

A105-0032-1

LA IMPORTANCIA DE LA ESCALA EN EL ESTUDIO DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Alma Alicia Benítez Pérez

CECyT 11, "Wilfrido Massieu", IPN

abenitez@ipn.mx

Patricia Camarena Gallardo

ESIME, Zacatenco, IPN

pcamarena@ipn.mx

Métodos de Aprendizaje: Análisis del proceso aprendizaje

Explorar la representación gráfica vía la Interpretación Global permite establecer modificaciones en la expresión algebraica para identificar su correspondiente variable visual en la gráfica, beneficiando la articulación entre dichas variables, sin embargo, desarrollar la Interpretación Global en polinomios de grado mayor que dos, parece ser una tarea compleja, debido al comportamiento del trazo, siendo la escala indispensable para construir la expresión algebraica, dada la representación gráfica. Esta propuesta se implementó a dos grupos del nivel medio superior que cursaban la asignatura de álgebra (15 a 16 años), en actividades que tomaron en cuenta la vía de interpretación global para los polinomios cuadrático y cúbico, permitiendo analizar las estrategias que el alumno emplea en situaciones que demandan la construcción de la expresión algebraica de una gráfica (recta, parábola y cúbica).

Palabras Claves: Representaciones, Interpretación Global, Escala

Introducción

La visualización matemática (Duval, 2003) no es un acto de aprehensión simultánea en el campo de la percepción, es una actividad cognitiva intencional que produce una representación en una superficie de dos dimensiones (pantalla, papel...), la cual muestra las relaciones entre las unidades que componen a las figuras, eso quiere decir que la visualización matemática expone únicamente objetos, los cuales se hacen "ver" a través de las organizaciones de las relaciones que tienen las unidades de las figuras.

La representación gráfica posee sus propias leyes de organización (Bertin, 1968), y cuyo funcionamiento se basa en la relación de dos figuras; figura fondo referida al plano cartesiano y figura-forma al trazo. Duval (1988) considera la Interpretación Global, como un tratamiento eminentemente cualitativo, pues consiste en identificar las variables visuales en la representación gráfica, explorando la forma y la orientación de la gráfica, para establecer relaciones con los variables categóricos de la expresión algebraica. Fortaleciendo la aprehensión global del contenido de la representación gráfica.

Sin embargo, la interpretación global concentra su atención en la figura-forma, y descuida la figura-fondo, la cual se considera un marco estable para el tratamiento cualitativo, ya que si es alterada la figura-fondo, al dividir localmente la unidad de graduación origina un cambio en la figura-forma, actividad que altera el comportamiento del trazo, y por lo tanto a los valores visuales. Al respecto, Duval menciona que el punto central y decisivo en el aprendizaje de las representaciones gráficas es la discriminación de las variables visuales y su coordinación con los variables categóricos de la expresión algebraica, atendiendo la discriminación de los valores visuales con relación a la figura-fondo. Para ello las actividades diseñadas deben permitir explorar las variaciones de una sola variable y mantener constantes los valores de las otras variables, con la finalidad de que los valores de las distintas variables visuales se unifiquen para ser exploradas como única figura forma/fondo.

Duval, analiza el comportamiento de la recta vía la Interpretación Global, y menciona la posibilidad de realizar un análisis similar para el caso de la parábola. El presente trabajo, ha identificado y analizado las variables visuales y las variables categóricas (expresión algebraica) para éste polinomio, su estudio reveló la dificultad para discriminar las variables visuales que caracterizan al polinomio, ya que el comportamiento del trazo presentó más variaciones que la línea recta, incrementándose el número de variables identificadas.

Respecto al estudio del polinomio cúbico, se realizó la interpretación de su contenido por esta vía, a través del análisis de las modificaciones en su expresión algebraica, tarea que fue exhaustiva, debido al comportamiento del trazo, obstaculizando la interpretación de las correspondientes variables visuales que experimentaban múltiples variaciones. Frente a esta problemática, se propuso una alternativa orientada a explorar cualitativamente el polinomio cúbico alrededor del origen en una vecindad suficientemente pequeña, por lo cual el término a_3x^3 es despreciable en magnitud respecto al resto ($a_2x^2 + a_1x^1$), lo que induce un comportamiento del polinomio de grado 3, muy “similar” al de $a_2x^2 + a_1x^1$, facilitando la identificación de las variables visuales respecto a las modificaciones aplicadas a la expresión algebraica en cuanto a los términos cuadrático y lineal, mientras que el término independiente se consideró nulo para analizar el comportamiento del trazo alrededor del origen. Este acercamiento permite explorar el contenido del trazo en una región del plano, en donde se identifica información que beneficia el reconocimiento de las “Características Visuales”, y concede establecer conexiones con la representación algebraica (Variables Categóricas).

Metodología

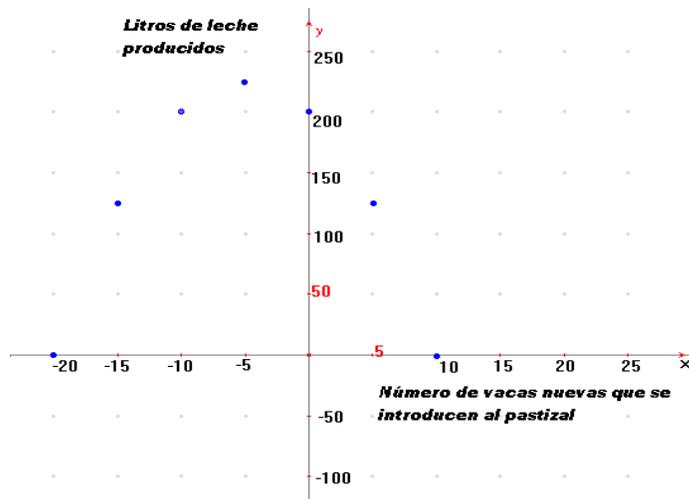
El propósito de la experiencia educativa fue proporcionar al estudiante diversas situaciones para explorar el contenido de las representaciones, empleando tratamientos que permitieran evidenciar su riqueza. Las actividades se realizaron en el contexto del curso de Álgebra. La experiencia educativa se llevó a cabo con dos grupos de 32 alumnos cada uno, del nivel medio superior (CECyT 11, Wilfrido Massieu”), y cuya duración fue de 18 semanas, respectivamente. Las edades de los alumnos fluctuaban entre 15-16 años.

Desarrollo de la Experiencia Educativa

1. Fase de introducción. La primera semana de trabajo, se introdujo a los estudiantes a través de conversaciones por parte del maestro, a la dinámica a desarrollar en el aula, es decir, trabajo en equipo y discusión en el grupo, teniendo el profesor el papel de mediador del proceso.
2. Dinámica de trabajo en el aula. La clase se organizó en equipos de 4 a 5 integrantes, formando un total de 6 equipos por grupo. Se entregó al inicio de la sesión una actividad diseñada por el profesor, para trabajarla de manera colectiva, mencionado que un integrante del equipo sería el encargado de recolectar toda la información que se obtuviera durante el proceso de solución, mientras el profesor participaba con los equipos como espectador y para proporcionar información.
3. Después de concluir la experiencia educativa, se solicitó la participación de 6 alumnos para formar 3 equipos. La actividad se llevó a cabo en la sala de Cómputo (Microsoft), y cuyas sesiones se realizaron extra clase, teniendo la duración de 2 horas.

A continuación se muestran las actividades, cuyo contexto es gráfico.

Un pastizal de 20,000 metros cuadrados sostiene a cierto número de vacas. Cada vaca tiene una producción de 10 litros de leche. Al introducir una nueva vaca en el pastizal el rendimiento de cada vaca baja en un litro, como se muestra en la siguiente gráfica.



1. ¿En qué condiciones no hay producción de leche?
2. Por cada 5 vacas que se introducen al pastizal, ¿Se incrementa la producción de leche?, Argumenta tu respuesta.
3. El abuelo ha considerado sacar del pastizal 5 vacas, ¿Se incrementa o decrementa la producción de leche?, ¿En cuánto?, Argumenta tu respuesta.
4. El abuelo ha analizado la situación y considera que por cada cinco vacas que saca del pastizal, ¿La producción de leche aumenta o disminuye?
5. La producción de leche por sacar 15 vacas del pastizal es de 125 litros de leche, y se ha considerado sacar otras 5 vacas más. ¿Cuánto se incrementa o decrementa la producción de leche?
6. Basándose en el análisis anterior, ¿Escribe la secuencia numérica que se obtiene de los incrementos o decrementos de la producción de leche?
7. De acuerdo con la información que se obtuvo, Construye la expresión algebraica que modela la situación.

Análisis de datos

La actividad muestra una situación en la cual cierto número de vacas producen leche, considerando algunas condiciones, éstas se proporcionan en el texto y gráfica. Las preguntas que constituyen la actividad, están orientadas para explorar el comportamiento del trazo, así como el contenido del plano cartesiano.

El análisis de las grabaciones, así como el trabajo escrito por los equipos, muestran diversas estrategias que emplearon para explorar el contenido de las representaciones gráfica, y algebraica, de las cuales se mencionan las siguientes:

Las estrategias que desarrollaron los equipos para construir la expresión algebraica del polinomio cuadrático, fue a través de tratamientos cualitativos y cuantitativos desde una perspectiva global, permitiendo identificar el valor numérico del término independiente, así como los valores numéricos del término cuadrático y lineal. La expresión algebraica fue explorada considerando el comportamiento del trazo y aplicación de tratamientos cualitativos, para identificar características en la curva que permitieran resolver la tarea.

Durante la exploración en la representación gráfica un tópico relevante que los equipos trabajaron fue la escala, pues depende de su exploración para determinar si la producción de leche aumenta o disminuye. Esta situación beneficia el reconocimiento de valores numéricos particulares del trazo, cuya interpretación se realiza globalmente, lo cual permite identificar la secuencia numérica que caracteriza el trazo

Conclusiones

- La interpretación global es una vía que permite identificar información relevante tanto en la representación gráfica como en la representación numérica, para explorar de manera conjunta su

trascendencia en la representación algebraica, ya que la modificación de alguna variable visual (representación gráfica) entraña una modificación en las variables categóricas de la representación algebraica. En este sentido, la figura fondo en la gráfica aporta información relevante que beneficia la identificación de información, para identificar los valores numéricos de los coeficientes que integran a la expresión algebraica. La interpretación Global permite desarrollar en el alumno habilidades para explorar, al menos dos representaciones simultáneamente, lo cual beneficia y fortalece su proceso de aprendizaje.

- Durante la experiencia educativa, los alumnos exploraron cuantitativamente la identificación de las secuencias numéricas tanto en la representación gráfica, cuyo propósito consistió en proporcionar al estudiante información para determinar los valores numéricos que constituían la expresión algebraica, teniendo como antecedente la Interpretación Global (tratamiento cualitativo) de las representaciones gráfica y algebraica. No obstante, el desempeño de los equipos para explorar el contenido de la representación gráfica, se enfocó al estudio cualitativo de las curvas, teniendo participación mínima el estudio cuantitativo global. Situación que fue motivada, debido a que en la representación gráfica la figura forma y la figura fondo están integrados en una sola forma, por lo cual la identificación de las secuencias numéricas están afectadas primero por el tipo de curva y segundo por la escala.

Bibliografía

- Benítez, A. (1999). "The Role of Representations in the Constructions of Algebraic Expressions: The Case of Polynomials", en Proceedings of the Twenty first Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol.1., ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education, pp. 398-399.
- Benítez, A. (2001). *La Escala como Factor Fundamental para Construir la Expresión Algebraica. El caso de la Recta*, en Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre la Formación de Profesores e Investigadores en Matemática Educativa. Vol. 14, pp. 428-431.
- Confrey, J. (1995), "Student Voice in Examining "Splitting" as an Approach to Ratio, Proportion, and Fractions", en L. Meira and D. Carraher (Eds.). Proceeding of the Nineteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 1, pp. 3-29.
- Confrey, J. & Costa, S. (1996). "A critique of the selection of "Mathematical Objects" as a central metaphor for advanced mathematical thinking", en International Journal of Computers for Mathematical Learning. 1, pp. 139-168.
- Dick, T. (1992). "Súper Calculadoras: Implicaciones para el Currículum de Cálculo, su Instrucción y Evaluación", en Calculators in Mathematics Education. 16. Yearbook. NCTM.
- Douady, R. (1993), "Juegos de Marcos y Dialéctica Herramienta-Objeto", en A. Ernesto Sánchez S. y Gonzalo Zubieta B (Eds.), Lecturas en Didáctica de las Matemáticas, DME-CINVESTAV, Pp. 68-87.
- Duval, R. (2000), *Basic Issues for Research in Mathematics Education*, in Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. I, Pp. 55-69.
- Duval, R. (2003), «Voir» *En Mathématiques*, en Matemáticas Educativa. Aspectos de la Investigación Actual, Eugenio Filloy (Coordinador), Centro de Investigación y de Estudios Avanzados y Fondo de Cultura Económica, México. Pp. 41-76.
- Goldin, G. (1987), *Levels of Language in Mathematical Problem Solving*, in Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics, C. Janvier. Pp. 59-66.
- Santos Trigo Luz Manuel, J. (2001), "Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas", Avances y Perspectivas, volumen 20, Pp. 247-258.