

CIRYEU -2009-018

La calculadora graficadora, un instrumento tecnológico para el aprendizaje de las matemáticas

Maximiliano De Las Fuentes Lara

Facultad de Ingeniería, U.A.B.C

Teléfono (686) 5-66-42-70 extensión 1303, correo electrónico: maxito6782@hotmail.com

José Luis Arcos Vega

Planeación, U.A.B.C.

Correo electrónico: [arcos@uabc.mx](mailto:arcos@uabc.mx)

Juan de Dios Ocampo Díaz

Facultad de Ingeniería, U.A.B.C

Presentación oral

2. La nueva visión de la educación superior

¿Hemos incorporado el paradigma de la educación permanente en nuestra educación superior y, consecuentemente, hemos promovido la renovación del proceso de enseñanza-aprendizaje, con énfasis sobre los aprendizajes?

#### RESUMEN

El propósito de la investigación que se expone, es evaluar la eficiencia de conocimientos matemáticos que logran los estudiantes de la Facultad de Ingeniería, Campus Mexicali de la Universidad Autónoma de Baja California, durante el curso de ecuaciones diferenciales, a partir de una estrategia didáctica que incorpora tecnología de la calculadora graficadora, para el caso las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden. La investigación expuesta explora y compara la relación entre el concepto sistema masa-resorte y la eficiencia de conocimientos matemáticos que adquieren los estudiantes a partir de dos enfoques distintos de enseñanza, uno tradicional y otro alternativo que incorpora tecnología de la calculadora.

Para el enfoque alternativo se diseña e implementa una estrategia didáctica basada en las teorías cognitivas (Duval, 2000) y (Hitt, 1991, 2003), la dialéctica herramienta-objeto de (Douady, 1985), las consideraciones para la enseñanza y evaluación de competencias (Pisa, 2003), (Zabala, 2008), los avances logrados en el campo tecnológico (Kutzler, 2003), (Demana y Waits, 1998) y (Laborde, 2003) y su aplicación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

La experiencia didáctica se aplicó durante 2008 a estudiantes de ingeniería observándose en general una actitud favorable al aprendizaje. Como producto de la investigación se presentan los resultados de la aplicación de un instrumento diagnóstico para evaluar las competencias matemáticas, los conocimientos matemáticos que los estudiantes logran a partir de la puesta en escena de la estrategia didáctica y determinados a partir de la aplicación y comparación de la posprueba en los grupos de investigación.

Palabras clave: Calculadora, competencias, ecuaciones diferenciales, sistema masa- resorte.

#### ABSTRACT

The purpose of the investigation that is exposed, is to evaluate the efficiency of mathematical knowledge that the students of the Ability of Engineering achieve, Campus Mexicali of the Autonomous University of Baja California, during the course of differential equations, starting from a didactic strategy that incorporates technology of the calculator graph, for the case the applications of the ordinary differential equations of second order. The exposed investigation explores and it compares the relationship among the concept system mass-spring and the efficiency of mathematical knowledge that the students acquire starting from two focuses different from teaching, one traditional and other alternative that incorporates technology of the calculator.

For the alternative focus it is designed and it implements a didactic strategy based on the theories cognitivas (Duval, 2000) and (Hitt, 1991, 2003), the dialectical tool-object of (Douady, 1985), the considerations for the teaching and evaluation of competitions (Pisa, 2003), (Zabala, 2008), the advances achieved in the technological field (Kutzler, 2003), (Demana and Waits, 1998) and (Laborde, 2003) and their application in the teaching and the learning of the mathematics.

The didactic experience was applied during 2008 to engineering students being observed in general a favorable attitude to the learning. As product of the investigation the results of the application of an instrument diagnosis are presented to evaluate the mathematical competitions, the mathematical knowledge that the students achieve starting from the setting in scene of the didactic and certain strategy starting from the application and comparison of the it proves later in the investigation groups.

**Key words:** Calculator, competitions, differential equations, system mass-spring.

## INTRODUCCIÓN

Los cursos de matemáticas de nivel superior buscan que los estudiantes se apropien de conceptos matemáticos. Los conceptos aprendidos deben ser aplicados en otros contextos diferentes al cual se aprendieron. También se espera que los estudiantes desarrollen competencias y habilidades en el manejo de dichos conceptos en sus diferentes representaciones: algebraico, numérico, gráfico e inclusive en el lenguaje natural. Esta acción presupone la plena comprensión de un concepto matemático, cuanto más si la situación de aprendizaje esta enmarcada en un contexto físico o de ingeniería.

Las actividades en ingeniería de diseño, proyecto e investigación, no sólo requieren de una buena manipulación algebraica, de la determinación de modelos o representaciones algebraicas con las que se pueda estudiar o analizar el proceso físico, químico o fenómeno de que se trate, sino también de una aprehensión conceptual del objeto matemático en cuestión con la cual sea posible además de operar o trabajar en las distintas representaciones, facultar el estudio y tratamiento de aspectos especializados en nuevas situaciones.

Si se observan las características de la enseñanza de las matemáticas en el nivel superior, es factible percatarse del empirismo de los profesores. La gran mayoría de los docentes son profesionales de algún campo de conocimiento pero no se les preparó y mucho menos formó para la docencia.

Estudios muestran claramente que la enseñanza universitaria se centra en el funcionamiento dentro del cuadro analítico o algebraico, en una praxis algorítmica y en la evaluación de las competencias algebraicas correspondientes (Artigue 1995). Sólo se prepara a los estudiantes con destrezas y capacidades algorítmicas, sin incorporar ni los avances en el conocimiento de cómo aprenden los estudiantes ni los recursos tecnológicos modernos.

Queralt (2000) en el análisis que realiza respecto del uso de la calculadora gráfica señala que al margen de su presencia y potencialidad del dispositivo electrónico, el avance con respecto a su incorporación en la educación ha sido efímera, pues básicamente esto se debe a la resistencia del profesorado para su aceptación.

Una situación que impera actualmente son los índices de reprobación estudiantil en los cursos de ecuaciones diferenciales del 30% en promedio, lo cual es preocupante, por tal motivo se rezagan o desertan más de 90 alumnos por semestre solamente debido a esta asignatura.

La calculadora graficadora y programable ha tenido en los últimos años influencia en la enseñanza de la ingeniería, las ciencias básicas y particularmente en las matemáticas. Especialistas en educación matemática reconocen la necesidad de incorporar esta tecnología en los procesos de enseñanza e investigar los efectos cognitivos que provoca en los estudiantes, las habilidades y actitudes que favorece, los problemas nuevos que contrae dicha incorporación, así como también la consideración de una evaluación distinta a la que habitualmente se realiza.

En el presente proyecto de investigación se diseña e implementa una estrategia didáctica para la mejor comprensión y aplicación del fenómeno sistema masa-resorte, que involucra en términos de contenido matemático ecuaciones diferenciales homogéneas de segundo orden con coeficientes constantes, se utiliza como herramienta tecnológica la calculadora TI-voyage 200. Esta herramienta tecnológica de apoyo para la enseñanza y el aprendizaje permite a través de sus aplicaciones visualizar y conectar de manera dinámica las distintas representaciones en la educación matemática a saber: gráfica, numérica, algebraica e icónica o física virtual. Se presentan los resultados tanto del diagnóstico como del comparativo de las competencias matemáticas logradas por los estudiantes a partir de la implementación de la estrategia didáctica y el postest.

## DESARROLLO METODOLÓGICO

El problema de investigación se ha planteado mediante el siguiente cuestionamiento: ¿Existe diferencia de las competencias matemáticas utilizando el sistema masa-resorte que alcanzan los alumnos de ingeniería cuando son sometidos a una enseñanza tradicional y con estrategia didáctica alterna que incorpora la calculadora graficadora en la Facultad de Ingeniería Mexicali?

Para efecto de dar respuesta a esta interrogante se han planteado el par de hipótesis siguiente:

**Hipótesis nula:** La enseñanza de los conocimientos matemáticos del fenómeno sistema masa-resorte en el programa de ecuaciones diferenciales mediante una estrategia didáctica que incorpora la calculadora tiene igual influencia en el nivel de eficiencia que alcanzan los alumnos, que la enseñanza basada en un esquema tradicionalista.

**Hipótesis alternativa:** La enseñanza de los conocimientos matemáticos del fenómeno sistema masa-resorte en el programa de ecuaciones diferenciales mediante una estrategia didáctica que incorpora la calculadora tiene una mayor influencia en el nivel de eficiencia que alcanzan los alumnos, que la enseñanza basada en un esquema tradicionalista.

Aquí se evalúa la eficiencia de los conocimientos mediante las competencias matemáticas de los estudiantes en cuanto modelar, plantear y resolver problemas, representar, y utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y ejecutar cálculos, puesto que tales competencias se involucran en general y de manera directa en el logro educativo y desempeño matemático de los estudiantes de ingeniería.

Se realizó un estudio explorativo y comparativo con dos grupos de estudiantes en la Universidad Autónoma de Baja California, en virtud de que se manipulan de manera intencional variables independientes y se mide la variable dependiente, así como para el establecimiento de la comparación de los dos grupos el diseño de investigación que se utiliza es el denominado experimento "puro" (Hernández, 2006). Con el objeto de comprobar la conjetura objeto de esta investigación se usa la prueba de medias (Walpole & Myers, 1989).

Con el propósito de establecer las condiciones de los estudiantes en cuanto a sus competencias matemáticas específicas (modelar, plantear y resolver problemas, representar, y utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones), logradas hasta el momento previo al inicio de abordar el estudio del fenómeno sistema masa-resorte, se diseñó y aplicó un instrumento de medición diagnóstico con la consideración de los criterios de Contreras (2004) para la generación de ítems en la construcción de exámenes del tipo criterial alineado con el currículum, a la vez es matricial ya que involucra amplitud en contenidos conceptuales y procedimentales, los cuales han sido estudiados y tratados por los estudiantes tanto en cursos de cálculo diferencial e integral, probabilidad y estadística y métodos numéricos previos, como en el propio de ecuaciones diferenciales

La estrategia didáctica es diseñada a partir de las teorías cognitivas (Duval, 1993, 2000) y (Hitt, 1991, 2003) toda vez que en las actividades que los estudiantes tienen que realizar en la estrategia se enfatiza en la habilidad para cambiar de un registro de representación a otro, además de promover el equilibrio de los distintos registros de representación (algebraico, numérico y geométrico) para no privilegiar en particular alguno de ellos; los avances logrados en el campo tecnológico (Kutzler, 2003), (Demana y Waits, 1998) rescatando dos aspectos de la enseñanza de las matemáticas, trivialización y visualización, calificados como fundamentales en los referentes teóricos citados, la trivialización en el sentido de no ser obstáculo (por la presencia y uso de la calculadora) en la complejidad algebraica de las ecuaciones diferenciales involucradas durante el proceso de modelización y resolución del fenómeno en cuestión, y la visualización en el sentido de ilustrar el objeto matemático desde sus diferentes representaciones, esta última consideración o estilo de enseñanza se le reconoce como "el poder de la visualización". Y finalmente, (Laborde, 2003) por su aplicación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, específicamente por promover en la estrategia didáctica la construcción de relaciones entre las distintas representaciones, así como de la posibilidad de conexión entre los registros, además de privilegiar los cálculos rápidos mediante el sistema de cómputo algebraico integrado a la calculadora e inherente a la propia estrategia didáctica.

En De Las Fuentes y Arcos (2007) se identifican algunos aspectos que son considerados e integrados en el diseño de la estrategia didáctica, a saber: el manejo insuficiente de las condiciones iniciales del sistema masa-resorte en el lenguaje matemático, el énfasis en el proceso de resolución de las distintas ecuaciones diferenciales que modelan los movimientos del sistema masa-resorte. Así como también se dejó entrever como necesario reforzar el tránsito del contexto numérico al físico, así como también del contexto analítico al físico

La calidad del experimento fue verificada mediante su validez interna (Hernández, 2006). Para realizar la experimentación, los estudiantes se organizaron en grupos formados por tres integrantes; haciéndoles entrega a cada uno de ellos una calculadora graficadora del tipo voyage 200. Previamente se les capacitó en el uso básico de la máquina (edición de ecuaciones, graficación de funciones, ventanas de graficación, determinación de críticos relativos y raíces reales), ya que algunos de ellos no habían

tenido contacto con la graficadora voyage 200. Se entregó a cada estudiante del equipo un cuadernillo con las actividades de aprendizaje y las instrucciones a seguir para el desarrollo de las actividades fueron dadas verbalmente por el instructor. También se indicó que las respuestas que fueran anotadas no las borrarán, aunque después consideraran que estas estuvieran equivocadas. Posteriormente, se discuten las propuestas a nivel grupal y el profesor institucionaliza el conocimiento adquirido.

Participaron en la investigación 48 estudiantes de la Facultad de Ingeniería, 30 de ellos integraban el grupo experimental, y el resto trabajaron de manera tradicional, la experimentación tuvo una duración de 12 días incluyendo la aplicación de la posprueba.

El instrumento de medición postest o posprueba esta constituido por 21 reactivos y se ha diseñado bajo las mismas consideraciones que el diagnóstico, a diferencia que se aboca a determinar la eficiencia de conocimientos adquirido por los estudiantes en cuanto a sus competencias matemáticas, alrededor de los conceptos matemáticos del fenómeno sistema masa-resorte. Se administró posterior a la terminación de la estrategia didáctica de los grupos piloto, así como también a aquellos grupos de control, de manera que la comparación de los resultados permite responder al planteamiento hipotético de origen.

La determinación de la eficiencia de los conocimientos que logran los estudiantes se llevará a cabo mediante competencias matemáticas (enlistadas en párrafos anteriores), asumiendo el modelo que PISA-OCDE utiliza para las evaluaciones internacionales.

De acuerdo a PISA (2003) la competencia matemática enfatiza en el uso funcional del conocimiento matemático en situaciones diversas de manera reflexiva y basada en una comprensión profunda, se aclara que la competencia y el conocimiento no son antagónicos, sino mas bien existe una dependencia y una interrelación entre ambos, el conocimiento matemático no debe verse solamente desde una perspectiva conceptual, es decir una persona no es competente solo por saber algo, o solo por saber hacer algo, sino por saber hacer algo, a partir del saber, es decir saber hacer a partir del saber comprendiendo lo que se hace, como se hace y porque se hace, en este sentido la teoría y la práctica no pueden estar desasociadas. De hecho el cuestionamiento sobre la desconexión entre la teoría y la práctica ha provocado, como consecuencia, una fuerte corriente de opinión favorable a una enseñanza de competencias (Zabala & Arnau, 2008).

#### ANÁLISIS DE RESULTADOS

El diagnóstico permitió establecer la uniformidad en cuanto a las competencias matemáticas de los estudiantes que participaron en la investigación, toda vez que una prueba de hipótesis de medias con un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$  evidencia que no hay diferencia en las competencias matemáticas de los estudiantes de los grupos participantes antes de iniciar la experimentación. Aún sin embargo se encuentra en De Las Fuentes y Arcos (2008) que las competencias de modelado y planteamiento y resolución de problemas es en donde se obtuvieron los valores de más baja eficiencia (0.45 y 0.47) por parte de los estudiantes de los grupos de investigación, a diferencia de las competencias de representación y la utilización del lenguaje lógico, formal y técnico y ejecución de los cálculos, en donde se presentó un rendimiento mayor (0.56 y 0.55).

La confiabilidad del instrumento de medición postest es establecida a partir del coeficiente de Kuder - Richarson (KR21), cuyos parámetros involucrados son el número de ítems, media y desviación estándar de los resultados de los estudiantes, la confiabilidad del diagnóstico calculada es 0.72, considerado como aceptable para Lafourcade (1971) para el caso de exámenes no estandarizados. También se calculó la confiabilidad por el método de mitades partidas obteniendo un coeficiente de 0.67, calificado como regular de acuerdo a la escala de Hernández (2006).

Los cálculos y resultados de la prueba de igualdad de medias para las competencias se llevó a cabo mediante los índices promedio de dificultad. Los instrumentos de medición diagnóstica y postest fueron diseñados en conjunto tanto por el investigador como por los instructores participantes en la investigación, se incluyeron solo preguntas de opción simple, una correcta y tres distractores, lo anterior con la finalidad de enfatizar de manera más objetiva en el aprovechamiento de los grupos tanto de control como piloto. Cabe señalar que en la aplicación de los instrumentos de medición no se permitió el uso de libros, acordeones, ni calculadora.

De la prueba de hipótesis de medias respecto de la dualidad conceptual, se encontró que no hay diferencia entre los grupos de control y experimental en cuanto a la dimensión procedimental, aunque se nota una mayor eficiencia en el grupo de control, sin embargo, se observa que para el caso de la dimensión estructural, el grupo experimental destaca de manera favorable,

entendiendo que en dicho grupo se evidencia la apropiación de regularidades, así como las características y atributos de los conceptos matemáticos utilizados alrededor del fenómeno físico denominado sistema masa-resorte.

Las pruebas de hipótesis para medias de los índices promedio de las competencias matemáticas para el planteamiento y resolución de problemas, representación y utilización del lenguaje simbólico y formal son favorables para el grupo experimental en el que se implementó la estrategia didáctica, no obstante, en cuanto a la competencia de modelado este grupo evidenció de manera significativa menor eficiencia de conocimientos. A la vez se observa un notable bajo rendimiento del grupo de control en cuanto a la competencia matemática para el planteamiento y resolución de problemas. Nuevamente se detecta en lo general baja eficiencia en las competencias de modelado y planteamiento y resolución de problemas respecto de las competencias de representación y utilización del lenguaje simbólico y formal. Lo cual evidencia el arraigo del enfoque de enseñanza tradicional.

#### CONCLUSIONES

La experiencia puede considerarse como exitosa en varios aspectos, por una parte logra que los estudiantes se apropien intelectualmente del problema, además se consigue que el estudiante transite adecuadamente del contexto gráfico al contexto físico, los estudiantes logran describir tanto física como geoméricamente los diferentes tipos de movimiento armónico y amortiguado. Los estudiantes asocian adecuadamente el gráfico de la ecuación de movimiento a partir de la ecuación diferencial que modela el sistema, y viceversa.

El balance general respecto de la eficiencia de conocimientos favorece al grupo experimental, como lo evidenció la prueba de hipótesis de medias respecto al aprovechamiento, en cuanto que con un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$  y  $v = 46$  grados de libertad se rechaza la hipótesis nula planteada en la investigación, toda vez que se obtiene el estadístico  $t = 2.96$  contra el rango de rechazo de la hipótesis nula  $-1.96 > t > 1.96$ , lo que significa mayor eficiencia de conocimientos de manera significativa por parte del grupo experimental.

También se identificó el reto de reforzar la competencia de modelado en el grupo experimental, toda vez que uno de los propósitos del curso de ecuaciones diferenciales para ingeniería es precisamente la posibilidad de que los estudiantes modelen los fenómenos físicos, químicos y de ciencia en general, lo anterior implicará modificar algunos aspectos del diseño de la estrategia didáctica con el apoyo de herramientas de aprovechamiento del aprendizaje en la disciplinas de ingeniería.

#### BIBLIOGRAFÍA

- Artigue, M., Douady R., Moreno L., & Gómez P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. pp. 97-140. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Contreras, L., Bachhoff, E. & Larrazolo, N. (2004). *Educación, aprendizaje y cognición. Teoría en la práctica*. México, Manual Moderno.
- De Las Fuentes, M. & Arcos, J. (2007). Una alternativa didáctica para el tratamiento del fenómeno sistema masa-resorte empleando la calculadora graficadora: Un estudio en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California. *Memorias del 7mo/ Congreso Internacional Retos y Expectativas de la Universidad, "El papel de la educación en la construcción de las sociedades del conocimiento"*.
- De Las Fuentes, M., Arcos, J. & Díaz, B. (2008). Diseño de una estrategia didáctica que incorpora tecnología de la calculadora para abordar aplicaciones de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California. *Memorias del 8vo/ Congreso Internacional Retos y Expectativas de la Universidad, Universidad y Política Educativa "Ser, Hacer y Deber Ser"*.
- Demana, F. & Waits, B. (1998). *El Rol de la Calculadora Graficadora en la Reforma de las Matemáticas*. Recuperado el 12 Marzo de 2007, del sitio de la Universidad de Ohio, Estados Unidos: <http://www.mayh.ohio-state.edu/~waitsb/roleofgraphcalc.pdf>
- Douady, R. (1985). Juego de marcos y dialéctica herramienta - objeto. *Recherches en Didactique de Mathématique*. Vol. 7, No. 2. pp. 5-31. Versión en español Ernesto Sánchez S. y Gonzalo Zubieta B. *Lecturas en Didáctica de las Matemáticas: Escuela Francesa*. DME-CINVESTAV. 1993
- Duval, R. (2000). *Representación, visión y visualización: Funciones cognitivas en el pensamiento matemático*. Recuperado el 12 Marzo de 2007, del sitio de la Université du Littoral Côte-d'Opale, Boulogne, et Centre IUFM Nord Pas-de Calais, Lille. <http://www.matedu.cinvestav.mx/e-librosydoc/pme-procee.pdf>
- Duval, R. (1993). *Registros de representaciones semióticas y funcionamiento cognoscitivo del pensamiento*. Traducción: Departamento de Matemática Educativa CINVESTAV-IPN.





---

90

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE LA UNIVERSIDAD  
Sede Instituto Politécnico Nacional

18 al 20 de Junio 2009

A DIEZ AÑOS DE LA DECLARACIÓN DE PARÍS

RETOS Y EXPECTATIVAS



#### Resumen curricular (Expositor)

El maestro De Las Fuentes cursó y aprobó la Especialidad en Docencia e el periodo de 1992 a 1994, mientras que en el periodo 1996 a 1998 realizó los estudios de Posgrado en la Universidad de Sonora, específicamente en el Departamento de Matemáticas, cursando la Maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa. Actualmente es estudiante del Doctorado en Ciencias en Educación Superior en Ingeniería. Las más recientes investigaciones están dirigidas a la incorporación de tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para estudiantes del nivel de licenciatura, particularmente con alumnos de ingeniería, así como también investigaciones relacionadas con la producción de exámenes colegiados de matemáticas del tipo criterial y su impacto en el desempeño educativo.

