

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>9</b>
<b>2. Conceptos básicos de paralelismo</b>	<b>11</b>
2.1. Introducción . . . . .	11
2.2. Modelos de computación paralela . . . . .	11
2.2.1. Computadoras paralelas . . . . .	11
2.2.2. Modelos de paralelismo . . . . .	12
2.2.3. Relaciones entre modelos de paralelismo . . . . .	14
2.3. Medidas de desempeño . . . . .	15
2.3.1. Aceleramiento, eficiencia y redundancia . . . . .	15
2.4. Clase de complejidad paralela . . . . .	17
2.4.1. La clase $NC$ . . . . .	17
<b>3. Multiprocesadores y multicomputadoras</b>	<b>19</b>
3.1. Introducción . . . . .	19
3.2. Multicomputadora de hipercubo . . . . .	20
3.2.1. Estructura recursiva del hipercubo . . . . .	20
3.2.2. Propiedades topológicas de un cubo ( $N, b, k$ ) . . . . .	23
3.2.3. Incrustamiento de topologías simples . . . . .	26
3.3. Multiprocesadores de memoria compartida . . . . .	35
3.3.1. Conceptos básicos . . . . .	35
3.3.2. Análisis de redes bloqueantes . . . . .	38
3.3.3. Análisis de redes no bloqueantes . . . . .	41
3.4. Multicomputadora de componentes comunes . . . . .	43
3.4.1. Arquitectura . . . . .	43
3.4.2. Interfaz de paso de mensajes MPI . . . . .	44
<b>4. Operaciones aritméticas básicas</b>	<b>45</b>
4.1. Introducción . . . . .	45

4.2.	Adición paralela . . . . .	45
4.2.1.	Algoritmo de Brent . . . . .	45
4.3.	Multiplicación paralela . . . . .	49
4.3.1.	Multiplicación de primaria en paralelo . . . . .	49
4.3.2.	Algoritmo de Karatsuba-Ofman . . . . .	49
4.3.3.	Multiplicación mediante convolución . . . . .	50
4.4.	Transformada rápida de Fourier modular . . . . .	51
4.4.1.	Raíces de la unidad en aritmética modular . . . . .	51
4.4.2.	Transformada rápida de Fourier . . . . .	54
4.4.3.	Convolución de vectores . . . . .	60
4.4.4.	Producto de polinomios . . . . .	61
4.4.5.	Algoritmo de Schonhage-Strassen . . . . .	65
<b>5.</b>	<b>Campos finitos</b>	<b>71</b>
5.1.	Introducción . . . . .	71
5.2.	El campo finito $GF(p)$ . . . . .	72
5.3.	El campo finito $GF(2^m)$ . . . . .	73
5.3.1.	Representación en bases polinomiales . . . . .	73
5.3.2.	Representación en bases normales . . . . .	76
<b>6.</b>	<b>Curvas elípticas</b>	<b>83</b>
6.1.	Introducción . . . . .	83
6.2.	Ecuaciones de Weierstrass . . . . .	83
6.3.	Estructura de grupo de una curva elíptica . . . . .	86
6.4.	Cálculo de operaciones de grupo . . . . .	88
6.5.	Curvas elípticas sobre $GF(p)$ . . . . .	89
6.6.	Curvas elípticas sobre $GF(2^m)$ . . . . .	91
6.7.	Interpretación gráfica de la aritmética de puntos sobre curvas elípticas . . . . .	93
6.8.	Propiedades fundamentales . . . . .	93
6.9.	Logaritmo discreto sobre curvas elípticas . . . . .	95
6.10.	Curvas de Koblitz . . . . .	98
6.10.1.	Propiedades básicas . . . . .	99
<b>7.</b>	<b>Criptosistemas de curvas elípticas (CCE)</b>	<b>103</b>
7.1.	Introducción . . . . .	103
7.2.	Elección de una curva apropiada . . . . .	103
7.2.1.	Método 1 - Selección de una curva aleatoria . . . . .	104
7.2.2.	Método 2 - Seleccionando primero el orden de la curva	104
7.2.3.	Método 3 - Usando el teorema de Weil . . . . .	105

7.3.	Generación de claves . . . . .	106
7.4.	Representación del campo . . . . .	107
7.4.1.	El campo finito $GF(p)$ . . . . .	107
7.4.2.	El campo finito $GF(2^m)$ . . . . .	107
7.5.	Representación de puntos sobre la curva. . . . .	107
7.5.1.	Compresión de puntos (Curvas elípticas sobre $GF(p)$ )	108
7.5.2.	Compresión de puntos (Curvas elípticas sobre $GF(2^m)$ )	108
7.6.	Esquema de cifrado (ECES) . . . . .	109
7.6.1.	Cifrado . . . . .	109
7.6.2.	Descifrado . . . . .	111
7.6.3.	Ejemplo de cifrado con ECES . . . . .	113
7.6.4.	Cifrado ECES sobre la curva K-163 . . . . .	114
7.7.	Firma digital (ECSS y ECDSA) . . . . .	116
7.7.1.	Esquema de firma digital de curvas elípticas ECSS . .	117
7.7.2.	Verificación de firma ECSS . . . . .	118
7.7.3.	Ejemplo de firma digital ECSS . . . . .	119
7.7.4.	Algoritmo de firma digital ECDSA . . . . .	121
7.7.5.	Verificación de firma digital ECDSA . . . . .	122
7.7.6.	Ejemplo de firma digital ECDSA . . . . .	124
7.7.7.	Firma digital ECDSA sobre K-163 . . . . .	125
7.8.	Protocolo de acuerdo de clave (ECKEP) . . . . .	127
<b>8.</b>	<b>Algoritmos para CCE</b>	<b>129</b>
8.1.	Introducción . . . . .	129
8.2.	Algoritmos del campo subyacente. . . . .	129
8.3.	Algoritmos de multiplicación escalar . . . . .	130
8.3.1.	Algoritmo binario . . . . .	130
8.3.2.	Algoritmo $m$ -ario . . . . .	131
8.3.3.	Cadenas aditivas . . . . .	132
8.3.4.	Método de adición y substracción . . . . .	133
8.3.5.	Método de ventana . . . . .	135
<b>9.</b>	<b>Algoritmo paralelo de multiplicación escalar</b>	<b>139</b>
9.1.	Introducción . . . . .	139
9.2.	Multiplicación escalar . . . . .	139
9.3.	Método binario . . . . .	140
9.4.	Método binario de orden $p$ . . . . .	142
9.5.	El método $\tau$ -ario de orden $p$ . . . . .	145

<b>10. Implementación y resultados experimentales</b>	<b>149</b>
10.1. Introducción . . . . .	149
10.2. Implementación del campo subyacente . . . . .	149
10.3. Implementación de curvas elípticas . . . . .	150
10.4. Desempeño de las operaciones de puntos . . . . .	151
10.5. Implementación del algoritmo paralelo . . . . .	152
10.6. Desempeño del algoritmo paralelo . . . . .	153
10.6.1. Curvas binarias aleatorias . . . . .	153
10.6.2. Curvas de Koblitz . . . . .	154
10.7. Conclusiones . . . . .	156
<b>A. Código de la aritmética de puntos</b>	<b>157</b>
A.1. Definición de clase . . . . .	157
A.2. Implementación de clase . . . . .	159
A.3. Programa de prueba . . . . .	161
A.4. Salida de una ejecución . . . . .	164
<b>B. Código del esquema de cifrado ECES</b>	<b>167</b>
B.1. Generación de claves . . . . .	167
B.2. Cifrado . . . . .	169
B.3. Descifrado . . . . .	171
<b>C. Código de firma digital ECDSA</b>	<b>173</b>
C.1. Generación de claves . . . . .	173
C.2. Generación de firma . . . . .	175
C.3. Verificación de firmas . . . . .	177
<b>D. Código del algoritmo paralelo</b>	<b>179</b>
D.1. Algoritmo binario de orden $p$ . . . . .	179
<b>E. Especificación de curvas elípticas</b>	<b>187</b>
E.1. Curva B-163 . . . . .	187
E.2. Curva B-233 . . . . .	188
E.3. Curva B-283 . . . . .	188
E.4. Curva B-409 . . . . .	189
E.5. Curva B-571 . . . . .	189
E.6. Curva K-163 . . . . .	190
E.7. Curva K-233 . . . . .	190
E.8. Curva K-283 . . . . .	191
E.9. Curva K-409 . . . . .	191

E.10.Curva K-571	192
------------------	-----

