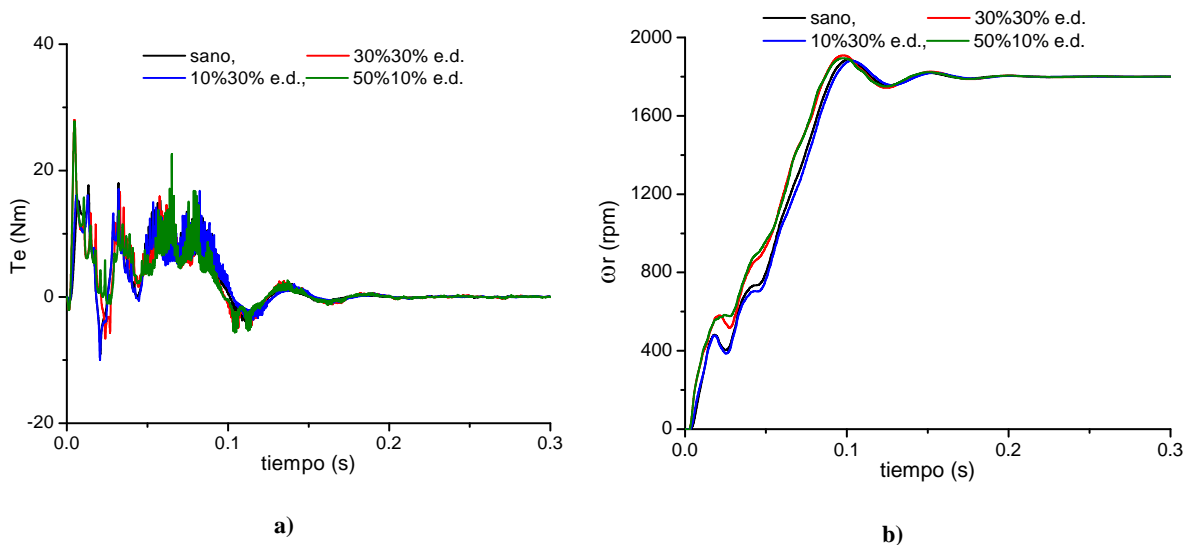


Figura 4.24 Arranque en condiciones de excentricidad mixta. Segundo caso de estudio. a) Par electromagnético. b) Velocidad.

De igual forma en la Fig. 4.25, el contenido armónico también está presente en las corrientes del estator y rotor. La interacción entre estas desarrolla el par electromagnético de la máquina y de este depende la velocidad, por lo que todas las variables se ven afectadas por la característica de distribución de los devanados, mas el considerar un entrehierro no uniforme.

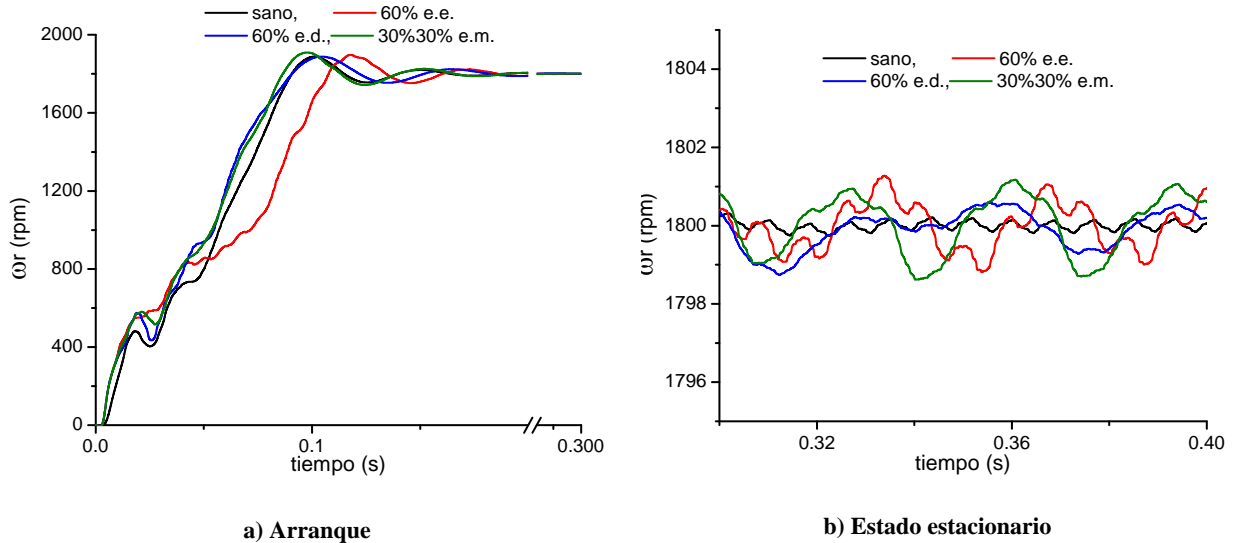


Figura 4.25 Comparación de la velocidad para diferentes excentricidades. Segundo caso de estudio.

4.3.4 Simulación de falla trifásica a tierra

En este caso de estudio se simuló una falla trifásica a tierra en las terminales del motor para analizar la respuesta ante diferentes condiciones de entrehierro no uniforme. La falla es simulada haciendo los voltajes del estator iguales a cero en el instante en que el voltaje de la fase a pasa por cero de un semiciclo negativo hacia uno positivo. La falla es liberada después de seis ciclos. Cuando se inicia la falla, ambas corrientes en el estator y rotor tienden a cero, lo que ocasiona que también el par electromagnético tienda a cero, por lo que el par de carga desacelera la máquina [12]. La falla se aplica en 0.3 s y se libera en 0.4 s.

En la Fig. 4.26 se presenta el caso cuando se considera excentricidad estática. En la Fig. 4.26a se muestra la curva de corriente del estator, y se puede observar que cuando inicia la falla hay más oscilaciones en un porcentaje del 60% de excentricidad, sin embargo, se amortigua antes de que los voltajes en el estator se reestablezcan. Cuando se libera la falla la corriente incrementa casi al doble del caso sano y se amortigua en aproximadamente 6 ciclos. En la Fig. 4.26b el par electromagnético se comporta como un arranque después de liberar la falla, su valor es cero debido a que el motor está en vacío.

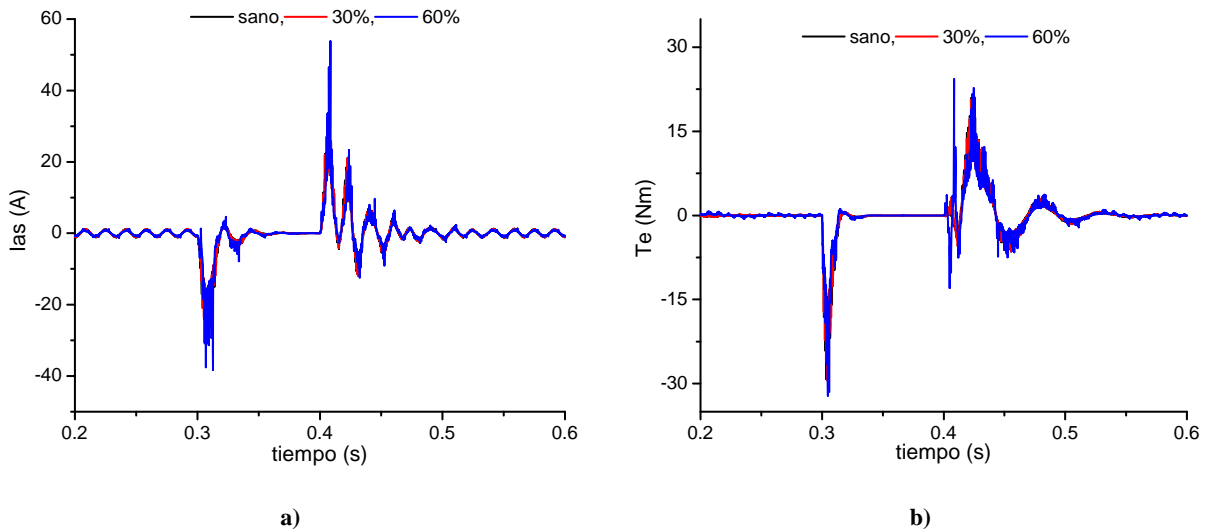


Figura 4.26 Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad estática. Segundo caso de estudio.
 a) Corriente en el estator. b) Par electromagnético.

La velocidad disminuye a 1330 rpm en el caso sano y a 1340 y 1400 rpm para 30% y 60% de excentricidad, después de liberar la falla los tres siguen la misma trayectoria (Fig. 4.27a). En la Fig 4.27b se muestra la curva par-velocidad donde se pueden apreciar mejor las oscilaciones del par ante la falla y las variaciones de velocidad descritas anteriormente.

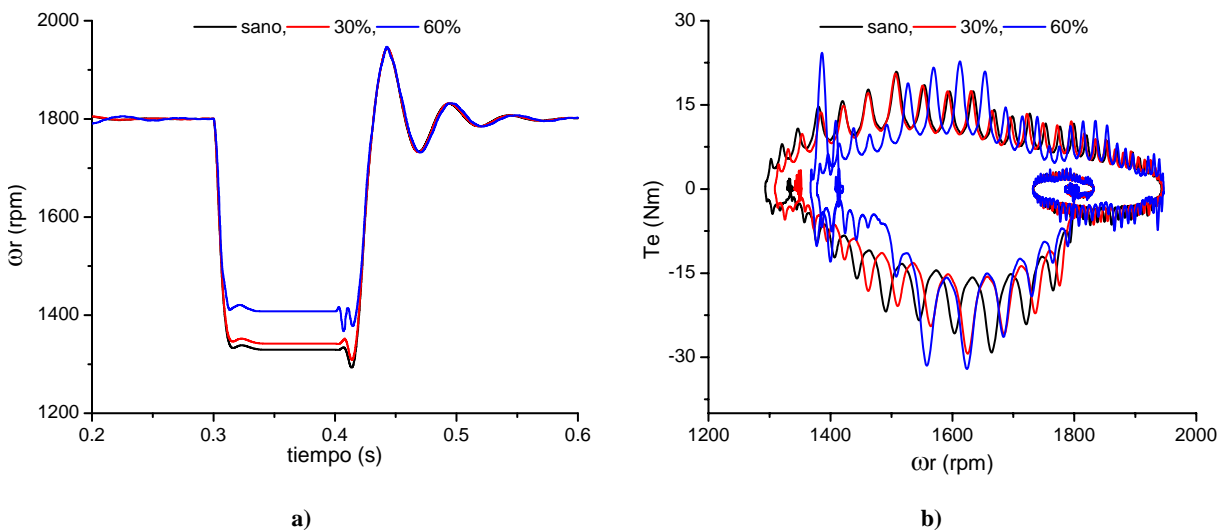


Figura 4.27 Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad estática. Segundo caso de estudio.
 a) Velocidad. b) Característica Par-Velocidad.

Cuando se considera solo el efecto de la excentricidad dinámica, se observa en la curva de corriente (Fig. 4.28a) que alcanza valores picos menores que el caso anterior, pero el par se ve mas afectado presentando mayores oscilaciones (Fig. 4.28b).

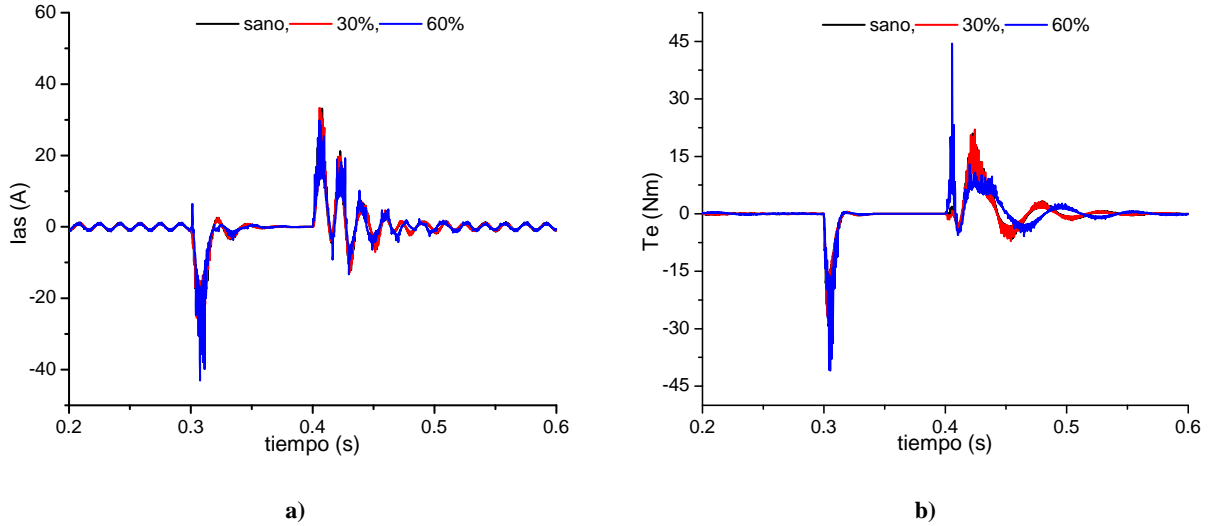


Figura 4.28 Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad dinámica. Segundo caso de estudio. a) Corriente en el estator. b) Par electromagnético.

En este caso la velocidad disminuye a 1327 y 1270 rpm para el caso de 30% y 60% respectivamente (Fig. 4.29a). En la curva par-velocidad de la Fig. 4.29b se puede observar que el par presenta oscilaciones mayores al caso estático.

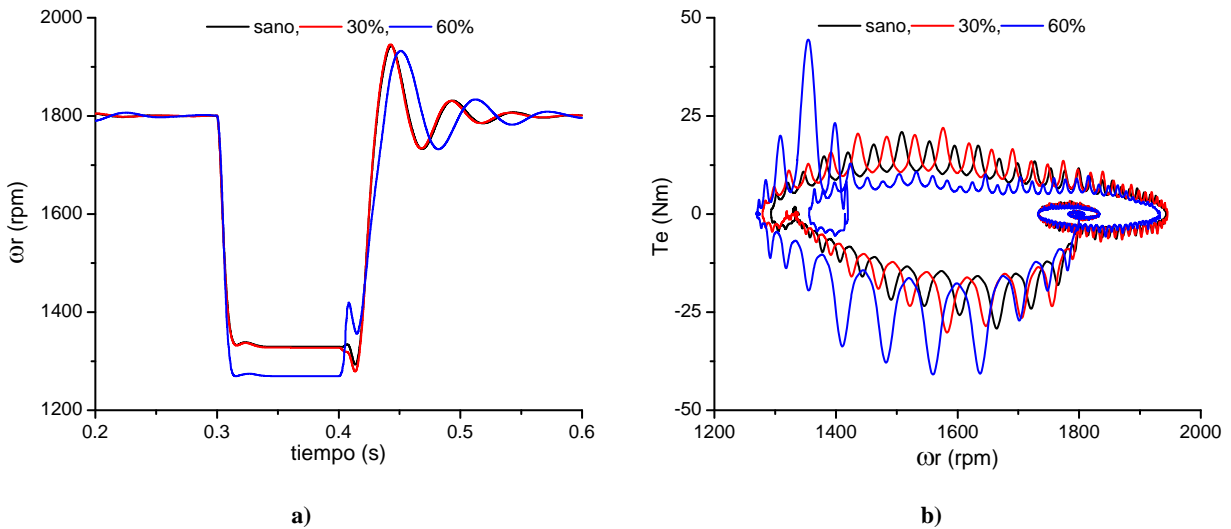


Figura 4.29 Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad dinámica. Segundo caso de estudio. a) Velocidad. B) Característica Par-Velocidad.

El comportamiento de la corriente y el par para el caso donde están presentes ambas excentricidades es similar al caso donde solo se considera excentricidad estática, esto se puede observar en las Figs. 4.30a y 4.30b.

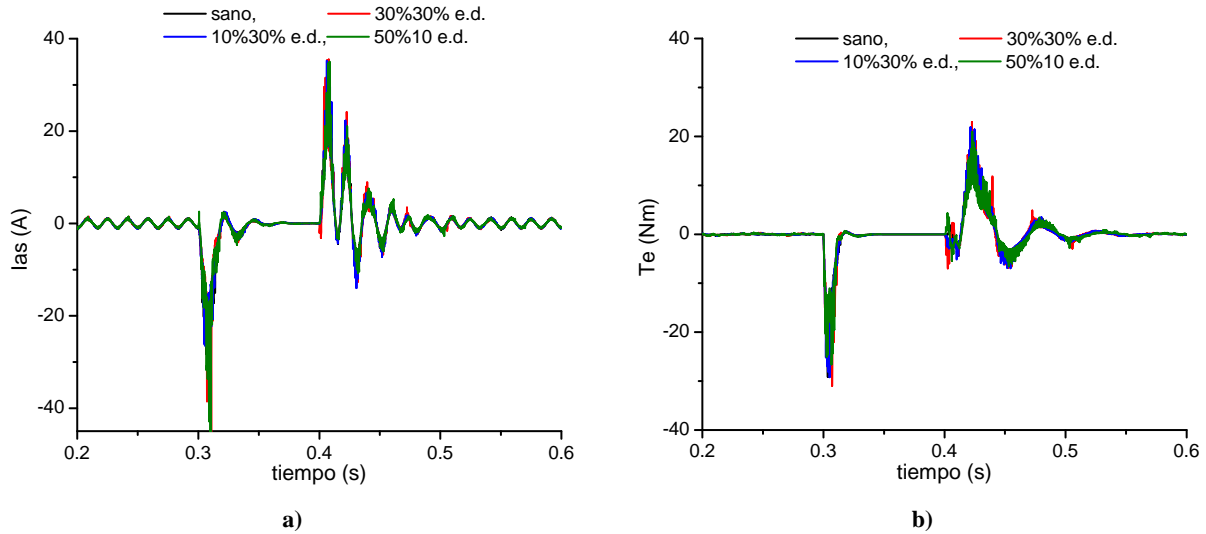


Figura 4.30 Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad mixta. Segundo caso de estudio. a) Corriente en el estator. b) Par electromagnético.

La velocidad (Fig.4.31a) disminuye a 1370 rpm para el caso 50% estática 10% dinámica, 1340 rpm para 30% en ambas, y cercano a 1330 rpm para el caso 10% estática 50% dinámica. La curva par-velocidad se muestra en la Fig. 4.31b.

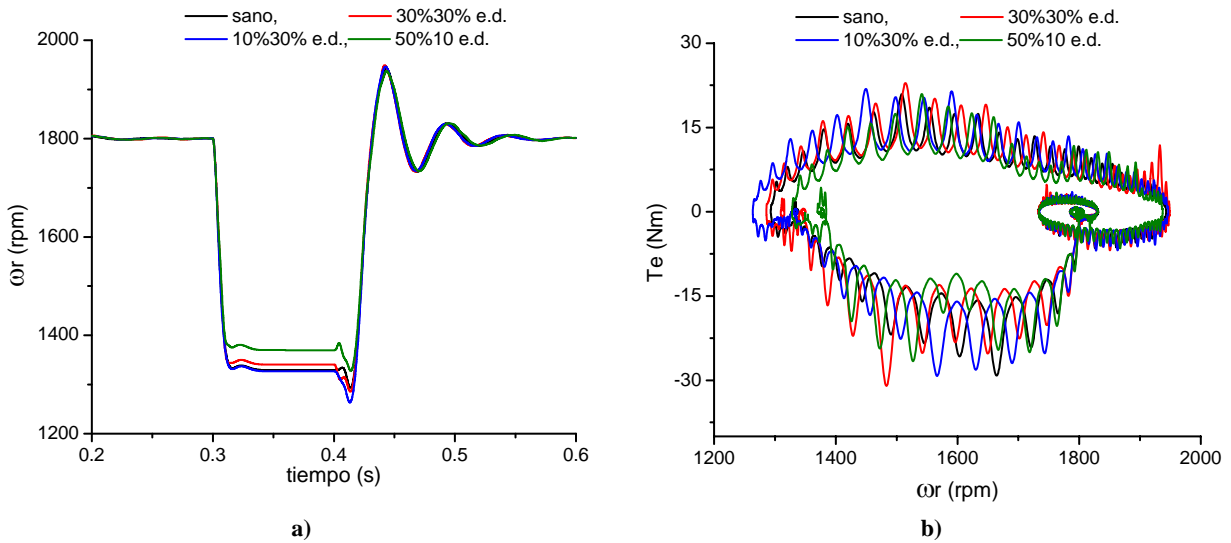


Figura 4.31 Simulación de falla trifásica en condiciones de excentricidad mixta. Segundo caso de estudio. a) Velocidad. B) Característica Par-Velocidad.

Finalmente, se presentan curvas de velocidad y característica par-velocidad para los casos más representativos mostrados en las figuras anteriores. De acuerdo a la Fig. 4.32a el motor pierde mayor velocidad en el caso donde solo esta presente la excentricidad dinámica, además de que presenta mayor oscilación posterior a la liberación de la falla. En la característica par-velocidad de la Fig. 4.32b el 60% de este tipo de excentricidad provoca mayores oscilaciones en el par electromagnético.

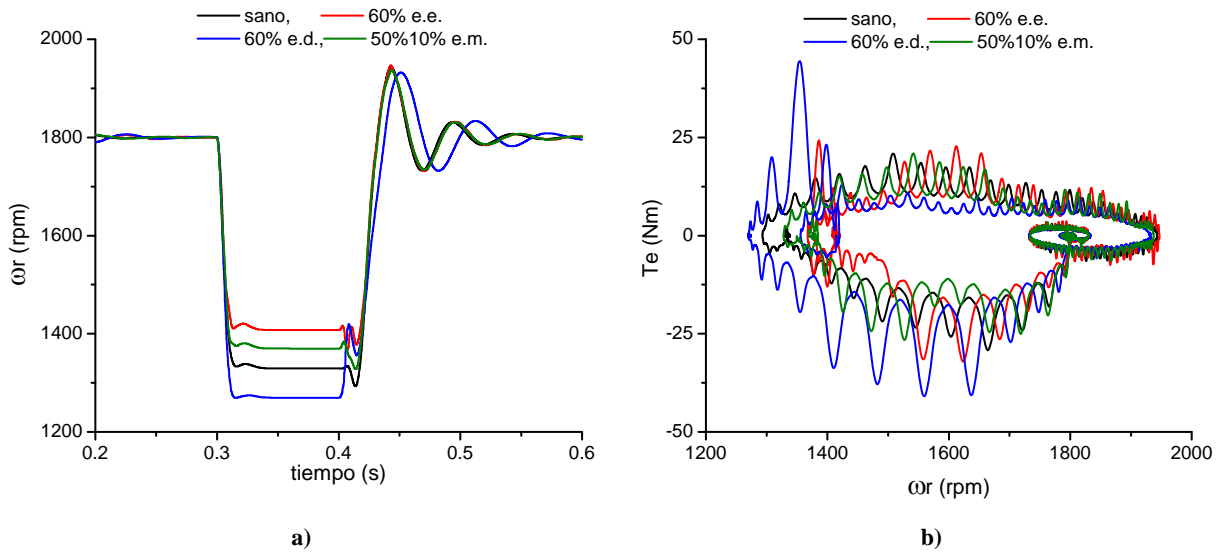


Figura 4.32 Comparación ante una falla trifásica para diferentes excentricidades . Segundo caso de estudio.
a) Velocidad. B) Característica Par-Velocidad.

Una observación importante, es que el motor pierde velocidad al inicio de la falla, se mantiene constante durante la misma, y al liberarla regresa a su valor inicial. Este comportamiento es característico de la ecuación 2.3. Al inicio de la falla el par T_e es negativo, el par de carga T_L es cero y la inercia del rotor J es constante, por lo que la velocidad decrece con una pendiente negativa. Al alcanzar T_e el valor de cero, la ecuación diferencial es cero, esto indica que no hay variación de velocidad y se mantiene constante. Cuando se libera la falla pasa el efecto contrario debido a que T_e crece positivamente. Sin embargo, cuando se le da un valor a T_L la pendiente durante la falla sigue siendo negativa y la velocidad disminuye en esa proporción, hasta que se libera la falla y T_e crece hacia un valor positivo. En el apéndice D se muestran resultados considerando T_L .

5.1 Introducción

En este capítulo se presentan las principales conclusiones obtenidas del desarrollo de la investigación objeto del presente trabajo. Además, se enlistan las aportaciones más sobresalientes así como también algunas recomendaciones para dar continuidad a trabajos futuros relacionados a ésta área.

5.2 Conclusiones

En este trabajo se empleó el modelo del motor de inducción en el marco de referencia abc y se aplicó el método de función de devanado para el cálculo de las inductancias incluyendo diferentes grados de excentricidad. Durante el desarrollo se realizaron simulaciones en computadora digital, llegando a las conclusiones que a continuación se presentan:

- La transformación de las variables abc del motor de inducción a un marco de referencia dq es de gran utilidad para el análisis de su dinámica y en general, para las máquinas rotatorias, ya que elimina la dependencia de la posición del rotor de las inductancias. Sin embargo, para propósitos de simulación de excentricidad no es factible emplearla por el motivo de que no se pueden modificar dichas inductancias, además de que solo considera la componente fundamental de la distribución del campo magnético a lo largo del entrehierro.

- Se empleó el método de función de devanado para calcular todas las inductancias necesarias para la simulación transitoria de la máquina. Este método es adecuado para este fin, ya que solo requiere de algunas dimensiones básicas de la máquina.
- La función de la inversa del entrehierro es otra parte fundamental para incluir el efecto de la no uniformidad en el cálculo de las inductancias. Es ésta la que determina el grado de excentricidad y donde se puede considerar cada tipo: estática, dinámica y la combinación de ambas, además del porcentaje de cada una. Dicha función es utilizada en el método de función de devanado.
- Se emplearon las series de Fourier [78] como una herramienta para determinar los coeficientes tanto de las funciones de conductores e inversa del entrehierro, como de las inductancias, y poder representarlas como una sumatoria de funciones senoidales. Esto permitió incluir el efecto de las componentes armónicas de espacio de la distribución del devanado, además de ser útiles para manipular las inductancias dentro de la matriz “L” del modelo de estado de la máquina.
- La excentricidad estática y dinámica tienen efectos inversos sobre las inductancias de los devanados del rotor y estator, una es independiente de la posición del rotor y la otra no, como consecuencia las inductancias aumentan su magnitud y dejan de ser constantes. Por otro lado, la excentricidad mixta depende del porcentaje de las anteriores y el total lo da su suma. Todas las inductancias en este caso son dependientes de la posición del rotor.
- Al incluir los armónicos de espacio en las simulaciones transitorias se obtienen resultados menos idealizados que usando solo el circuito equivalente, ya que la curva de par electromagnético presenta pulsaciones porque la máquina se comporta como una de hp números de polos donde h es el orden del armónico generando así fmm que giran en el mismo sentido y en sentido inverso a la fundamental [8,13].

- La influencia que tiene el considerar el efecto de excentricidad en la dinámica del motor de inducción depende del tipo de máquina, de sus parámetros y del tipo de transitorio a analizar, ya que se mostró que en el primer caso el arranque se vio mas afectado por la excentricidad mixta, sin embargo, para el segundo caso la estática produjo el mayor daño. En el segundo caso donde se consideró la falla trifásica a tierra, la excentricidad dinámica fue la que desaceleró más al motor y produjo mayores oscilaciones. Esto puede ser debido a las constantes de tiempo y de inercia de cada una de las máquinas.

5.3 Aportaciones

- Modelos del motor de inducción en variables de estado en los marcos de referencia dq0 arbitrario y abc aplicándoles un sistema por unidad recíproco y la técnica de máquina modificada.
- Se desarrollan programas en Matlab-Simulink para la solución y comparación de los modelos de estado en el marco dq0 arbitrario y abc.
- Se desarrolla un simulador digital en Fortran 90 para el análisis de la dinámica del motor de inducción, el cual utiliza el método de función de devanado para el cálculo de las inductancias y el modelo de estado de octavo orden en el marco de referencia abc.
- Reconstrucción y parametrización de un motor prototipo con todos los datos de diseño, protocolo de pruebas y dimensiones para futuras investigaciones que requieran de mayor detalle de la máquina.

5.4 Recomendaciones para trabajos futuros

Con base a la investigación realizada, se proponen algunas recomendaciones para darle continuidad o mejorar el presente trabajo:

- Realizar pruebas físicas de laboratorio para validar los resultados presentados en condiciones de arranque y falla trifásica.
- Cálculo de las inductancias del motor de inducción en condiciones uniformes y no uniformes del entrehierro, empleando la técnica de elemento finito.
- Incluir el modelado de los controles del motor y analizar el efecto de la excentricidad sobre los mismos [64].
- Aplicar técnicas Newton de extrapolación al ciclo límite para la rápida determinación del estado estacionario de operación de la máquina de inducción en condiciones de excentricidad [60].
- Realizar un análisis de los espectros de las corrientes del estator por medio de simulaciones en diferentes condiciones de excentricidad y compararlos con mediciones en laboratorio para proponer patrones de falla en el área de diagnóstico de máquinas [66].
- Emplear el modelo de circuitos múltiples acoplados para simular condiciones de fallas más comunes como son: excentricidad, barras rotas, anillos rotos, corto entre bobinas del estator [27,33,43,68].
- Considerar las barras del rotor jaula de ardilla como devanados concentrados en los ejes d y q y comparar los resultados con el modelo propuesto en el presente trabajo [5].
- Emplear la función de devanado modificada en dos dimensiones (2D-MWFM) para considerar el efecto de sesgado de las barras en el rotor [50].
- Considerar los efectos de la no uniformidad en el eje radial y axial de la máquina [53,56,70].
- Desarrollar un prototipo completo para realizar estudios del comportamiento del motor de inducción ante diferentes tipos de fallas.
- Proponer un modelo para incluir efectos de capacitancia en la impedancia externa y analizar el comportamiento de la máquina ante diferentes condiciones de operación.
- Analizar el comportamiento del motor síncrono de imanes permanentes bajo condiciones de los diferentes tipos de excentricidad [69].

Referencias

- [1] J. H. Kuhlmann, “Design of Electrical Apparatus”, 3ra edición, John Willey and Sons, New York, 1950.
- [2] G. Kron, “Equivalent Circuits of Electric Machinery”, John Willey and Sons, New York, 1951.
- [3] N. L. Schmitz and D. W. Novotny, “Introductory Electromechanics” , The Ronald Press Company, New York, 1965.
- [4] D. O’Kelly and S. Simmons, “Introduction to Generalized Electrical Machine Theory”, Mc. Graw Hill, U.K., 1968.
- [5] B. Adkins and R. G. Harley, “The General Theory of Alternating Current Machines: Application to Practical Problems”, Chapman and Hall, London, 1975.
- [6] I.P. Kopylov, “Mathematical Models of Electric Machines”, MIR Publishers, Moscow, 1984.
- [7] P. Kundur, “Power System Stability and Control”, Mc. Graw Hill, New York, 1994.
- [8] P.C. Sen, “Principles of Electric Machines and Power Electronics”, 2da edición, John Willey and Sons, USA, 1997.
- [9] Chee-Mun Ong, “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab”, Prentice Hall PTR, New Jersey, 1998.
- [10] P. Vas, “Sensorless Vector and Direct Torque Control,” Oxford University Press, New York, 1998.
- [11] N. Mohan, “Advanced Electric Drives Analysis, Control and Modeling Using Simulink”, MNPETE Minneapolis, USA, 2001.
- [12] P. C. Krause, “Analysis of Electric Machinery and Drive Systems”, 2da edición, Mc. Graw Hill, New York, 2002.
- [13] B. K. Bose, “Modern Power Electronics and AC Drives”, Prentice Hall PTR, USA, 2002.
- [14] I. Boldea and S. A. Nasar, “The Induction Machine Handbook”, CRC Press, 2002.

- [15] J. J. Cathey, “Máquinas Eléctricas Análisis y Diseño con Matlab”, Mc.Graw Hill, México, 2002.
 - [16] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley and S. D. Umans, “Electric Machinery”, Mc. Graw Hill, 6ta Edición, New York, 2003.
 - [17] S. C. Chapra and R. P. Canale, “Numerical Methods for Engineers”, Fifth edition, Mc Graw Hill, Singapore, 2006.
 - [18] J. J. Grainger y W. D. Jr. Stevenson, “Análisis de Sistemas de Potencia”, Mc. Graw Hill, México, 2007.
 - [19] T. Wildi, “Máquinas Eléctricas y Sistemas de Potencia”, Sexta edición, Pearson Education, México, 2007.
 - [20] J. Pyrhönen, T. Jokinen and V. Hrabovcová, “Design of Rotating Electrical Machines”, John Willey and Sons, U.K., 2008.
-
- [21] S. J. Levine, “An analysis of the induction motor,” AIEE Committee on Electrical Machinery, pp. 526-529, May 1935.
 - [22] P. C. Krause, “Simulation of symmetrical induction machinery,” IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. pas-84, no. 11, pp. 1965-1053, November 1965.
 - [23] T. Bratoljic and P. Vrkljan, “Magnetic forces created by rotor eccentricity in electrical machines,” The Brown Boveri Review, vol. 54, no. 9, pp. 580-592, September 1967.
 - [24] IEEE, “Recommended phasor diagram for synchronous machines,” Committee Report, IEEE Trans., PAS, vol. 88, pp. 1593-1610, 1969.
 - [25] J. R. Cameron, W. T. Thomson and A. B. Dow, “Vibration and current monitoring for detecting airgap eccentricity in large induction motors,” IEE Proceedings, vol. 133, Pt. B, no. 3, pp. 155-163, May 1986.
 - [26] A. H. Bonnett and G. C. Soukup, “Cause and analysis of stator and rotor failures in 3 phase squirrel cage induction motors,” IEEE, pp. 22-42, 1991.
 - [27] X. Luo, T. A. Lipo, Y. Liao, H. A. Toliyat and A. El-Antably, “Multiple coupled circuit modeling of induction machines,” IEEE, Trans. on Industry Applications, vol. 1, pp. 203-210, October 1993.
 - [28] W. T. Thomson, “ On-line current monitoring to detect electrical and mechanical faults in three-phase induction motor drives,” Life Management of Power Plants, 12-14 December 1994, conference publication no. 401, IEE , pp. 66-73, 1994.

-
- [29] O. V. Thorsen and M. Dalva, "A survey of faults on induction motors in offshore oil industry, petrochemical industry, gas terminals and oil refineries," IEEE, paper no. PCIC-94-01, pp. 1-9, 1994.
- [30] H. A. Toliyat and T. A. Lipo, "Transient analysis of cage induction machines under stator, rotor bar and end rings faults," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 10, no. 2, pp. 241-247, June 1995.
- [31] A. C. Smith, R. C. Healey and S. Williamson, "A transient induction motor model including saturation and deep bar effect," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol 11, no. 1, pp. 8-15, March 1996.
- [32] L. Chang, "An improved fe inductance calculation for electrical machines," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 32, no. 4, pp.3237-3245, July 1996.
- [33] H. A. Toliyat, M. S. Arefeen and A. G. Parlos, "A method for dynamic simulation of air-gap eccentricity in induction machines ," IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 32, no.4, pp. 910-918, July/August 1996.
- [34] W. T. Thomson, "On-line current monitoring and application of a finite element method to predict the level of static airgap eccentricity in three phase induction Motors," IEEE Trans. On Energy Conversion, vol. 13, no. 4, pp. 347-357, December 1998.
- [35] N. A. Al-Nuaim and H. A. Toliyat, "A novel method for modeling dynamic air-gap eccentricity in synchronous machines based on modified winding function theory," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 13, no. 2, pp. 156-162, June 1998.
- [36] F. A. Carvajal, J. M. Ramírez y L. F. Arcos, "Diagnóstico en línea y fuera de línea de motores de inducción de baja, mediana y alta tensión," Boletín IIE, Marzo-Abril 1999.
- [37] Z. Ye, B. Wu and N. Zargari, "Modeling and simulation of induction motor with mechanical fault based on winding function method," IEEE, pp. 2334-2339, 2000.
- [38] G. M. Joksimovic, M. D. Durovic, J. Penman and N. Arthur, "Dynamic simulation of dynamic eccentricity in induction machines – winding function approach," IEEE Trans. on energy conversion, vol. 15, no. 2, pp. 143-148, June 2000.
- [39] W. T. Thomson and M. Fenger, "Current signature analysis to detect induction motor faults," IEEE Industry Applications Magazine, 1077-618/01, July/August 2001.

- [40] S. Nandi, R. M. Bharadwaj, and H.A. Toliyat, "Performance analysis of a three phase induction motor under mixed eccentricity condition," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 17, no.3, pp. 392-399, September 2002.
- [41] S. Nandi, R. M. Bharadwaj and H.A. Toliyat, "Mixed eccentricity in three phase induction machines : analysis, simulation and experiments,"IEEE, pp. 1525-1532, 2002.
- [42] J. Faiz and I. Tabatabaei, "Extension of winding function theory for nonuniform air gap in electric machinery," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 38, no. 6, pp. 3654-3657, November 2002.
- [43] B. Liang, B. S. Payne, A. D. Ball and S. D. Iwnicki, "Simulation and fault detection of three-phase induction motors," ELSEVIER, Mathematics and Computers in Simulation, 61 (2002), pp. 1-15, disponible en [http : // www.elsevier.com/locate/matcom](http://www.elsevier.com/locate/matcom).
- [44] G. Hennenberger, "Electrical Machines I, Basics, Design, Function, Operation," Lecture Electrical Machines I, Aachen University, Winter 2002/2003.
- [45] J. Faiz, I. Tabatabaei and H. A. Toliyat, "An evaluation of inductances of a squirrel-cage induction motor under mixed eccentric conditions," IEEE Trans. On Energy Conversion, vol. 18, no. 2, pp. 252-258, June 2003.
- [46] B. Ozpineci and L. M. Tolbert, "Simulink implementation of induction machine model – a modular approach," IEEE, pp. 728-734, 2003.
- [47] G. Houdouin, G. Barakat, B. Dakyo and E. Destobbeleer, "A winding function Theory based global method for the simulation of faulty induction machines," IEEE, pp. 297-303, 2003.
- [48] G. Bossio, C. de Angelo, J. Solsona, G. García y M. I. Valla, "Diagnostico de excentricidad del entrehierro en motores de inducción con bobinados en paralelo," X Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control (XRPIC), San Nicolás, Bs. As., Argentina, 8-10 Octubre, 2003.
- [49] I. Tabatabaei, J. Faiz, H. Lesani and M.T. Nabavi-Razavi, "Modeling and simulation of a salient-pole synchronous generator with dynamic eccentricity using modified winding function theory," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 40, no. 3, pp. 1550-1555, May 2004.
- [50] G. Bossio, C. de Angelo, J. Solsona, G. García y M. I. Valla, "A model for induction motors with non-uniform air-gap," Latin American Applied Research, vol. 35, no. 2 pp. 77-82, 2005.

-
- [51] D. Hwang, K. Lee, J. Lee, D. Kang, J. Lee and K. Choi, "Analysis of a three phase induction motor under eccentricity condition," IEEE, pp. 2609-2613, 2005.
- [52] C. Mishra, A. Routray and S. Mukhopadhyay, "Experimental validation of coupled circuit model and simulation of eccentric squirrel cage induction motor," IEEE, pp. 2348-2353, 2006.
- [53] X. Li, Q. Wu and S. Nandi, "Performance analysis of a three-phase induction machine with inclined static eccentricity," IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 43, no. 2, pp. 531-541, March/April 2007.
- [54] T. Lubin, T. Hamiti, H. Razik and A. Rezzoug, "Comparison between finite-element analysis and winding function theory for inductances and torque calculation of a synchronous reluctance machine," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 43, no. 8, pp.3406-3410, August 2007.
- [55] M. Drif and A. J. Marques, "Rotor cage fault diagnostics in three-phase induction motors, by the instantaneous phase-angle signature analysis," FCT, Portugal, 2007.
- [56] K. Ahmadian and A. Jalilian, "A new method in modeling of rotor bar skew effect in induction motor based on 2D-modified winding function method," The 8th International Power Engineering Conference (IPEC), 2007.
- [57] I. Tabatabaei and J. Faiz, "Influence of vector control algorithms on stator current harmonics in three-phase squirrel-cage induction motors under mixed eccentricity faults," IEEE, pp. 495-502, 2007.
- [58] J. Faiz, B. M. Ebrahimi, B. Akin and H. A. Toliyat, "Finite-element transient analysis of induction motors under mixed eccentricity fault," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 44, no. 1, pp. 66-74, January 2008.
- [59] M. Drif and A. J. Marques, "Airgap-eccentricity fault diagnosis, in three-phase induction motors, by the complex apparent power signature analysis," IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 55, no. 3, pp. 1404-1410, March 2008.
- [60] R. Peña, A. Medina, O. Anaya-Lara and R. McDonald, "Fast steady-state solution of the induction machine following disturbance conditions," IEEE, pp. 1-5, 2008.
- [61] H. R. Akbari, S. Sadeghi and A. H. Isfahani, "Calculation of inductances of induction machine under axial non-uniformity conditions," Journal of Electrical Engineering, vol. 60, no. 3, pp. 149-154, 2009.
- [62] J. Faiz, B. M. Ebrahimi, B. Akin and H. A. Toliyat, "Comprehensive eccentricity fault diagnosis in induction motors using finite element method," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 45, no. 3, pp. 1764-1767, March 2009.

- [63] M. Eltabach and H. Hamdan, "Induction motor fault detection by spectral principal components analysis of the supply currents," IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), Seoul, Korea, 2009.
- [64] J. Faiz and M. Ojaghi, "Unified winding function approach for dynamic simulation of different kinds of eccentricity faults in cage induction machines," IET (Institution of Engineering and Technology) Electr. Power Appl., vol 3, Iss. 5, pp. 461-470, 2009.
- [65] J. Ramírez, O. de la Torre y J. Carrillo, "Metodología e instrumentación para la medición de excentricidad en generadores hidroeléctricos en operación," Científica, vol. 13, no.3, pp. 115-121, Julio-Septiembre 2009.
- [66] J.H. Cerón, R. Flores y T. I. Asiaín, "Diagnóstico de fallas mecánicas y eléctricas en máquinas eléctricas rotatorias en el dominio de la frecuencia utilizando bandas laterales", XI Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, México D.F., 2009.
- [67] O. Villareal, T.I. Asiaín y D. Ruíz, "Determinación de la constante de inercia de máquinas eléctricas de laboratorio por medio de las dimensiones y peso del rotor," XII Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, México D.F., Noviembre 2010.
- [68] A. K. Ibrahim, M. I. Marei, H. S. El-Gohary and S. A. Shehata, "Modeling of induction motor based on winding function theory to study motor under stator/rotor internal faults," Proceedings of the 14th International Middle East Power Systems Conference, Cairo University, Egypt, paper ID 215, pp. 494-500, December 2010.
- [69] B.M., Ebrahimi and J.Faiz, "Diagnosis and performance analysis of three phase permanent magnet synchronous motors with static, dynamic and mixed eccentricity," Electric Power Applications, IET, vol. 4, pp. 53-, January, 2010.
- [70] H. Akbari, H. Meshgin-Kelk and J. Milimonfared, "Extension of winding function theory for radial and axial non-uniform air gap in salient pole synchronous machines," Progress In Electromagnetics Research, vol. 114, pp. 407-428, 2011.
-
- [71] J. A. Pérez, "Control Óptimo de Generadores," Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., 1986.
- [72] C. A. Rivera, "Modelos Aproximados para Motores de Inducción en Estudios de Estabilidad Transitoria en Sistemas Eléctricos de Potencia," Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., Junio 1989.

-
- [73] T. I. Asiaín, “Utilización de las Máquinas Generalizadas en la Determinación Experimental de Parámetros en Máquinas Síncronas y de Inducción,” Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., Julio 1991.
- [74] D. Ruiz, “Efecto de los Modelos de Motores de Inducción en Sistemas Eléctricos de Potencia,” Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., Enero 1996.
- [75] G. Acosta, “Clarificación y Manejo de los Sistemas Por Unidad en la Modelación de la Máquina Síncrona,” Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., 1997.
- [76] F. A. Carvajal, “Diagnostico en Línea de Motores de Gran Capacidad Mediante la Detección de Descargas Parciales Utilizando Técnicas de Banda Ultra Ancha (UWB),” Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., Octubre 2003.
- [77] I. Albino, “Impacto de la Excentricidad Estática en la Estabilidad Transitoria de un Generador de Polos Salientes,” Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., Octubre 2004.
- [78] J. H. Cerón, “Efectos de la Excentricidad en la Estabilidad Transitoria de la Máquina Síncrona de Polos Salientes,” Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., Agosto 2010.
- [79] D. Olguín, “Apuntes de Máquinas Avanzadas I”, SEPI-ESIME, IPN.2009.
- [80] D. Ruiz y D. Olguín, “Modelos Matemáticos de la Máquina de Inducción para Estudios de Flujos de Potencia y de Estabilidad a Grandes Disturbios”, Reporte interno no. SEPI-IE-9504, México D.F., Abril de 1995.
- [81] R. Flores y D. Olguín, “Ecuaciones del Motor de Inducción”, Reporte interno no. SEPI-IE-201002, México D.F., Febrero de 2010.
- [82] R. Flores y D. Olguín, “Reconstrucción y obtención de las dimensiones y parámetros del motor de inducción prototipo”, Reporte interno no. SEPI-IE-201104, México D.F., Abril de 2011.

- [83] R. Flores y D. Olgún, “Descripción del Simulador Digital MMIEEE”, Reporte interno no. SEPI-IE-201105, México D.F., Mayo de 2011.
- [84] IEEE Standard 112, “Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators”, Electric Machinery Committee of the IEEE Power Engineering Society, 2004.

Productos obtenidos

Artículos

- R. Flores Ángeles, D. Olgún Salinas, “Efecto de la excentricidad estática en la dinámica del motor de inducción”, ponencia aceptada para ser presentada del 10 al 16 de Julio de 2011 en la Vigésima Cuarta Reunión Internacional de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial, Acapulco Guerrero, México, 2011.
- Roberto Flores y Tomás I. Asiaín , “Diagnóstico de fallas en máquinas eléctricas rotatorias utilizando la técnica de espectros de frecuencia de bandas laterales”, artículo aceptado para publicación en la revista internacional Información Tecnológica , será publicado en el volumen 22 número 4 , Julio-Agosto, 2011.
- R. Flores Ángeles, D. Olgún Salinas, “Método de función de devanado para el cálculo de las inductancias del motor de inducción con rotor jaula de ardilla”, XII Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, México D.F., 2010.
- R. Flores Ángeles, D. Olgún Salinas, “Comparación de los modelos del motor de inducción en los marcos de referencia $dq0$ arbitrario y abc ”, Vigésima Tercera Reunión de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial, Acapulco Guerrero, México, 2010.
- J. H. Cerón Guerrero, R. Flores Ángeles, T. I. Asiaín Olivares, “Diagnóstico de fallas mecánicas y eléctricas en máquinas eléctricas rotatorias en el dominio de la frecuencia utilizando bandas laterales”, XI Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, México D.F., 2009.

Programas

- Programa MMIIEE en Fortran 90 para la simulación de arranque y falla a tierra del motor de inducción en el marco de referencia abc empleando el método de función de devanado para el cálculo de las inductancias.
- Programa MIARB en Matlab-Simulink para la simulación del arranque del motor de inducción en el marco de referencia $dq0$ arbitrario incluyendo máquina modificada.
- Programa MIABC en Matlab-Simulink para la simulación del arranque del motor de inducción en el marco de referencia abc .

Apéndice A. Generalidades del Motor de Inducción

A.1 Introducción

Es necesario conocer los principios de funcionamiento del motor de inducción para comprender las principales ecuaciones que rigen su comportamiento dinámico. De esta forma, en el presente apéndice se presentan algunos puntos importantes como son el campo magnético rotatorio en el entrehierro, el concepto de deslizamiento, el circuito equivalente y diagrama fasorial en estado estacionario [8,13].

A.2 Campo magnético rotatorio

Considerando que se alimentará a un estator cuyos devanados están desfasados 120° en el espacio, con corrientes desfasadas 120° en el tiempo y suponiendo que estas forman un sistema trifásico balanceado.

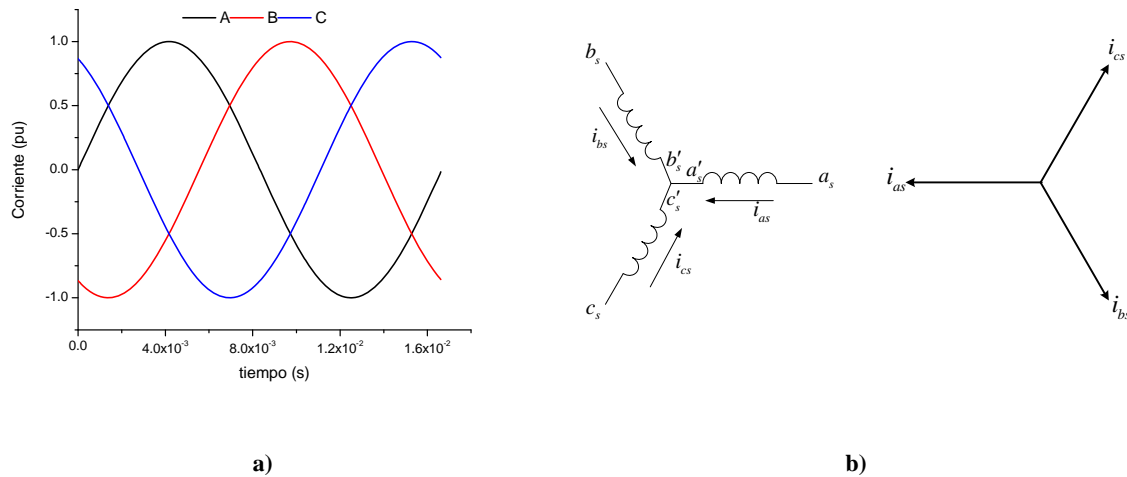


Figura A.1 a) Corrientes desfasadas 120° en el tiempo, b) devanados distribuidos en el espacio desfasados 120° .

Considerando el instante de tiempo $t = t_0$ cuando $i_{as} = i_{cs} = I_m/2$ y $i_{bs} = -I_m$ se tiene que la corriente en la fase b cambiará de sentido y en este instante el diagrama de la figura A.1 se

modificará dando como resultado una corriente resultante que si se multiplica por el número de vueltas en el estator se tendrá como resultado la fuerza magnetomotriz resultante de las tres corrientes. Igualmente si se toma un tiempo $t = t_1$ $t = t_0$ cuando $i_{as} = I_m$ y $i_{bs} = i_{cs} = -I_m/2$, en este caso la fmm habrá rotado un ángulo de 60° en el espacio. Así sucesivamente par diferentes tiempos se tiene un campo magnético rotatorio en el entrehierro de la máquina. Cuando transcurre un ciclo el flujo habrá dado una revolución completa (si la máquina es de dos polos). En la figura A2 se muestra el campo rotatorio y su posición para diferentes tiempos. Cuando el número de polos aumenta la velocidad del campo disminuye debido a la relación que se tiene entre la velocidad mecánica y la velocidad eléctrica descrita por la siguiente ecuación:

$$\omega_r = \frac{p}{2} \omega_{mr} \quad \text{A.1}$$

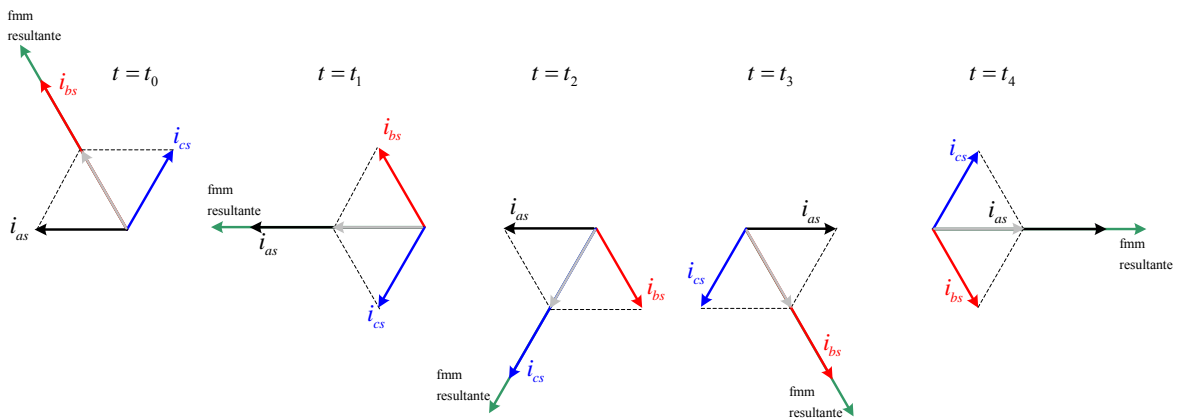


Figura A.2 Flujo magnético rotatorio en el espacio. Posición de la fmm resultante para diferentes instantes de tiempo.

La velocidad de rotación del campo magnético en base a la ecuación A1 está dada por:

$$N_e \left[\frac{rev}{min} \right] = \frac{2}{P} \omega_e \left[\frac{rad}{s} \right] \left[\frac{60(s/min)}{2\pi(rad/rev)} \right] \quad \text{A.2}$$

$$\omega_e = 2\pi f_e \quad \text{A.3}$$

$$N_e \left[\frac{rev}{min} \right] = \frac{120 f_e}{P} \quad A.4$$

Que es la velocidad de la fmm en rev/min en el enterhierro. Esta velocidad se define como la velocidad síncrona.

A.3 Deslizamiento

El voltaje inducido en las barras del rotor depende de la velocidad relativa de éste con el campo magnético giratorio del estator. Para describir este movimiento relativo se tienen dos términos importantes, uno de ellos es la velocidad de del deslizamiento, que es la diferencia entre la velocidad síncrona y la velocidad del rotor; el segundo es el deslizamiento en por unidad o en una base porcentual. Ambos se describen por las ecuaciones siguientes [8]:

$$\omega_{sl} = \omega_e - \omega_r \quad A.5$$

$$s = \frac{\omega_{sl}}{\omega_e} \quad A.6$$

Este último valor varía entre cero y uno para la operación como motor. El cero indicaría que el rotor está girando a velocidad síncrona y un valor igual a la unidad indica que el rotor esta detenido. El rotor gira a una velocidad cercana a la síncrona pero nunca igual a esta, ya que si esto ocurriera no existiría movimiento relativo entre ambos devanados y no habría inducción electromagnética entre ambos. Principio de funcionamiento físico al cual se debe la operación de la máquina.

A.4 Circuito equivalente y diagrama fasorial en estado estacionario

El circuito equivalente es de gran ayuda para el estudiar y predecir el comportamiento de la máquina con cierta exactitud. El circuito presentado es por fase y en el caso del rotor jaula

de ardilla el circuito del rotor puede ser representado por un devanado trifásico equivalente. Como las corrientes fluyen en ambos devanados, se producen campos magnéticos rotatorios en el entrehierro que giran a la misma velocidad sincronía. El campo magnético resultante induce voltajes a la frecuencia de alimentación en el estator y en el rotor a una frecuencia diferente a la suministrada [8,13] . El campo giratorio síncrono produce una fuerza contraelectromotriz V_m la cual es convertida posteriormente en un voltaje dependiente del deslizamiento $V_r' = nsV_m$ en la parte del rotor, donde n es la relación del número de vueltas entre los devanados del estator y rotor y s es el deslizamiento en por unidad. El voltaje terminal en el estator V_s difiere de V_m por la caída de tensión en la resistencia del estator R_s y la inductancia de dispersión L_{ls} . La corriente I_0 tiene dos componentes : pérdidas en el núcleo $I_c = V_m/R_m$ y una componente de magnetización $I_m = V_m/\omega_e L_m$, donde R_m es la resistencia por las pérdidas del núcleo y L_m la inductancia de magnetización. El voltaje inducido en el rotor V_r' provoca una corriente I_r' a la frecuencia de deslizamiento ω_{sl} , la cual es limitada por la resistencia del rotor R_r' y la reactancia de dispersión $\omega_{sl}L_{lr}'$. La corriente del estator I_s esta formada por la corriente de excitación I_0 y la corriente reflejada en el rotor I_r [13].

Para la deducción del circuito equivalente se parte de la operación del transformador, ya que la máquina de inducción presenta una construcción similar, con la diferencia que el devanado secundario tiene movimiento y esta cortocircuitado. En el secundario aparece el término del deslizamiento debido al giro del mismo:

$$f_r = sf_e \tag{A.7}$$

El circuito equivalente considerando el transformador ideal entre los devanados del estator y rotor es el que a continuación se muestra:

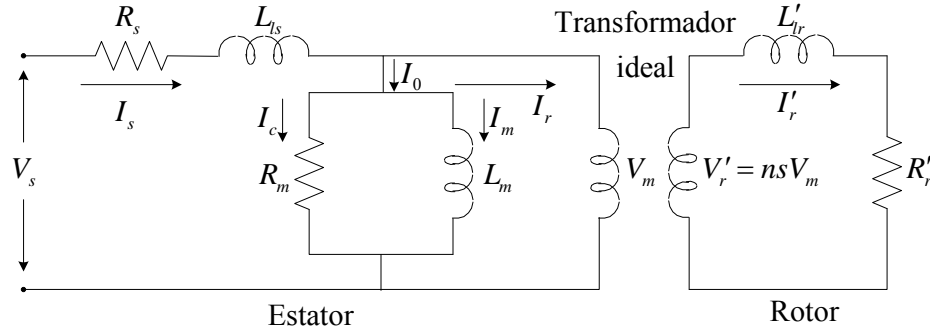


Figura A.3 Circuito equivalente con acoplamiento transformador.

Desarrollando la malla del rotor se tiene:

$$I_r' = \frac{n s V_m}{R_r' + \omega_{sl} L_{lr}'} \quad \text{A.8}$$

Por transformador ideal se tiene:

$$I_r = n I_r' = \frac{n^2 s V_m}{R_r' + \omega_{sl} L_{lr}'} \cdot \frac{1/n^2 s}{1/n^2 s} = \frac{V_m}{\left(\frac{R_r'}{s}\right) + j \omega_e L_{lr}} \quad \text{A.9}$$

donde:

$$\frac{R_r'}{n^2}, \quad L_{lr} = \frac{L_{lr}'}{n^2} \quad \text{A.10}$$

Los valores del rotor están referidos al estator, de esta forma ambos circuitos están a la misma frecuencia, por lo tanto el circuito equivalente que se obtiene es el siguiente [8,13]:

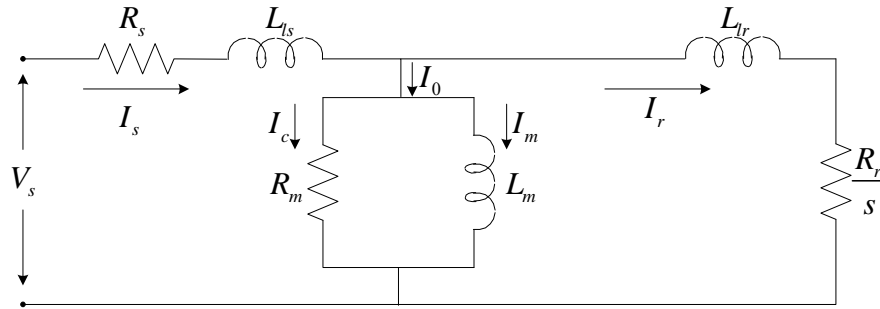


Figura A.4 Circuito equivalente por fase con valores referidos al estator.

El diagrama fasorial correspondiente al circuito equivalente mostrado en la figura A4 se muestra en la figura A5. En este se puede observar de manera mas clara la operación del motor en estado estacionario. El diagrama fasorial y el circuito equivalente son de utilidad para describir el comportamiento de la máquina.

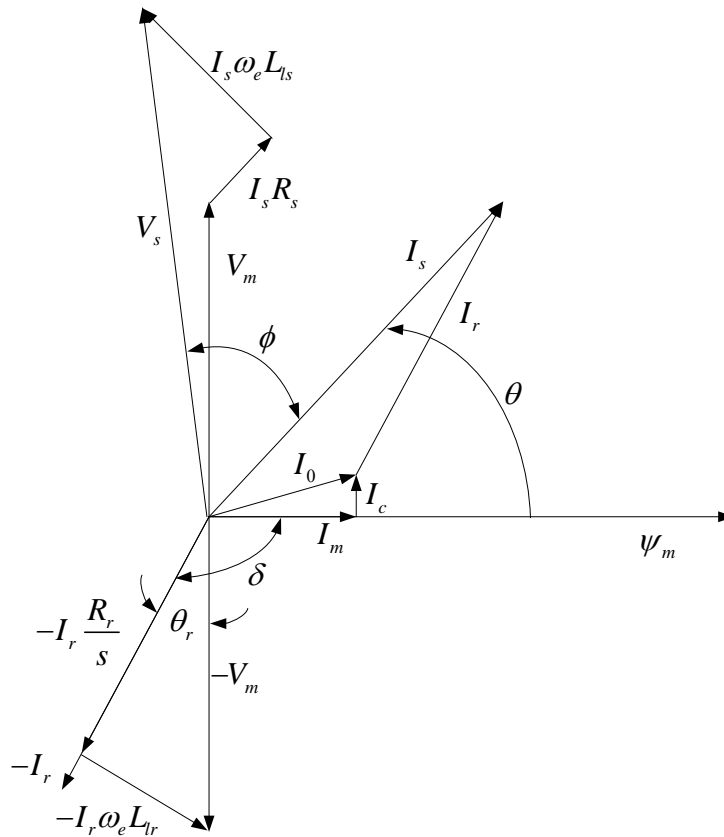


Figura A.5 Diagrama fasorial para el circuito equivalente de la figura A.4 [13].

A.5 Expresiones de par en el marco de referencia abc

Dentro de la simulación de la dinámica del motor de inducción es necesario tener una expresión de par electromagnético adecuada dependiendo si se va a trabajar en unidades reales o en por unidad, si se trabaja con las variables del estator o del rotor. Partiendo de la convención IEEE [24] se llega a la siguiente expresión de par en el marco dq0 en unidades reales:

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right) [\psi_{qs} i_{ds} - \psi_{ds} i_{qs}] \quad \text{A.11}$$

Aplicando la transformación inversa se obtienen la siguientes expresiones en unidades reales (A.11) y en por unidad (A.12):

$$T_e = \left(\frac{\sqrt{3} \cdot P}{6}\right) \{ \psi_{as} (i_{bs} - i_{cs}) + \psi_{bs} (i_{cs} - i_{as}) + \psi_{cs} (i_{as} - i_{bs}) \} \quad \text{A.12}$$

$$\bar{T}_e = \left(\frac{2\sqrt{3}}{9}\right) \{ \bar{\psi}_{as} (\bar{i}_{bs} - \bar{i}_{cs}) + \bar{\psi}_{bs} (\bar{i}_{cs} - \bar{i}_{as}) + \bar{\psi}_{cs} (\bar{i}_{as} - \bar{i}_{bs}) \} \quad \text{A.13}$$

En variables del rotor se tiene:

$$T_e = \left(\frac{\sqrt{3} \cdot P}{6}\right) \{ \psi'_{ar} (i'_{cr} - i'_{br}) + \psi'_{br} (i'_{ar} - i'_{cr}) + \psi'_{cr} (i'_{br} - i'_{ar}) \} \quad \text{A.14}$$

$$\bar{T}_e = \left(\frac{2\sqrt{3}}{9}\right) \{ \bar{\psi}'_{ar} (\bar{i}'_{cr} - \bar{i}'_{br}) + \bar{\psi}'_{br} (\bar{i}'_{ar} - \bar{i}'_{cr}) + \bar{\psi}'_{cr} (\bar{i}'_{br} - \bar{i}'_{ar}) \} \quad \text{A.15}$$

Si se considera la convención donde el eje q adelanta al d los signos de las expresiones anteriores se invierten, por ejemplo de A.11 y A.12 se tiene:

$$T_e = \left(\frac{\sqrt{3} \cdot P}{6}\right) \{ \psi_{as} (i_{cs} - i_{bs}) + \psi_{bs} (i_{as} - i_{cs}) + \psi_{cs} (i_{bs} - i_{as}) \} \quad \text{A.16}$$

$$\bar{T}_e = \left(\frac{2\sqrt{3}}{9}\right) \{ \bar{\psi}_{as} (\bar{i}_{cs} - \bar{i}_{bs}) + \bar{\psi}_{bs} (\bar{i}_{as} - \bar{i}_{cs}) + \bar{\psi}_{cs} (\bar{i}_{bs} - \bar{i}_{as}) \} \quad \text{A.17}$$

Apéndice B. Análisis de Fourier

B.1 Introducción

El análisis de Fourier menciona que una función periódica se puede describir de una forma más simple mediante un término constante más una serie finita de términos senoidales y cosenoidales de frecuencia $n\omega$, donde n es un número par. En este caso esta herramienta es de utilidad para representar una función de devanado arbitraria en una suma de funciones sinusoidales [17].

B.2 Representación de una función por funciones sinusoidales

Sea una función periódica [17]:

$$f(t) = f(t+T) \quad (\text{B.1})$$

Puede ser representada por la siguiente expresión:

$$f(t) = A_0 + C_1 \cos(\omega_0 t + \theta) \quad (\text{B.2})$$

Donde A_0 es el valor medio, el cual indica la altura promedio de la función sobre el eje de las abscisas, C_1 es la amplitud de la oscilación de la función coseno, ω_0 es la frecuencia angular que indica el número de ciclos en un periodo de tiempo y θ que es el ángulo de defasamiento, que indica el desplazamiento horizontal de la función respecto de una referencia, puede ser medido como la distancia en radianes desde $t = 0$ hasta el punto en el que el coseno inicia un nuevo ciclo. La frecuencia angular (rad/tiempo) está relacionada con la frecuencia (ciclos/tiempo) como sigue [17]:

$$\omega_0 = 2\pi f \quad (\text{B.3})$$

y la frecuencia está relacionada con el periodo (tiempo) como:

$$f = \frac{1}{T} \quad (\text{B.4})$$

Utilizando la siguiente identidad trigonométrica en (B.2):

$$C_1 \cos(\omega_0 t + \theta) = C_1 [\cos(\omega_0 t) \cos(\theta) - \text{sen}(\omega_0 t) \text{sen}(\theta)] \quad (\text{B.5})$$

Sustituyendo (B.5) en (B.2):

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t) + B_1 \text{sen}(\omega_0 t) \quad (\text{B.6})$$

donde:

$$A_1 = C_1 \cos(\theta) \quad B_1 = -C_1 \text{sen}(\theta) \quad (\text{B.7})$$

Dividiendo las expresiones anteriores y despejando θ :

$$\theta = \arctan\left(-\frac{B_1}{A_1}\right) \quad (\text{B.8})$$

si $A_1 < 0$, se le debe sumar π a θ .

Elevando al cuadrado y sumando las expresiones de (B.7):

$$C_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \quad (\text{B.9})$$

Otra forma de representar (B.2) es utilizando la función seno en lugar de coseno:

$$f(t) = A_0 + C_1 \text{sen}(\omega_0 t + \delta) \quad (\text{B.10})$$

Solo que se tienen que hacer algunas equivalencias entre las funciones ya que el coseno esta adelantado $\pi/2$ respecto del seno:

$$\text{sen}(\omega_0 t + \delta) = \cos\left(\omega_0 t + \delta - \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{B.11})$$

$$\cos(\omega_0 t + \theta) = \text{sen}\left(\omega_0 t + \theta + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{B.12})$$

De otra forma $\theta = \delta - \pi/2$.

La ecuación (B.6) puede ser representada como un modelo lineal de mínimos cuadrados de la siguiente forma [17]:

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t) + B_1 \text{sen}(\omega_0 t) + e \quad (\text{B.13})$$

el modelo general para la representación de los mínimos cuadrados es el siguiente:

$$y = a_0 z_0 + a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_m z_m + e \quad (\text{B.14})$$

donde $z_0 = 1$, $z_1 = \cos(\omega_0 t)$, $z_2 = \text{sen}(\omega_0 t)$, y los demás términos $z'_s = 0$. El objetivo es determinar los valores de los coeficientes que minimizan la expresión:

$$S_r = \sum_{i=1}^N \left\{ y_i - [A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t_i) + B_1 \text{sen}(\omega_0 t_i)] \right\}^2 \quad (\text{B.15})$$

las ecuaciones para hacer esta minimización pueden ser escritas en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} N & \sum \cos(\omega_0 t) & \sum \text{sen}(\omega_0 t) \\ \sum \cos(\omega_0 t) & \sum \cos^2(\omega_0 t) & \sum \cos(\omega_0 t) \text{sen}(\omega_0 t) \\ \sum \text{sen}(\omega_0 t) & \sum \cos(\omega_0 t) \text{sen}(\omega_0 t) & \sum \text{sen}^2(\omega_0 t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum y \cos(\omega_0 t) \\ \sum y \text{sen}(\omega_0 t) \end{bmatrix} \quad (\text{B.16})$$

Estas ecuaciones pueden ser empleadas para calcular los coeficientes. Analizando un caso especial donde hay N observaciones equidistantes en intervalos de Δt con un registro de $T = (N - 1) \Delta t$. Para este caso, los valores promedio pueden determinarse como:

$$\begin{aligned} \frac{\sum \text{sen}(\omega_0 t)}{N} &= 0 & \frac{\sum \cos(\omega_0 t)}{N} &= 0 \\ \frac{\sum \text{sen}^2(\omega_0 t)}{N} &= \frac{1}{2} & \frac{\sum \cos^2(\omega_0 t)}{N} &= \frac{1}{2} \\ \frac{\sum \cos(\omega_0 t) \text{sen}(\omega_0 t)}{N} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

para puntos equidistantes (B.16) queda como:

$$\begin{bmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & N/2 & 0 \\ 0 & 0 & N/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum y \cos(\omega_0 t) \\ \sum y \text{sen}(\omega_0 t) \end{bmatrix} \quad (\text{B.18})$$

Resolviendo para el vector de coeficientes, la inversa de la matriz diagonal es otra matriz diagonal que sus elementos son los recíprocos de la original. Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/N & 0 & 0 \\ 0 & 2/N & 0 \\ 0 & 0 & 2/N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum y \cos(\omega_0 t) \\ \sum y \text{sen}(\omega_0 t) \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

o de forma desarrollada:

$$A_0 = \frac{\sum y}{N}, \quad A_1 = \frac{2}{N} \sum y \cos(\omega_0 t), \quad B_1 = \frac{2}{N} \sum y \text{sen}(\omega_0 t) \quad (\text{B.20})$$

Este análisis se puede generalizar como:

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t) + B_1 \text{sen}(\omega_0 t) + A_2 \cos(2\omega_0 t) + B_2 \text{sen}(2\omega_0 t) \\ + \dots + A_m \cos(m\omega_0 t) + B_m \text{sen}(m\omega_0 t) \quad (\text{B.21})$$

Y los coeficientes para intervalos de datos iguales se calculan como:

$$A_0 = \frac{\sum y}{N}, \quad \left. \begin{array}{l} A_j = \frac{2}{N} \sum y \cos(j\omega_0 t) \\ B_j = \frac{2}{N} \sum y \text{sen}(j\omega_0 t) \end{array} \right\} j = 1, 2, \dots, m \quad (\text{B.22})$$

B.3 Análisis de una onda periódica

El procedimiento está basado en las series de Fourier [19]:

1. Seleccionar el armónico que se desea analizar (H).
2. Multiplicar H por 10 para tener el mínimo de lecturas requerido por ciclo para garantizar una precisión del orden de +/- 5%.

3. Como un ciclo comprende 360° , el intervalo aproximado (D) entre lecturas es de $D=360/10H$.
4. Elaborar una tabla con 4 columnas que serán los valores del ángulo, magnitud de la función: A , $A \cdot \text{sen}(H\theta)$ y $A \cdot \text{cos}(H\theta)$.
5. En la lista se toman los grados a intervalos de D . Estos representan los ángulos en grados de la onda distorsionada durante un ciclo.
6. Seleccionar el punto de inicio de la onda distorsionada. Es usual (aunque no necesario) el momento en que la onda pasa por cero. Sin importar donde este el punto de inicio siempre se designa como ángulo de cero.
7. En la columna 2 (magnitud A), se escriben los valores de la onda distorsionada.
8. En la columna 3 sus respectivos valores de $A \cdot \text{sen}(H\theta)$.
9. En la columna 4 se calcula el producto de $A \cdot \text{cos}(H\theta)$.
10. Se calcula la suma S_1 de los valores de la columna 3 excluyendo el valor correspondiente a $\theta = 360$, luego se calcula $X = S_1 D / 180$.
11. Se calcula la suma S_2 de los valores de la columna 4 excluyendo el valor correspondiente a $\theta = 360$, luego se calcula $Y = S_2 D / 180$.
12. La amplitud del armónico esta dado por $A_H = \sqrt{X^2 + Y^2}$.
13. La posición angular del armónico con respecto al punto de inicio esta dada por : $\alpha = \arctan(Y / X)$. Si el valor de X es negativo habrá que sumarle 180° a alfa.
14. El componente armónico buscado esta dado por: $H = A_H \text{sen}(H\theta + \alpha)$.
15. La onda puede tener una componente de CD: A_0 . Se suman los valores S_0 correspondientes a la columna 2 excluyendo el de $\theta = 360$. De esta forma la componente será $A_0 = S_0 D / 360$.
16. La expresión completa del armónico buscado es : $H = A_0 + A_H \text{sen}(H\theta + \alpha)$

Un ejemplo detallado del procedimiento se muestra en [19].

Apéndice C. Dimensiones y parámetros del motor prototipo

C.1 Introducción

Una parte importante tanto para el cálculo de las inductancias como para la simulación de la dinámica del motor de inducción son las dimensiones y parámetros, por tal motivo, en esta parte se presentan los datos obtenidos de la reconstrucción y pruebas al motor prototipo.

C.2 Datos nominales y dimensiones

En la tabla C.1 se muestran los datos de placa del motor de inducción, el cual cuenta con un rotor tipo jaula de ardilla.

Tabla C.1 Datos de placa del motor prototipo.

Marca	Reliance Electric	No. Identificación	P56H1337N
No. Fases	3	HP	1
RPM	1725	Tipo	P
Tensión	230/460 V	Corriente	3.44/1.72 A
Frecuencia	60 Hz	Factor de Servicio	1.00
Operación	Continua	Clasific. aislamiento	B
Diseño NEMA	Código K	Temperatura	40°C

Para obtener las dimensiones y diseño del devanado fue necesario reconstruir la máquina con la finalidad de contar con todos los datos posibles. Es importante mencionar que la mayoría de los motores de inducción de baja potencia cuentan con devanados del tipo concéntrico con un costado de bobina por ranura, por lo que se cambió por uno del tipo distribuido con dos costados por ranura. El devanado original contaba con 6 grupos totales, 3 bobinas por grupo con paso 8-10-12, 2 grupos por fase. El procedimiento a detalle se presenta en [80]. En la Fig. C.1 se muestra el devanado y el estator terminado. En la tabla C.2 se muestran los datos necesarios para el cálculo de las inductancias.

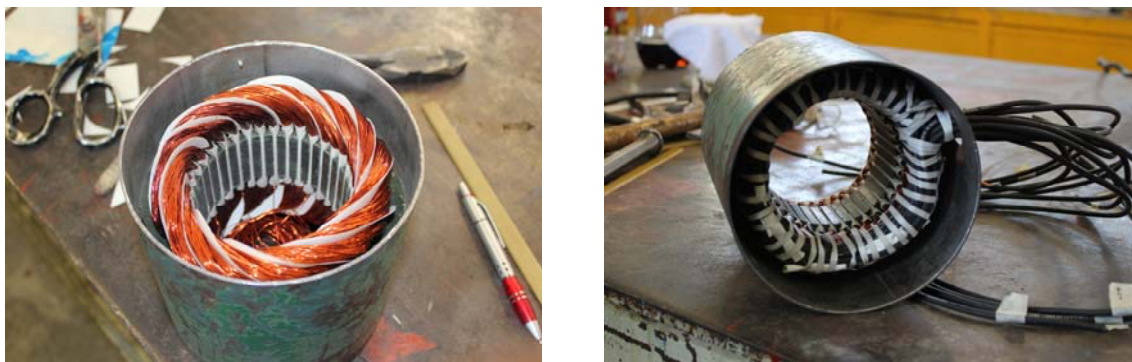


Figura. C.1 Motor prototipo. Lado izquierdo: aislamiento entre grupos. Lado derecho: 12 terminales al exterior.

Tabla C.2 Principales dimensiones del motor prototipo.

Radio interno del estator	0.046725 m	Radio del rotor	0.046525 m
Radio medio	0.046625 m	Entrehierro	0.0006 m
Longitud núcleo estator	0.0466583 m	Conexión estator	Estrella
No. Polos	4	No. Ranuras estator	36
No. Barras rotor	44	Espiras /bobina	42
Total no. grupos	12	Grupos/fase	4
Bobinas/grupo	3	Paso	9

C.3 Parámetros del circuito equivalente

Se realizaron las pruebas de resistencia óhmica, en vacío y a rotor bloqueado para obtener los parámetros del circuito equivalente, siguiendo los procedimientos descritos en [8,74,84]. La constante de inercia se calculó a partir de las dimensiones geométricas y masa del rotor, empleando el procedimiento descrito en [67,74]. En [82] se presenta el protocolo de pruebas completo. En la tabla C.3 se muestran los parámetros calculados en unidades reales y en por unidad.

Tabla C.3 Parámetros del motor prototipo.

En unidades reales		En por unidad	
Rs=	2.19915 Ω	Rs=	0.0595
Xls=	2.40848 Ω	Xls=	0.0652
Rr=	1.87291 Ω	Rr=	0.0507
Xlr=	3.59475 Ω	Xlr=	0.0973
Xm=	49.26537 Ω	Xm=	1.3333
J=	0.00311 kgm^2	J=	0.0403 s

Apéndice D. Descripción del simulador digital

D.1 Introducción

Para el cálculo de las inductancias empleando el método de función de devanado y la simulación de la dinámica del motor de inducción se desarrolló un programa en lenguaje Fortran 90 denominado MMIIEE (Modelo del Motor de Inducción Incluyendo el Efecto de Excentricidad), el cual sigue la metodología de [78].

D.2 Diagrama de flujo

En la Fig. D.1 se muestra el diagrama de flujo principal que consta de 9 subrutinas.

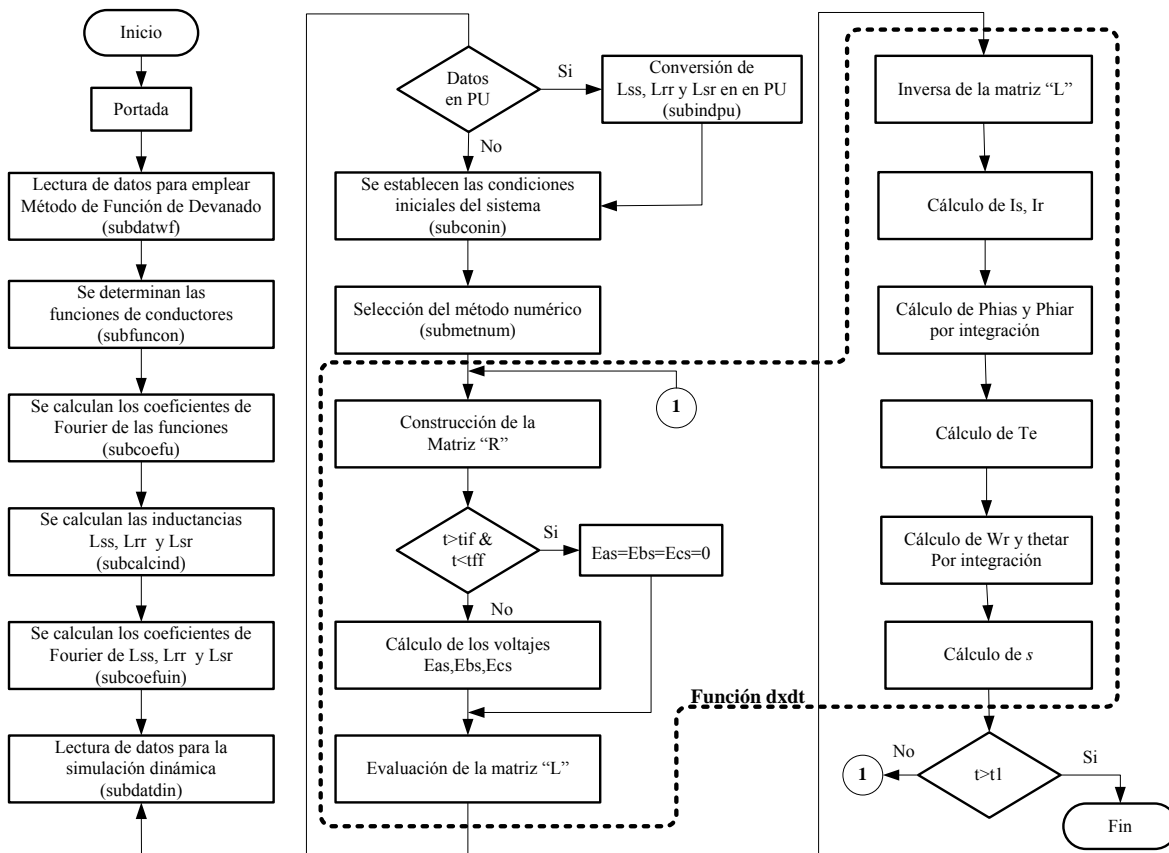


Figura D.1 Diagrama de flujo del programa principal.

D.3 Archivos de datos de entrada

El programa MMIIEE requiere de dos archivos de datos de entrada, uno contiene las dimensiones para el cálculo de las inductancias y otro los parámetros necesarios para la simulación dinámica. En las Figs. D.2 y D.3 se muestran dichos archivos.

```

prototype - Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
Datos para calcular las inductancias del motor de inducción
empleando el método de función de devanado
Número de armónicos para aproximar serie
120
Número de polos
4
Número de ranuras del estator
36
Número de barras del rotor
44
Radio del estator (average radius)
0.0465
Longitud del estator
0.0466
Entrehierro mínimo (effective airgap)
0.0006
Posición inicial de excentricidad (grados)
0.0
Grado de excentricidad dinámica
0.3
Grado de excentricidad estática
0.2
Número de puntos para considerar en los cálculos subsecuentes
3600

Distribución de conductores fase a
84,84,42,0,0,0,0,0,-42,
-84,-84,-42,0,0,0,0,0,42,
84,84,42,0,0,0,0,0,-42,
-84,-84,-42,0,0,0,0,0,42

Distribución de conductores fase b
0,0,-42,-84,-84,-42,0,0,0,
0,0,42,84,84,42,0,0,0,
0,0,-42,-84,-84,-42,0,0,0,
0,0,42,84,84,42,0,0,0

Distribución de conductores fase c
0,0,0,0,0,42,84,84,42,
0,0,0,0,0,-42,-84,-84,-42,
0,0,0,0,0,42,84,84,42,
0,0,0,0,0,-42,-84,-84,-42
    
```

Figura D.2 Archivo de datos de entrada para emplear el método de función de devanado.

```

prototypetrans - Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
Datos para la simulación transitoria del motor de inducción

DATOS GENERALES DE LA MÁQUINA
Tensión nominal de fase (Vf)[V]/pu
1.0
Potencia nominal (Pn)[W]
746.0
Frecuencia de operación (fe)[Hz]
60.0

DATOS DEL ESTATOR
Resistencia (Rs) [ohms]/pu
0.0595 !2.19015
Inductancia de dispersión (xls) [ohms]/pu
0.0652 !2.40848

DATOS DEL ROTOR
Resistencia (Rr) [ohms]/pu
0.0507 !1.87291
reactancia de dispersión (xlr) [ohms]/pu
0.0973 !3.59475
reactancia de magnetización (xm) [ohms]/pu
1.3333 !49.26537
Inercia del rotor (Jr/H) [kgm2]/[s]
0.0403 !0.003112
Par de carga mecánica (Tl) [Nm]/pu
0.0

TIEMPOS DE SIMULACIÓN
Tiempo de inicio de simulación (t0)
0.0
Tiempo de fin de simulación (t1)
0.6
Tiempo de inicio de falla (tif)
0.63
Tiempo de fin de falla (tff)
0.64

ORDEN DEL SISTEMA (numed)
8
PASO DE INTEGRACIÓN
1.0e-5
parámetros en por unidad si=1/no=0
1

Valores Base para el sistema Por Unidad
Voltaje base (Vbase,V)
179.62
Potencia base (Sbase,VA)
932.5
Corriente base (Ibase,A)
4.86
    
```

Figura D.3 Archivo de datos de entrada para la simulación transitoria.

En la parte de la simulación transitoria se tiene la posibilidad de considerar los parámetros en unidades reales o en por unidad, por lo que se debe seleccionar la opción deseada de acuerdo a los datos introducidos para que el programa realice los cálculos necesarios.

D.4 Archivos de datos de salida

Los archivos que arroja el programa son 5 que son: la función de conductores (funcon.dat), la representación de la función de conductores en series de Fourier (series.dat), la función inversa del entrehierro (inversadeg.dat), las inductancias de la máquina (inductanciasabc.dat) y por último los resultados de la simulación transitoria (dinamicami.dat). En las tablas siguientes se detalla cada uno de los archivos.

Tabla D.1 Archivo de salida funcon.dat.

Columna	Descripción
1	Ángulo en radianes mecánicos
2	Función de conductores Fase A
3	Función de conductores Fase B
4	Función de conductores Fase C

Tabla D.2 Archivo de salida series.dat.

Columna	Descripción
1	Ángulo en radianes mecánicos
2	Aproximación por series de Fourier. Devanado de la Fase A del estator
3	Aproximación por series de Fourier. Devanado de la Fase B del estator
4	Aproximación por series de Fourier. Devanado de la Fase C del estator
5	Aproximación por series de Fourier. Devanado de la Fase A del rotor
6	Aproximación por series de Fourier. Devanado de la Fase B del rotor
7	Aproximación por series de Fourier. Devanado de la Fase C del rotor

Tabla D.3 Archivo de salida inversadeg.dat.

Columna	Descripción
1	Ángulo en radianes mecánicos
4	Función inversa del entrehierro

Tabla D.4 Archivo de salida inductanciasabc.dat.

Columna	Descripción
1	Ángulo en grados mecánicos
2	Ángulo en radianes mecánicos
3	Inductancia propia de la fase A del estator
4	Inductancia propia de la fase B del estator
5	Inductancia propia de la fase C del estator
6	Inductancia mutua entre fase A y B del estator
7	Inductancia mutua entre fase A y C del estator
8	Inductancia mutua entre fase B y C del estator
9	Inductancia propia de la fase A del rotor
10	Inductancia propia de la fase B del rotor
11	Inductancia propia de la fase C del rotor
12	Inductancia mutua entre fase A y B del rotor
13	Inductancia mutua entre fase A y C del rotor
14	Inductancia mutua entre fase B y C del rotor
15	Inductancia mutua entre fase A estator y fase A rotor
16	Inductancia mutua entre fase A estator y fase B rotor
17	Inductancia mutua entre fase A estator y fase C rotor
18	Inductancia mutua entre fase B estator y fase A rotor
19	Inductancia mutua entre fase B estator y fase B rotor
20	Inductancia mutua entre fase B estator y fase C rotor
21	Inductancia mutua entre fase C estator y fase A rotor
22	Inductancia mutua entre fase C estator y fase B rotor
23	Inductancia mutua entre fase C estator y fase C rotor

Tabla D.5 Archivo de salida dinamica.dat.

Columna	Descripción
1	Tiempo
2	Enlaces de flujo de la fase A del estator
3	Enlaces de flujo de la fase B del estator
4	Enlaces de flujo de la fase C del estator
5	Enlaces de flujo de la fase A del rotor
6	Enlaces de flujo de la fase B del rotor
7	Enlaces de flujo de la fase C del rotor
8	Velocidad del rotor en radianes eléctricos (en pu)
9	Ángulo thetar
10	Corriente en la fase A del estator
11	Corriente en la fase B del estator
12	Corriente en la fase C del estator
13	Corriente en la fase A del rotor
14	Corriente en la fase B del rotor
15	Corriente en la fase C del rotor
16	Par electromagnético
17	Voltaje en la fase A del estator
18	Voltaje en la fase B del estator
19	Voltaje en la fase C del estator
20	Velocidad del rotor en rpm (si esta en unidades reales)
21	Deslizamiento en pu

D.5 Resultados del programa

Como ejemplo se presentan resultados de simulación de un arranque en vacío y falla trifásica con carga, considerando solo los parámetros del circuito equivalente, calculados en el apéndice C. En la Fig. D.4 se muestra la portada del programa.

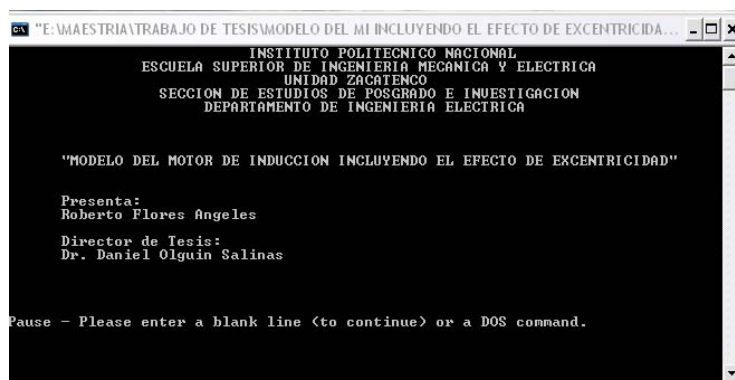


Figura D.4 Portada del programa MMIEE.

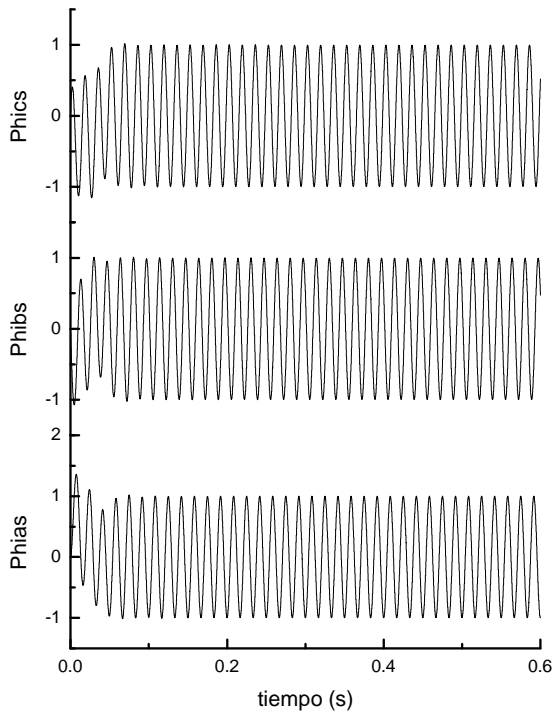


Figura D.5 Enlaces de flujo del estator en pu.

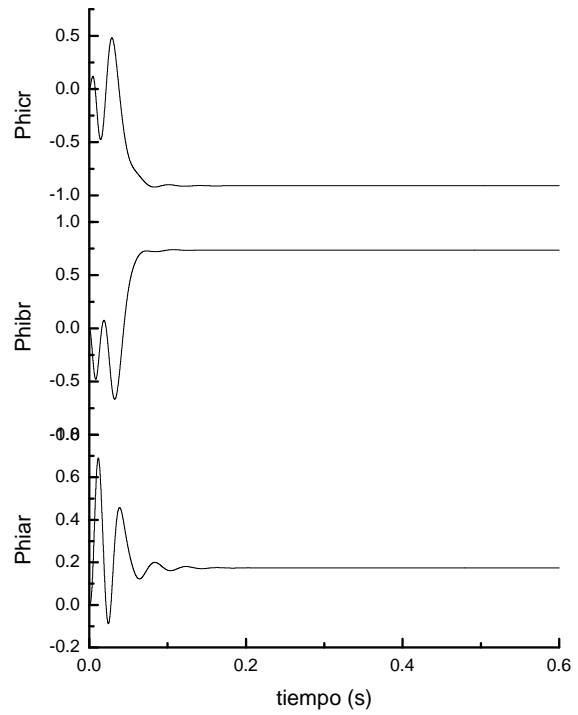


Figura D.6 Enlaces de flujo del rotor en pu.

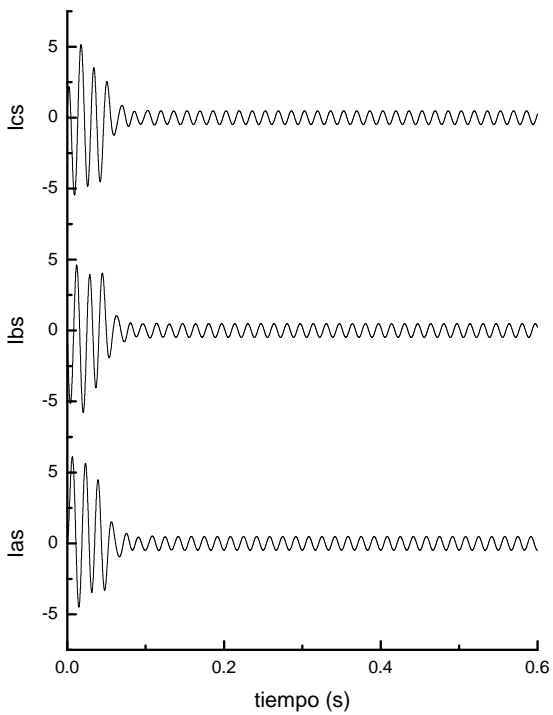


Figura D.7 Corrientes del estator en pu.

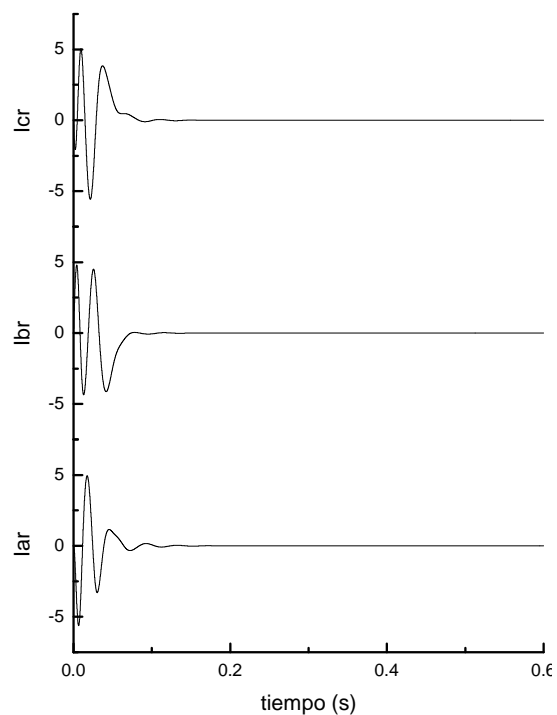


Figura D.8 Corrientes del rotor en pu.

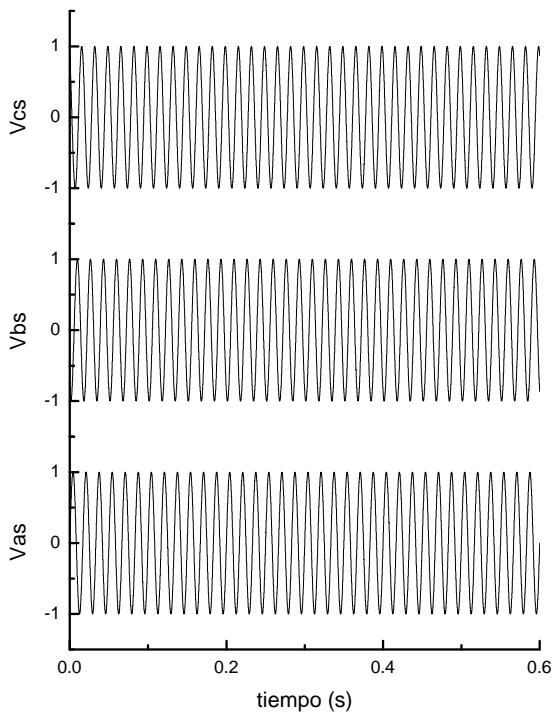


Figura D.9 Voltajes del estator en pu.

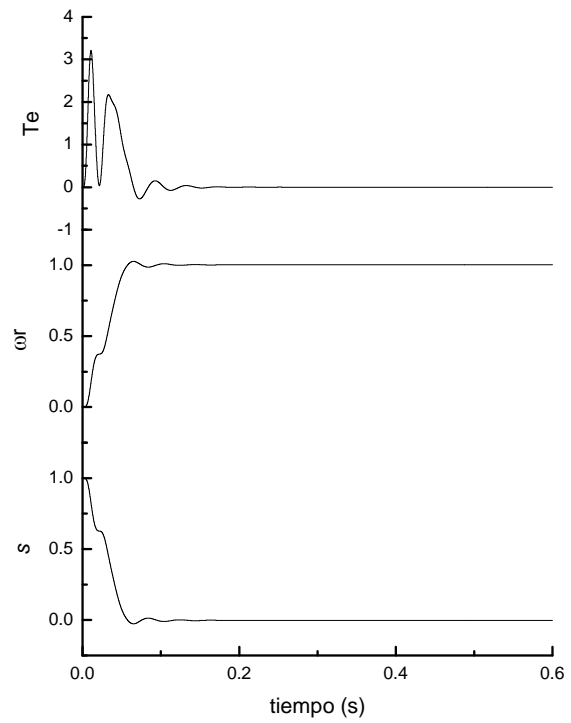


Figura D.10 Par, velocidad, deslizamiento en pu.

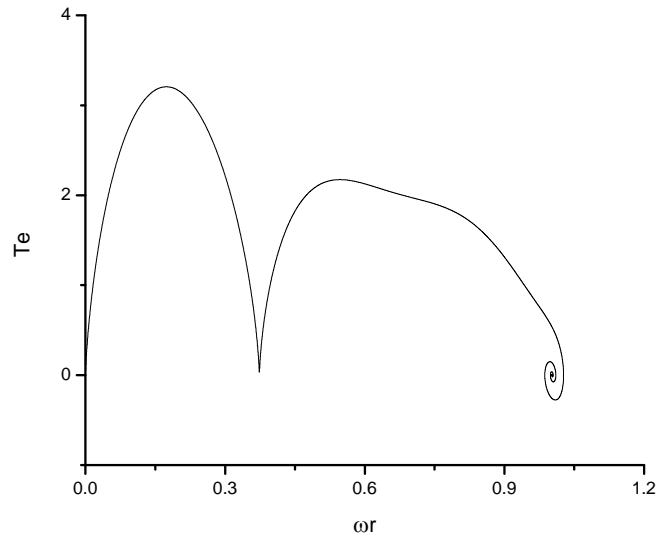


Figura D.11 Característica Par vs Velocidad en pu.

Para la falla se considera un par $T_L = 3.47$ Nm equivalente a la mitad de su par base.

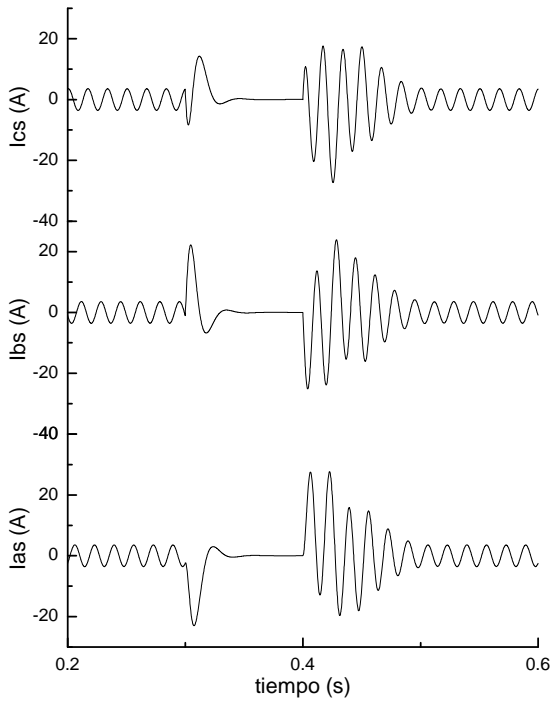


Figura D.12 Corrientes del estator durante la falla.

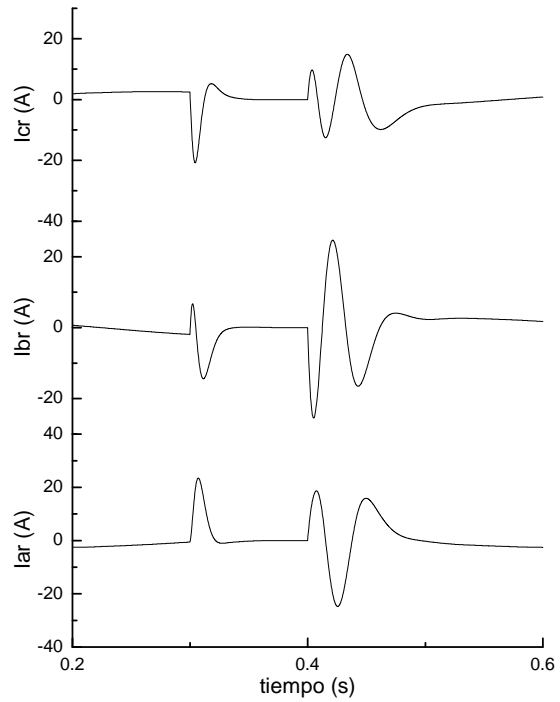


Figura D.13 Corrientes del rotor durante la falla.

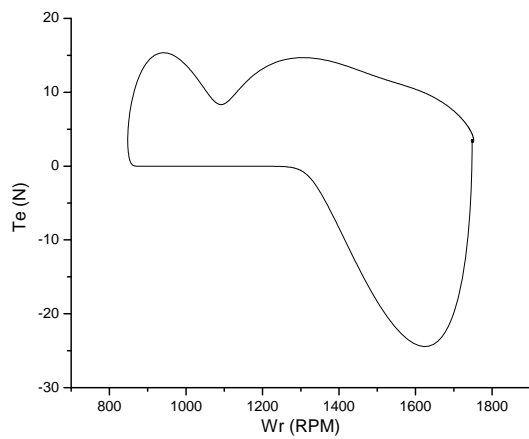


Figura D.14 Característica Par contra Velocidad durante la falla.

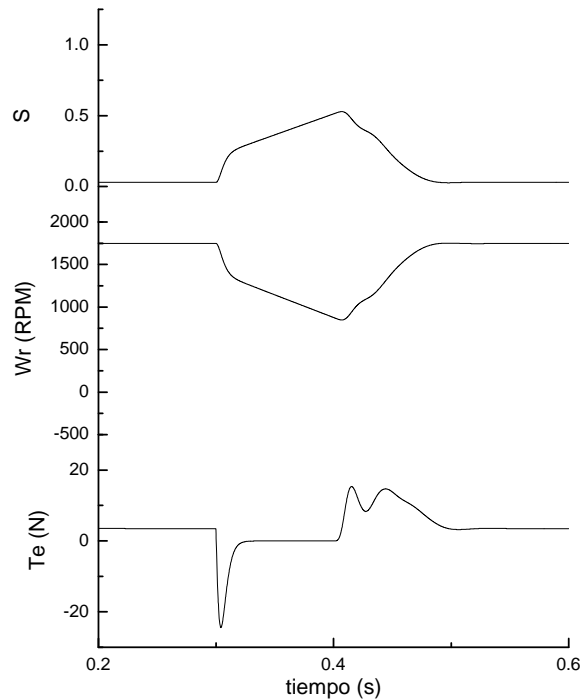


Figura D.15 Deslizamiento, velocidad, par electromagnético. Durante la falla.