

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 OBJETIVO GENERAL	3
1.1.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	4
1.3 APORTACIONES	4
1.4 ESTRUCTURA DE LA TESIS	5
2. ESTADO DEL ARTE	7
2.1 REDES NEURONALES CON ÁLGEBRA GEOMÉTRICA.....	7
2.2 MÁQUINAS DE SOPORTE VECTORIAL EN ÁLGEBRA GEOMÉTRICA.....	9
2.3 LA NEURONA HÍPER-ESFÉRICA.....	9
2.4 AGRUPANDO FORMAS IRREGULARES CON NEURONAS DE ALTO ORDEN.....	10
2.5 SUPERFICIES DE DECISIÓN ESFÉRICAS. USANDO EL MODELO CONFORME.....	11
2.6 CÁLCULO NEURONAL CON ALGEBRA GEOMÉTRICA	12
3. MARCO TEÓRICO	15
3.1 RECONOCIMIENTO Y CLASIFICACIÓN DE PATRONES	15
3.1.1 EL CONCEPTO DE PATRÓN.....	15
3.1.2 CLASIFICACIÓN DE PATRONES	16
3.1.3 SEPARABILIDAD LINEAL	19
3.1.4 REGIONES DE SOPORTE	20
3.1.5 RESTAURACIÓN DE PATRONES	21
3.1.6 CLASIFICACIÓN NO SUPERVISADA.....	24
3.2 MEMORIAS ASOCIATIVAS	26

3.2.1 REDES NEURONALES	26
3.2.2 CONCEPTOS SOBRE MEMORIAS ASOCIATIVAS.....	27
3.2.3 MODELOS DE MEMORIAS ASOCIATIVAS	30
3.3 ÁLGEBRA GEOMÉTRICA	32
3.3.1 PROPIEDADES DEL ÁLGEBRA GEOMÉTRICA	32
3.3.2 EL PRODUCTO EXTERIOR.....	34
3.3.3 EL PRODUCTO INTERIOR	37
3.3.4 EL PRODUCTO GEOMÉTRICO	38
3.4 ÁLGEBRA GEOMÉTRICA CONFORME	40
3.4.1 GEOMETRÍA CONFORME Y EL ESPACIO EUCLIDIANO	40
3.4.2 REPRESENTACIÓN DE OBJETOS.....	42
3.4.3 OBJETOS DEL ÁLGEBRA GEOMÉTRICA CONFORME.....	44
3.4.4 LA DISTANCIA Y EL PRODUCTO INTERIOR.....	46
4. MEMORIAS ASOCIATIVAS GEOMÉTRICAS.....	49
4.1 MODO PARA CLASIFICACIÓN DE PATRONES	49
4.1.1 CREACIÓN DE LAS VECINDADES HÍPER-ESFÉRICAS	50
4.1.2 NUEVO MÉTODO PARA CREAR VECINDADES ESFÉRICAS	51
4.1.3 FASE DE APRENDIZAJE	57
4.1.4 FASE DE CLASIFICACIÓN	57
4.1.5 CONDICIÓN PARA CLASIFICACIÓN PERFECTA	59
4.1.6 CONDICIÓN PARA CLASIFICACIÓN ROBUSTA	60
4.2 MODO PARA RESTAURACIÓN DE PATRONES	61
4.2.1 CREACIÓN DE LAS VECINDADES ESFÉRICAS	62
4.2.2 FASE DE APRENDIZAJE	65
4.2.3 FASE DE RESTAURACIÓN	65
4.2.4 CONDICIÓN PARA RESTAURACIÓN PERFECTA	66
4.2.5 CONDICIÓN PARA RESTAURACIÓN ROBUSTA	66
4.3 MODO PARA CLASIFICACIÓN NO SUPERVISADA	67
4.3.1 CLASIFICACIÓN NO SUPERVISADA CON ÁLGEBRA GEOMÉTRICA	68
4.3.2 NUEVO ALGORITMO DE AGRUPAMIENTO	68
5. EXPERIMENTACIÓN	71

5.1 EXPERIMENTACIÓN PARA EL MODELO DE CLASIFICACIÓN	71
5.1.1 EJEMPLOS NUMÉRICOS.....	71
5.1.2 EJEMPLOS CON PATRONES REALES.....	77
5.2 EXPERIMENTACIÓN PARA EL MODELO DE RESTAURACIÓN	80
5.2.1 EJEMPLOS NUMÉRICOS.....	80
5.2.2 EJEMPLOS CON PATRONES REALES.....	85
5.2.3 COMPARACIÓN CON OTROS MODELOS	92
5.3 EXPERIMENTACIÓN PARA CLASIFICACIÓN NO SUPERVISADA	97
5.4 DISCUSIÓN.....	102
6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	105
6.1 CONCLUSIONES	105
6.2 APORTACIONES	108
6.3 CONSIDERACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS.....	109
6.4 PUBLICACIONES GENERADAS	110
APÉNDICE A. CÓDIGOS.....	121
CLASIFICACIÓN SUPERVISADA.....	121
RESTAURACIÓN DE PATRONES	127
CLASIFICACIÓN NO SUPERVISADA	130

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1. EJEMPLOS DE OBJETOS DE UNA POBLACIÓN ESPECÍFICA.....	17
FIGURA 2. EJEMPLO DE RUIDO	18
FIGURA 3. EJEMPLOS DE CLASES LINEALMENTE Y NO LINEALMENTE SEPARABLES	20
FIGURA 4. RESTAURACIÓN DE UNA IMAGEN ALTERADA CON RUIDO	22
FIGURA 5. IMAGEN MUY AFECTADA CON RUIDO	23
FIGURA 6. MODELO DEL FILTRO PARA RECONOCIMIENTO ASOCIATIVO...	28
FIGURA 7. EJEMPLOS DE MULTI-VECTORES.....	35
FIGURA 8. TRES POSIBLES POSICIONES DE UN PUNTO CON RESPECTO A UNA HÍPER-ESFERA.	47
FIGURA 9. TRES SOLUCIONES PARA ENCONTRAR EL CENTRO Y EL RADIO DE UNA HÍPER-ESFERA.	51
FIGURA 10. MEMORIA ASOCIATIVA GEOMÉTRICA DESPUÉS DE LA FASE DE APRENDIZAJE.	58
FIGURA 11. EJEMPLO DE DOS PATRONES EN DENTRO DE UNA HÍPER-ESFERA	60
FIGURA 12. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS CLASES DEL EJEMPLO 1	72
FIGURA 13. CÍRCULOS ÓPTIMOS DE LAS CLASES DEL EJEMPLO 1	73
FIGURA 14. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS CLASES DEL EJEMPLO 2	75
FIGURA 15. ESFERAS ÓPTIMAS DE LAS CLASES DEL EJEMPLO 2	76
FIGURA 16. GRÁFICA CON LOS RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN PARA EL EJEMPLO 3.	79
FIGURA 17. GRÁFICA CON LOS RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN PARA EL EJEMPLO 4.	80
FIGURA 18. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS PUNTOS DEL EJEMPLO 5.	80
FIGURA 19. SOLUCIÓN GRÁFICA AL PROBLEMA DE MINIMIZACIÓN.	81

FIGURA 20. HÍPER-ESFERAS CORRESPONDIENTES PARA LOS PATRONES DEL EJEMPLO 5.....	82
FIGURA 21. HÍPER-ESFERAS CORRESPONDIENTES PARA LOS PATRONES DEL EJEMPLO 6.....	83
FIGURA 22. SOLUCIÓN GRÁFICA PARA LAS HÍPER-ESFERAS 1 Y 2.	84
FIGURA 23. SOLUCIÓN GRÁFICA PARA LA HÍPER-ESFERA 3.	84
FIGURA 24. HÍPER-ESFERAS CORRESPONDIENTES A LOS PATRONES DEL EJEMPLO 6.....	85
FIGURA 25. MUESTRAS DE ALGUNAS DE LAS IMÁGENES UTILIZADAS PARA EL EJEMPLO 7.....	86
FIGURA 26. MUESTRAS DE ALGUNAS DE LAS IMÁGENES UTILIZADAS PARA EL EJEMPLO 8.....	87
FIGURA 27. MUESTRAS DE IMÁGENES AFECTADAS CON RUIDO PARA EL EJEMPLO 7.....	87
FIGURA 28. GRÁFICA CON LA CLASIFICACIÓN PARA LOS CONJUNTOS DE ANIMALES Y CIENTÍFICOS.	88
FIGURA 29. MUESTRAS DE LAS IMÁGENES UTILIZADAS EN EL EJEMPLO 9.....	89
FIGURA 30. MUESTRAS DE IMÁGENES DESENFOCADAS.....	90
FIGURA 31. DOS IMÁGENES DESENFOCADAS PARA DISTINTOS VALORES DE K.	91
FIGURA 32. RESULTADO DE LA RECUPERACIÓN EN IMÁGENES DESENFOCADAS.	92
FIGURA 33. MUESTRAS DE IMÁGENES CON INFORMACIÓN PARCIALMENTE ELIMINADA	97
FIGURA 34. CONJUNTO DE PUNTOS EN A AGRUPAR.	99
FIGURA 35. DIFERENTES SOLUCIONES QUE RESUELVEN EL PROBLEMA DE LA FIGURA 34.....	99
FIGURA 36. OTRAS SOLUCIONES QUE RESUELVEN EL PROBLEMA DE LA FIGURA 34.....	99
FIGURA 37. MEJOR SOLUCIÓN QUE RESUELVE EL PROBLEMA DE LA FIGURA 34.	100

FIGURA 38. CONJUNTO DE PUNTOS PARA EL EJEMPLO 12.....	100
FIGURA 39. DIFERENTES SOLUCIONES QUE RESUELVEN EL PROBLEMA DE LA	
FIGURA 38.	101
FIGURA 40. OTRAS SOLUCIONES QUE RESUELVEN EL PROBLEMA DE LA FIGURA	
38.	102
FIGURA 41. MEJOR SOLUCIÓN QUE RESUELVE EL PROBLEMA DE LA FIGURA 38.	
.....	102

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. SIGNIFICADO DEL VECTOR CONFORME S	43
TABLA 2. LISTA DE ENTIDADES DEL ÁLGEBRA GEOMÉTRICA CONFORME.	46
TABLA 3. RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN PARA EL EJEMPLO 3	78
TABLA 4. RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN PARA EL EJEMPLO 4	79
TABLA 5. RESULTADOS DE LA RESTAURACIÓN PARA LOS EJEMPLO 7 Y EL EJEMPLO 8.....	88
TABLA 6. COMPARACIÓN PARA LA RESTAURACIÓN DE UNA IMAGEN	93
TABLA 7. COMPARACIÓN PARA LA RESTAURACIÓN DE UNA IMAGEN	94
TABLA 8. ERROR CUADRÁTICO MEDIO PARA LAS IMÁGENES DE LA TABLA 6	95
TABLA 9. ERROR CUADRÁTICO MEDIO PARA LAS IMÁGENES DE LA TABLA 7	95